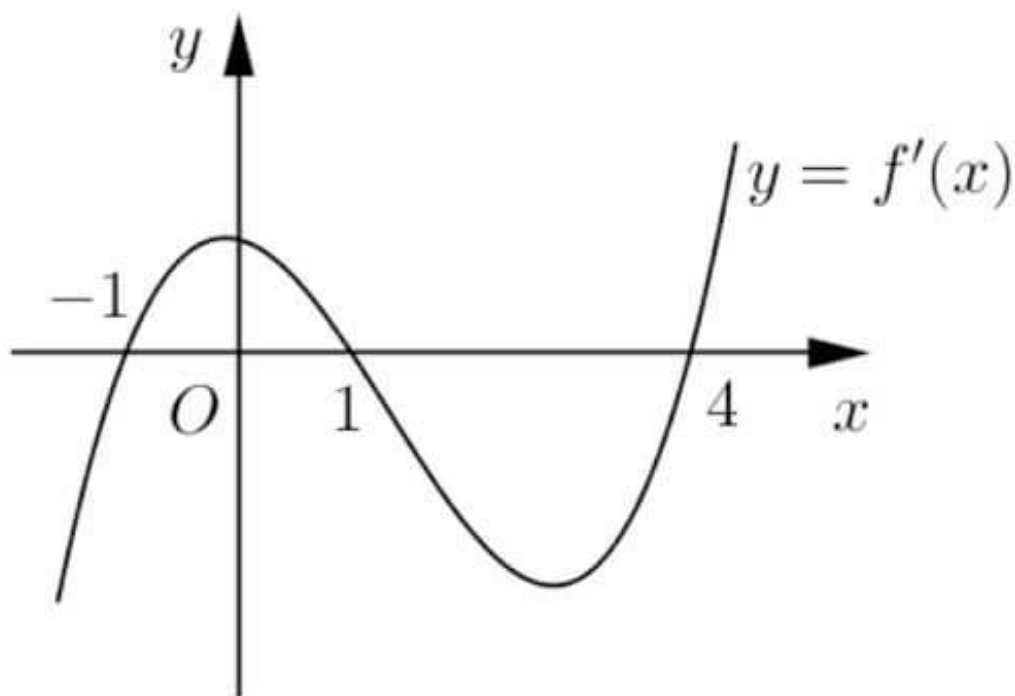


## TÀI LIỆU THAM KHẢO TOÁN HỌC PHỔ THÔNG

---



---

### ÔN KIẾN THỨC TOÁN 12 THPT BÀI GIẢNG TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ (KẾT HỢP 3 BỘ SÁCH GIÁO KHOA)

THÂN TẶNG TOÀN THỂ QUÝ THẦY CÔ VÀ CÁC EM HỌC SINH TRÊN TOÀN QUỐC

CREATED BY GIANG SƠN (FACEBOOK)  
GACMA1431988@GMAIL.COM (GMAIL); TEL 0398021920

THÀNH PHỐ THÁI BÌNH – THÁNG 7/2024

**ÔN KIẾN THỨC TOÁN 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ**

---

| <b>DUNG LƯỢNG</b> | <b>NỘI DUNG</b>                            |
|-------------------|--------------------------------------------|
| <b>1 FILE</b>     | <b>TÍNH ĐƠN ĐIỆU CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP</b> |
| <b>1 FILE</b>     | <b>TÍNH ĐƠN ĐIỆU CÁC HÀM SỐ PHỨC TẠP</b>   |
| <b>1 FILE</b>     | <b>CÁC BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ</b>           |

### **TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ.**

#### **1) Cách nhận biết tính đơn điệu của hàm số bằng dấu của đạo hàm.**

- Cách 1: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên tập  $K \subset \mathbb{R}$ , trong đó  $K$  là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng.  
Nếu  $f'(x) > 0$  với mọi  $x$  thuộc  $K$  thì hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $K$ .  
Nếu  $f'(x) < 0$  với mọi  $x$  thuộc  $K$  thì hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $K$ .
- Cách 2: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên tập  $K \subset \mathbb{R}$ , trong đó  $K$  là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng. Nếu  $f'(x) \geq 0$  (hoặc  $f'(x) \leq 0$ ) với mọi  $x$  thuộc  $K$  và  $f'(x) = 0$  chỉ tại một số hữu hạn điểm của  $K$  thì hàm số  $f(x)$  đồng biến (hoặc nghịch biến) trên  $K$ .

#### **2) Chú ý:**

Nếu hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên tập  $K$  hoặc nghịch biến trên tập  $K$  thì hàm số  $y = f(x)$  còn được gọi là đơn điệu trên tập  $K \subset \mathbb{R}$ .

#### **3) Cách xét tính đơn điệu của hàm số bằng dấu của đạo hàm.**

Để xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số  $y = f(x)$ , ta có thể thực hiện các bước sau:

**Bước 1.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = f(x)$ .

**Bước 2.** Tính đạo hàm  $f'(x)$ . Tìm các điểm  $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$  mà tại đó hàm số có đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.

**Bước 3.** Sắp xếp các điểm  $x_i$  theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.

**Bước 4.** Căn cứ vào bảng biến thiên, nêu kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

**PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP**

**XÉT DẤU ĐẠO HÀM VÀ QUAN SÁT ĐỒ THỊ HÀM SỐ, BẢNG BIẾN THIÊN**

**Bài toán 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1)$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-1;1)$ .                      B.  $(0;+\infty)$ .                      C.  $(-\infty;-2)$ .                      D.  $(-2;-1)$ .

**Lời giải**

$f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1) = (x+1)^2(x-1)(x+2)$ . Dễ thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty;-2)$ .

**Bài toán 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |      |           |
|---------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$  | $-$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-1$ | $4$ | $-1$ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty;-1)$ .                      B.  $(0;1)$ .                      C.  $(-1;1)$ .                      D.  $(-1;0)$

**Lời giải.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1;0)$  và  $(1;+\infty)$

**Bài toán 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|      |           |     |     |           |
|------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $1$ | $2$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       | $0$ | $-$ | $+$       |

Hỏi mệnh đề nào sai ?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(2;+\infty)$ .  
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(3;+\infty)$ .  
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty;1)$ .  
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0;3)$ .

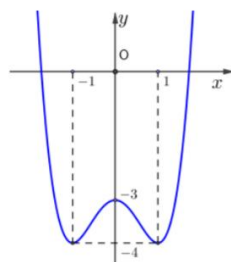
**Bài toán 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |     |     |           |
|---------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$ | $-$ | $+$       |

Khoảng nghịch biến của hàm số  $y = f(x)$  là

- A.  $(-\infty;3)$ .                      B.  $(1;+\infty)$ .                      C.  $(1;3)$ .                      D.  $(-\infty;1)$ .

**Bài toán 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào

- A.  $(0;3)$ .                      B.  $(-3;+\infty)$ .                      C.  $(-\infty;2)$ .                      D.  $(1;3)$ .

**Bài toán 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.  $f(-1) \geq f(1)$ .                      B.  $f(-1) = f(1)$ .                      C.  $f(-1) > f(1)$ .                      D.  $f(-1) < f(1)$ .

**Lời giải**

Từ  $f'(x) = x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$  Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Mà  $-1 < 1 \Rightarrow f(-1) < f(1)$ .

**Bài toán 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = -2f(x)$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(0; 2)$ . B.  $(2; +\infty)$ . C.  $(-\infty; -2)$ . D.  $(-2; 0)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = -2f'(x) = -2x^2 + 4x > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$ . Suy ra: hàm số  $y = -2f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$

**Bài toán 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(x-3), \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 3)$ . B.  $(3; +\infty)$ . C.  $(-\infty; 2)$ . D.  $(1; 3)$ .

**Lời giải**

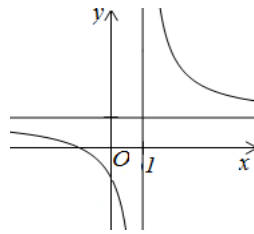
Ta xét:  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ .

Bảng xét dấu  $f'(x)$ :

| $x$     | $-\infty$ | 1 | 3 | $+\infty$ |   |   |
|---------|-----------|---|---|-----------|---|---|
| $f'(x)$ |           | + | 0 | -         | 0 | + |

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; 3)$ .

**Bài toán 9.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a, b, c, d$  là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.  $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  B.  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$  C.  $y' > 0, \forall x \neq 1$  D.  $y' < 0, \forall x \neq 1$

**Lời giải**

Dựa vào hình dáng của đồ thị ta được:

+ Điều kiện  $x \neq 1$

+ Đây là đồ thị của hàm nghịch biến

Từ đó ta được  $y' < 0, \forall x \neq 1$ .

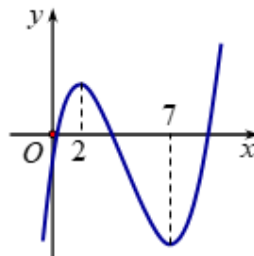
**Bài toán 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có bảng đạo hàm  $f'(x)$  thỏa mãn:

| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- A.  $(-1; 3)$ . B.  $(-1; 1)$ . C.  $(-2; -1)$ . D.  $(1; +\infty)$ .

**Bài toán 11.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ . B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(6; +\infty)$ .  
C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$ . D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(3; 6)$ .

## TÍNH ĐƠN ĐIỀU HÀM SỐ ĐA THỨC

**Bài toán 1.** Tìm khoảng nghịch biến của hàm số  $y = 2x^3 - 6x + 1$ .

- A.  $(-1; 1)$       B.  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$       C.  $(0; +\infty)$       D.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Lời giải**

+  $y' = 6x^2 - 6$ . Giải  $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ .

+ Bảng biến thiên của hàm số như sau

|      |           |      |     |     |           |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ |     | $1$ | $+\infty$ |           |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$       |
| $y$  |           |      | $5$ |     | $-3$      | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ ; nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Bài toán 2.** Tìm các khoảng nghịch biến của hàm số  $y = -x^3 + 2x^2 - 3x + 5$ .

- A.  $(-\infty; +\infty)$       B.  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$       C.  $(0; +\infty)$       D.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Lời giải**

+  $y' = -3x^2 + 4x - 3 = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{3} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Vậy hàm số nghịch biến  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 3.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{x+1}{x-2}$       B.  $y = x^2 + 2x$       C.  $y = x^3 - x^2 + x$       D.  $y = x^4 - 3x^2 + 2$ .

**Lời giải**

$y = x^3 - x^2 + x \Rightarrow y' = 3x^2 - 2x + 1 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 4.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

- A.  $y = -x^3 - x$       B.  $y = -x^4 - x^2$       C.  $y = -x^3 + x$       D.  $y = \frac{x+2}{x-1}$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = -x^3 - x$  có tập xác định  $D = \mathbb{R}$ , đạo hàm  $y' = -3x^2 - 1 = -(3x^2 + 1) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra, hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 5.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = x^4 - x^2$       B.  $y = x^3 - x$       C.  $y = \frac{x-1}{x+2}$       D.  $y = x^3 + x$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ .

**Bài toán 6.** Hỏi hàm số  $y = 2x^4 + 1$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(-\infty; 0)$       B.  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$       C.  $(0; +\infty)$       D.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Lời giải**

$y = 2x^4 + 1$ . Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ . Ta có:  $y' = 8x^3$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$  suy ra  $y(0) = 1$

Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ . Bảng biến thiên:

|         |           |     |           |           |
|---------|-----------|-----|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |           |
| $f'(x)$ |           | $-$ | $0$       | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |     | $1$       | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Bài toán 7.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$       B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$   
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$       D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$

**Lời giải**

$$y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

|         |           |      |     |     |           |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |           |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $1$ | $0$ | $-1$      |     | $+\infty$ |     |

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1; 0)$ ,  $(1; +\infty)$ ; hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$ ,  $(0; 1)$ . Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

**Bài toán 8.** Hàm số  $y = x^3 - 3x + m$  nghịch biến trên khoảng nào?

- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(-\infty; +\infty)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ . Ta có  $y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ .

Ta có bảng xét dấu  $y'$ :

|      |           |      |     |           |     |     |
|------|-----------|------|-----|-----------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |
| $y'$ |           | $-$  | $0$ | $+$       | $0$ | $-$ |

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Bài toán 9.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ , kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số là đúng nhất:

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$  và nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 0); (2; +\infty)$ ;  
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$ ;  
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$  và đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0); (2; +\infty)$ ;  
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

Ta có hàm số xác định trên  $\mathbb{R}$ .

$$y = -x^3 + 3x^2 - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

|      |           |     |      |           |     |           |
|------|-----------|-----|------|-----------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $2$  | $+\infty$ |     |           |
| $y'$ | $-$       | $0$ | $+$  | $0$       | $-$ |           |
| $y$  | $+\infty$ |     | $-1$ | $3$       |     | $-\infty$ |

Vậy đáp án A là đúng nhất.

## TÍNH ĐƠN ĐIỀU HÀM SỐ PHÂN THỨC HỮU TỶ

**Bài toán 1.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên từng khoảng xác định

A.  $y = \frac{x-1}{x-2}$

B.  $y = x^3 + x$

C.  $y = -x^3 - 3x$

D.  $y = \frac{x+1}{x+3}$

**Lời giải.** Ta có  $y = \frac{x+1}{x+3} \Rightarrow y' = \frac{2}{(x+3)^2} > 0, \forall x \neq -3$

**Bài toán 2.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên từng khoảng xác định

A.  $y = \frac{x-1}{x-2}$

B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$

C.  $y = 3x^3 + 3x - 2$

D.  $y = \frac{2}{x^2+1}$

**Lời giải.** Đạo hàm  $y = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$  nên đồng biến trên từng khoảng xác định.

**Bài toán 3.** Hàm số  $y = \frac{2}{x^2+1}$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; +\infty)$

B.  $(0; +\infty)$

C.  $(-\infty; 0)$

D.  $(-1; 1)$

**Lời giải.** Ta có  $y' = \frac{-4x}{(x^2+1)^2} < 0 \Leftrightarrow x > 0$ .

**Bài toán 4.** Hàm số  $y = \frac{x^2-x+4}{x-1}$  đồng biến trên khoảng nào

A.  $(-\infty; +\infty)$

B.  $(0; +\infty)$

C.  $(-\infty; -2)$

D.  $(-1; 1)$

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ . Ta có  $y' = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow x^2-2x-3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ .

Bảng xét dấu đạo hàm

|      |           |      |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $+$       |

Từ bảng xét dấu  $y'$  ta có :

+ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(3; +\infty)$ .

**Bài toán 5.** Hàm số  $y = \frac{5-2x}{x+3} + 2024$  nghịch biến trên

A.  $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$

B.  $\mathbb{R}$

C.  $(-\infty; -3)$

D.  $(3; +\infty)$

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{5-2x}{x+3} + 2024$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$ . Đạo hàm  $y' = \frac{-11}{(x+3)^2} < 0$ , với  $x \in D$ .

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $(-3; +\infty)$ .

**Bài toán 6.** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và khoảng  $(1; +\infty)$ .

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên tập  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

**Lời giải**

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ . Ta có:  $y' = \frac{-2}{(x+1)^2} < 0$  với  $\forall x \neq 1$ . Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**Bài toán 7.** Tìm một khoảng đồng biến nào đó của hàm số  $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$ .



A.  $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $(-\infty; -3)$ .

D.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Lời giải.** Hàm số đã cho có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

• Ta có:  $y' = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$  với  $x \neq -1$ ; Giải  $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = -2$  hoặc  $x = 0$ .

• Bảng biến thiên của hàm số như sau:

|      |           |      |           |           |           |           |
|------|-----------|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $-1$      | $0$       | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$       | $-$       | $0$       | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ | $-3$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $1$       | $+\infty$ |

**Bài toán 8.** Hàm số  $y = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$  đồng biến trên khoảng nào

A.  $(-\infty; +\infty)$

B.  $(0; +\infty)$

C.  $(-\infty; 0)$

D.  $(-1; 1)$

**Lời giải.**  $y = \frac{x^2+2x+2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = -2$ . Bảng biến thiên

|    |           |    |    |   |           |   |
|----|-----------|----|----|---|-----------|---|
| x  | $-\infty$ | -2 | -1 | 0 | $+\infty$ |   |
| y' | +         | 0  | -  | - | 0         | + |
| y  |           |    |    |   |           |   |
|    |           |    |    |   |           |   |

Hàm số đồng biến trên  $(0; +\infty)$

**Bài toán 9.** Cho các hàm số  $y = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$ ,  $y = \frac{x+1}{x-1}$ ,  $y = x^3 - 3x$ ,  $y = \frac{x-5}{x+5}$ .

Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. 3

B. 2

C. 1

D. 4

**Lời giải**

Ta thấy hàm  $y = \frac{x-5}{x+5}$  có đạo hàm  $y' = \frac{10}{(x+5)^2} > 0, \forall x \neq -5$  nên đồng biến trên từng khoảng xác định.

Hàm số  $y = \frac{x^2+2x+2}{x+1}$  có đạo hàm  $y' = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = -2$ .

Hàm đa thức  $y = x^3 - 3x$  có  $y' = 3x^2 - 3$ , có nghiệm.

**Bài toán 10.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2-2x+5}{x-1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1) \cup (1; 3)$ .

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 3) \setminus \{1\}$ .

C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng  $(-1; 1)$  và  $(1; 3)$ .

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có  $y' = \frac{(2x-2)(x-1) - (x^2-2x+5)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ . Giải phương trình  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ .

Bảng biến thiên

|      |           |      |           |           |           |           |
|------|-----------|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$       | $3$       | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$       | $-$       | $0$       | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ | $-4$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $4$       | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra: Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng  $(-1; 1)$  và  $(1; 3)$ .

## TÍNH ĐƠN ĐIỀU HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC, HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LOGARIT

**Bài toán 1.** Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số  $y = \log_2 x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
B. Hàm số  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  nghịch biến trên tập xác định của nó.  
C. Hàm số  $y = 2^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
D. Hàm số  $y = x^{\sqrt{2}}$  có tập xác định là  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \log_2 x$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Bài toán 2.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \log_{\sqrt{3}} x$       B.  $y = \log_2 (\sqrt{x} + 1)$       C.  $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$       D.  $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$

**Lời giải**

Xét hàm số  $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$  có tập xác định:  $D = (0; +\infty)$ .

Nhận thấy cơ số  $\frac{\pi}{4} < 1$  nên  $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$  nghịch biến trên tập xác định.

**Bài toán 3.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$       B.  $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$       C.  $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$       D.  $y = \log_{\frac{2}{3}} x$

**Lời giải**

Vì  $\frac{2}{e} < 1$  nên  $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 4.** Hàm số  $y = \log_3 (x^2 - 2x)$  nghịch biến trên khoảng nào?

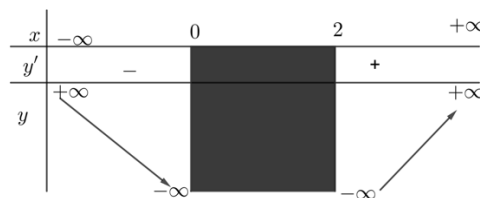
- A.  $(2; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(1; +\infty)$ .      D.  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \log_3 (x^2 - 2x)$  có tập xác định  $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ .

Ta có  $y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 3}$ . Khi đó  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số  $y$  nghịch biến trên  $(-\infty; 0)$ .

**Bài toán 5.** Cho hàm số  $f(x) = \ln x - x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .  
B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .  
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .  
D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số  $f(x)$ :  $D = (0; +\infty)$

Ta có  $f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}$  và  $f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ . Bảng xét dấu  $f'(x)$ :

| x       | 0 | 1 | $+\infty$ |
|---------|---|---|-----------|
| $f'(x)$ |   | + | 0 -       |

**Bài toán 6.** Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .      B.  $y = \log x$ .      C.  $y = 2^x$ .      D.  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ .

**Lời giải**

Ta thấy hàm số  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$  là hàm số mũ có tập xác định là  $\mathbb{R}$  cơ số  $a = \frac{2}{3} < 1$  nên nghịch biến trên tập xác định của nó.

**Bài toán 7.** Cho các hàm số  $y = \cos x + 5x + 3$ ;  $y = \sin 2x + 3x + m$ ;  $y = x^3 - 2x^2 + 5x + 6$ .

Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A. 3      B. 4      C. 1      D. 2

**Lời giải**

Ta có các đạo hàm

$$y = \cos x + 5x + 3 \Rightarrow y' = \sin x + 5 > 0, \forall x$$

$$y = \sin 2x + 3x + m \Rightarrow y' = 2 \cos 2x + 3 > 0, \forall x$$

$$y = x^3 - 2x^2 + 5x + 6 \Rightarrow y' = 3x^2 - 4x + 5 > 0, \forall x$$

Kết luận 3 hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$

**Bài toán 8.** Cho các hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$ ;  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ ;  $y = e^x$ ;  $y = \sin x + \sqrt{3}x$ .

Số lượng hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là

- A. 3      B. 2      C. 1      D. 4

**Lời giải**

Ta có các đạo hàm

$$y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

$$y = -x^3 + 3x^2 - 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x = -3x(x-2)$$

$$y = e^x \Rightarrow y' = e^x > 0, \forall x$$

$$y = \sin x + \sqrt{3}x \Rightarrow y' = \cos x + \sqrt{3} > 0, \forall x$$

Kết luận có 2 hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 9.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \ln(1 + e^{2x}) + e$ .

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .      B.  $(-1; 0)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

$$Ta \text{ có } y' = [\ln(1 + e^{2x}) + e]' = \frac{(1 + e^{2x})'}{1 + e^{2x}} = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}} > 0, \forall x.$$

Khoảng đồng biến là  $(-\infty; +\infty)$ .

**Bài toán 10.** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = e^{x^2+x}$  là

- A.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      B.  $(-1; 0)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(-\infty; +\infty)$

**Lời giải**

$$Ta \text{ có } y' = (e^{x^2+x})' = e^{x^2+x} \cdot (x^2 + x)' = (2x+1)e^{x^2+x} > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}.$$

**Bài toán 11.** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = \log_3(x^2 + x + 1)$  là

- A.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      B.  $(-1; 0)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

$$y' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{(x^2 + x + 1) \ln 3} = \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1) \ln 3} > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}. \text{ Suy ra khoảng đồng biến là } \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

**Bài toán 12.** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = \sin 2x + 6x$  là

- A.  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$       B.  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right)$       C.  $(0; 2)$       D.  $(-\infty; +\infty)$

**Lời giải**

Ta có  $y' = 2 \cos 2x + 6 > 0, \forall x$  nên khoảng đồng biến là  $(-\infty; +\infty)$

**Bài toán 13.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $f(x) = \log_2(x^2 + 1) + 2024$ .

- A.  $(-\infty; 1]$       B.  $(-\infty; 4]$       C.  $(-\infty; 1)$       D.  $(0; +\infty)$

**Lời giải**

Hàm số đồng biến khi  $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \cdot \ln 2} > 0 \Leftrightarrow x > 0$ .

**Bài toán 14.** Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $\log_3 x^2$       B.  $y = \log(x^3)$       C.  $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$       D.  $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

**Lời giải**

Hàm số mũ  $y = a^x$  với  $0 < a < 1$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có  $0 < \frac{e}{4} < 1$  nên hàm số  $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 15.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$       B.  $y = \sin x + 2x$       C.  $y = e^x - 6x$       D.  $y = x^2 - 2$

**Lời giải**

Hàm số  $y = \sin x + 2x \Rightarrow y' = \cos x + 2 > 0, \forall x$ . Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 16.** Tìm hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $f(x) = 3^x$       B.  $f(x) = 3^{-x}$       C.  $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$       D.  $f(x) = \frac{3}{3^x}$

**Lời giải**

Hàm số  $f(x) = a^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  nếu  $a > 1$  và nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  nếu  $0 < a < 1$ .

Vậy hàm số  $f(x) = 3^x$  là hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 17.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = \frac{x+1}{x-6}$       B.  $y = \cos x + 5x + 3$       C.  $y = e^x - 6x$       D.  $y = x^2 - 2x$

**Lời giải**

Hàm số  $y = \cos x + 5x + 3 \Rightarrow y' = \sin x + 5 > 0, \forall x$ . Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$

**Bài toán 18.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

- A.  $y = \log_{\sqrt{3}} x$       B.  $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$       C.  $y = \log_{\frac{e}{3}} x$       D.  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$

**Lời giải**

Hàm số  $y = \log_a x$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty) \Leftrightarrow a > 1 \Rightarrow$  Chọn A

**Bài toán 19.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \left(\frac{4}{\sqrt{3}+2}\right)^x$       B.  $y = \left(\frac{\pi+3}{2\pi}\right)^x$       C.  $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$       D.  $y = \left(\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}\right)^x$

**Lời giải**

Ta có  $\frac{\pi+3}{2\pi} < 1$  nên hàm số  $y = \left(\frac{\pi+3}{2\pi}\right)^x$  nghịch biến trên TXĐ.

**Bài toán 20.** Tập tất cả các giá trị của tham số  $a$  để hàm số  $y = (a-2)^x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  là

- A.  $(-\infty; 3)$ . B.  $(2; 3)$ . C.  $(-\infty; 1)$ . D.  $(3; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = (a-2)^x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R} \Leftrightarrow 0 < a-2 < 1 \Leftrightarrow 2 < a < 3 \Leftrightarrow a \in (2; 3)$ .

**Bài toán 21.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập xác định của nó

- A.  $y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x$ . B.  $y = \log_{\frac{e}{3}} x$ . C.  $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ . D.  $y = \log_{\frac{e}{2}} x$ .

**Lời giải**

Ta thấy  $0 < \frac{e}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2} < 1$  nên các hàm số ở A, B, D nghịch biến.

Vậy hàm số  $\log_{\frac{e}{2}} x$  đồng biến trên tập xác định của nó, vì  $\frac{e}{2} > 1$ .

**Bài toán 22.** Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

- A. Hàm số  $y = \log_{0,2} x$  nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .  
B. Hàm số  $y = \log_2 x$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ .  
C. Hàm số  $y = \log_2 x$  đồng biến trên  $[0; +\infty)$ .  
D. Hàm số  $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$  đồng biến trên  $[0; +\infty)$ .

**Lời giải**

♦ Phương án D đúng.

Vì hàm số  $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$  có  $y' = \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{(\sqrt{x} + 1)'}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{\ln 2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} > 0, \forall x \geq 0$ .

- ♦ Phương án A đúng. Vì hàm số  $y = \log_{0,2} x$  có  $a = 0,2 < 1$ .
- ♦ Phương án B đúng. Vì hàm số  $y = \log_2 x$  có  $a = 2 > 1$ .
- ♦ Phương án C sai. Vì hàm số  $y = \log_2 x$  có tập xác định là  $D = (0; +\infty)$ .

**Bài toán 23.** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$ . B.  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$ . C.  $y = \log_3 x$ . D.  $y = \log_{\frac{1}{5}} x$ .

**Lời giải**

♦  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x} = \left(\frac{3}{2}\right)^x$  có tập xác định  $\mathbb{R}$ .

Do  $\frac{3}{2} > 1$  nên hàm số  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{-x}$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 24.** Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ . B.  $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$ . C.  $y = \log(x^3)$ . D.  $\log_3 x^2$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = \log(x^3)$  có tập xác định là  $(0; +\infty)$ .

Hàm số  $y = \log_3(x^2)$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Do đó hai hàm số đó không thể nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  được.

Mặt khác hàm số  $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x} = \left(\frac{5}{2}\right)^x$  là hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R}$  nhưng có cơ số  $\frac{5}{2} > 1$  nên hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$  là hàm số có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và có cơ số  $\frac{e}{4} < 1$  nên hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

## TÍNH ĐƠN ĐIỀU HÀM SỐ CHỨA CĂN

**Bài toán 1.** Hàm số  $y = \sqrt{2018x - x^2}$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(1010; 2018)$ . B.  $(2018; +\infty)$ . C.  $(0; 1009)$ . D.  $(1; 2018)$ .

**Lời giải**

TXĐ:  $D = [0; 2018]$

$$y' = \left( \sqrt{2018x - x^2} \right)' = \frac{2018 - 2x}{2\sqrt{2018x - x^2}} = \frac{1009 - x}{\sqrt{2018x - x^2}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1009$$

$y' < 0 \Leftrightarrow x \in (1009; 2018)$ , suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1009; 2018)$ , suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1010; 2018)$ , chọn A.

**Bài toán 2.** Cho hàm  $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(5; +\infty)$ . B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .  
C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ . D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$ .

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = (-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$ . Ta có  $y' = \frac{x-3}{\sqrt{x^2 - 6x + 5}} > 0, \forall x \in (5; +\infty)$ .

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(5; +\infty)$ .

**Bài toán 3.** Cho hàm số  $y = \sqrt{2x^2 + 1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$   
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$

**Lời giải**

Ta có  $D = \mathbb{R}$ ,  $y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2 + 1}}; y' > 0 \Leftrightarrow x > 0$ .

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Bài toán 4.** Hàm số  $y = \sqrt{4 - x^2}$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(-2; +\infty)$ . B.  $(0; 2)$ . C.  $(-2; 2)$ . D.  $(-2; 0)$ .

**Lời giải**

+ Tập xác định  $D = [-2; 2]$ . Đạo hàm  $y' = \frac{-x}{\sqrt{4 - x^2}}$ . Giải  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ .

+ Bảng xét dấu của đạo hàm như sau

|      |    |   |   |
|------|----|---|---|
| $x$  | -2 | 0 | 2 |
| $y'$ |    | + | - |

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

**Bài toán 5.** Cho hàm số  $y = \sqrt{3x - x^2}$ . Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ . B.  $(0; 3)$ . C.  $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$ . D.  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ .

**Lời giải**

Điều kiện  $0 \leq x \leq 3$  và đạo hàm  $y = \sqrt{3x - x^2} \Rightarrow y' = \frac{3 - 2x}{2\sqrt{3x - x^2}} > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$ .

Kết luận hàm đồng biến trên  $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ .

**Bài toán 6.** Tìm các khoảng nghịch biến của hàm số  $y = \sqrt{3 - x} + \sqrt{x + 1}$ .

- A.  $(1; 3)$ . B.  $(0; 3)$ . C.  $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$ . D.  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ .

**Lời giải**

+) Tập xác định:  $D = [-1; 3]$ .

$$+) y' = \frac{-1}{2\sqrt{3-x}} + \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1}}{2\sqrt{3-x}\sqrt{x+1}}.$$

$$+) y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3-x} = \sqrt{x+1}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 3-x = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 2x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

+) Bảng biến thiên

|      |           |      |     |             |           |
|------|-----------|------|-----|-------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $3$         | $+\infty$ |
| $y'$ |           |      | +   | 0           | -         |
| $y$  |           |      |     | $2\sqrt{2}$ |           |
|      |           |      | 2   |             | 2         |

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ , nghịch biến trên khoảng  $(1; 3)$ .

**Bài toán 7.** Cho hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 8x + 7} + 4$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(\sqrt{17}; +\infty)$ .

B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .

C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$ .

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$ .

Ta có  $y' = \frac{2x-8}{\sqrt{x^2-8x+7}} > 0 \Leftrightarrow x > 4$ . Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(\sqrt{17}; +\infty)$ .

**Bài toán 8.** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 6x - 7}$  chứa bao nhiêu số nguyên nhỏ hơn 20

A. 18

B. 5

C. 10

D. 12

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện } x^2 + 6x - 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -7 \end{cases}$$

$$\text{Hàm số đồng biến khi } y = \sqrt{x^2 + 6x - 7} \Rightarrow y' = \frac{2x+6}{2\sqrt{x^2+6x-7}} > 0 \Leftrightarrow x > -3 \Rightarrow x > 1.$$

Suy ra có 18 số nguyên.

**Bài toán 9.** Hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 8} - x + 7$  có khoảng đồng biến là

A.  $(-\infty; +\infty)$

B.  $(-\infty; -1)$ .

C.  $(0; +\infty)$ .

D.  $(0; 8)$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } y = \sqrt{x^2 + 8} - x + 7 \Rightarrow y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+8}} - 1 = \frac{x - \sqrt{x^2+8}}{\sqrt{x^2+8}} < 0 \text{ (do } x < \sqrt{x^2+8} \text{)}.$$

**Bài toán 10.** Hai hàm số  $y = \sqrt{4x - x^2}$ ;  $y = \sqrt{-x^2 + 6x - 5}$  có khoảng đồng biến lần lượt là  $(a; b)$ ,  $(c; d)$ . Tính giá trị biểu thức  $a - c + b - d$ .

A. 1

B. 0

C. -1

D. -2

**Lời giải**

$$\text{Xét tập xác định } [0; 4]; y = \sqrt{4x - x^2} \Rightarrow y' = \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}} \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2 \Rightarrow (a; b) = (0; 2).$$

$$\text{Xét tập xác định } [1; 5]; y = \sqrt{-x^2 + 6x - 5} \Rightarrow y' = \frac{6-2x}{2\sqrt{-x^2+6x-5}} \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3 \Rightarrow (c; d) = (1; 3).$$

Như vậy  $a - c + b - d = 0 - 1 + 2 - 3 = -2$ .

**PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CÁC HÀM SỐ PHỨC TẠP**

**Bài toán 1.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \ln(1 + e^{2x}) + e$ .

- A.  $(-\infty; +\infty)$ . B.  $(-1; 0)$ . C.  $(-1; 1)$ . D.  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = [\ln(1 + e^{2x}) + e]' = \frac{(1 + e^{2x})'}{1 + e^{2x}} = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}} > 0, \forall x$ .

Khoảng đồng biến là  $(-\infty; +\infty)$ .

**Bài toán 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn:

|         |           |      |     |     |     |     |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ |     | $0$ |     | $2$ |     | $3$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |

Hàm số  $y = 2024f(x) + \sqrt{2}$  đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

- A.  $(3; +\infty)$ . B.  $(-\infty; 0)$ . C.  $(-2; 2)$ . D.  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = 2024f(x) + \sqrt{2}$  cùng khoảng đồng biến với hàm số  $y = f(x)$ .

Ta chọn  $(3; +\infty)$ .

**Bài toán 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |      |     |     |           |      |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |      |     |           |
| $y'$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$  | $0$ | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ |      |     |     | $3$       |      |     | $+\infty$ |
|      |           | $-2$ |     |     |           | $-2$ |     |           |

Hàm số  $y = (x^3 + 2x + 1)f(x)$  đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 1)$  B.  $(-\infty; 0)$  C.  $(1; +\infty)$  D.  $(-1; 0)$

**Lời giải**

Hàm số  $y = (x^3 + 2x + 1)f(x)$  có cùng khoảng nghịch biến với hàm số đã cho. Ta có  $(0; 1)$ .

**Bài toán 4.** Khoảng nghịch biến của hàm số  $y = (2x^2 - 5x + 2)e^x$  là  $(a; b)$ . Tính  $a + b - 5ab$ .

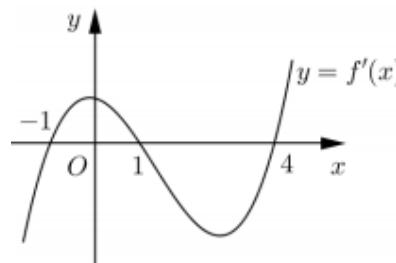
- A. 6 B. 8 C. 7 D. 4

**Lời giải**

$$y = (2x^2 - 5x + 2)e^x \Rightarrow y' = (2x^2 - 5x + 2)e^x + (4x - 5)e^x = (2x^2 - x - 3)e^x$$

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 \leq 0 \Rightarrow a + b - 5ab = \frac{1}{2} - 5 \cdot \frac{-3}{2} = 8 \text{ (Theo hệ thức Viet).}$$

**Bài toán 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y = 3f(x)$  đồng biến trên khoảng



- A.  $(2; +\infty)$  B.  $(-2; 1)$  C.  $(-\infty; -2)$  D.  $(4; +\infty)$

**Lời giải**



Giá trị đạo hàm dương, hàm số đồng biến trên  $(4; +\infty)$ .

**Bài toán 6.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \sqrt{e^{2x} - 4e^x + 5}$ .

- A.  $(-2; 1)$  B.  $(\ln 2; +\infty)$  C.  $(\ln 2; 5)$  D.  $(1; \ln 2)$

**Lời giải**

$$y' = \frac{2e^{2x} - 4e^x}{2\sqrt{e^{2x} - 4e^x + 5}} = \frac{e^x(e^x - 2)}{\sqrt{e^{2x} - 4e^x + 5}} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \ln 2. \text{ Ta thu được khoảng đồng biến } (\ln 2; +\infty).$$

**Bài toán 7.** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ |     | $-1$ |     | $1$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$  | $0$ | $-$ | $0$ | $+$       |

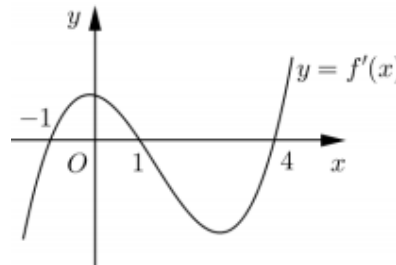
Hàm số  $y = x^3 f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 1)$ . B.  $(2; 4)$ . C.  $(1; 2)$ . D.  $(4; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $y = x^3 f(x)$  có cùng khoảng nghịch biến với hàm số đã cho. Ta chọn  $(-1; 1)$ .

**Bài toán 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y = f(2-x)$  đồng biến trên khoảng



- A.  $(2; +\infty)$  B.  $(-2; 1)$  C.  $(-\infty; -2)$  D.  $(1; 3)$

**Lời giải**

Cách 1:

Ta thấy  $f'(x) < 0$  với  $\begin{cases} x \in (1; 4) \\ x < -1 \end{cases}$  nên  $f(x)$  nghịch biến trên  $(1; 4)$  và  $(-\infty; -1)$  suy ra  $g(x) = f(-x)$  đồng biến trên  $(-4; -1)$  và  $(1; +\infty)$ . Khi đó  $f(2-x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 1)$  và  $(3; +\infty)$

**Bài toán 9.** Cho các hàm số  $y = e^{x^2+1}$ ;  $y = e^{x^3-3x^2+3x+1}$ ;  $y = e^{2x}$ ;  $y = e^{x^3+3}$ . Số lượng hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

**Lời giải**

$$y = e^{x^2+1} \Rightarrow y' = 2xe^{x^2+1}$$

$$y = e^{x^3-3x^2+3x+1} \Rightarrow y' = (3x^2 - 6x + 3)e^{x^3-3x^2+3x+1} = 3(x-1)^2 e^{x^3-3x^2+3x+1} \geq 0, \forall x;$$

$$y = e^{2x} \Rightarrow y' = 2e^{2x}$$

$$y = e^{x^3+3} \Rightarrow y' = 3x^2 e^{x^3+3} \geq 0, \forall x$$

Như vậy có 2 hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài toán 10.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 3x - 7}$ .

- A.  $(1; 4)$  B.  $(-2; 1)$  C.  $(3; +\infty)$  D.  $(4; 7)$

**Lời giải**

Điều kiện xác định  $x \geq 3$ .

$$\text{Ta có } y' = \frac{3x^2 - 6x + 3}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 3x - 7}} = \frac{3(x-1)^2}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 3x - 7}} \geq 0, \forall x \geq 3. \text{ Khoảng đồng biến là } (3; +\infty).$$

**Bài toán 11.** Hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-x+1}}$  có khoảng đồng biến là

- A.  $(-\infty; -2)$ . B.  $(-\infty; 1)$ . C.  $(-\infty; -2]$ . D.  $(-\infty; \infty)$ .

**Lời giải**

$$y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-x+1}} \Rightarrow y' = \frac{\sqrt{x^2-x+1} - \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}} \cdot (x+1)}{x^2-x+1} = \frac{-3x+3}{2(x^2-x+1)\sqrt{x^2-x+1}}.$$

$y' \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$ . Khoảng đồng biến của hàm số là  $(-\infty; 1)$ .

**Bài toán 12.** Hàm số  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$  có khoảng đồng biến là

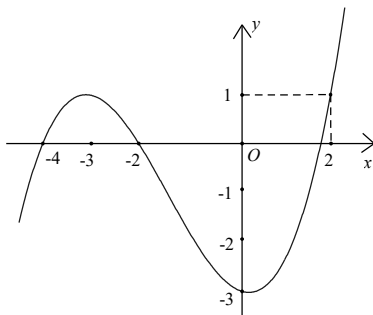
- A.  $(-\infty; -2)$ . B.  $(-\infty; 1)$ . C.  $(-\infty; -2]$ . D.  $(-\infty; \infty)$ .

**Lời giải**

$\sqrt{x^2 + 1} + x > |x| + x > 0$  nên hàm số luôn xác định.

$$y' = \left(1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}\right) : (x + \sqrt{x^2 + 1}) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} > 0, \forall x. \text{ Khoảng đồng biến của hàm số là } (-\infty; \infty).$$

**Bài toán 13.** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên.



Hàm số  $y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(0; 2)$ . B.  $(-1; 1)$ . C.  $(1; +\infty)$ . D.  $(-2; 0)$ .

**Lời giải**

Hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, (a \neq 0); f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ .

Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  đi qua các điểm  $(-4; 0), (-2; 0), (0; -3), (2; 1)$  nên ta có:

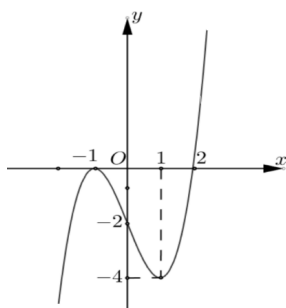
$$\begin{cases} -256a + 48b - 8c + d = 0 \\ -32a + 12b - 4c + d = 0 \\ d = -3 \\ 32a + 12b + 4c + d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{96} \\ b = \frac{7}{24} \\ c = -\frac{7}{24} \\ d = -3 \end{cases}$$

$$\text{Do đó hàm số } y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x; y' = 3(f'(x) + x^2 - 4x + 3) = 3\left(\frac{5}{24}x^3 + \frac{15}{8}x^2 - \frac{55}{12}x + 3\right)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -11 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Hàm số đồng biến trên các khoảng } (-11; 0) \text{ và } (2; +\infty).$$

**Bài toán 14.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ.

Xét hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?



A. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(0;2)$ .

B. Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(2;+\infty)$ .

C. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-1;0)$ .

D. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty;-2)$ .

**Lời giải**

Ta có  $g'(x) = (x^2 - 2)' \cdot f'(x^2 - 2) = 2x \cdot f'(x^2 - 2)$ .

$$\text{Hàm số nghịch biến khi } g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \cdot f'(x^2 - 2) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2 - 2) \geq 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2 - 2) \leq 0 \end{cases}$$

Từ đồ thị hình của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ, ta thấy

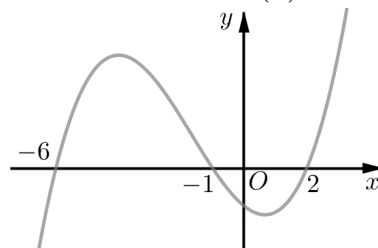
$$f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -2 \text{ và } f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2.$$

$$+ \text{ Với } \begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2 - 2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 - 2 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 2 \text{ hoặc } x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -2.$$

$$+ \text{ Với } \begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2 - 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2.$$

Như vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng  $(-\infty;-2)$ ,  $(0;2)$ ; suy ra hàm số đồng biến trên  $(-2;0)$  và  $(2;+\infty)$ . Do  $(-1;0) \subset (-2;0)$  nên hàm số đồng biến trên  $(-1;0)$ . Vậy C sai.

**Bài toán 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết rằng hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số  $y = f(3 - x^2)$  đồng biến trên khoảng

A.  $(0;1)$ .

B.  $(-1;0)$ .

C.  $(2;3)$ .

D.  $(-2;-1)$ .

**Lời giải**

Cách 1:

Đặt  $y = g(x) = f(3 - x^2)$ . Ta có:  $g'(x) = -2x \cdot f'(3 - x^2)$ .

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x \cdot f'(3 - x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(3 - x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3 - x^2 = -6 \\ 3 - x^2 = -1 \\ 3 - x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu của  $g'(x)$ :

| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $+\infty$ |     |     |     |
|---------|-----------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $g'(x)$ |           | $-$  | $0$  | $+$  | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Suy ra hàm số  $y = f(3 - x^2)$  đồng biến trên mỗi khoảng:  $(-3;-2)$ ,  $(-1;0)$ ,  $(1;2)$ ,  $(3;+\infty)$ .

Vậy hàm số  $y = f(3 - x^2)$  đồng biến trên khoảng  $(-1;0)$ .

**Bài toán 16.** Cho hàm số  $f'(x)$  có bảng xét dấu như sau:

|         |           |      |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ |

Hàm số  $y = f(x^2 + 2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 1)$ . B.  $(-4; -3)$ . C.  $(0; 1)$ . D.  $(-2; -1)$ .

**Lời giải**

Ta có: Đặt:  $y = g(x) = f(x^2 + 2x)$ ;  $g'(x) = [f(x^2 + 2x)]' = (2x + 2) \cdot f'(x^2 + 2x)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x + 2) \cdot f'(x^2 + 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 = 0 \\ f'(x^2 + 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x = -2(VN) \\ x^2 + 2x = 1 \\ x^2 + 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{2} \\ x = -1 + \sqrt{2} \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

(Trong đó:  $x = -1 - \sqrt{2}$ ;  $x = -1 + \sqrt{2}$  là các nghiệm bội chẵn của PT:  $x^2 + 2x = 1$ )

+ Ta có bảng biến thiên

|         |           |      |               |      |               |     |           |   |
|---------|-----------|------|---------------|------|---------------|-----|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $-1-\sqrt{2}$ | $-1$ | $-1+\sqrt{2}$ | $1$ | $+\infty$ |   |
| $g'(x)$ |           | +    | 0             | -    | 0             | +   | 0         | - |
| $g(x)$  |           |      |               |      |               |     |           |   |

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số  $y = f(x^2 + 2x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .

**Bài toán 17.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|      |           |      |     |           |   |   |
|------|-----------|------|-----|-----------|---|---|
| $x$  | $-\infty$ | $-5$ | $2$ | $+\infty$ |   |   |
| $y'$ |           | +    | 0   | -         | 0 | + |

Hàm số  $g(x) = f(3 - 2^x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A.  $(3; +\infty)$ . B.  $(-\infty; -5)$ . C.  $(1; 2)$ . D.  $(2; 7)$ .

**Lời giải**

Ta có  $g'(x) = -2^x \ln 2 \cdot f'(3 - 2^x)$ . Để  $g(x) = f(3 - 2^x)$  đồng biến thì

$$g'(x) = -2^x \ln 2 \cdot f'(3 - 2^x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2^x) \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq 3 - 2^x \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3.$$

Vậy hàm số đồng biến trên  $(1; 2)$ .

**Bài toán 18.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |     |     |     |     |           |   |   |   |   |
|---------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----------|---|---|---|---|
| $x$     | $-\infty$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ | $+\infty$ |   |   |   |   |
| $f'(x)$ |           | -   | 0   | +   | 0   | +         | 0 | - | 0 | + |

Hàm số  $y = 2f(1 - x) + \sqrt{x^2 + 1} - x$  nghịch biến trên những khoảng nào dưới đây

- A.  $(-\infty; -2)$ . B.  $(-\infty; 1)$ . C.  $(-2; 0)$ . D.  $(-3; -2)$ .

**Lời giải.**

$$y' = -2f'(1 - x) + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1. \text{ Có } \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1 < 0, \forall x \in (-2; 0).$$

Bảng xét dấu:

|           |           |      |      |      |     |           |   |   |
|-----------|-----------|------|------|------|-----|-----------|---|---|
| $x$       | $-\infty$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $+\infty$ |   |   |
| $f'(1-x)$ |           | +    | 0    | -    | 0   | +         | 0 | - |

$$\Rightarrow -2f'(1 - x) < 0, \forall x \in (-2; 0) \Rightarrow -2f'(1 - x) + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1 < 0, \forall x \in (-2; 0).$$

**PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN KHẢO SÁT HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ**  
**CÁC BÀI TOÁN TÍNH ĐƠN ĐIỀU CHỨA THAM SỐ**

**Bài toán 1.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

- A. 5.                                      B. 4.                                      C. 3.                                      D. 2.

**Lời giải**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$ . Đạo hàm  $f'(x) = \frac{-m^2+4}{(x-m)^2}$ .

Hàm số đồng biến trên  $(0; +\infty)$  khi và chỉ khi

$$f'(x) > 0 \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4 > 0 \\ m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0.$$

Do  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1; 0\}$ . Vậy có hai giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn đề bài.

**Bài toán 2.** Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + (5-m)x$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$  là

- A.  $(-\infty; 2)$ .                                      B.  $(-\infty; 5)$ .                                      C.  $(-\infty; 5]$ .                                      D.  $(-\infty; 2]$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x + 5 - m$ . Hàm số đã cho đồng biến trên  $(2; +\infty)$  khi và chỉ khi  $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 5 - m \geq 0, \forall x > 2 \Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 5, \forall x > 2.$$

Xét hàm số  $f(x) = 3x^2 - 6x + 5$  trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

$$\text{Có } f'(x) = 6x - 6, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (loại)}.$$

Bảng biến thiên

|         |   |           |
|---------|---|-----------|
| $x$     | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + |           |
| $f(x)$  | 5 | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta có  $m \leq 3x^2 - 6x + 5, \forall x > 2 \Leftrightarrow m \leq 5$ . Vậy  $m \in (-\infty; 5]$ .

**Bài toán 3.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+18}{x+4m}$  nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ ?

- A. Vô số.                                      B. 0.                                      C. 3.                                      D. 5.

**Lời giải**

Điều kiện  $x \neq -4m$ . Ta có  $y = \frac{x+18}{x+4m} \Rightarrow y' = \frac{4m-18}{(x+4m)^2}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \\ -4m \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m-18 < 0 \\ -4m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < \frac{9}{2}.$$

Vì  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$ . Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+18}{x+4m}$  nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

**Bài toán 4.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$  đồng biến trên

khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

A.  $[-2; 2]$ .

B.  $(-\infty; 2)$ .

C.  $(-\infty; -2]$ .

D.  $[2; +\infty)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $y' = x^2 + 2mx + 4$ .

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  khi và chỉ khi  $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$ .

$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$ .

**Bài toán 5.** Có bao nhiêu số nguyên  $m \in (-20; 20)$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2 + 4m)x + 5$  nghịch biến trên khoảng  $(3; 8)$ .

A. 24

B. 31

C. 29

D. 16

**Lời giải**

$y' = x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 4m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq x \leq m+4$ .

|         |           |     |       |           |   |
|---------|-----------|-----|-------|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | $m$ | $m+4$ | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | +         | 0   | -     | 0         | + |

Ta cần có  $\begin{cases} 8 \leq m \\ m+4 \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 8 \\ m \leq -1 \end{cases}$ . Ta thu được 31 giá trị nguyên  $m$ .

Cho hàm số

**Bài toán 6.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số sau đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

$$f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x$$

Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc  $S$  bằng

A.  $\frac{5}{2}$ .

B. -2.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $f'(x) = m^2x^4 - mx^2 + 20x - (m^2 - m - 20) = m^2(x^4 - 1) - m(x^2 - 1) + 20(x+1)$

$= m^2(x-1)(x+1)(x^2+1) - m(x-1)(x+1) + 20(x+1)$

$= (x+1)[m^2(x-1)(x^2+1) - m(x-1) + 20]$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ m^2(x-1)(x^2+1) - m(x-1) + 20 = 0 (*) \end{cases}$

Ta có  $f'(x) = 0$  có một nghiệm đơn là  $x = -1$ , do đó nếu (\*) không nhận  $x = -1$  là nghiệm thì  $f'(x)$  đổi dấu qua  $x = -1$ . Do đó để  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  thì  $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$  hay (\*) nhận  $x = -1$  làm nghiệm (bậc lẻ).

Suy ra  $m^2(-1-1)(1+1) - m(-1-1) + 20 = 0 \Leftrightarrow -4m^2 + 2m + 20 = 0$ .

Tổng các giá trị của  $m$  là  $\frac{1}{2}$ .

**Bài toán 7.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để hàm số  $y = \frac{\cos x - 3}{\cos x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

A.  $\begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -1 \end{cases}$ .

C.  $m \leq 3$ .

D.  $m < 3$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $\cos x \neq m$ . Ta có:  $y' = \frac{(-m+3)}{(\cos x - m)^2} \cdot (-\sin x) = \frac{(m-3)}{(\cos x - m)^2} \cdot \sin x$

Vì  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \sin x > 0, (\cos x - m)^2 > 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right): \cos x \neq m$ .

Để hàm số nghịch biến trên khoảng

$$\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Leftrightarrow y' < 0 \quad \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ \cos x \neq m \quad \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ m \notin (-1; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \leq -1 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}.$$

Chú ý : Tập giá trị của hàm số  $y = \cos x, \forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  là  $(-1; 0)$ .

**Bài toán 8.** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 + mx - \frac{3}{2x}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

**Lời giải**

Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$ .  $y' = x^3 + m + \frac{3}{2x^2}$ .

Ta có: hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  khi và chỉ khi  $y' \geq 0$  với  $\forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow x^3 + m + \frac{3}{2x^2} \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow x^3 + \frac{3}{2x^2} \geq -m, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow -m \leq \min_{(0; +\infty)} f(x), \text{ với } f(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2} (1).$$

Cách 1:

$$\text{Theo bất đẳng thức Cauchy ta có } f(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2} = \frac{x^3}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{2x^2} \geq 5\sqrt[5]{\frac{1}{2^5}} = \frac{5}{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $x = 1$ . Do đó  $\min_{(0; +\infty)} f(x) = \frac{5}{2} (2)$ .

Từ (1) và (2) ta có  $-m \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{2}$ . Do  $m$  nguyên âm nên  $m = -1$  hoặc  $m = -2$ .

Vậy có hai giá trị nguyên âm của tham số  $m$  thỏa mãn điều kiện bài ra.

Cách 2:

Xét hàm số  $f(x) = x^3 + \frac{3}{2x^2}, \forall x \in (0; +\infty)$ .

Ta có  $f'(x) = 3x^2 - \frac{3}{x^3}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

Bảng biến thiên

|         |   |               |           |
|---------|---|---------------|-----------|
| $x$     | 0 | 2             | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |   | 0             | +         |
| $f(x)$  |   | $\frac{5}{2}$ |           |

Từ bảng biến thiên ta có  $-m \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{2}$ . Do  $m$  nguyên âm nên  $m = -1$  hoặc  $m = -2$ .

Vậy có hai giá trị nguyên âm của tham số  $m$  thỏa mãn điều kiện bài ra.

**Bài toán 9.** Cho hàm số  $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; e)$ . Tìm số phần tử của  $S$ .

A. 3

B. 2

C. 1

D. 4

**Lời giải**

$$y = f(x) = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$$

Đặt  $t = \ln x$ , điều kiện  $t \in (0; 1)$  ta có  $g(t) = \frac{t-4}{t-2m}; g'(t) = \frac{-2m+4}{(t-2m)^2}$

Để hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(1; e)$  thì hàm số  $g(t)$  đồng biến trên  $(0; 1) \Leftrightarrow g'(t) > 0, t \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow \frac{-2m+4}{(t-2m)^2} > 0, t \in (0; 1)$$

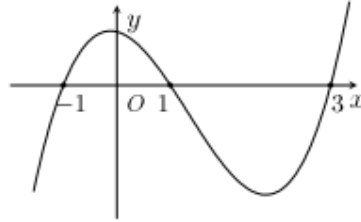
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m+4 > 0 \\ 2m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < m < 2 \\ m < 0 \end{cases}$$

$S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương  $\Rightarrow S = \{1\}$ .

Vậy số phần tử của tập  $S$  là 1.

**Bài toán 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ.

Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên  $m \in [-5; 5]$  để hàm số  $g(x) = f(x+m)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ . Hỏi  $S$  có bao nhiêu phần tử?



A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 5.

**Lời giải**

Ta có  $g'(x) = f'(x+m)$ . Vì  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên  $g'(x) = f'(x+m)$  cũng liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Căn cứ vào đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  ta thấy

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x+m) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+m < -1 \\ 1 < x+m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1-m \\ 1-m < x < 3-m \end{cases}.$$

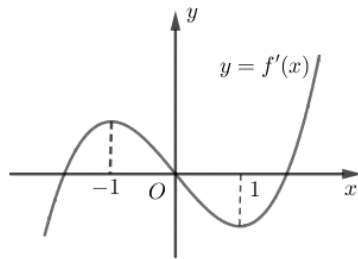
Hàm số  $g(x) = f(x+m)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq -1-m \\ 3-m \geq 2 \\ 1-m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ 0 \leq m \leq 1 \end{cases}.$$

Mà  $m$  là số nguyên thuộc đoạn  $[-5; 5]$  nên ta có  $S = \{-5; -4; -3; 0; 1\}$ .

Vậy  $S$  có 5 phần tử.

**Bài toán 11.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = 1$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương  $a$  để hàm số  $y = |4f(\sin x) + \cos 2x - a|$  nghịch biến trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ?



A. 2.

B. 3.

C. Vô số.

D. 5.

**Lời giải**

$$\text{Đặt } g(x) = |4f(\sin x) + \cos 2x - a| \Rightarrow g(x) = \sqrt{[4f(\sin x) + \cos 2x - a]^2}.$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{[4 \cos x \cdot f'(\sin x) - 2 \sin 2x][4f(\sin x) + \cos 2x - a]}{\sqrt{[4f(\sin x) + \cos 2x - a]^2}}.$$

$$\text{Ta có } 4 \cos x \cdot f'(\sin x) - 2 \sin 2x = 4 \cos x [f'(\sin x) - \sin x].$$

$$\text{Với } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \text{ thì } \cos x > 0, \sin x \in (0; 1) \Rightarrow f'(\sin x) - \sin x < 0.$$



Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  khi  $4f(\sin x) + \cos 2x - a \geq 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow 4f(\sin x) + 1 - 2\sin^2 x \geq a, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

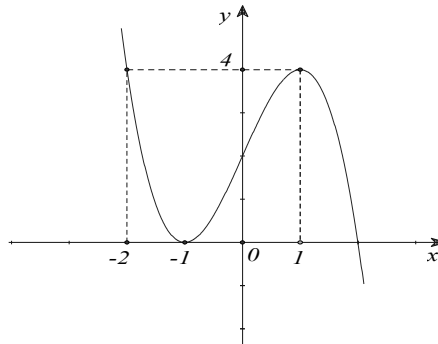
Đặt  $t = \sin x$  được  $4f(t) + 1 - 2t^2 \geq a, \forall t \in (0; 1)$  (\*).

$$\text{Xét } h(t) = 4f(t) + 1 - 2t^2 \Rightarrow h'(t) = 4f'(t) - 4t = 4[f'(t) - 1].$$

Với  $t \in (0; 1)$  thì  $h'(t) < 0 \Rightarrow h(t)$  nghịch biến trên  $(0; 1)$ .

Do đó (\*)  $\Leftrightarrow a \leq h(1) = 4f(1) + 1 - 2 \cdot 1^2 = 3$ . Vậy có 3 giá trị nguyên dương của  $a$  thỏa mãn.

**Bài toán 12**. Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m \in (-2020; 2020)$  để hàm số  $g(x) = f(2x-3) - \ln(1+x^2) - 2mx$  đồng biến trên  $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ ?



A. 2020.

B. 2019.

C. 2021.

D. 2018.

**Lời giải**

$$+ \text{Ta có } g'(x) = 2f'(2x-3) - \frac{2x}{1+x^2} - 2m.$$

Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$  khi và chỉ khi

$$g'(x) \geq 0, \forall x \in \left(-1; 2\right) \Leftrightarrow m \leq f'(2x-3) - \frac{x}{1+x^2}, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \Leftrightarrow m \leq \min_{x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)} \left[ f'(2x-3) - \frac{x}{1+x^2} \right] \quad (1)$$

$$+ \text{Đặt } t = 2x-3, \text{ khi đó } x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \Leftrightarrow t \in (-2; 1).$$

Từ đồ thị hàm  $f'(x)$  suy ra  $f'(t) \geq 0, \forall t \in (-2; 1)$  và  $f'(t) = 0$  khi  $t = -1$ .

$$\text{Tức là } f'(2x-3) \geq 0, \forall x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right) \Rightarrow \min_{x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)} f'(2x-3) = 0 \text{ khi } x = 1. \quad (2)$$

$$+ \text{Xét hàm số } h(x) = -\frac{x}{1+x^2} \text{ trên khoảng } \left(\frac{1}{2}; 2\right). \text{ Ta có } h'(x) = \frac{x^2-1}{(1+x^2)^2} \text{ và}$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên của hàm số  $h(x)$  trên  $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$  như sau:

|         |               |   |   |
|---------|---------------|---|---|
| $x$     | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 |
| $h'(x)$ | -             | 0 | + |
| $h(x)$  |               |   |   |

$\swarrow$   $-\frac{1}{2}$   $\nearrow$

$$\text{Từ bảng biến thiên suy ra } h(x) \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow \min_{x \in \left(\frac{1}{2}; 2\right)} h(x) = -\frac{1}{2} \text{ khi } x = 1. \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra  $m \leq -\frac{1}{2}$ .

Kết hợp với  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $m \in (-2020; 2020)$  thì  $m \in \{-2019; -2018; \dots; -2; -1\}$ .

Vậy có tất cả 2019 giá trị  $m$  cần tìm.

**Bài toán 13.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-6x+m)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

Có bao nhiêu số nguyên  $m$  thuộc đoạn  $[-2020; 2020]$  để hàm số  $g(x) = f(1-x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ ?

A. 2016.

B. 2014.

C. 2012.

D. 2010.

**Lời giải**

Ta có:  $g'(x) = f'(1-x) = -(1-x)^2(-x-1)[(1-x)^2-6(1-x)+m] = (x-1)^2(x+1)(x^2+4x+m-5)$

Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$

$\Leftrightarrow g'(x) \leq 0, \forall x < -1$  (\*), (dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm).

Với  $x < -1$  thì  $(x-1)^2 > 0$  và  $x+1 < 0$  nên (\*)  $\Leftrightarrow x^2+4x+m-5 \geq 0, \forall x < -1$

$\Leftrightarrow m \geq -x^2-4x+5, \forall x < -1$ .

Xét hàm số  $y = -x^2-4x+5$  trên khoảng  $(-\infty; -1)$ , ta có bảng biến thiên:

|     |           |      |      |
|-----|-----------|------|------|
| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ |
| $y$ | $-\infty$ | 9    | 8    |

Từ bảng biến thiên suy ra  $m \geq 9$ .

Kết hợp với  $m$  thuộc đoạn  $[-2020; 2020]$  và  $m$  nguyên nên  $m \in \{9; 10; 11; \dots; 2020\}$ .

Vậy có 2012 số nguyên  $m$  thỏa mãn đề bài.

**Bài toán 14.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$  luôn đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?

A. 18.

B. 19.

C. 21.

D. 20.

**Lời giải**

Xét  $f(x) = x^3 - mx^2 + 12x + 2m$ . Ta có  $f'(x) = 3x^2 - 2mx + 12$  và  $f(1) = 13 + m$ .

Để hàm số  $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$  thì có hai trường hợp sau

Trường hợp 1: Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $(1; +\infty)$  và  $f(1) \leq 0$ .

Điều này không xảy ra vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - mx^2 + 12x + 2m) = +\infty$ .

Trường hợp 2: Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(1; +\infty)$  và  $f(1) \geq 0$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2mx + 12 \geq 0, \forall x > 1 \\ 13 + m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}, \forall x > 1 \\ m \geq -13 \end{cases} (*)$$

Xét  $g(x) = \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$ :  $g'(x) = \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2}$ ;  $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} - \frac{6}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 2$ .

Bảng biến thiên:

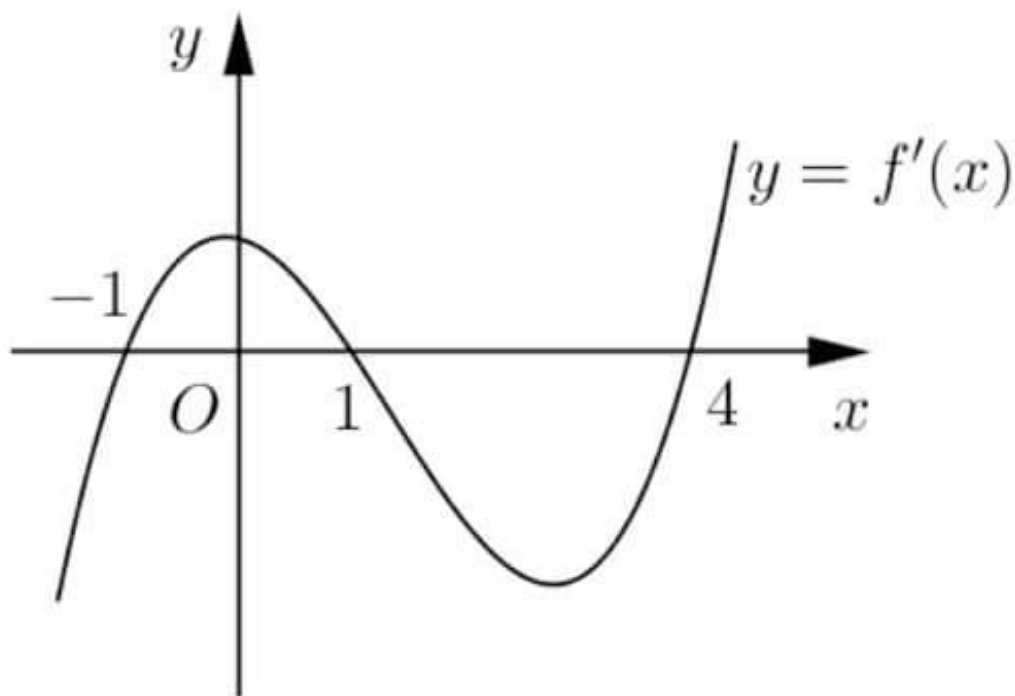
|         |                |   |           |
|---------|----------------|---|-----------|
| $x$     | 1              | 2 | $+\infty$ |
| $g'(x)$ | -              | 0 | +         |
| $g(x)$  | $\frac{15}{2}$ | 6 | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra  $m \leq \frac{3}{2}x + \frac{6}{x}, \forall x > 1 \Leftrightarrow m \leq 6$ .

Kết hợp (\*) suy ra  $-13 \leq m \leq 6$ . Vì  $m$  nguyên nên  $m \in \{-13; -12; -11; \dots; 5; 6\}$ . Vậy có 20 giá trị nguyên của  $m$ .

## TÀI LIỆU THAM KHẢO TOÁN HỌC PHỔ THÔNG

---



---

### LUYỆN KỸ NĂNG TOÁN 12 THPT BÀI GIẢNG TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ (KẾT HỢP 3 BỘ SÁCH GIÁO KHOA)

**THÂN TẶNG TOÀN THỂ QUÝ THẦY CÔ VÀ CÁC EM HỌC SINH TRÊN TOÀN QUỐC**

CREATED BY GIANG SƠN (FACEBOOK)  
GACMA1431988@GMAIL.COM (GMAIL); TEL 0398021920

THÀNH PHỐ THÁI BÌNH – THÁNG 7/2024

## **LUYỆN KỸ NĂNG TOÁN 12 THPT**

### **TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ**

---

| <b>DUNG LƯỢNG</b>         | <b>NỘI DUNG</b>                          |
|---------------------------|------------------------------------------|
| <b>3 FILE<br/>2 trang</b> | <b>CƠ BẢN TÍNH ĐƠN ĐIỆU HÀM SỐ</b>       |
| <b>3 FILE<br/>2 trang</b> | <b>VẬN DỤNG TÍNH ĐƠN ĐIỆU HÀM SỐ</b>     |
| <b>3 FILE<br/>2 trang</b> | <b>VẬN DỤNG CAO TÍNH ĐƠN ĐIỆU HÀM SỐ</b> |

**KHẢO HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ (ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN)**  
**LỚP BÀI TOÁN CƠ BẢN\_PHẦN 1**

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |     |      |     |     |      |     |     |           |
|---------|-----------|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $0$ |      | $1$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$ | $0$  | $+$ | $0$ | $-$  | $0$ | $+$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |     |      |     | $4$ |      |     |     | $+\infty$ |
|         |           |     | $-1$ |     |     | $-1$ |     |     |           |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .      B.  $(0; 1)$ .      C.  $(-1; 1)$ .      D.  $(-1; 0)$

**Câu 2.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .      B.  $y = x^2 + 2x$ .      C.  $y = x^3 - x^2 + x$ .      D.  $y = x^4 - 3x^2 + 2$ .

**Câu 3.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$

- A.  $y = -x^3 - x$ .      B.  $y = -x^4 - x^2$ .      C.  $y = -x^3 + x$ .      D.  $y = \frac{x+2}{x-1}$ .

**Câu 4.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = x^4 - x^2$ .      B.  $y = x^3 - x$ .      C.  $y = \frac{x-1}{x+2}$ .      D.  $y = x^3 + x$ .

**Câu 5.** Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = \left(\frac{2015}{2016}\right)^x$       B.  $y = \left(\frac{3}{\sqrt{2016} - \sqrt{2}}\right)^x$       C.  $y = (0,1)^{2x}$       D.  $y = (2016)^{2x}$

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x + 1$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; +\infty)$ .      B.  $(1; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; -1)$ .      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 7.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  ?

- A.  $y = \frac{x-1}{x-2}$       B.  $y = x^3 + x$       C.  $y = -x^3 - 3x$       D.  $y = \frac{x+1}{x+3}$

**Câu 8.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  ?

- A.  $y = x^4 + 3x^2$ .      B.  $y = \frac{x-2}{x+1}$ .      C.  $y = 3x^3 + 3x - 2$ .      D.  $y = 2x^3 - 5x + 1$ .

**Câu 9.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$       B.  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$       C.  $y = (\sqrt{3})^x$       D.  $y = (0,5)^x$

**Câu 10.** Hỏi hàm số  $y = 2x^4 + 1$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(-\infty; 0)$ .      B.  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có bảng đạo hàm  $f'(x)$  thỏa mãn:

|         |           |     |      |     |     |     |     |     |           |
|---------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $-1$ |     | $0$ |     | $1$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$ | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |           |

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- A.  $(-1; 3)$ .      B.  $(-1; 1)$ .      C.  $(-2; -1)$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$       B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$

D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = x^4 - 2x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$

D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = \sqrt{2x^2 + 1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + 2019$

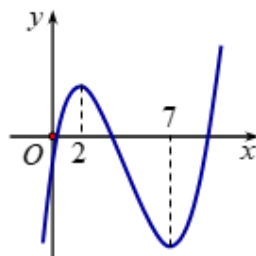
A. Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .

C. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(-\infty; 1)$  và nghịch biến trên  $(1; +\infty)$ .

D. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(1; +\infty)$  và nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 16.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ .

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(6; +\infty)$ .

C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$ .

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(3; 6)$ .

**Câu 17.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  ?

A.  $y = x^3 - 3x + 2$ .

B.  $y = x^4 + 2x^2 + 2$ .

C.  $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ .

D.  $y = -x^3 - 2x^2 + 5x - 2$ .

**Câu 18.** Hàm số  $y = \sqrt{2018x - x^2}$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A.  $(1010; 2018)$ .

B.  $(2018; +\infty)$ .

C.  $(0; 1009)$ .

D.  $(1; 2018)$ .

**Câu 19.** Hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$  đồng biến trên tập hợp nào trong các tập hợp được cho dưới đây?

A.  $(2; +\infty)$ .

B.  $(0; 2)$ .

C.  $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ .

D.  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 20.** Cho hàm  $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

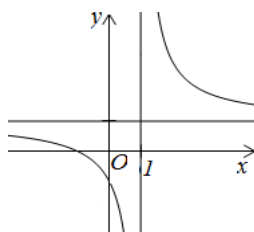
A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(5; +\infty)$ .

B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .

C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$ .

**Câu 21.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $a, b, c, d$  là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A.  $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

B.  $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

C.  $y' > 0, \forall x \neq 1$

D.  $y' < 0, \forall x \neq 1$

**KHẢO HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ (ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN)**  
**LỚP BÀI TOÁN CƠ BẢN\_PHẦN 2**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-2)^3$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; 3)$ . B.  $(-1; 0)$ . C.  $(0; 1)$ . D.  $(-2; 0)$ .

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ . B.  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$  C.  $y = e^x$  D.  $y = x^2 - 2$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|      |           |   |   |   |   |   |           |
|------|-----------|---|---|---|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 1 |   | 2 |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | + | 0 | - |   | + |           |

Hỏi mệnh đề nào sai ?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .  
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .  
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .  
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(0; 3)$ .

**Câu 4.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = x^4 - 3x^2 + 5$ . B.  $y = x^3 + x$ . C.  $y = \frac{x-10}{x+2}$ . D.  $y = x^3 - x$ .

**Câu 5.** Hàm số  $y = x^3 - 3x + m$  nghịch biến trên khoảng nào?

- A.  $(-\infty; -1)$ . B.  $(-\infty; +\infty)$ . C.  $(-1; 1)$ . D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 6.** Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $\log_3 x^2$  B.  $y = \log(x^3)$  C.  $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$  D.  $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = \sqrt{x^2 - 8x + 7} + 4$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(\sqrt{17}; +\infty)$ . B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$   
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ . D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |   |   |           |
|---------|-----------|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 1 | 3 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0 | - | +         |

Khoảng nghịch biến của hàm số  $y = f(x)$  là

- A.  $(-\infty; 3)$ . B.  $(1; +\infty)$ . C.  $(1; 3)$ . D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 9.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ . B.  $y = \sin x + 2x$  C.  $y = e^x - 6x$  D.  $y = x^2 - 2$

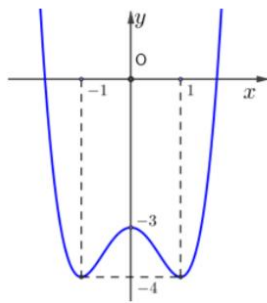
**Câu 10.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ , kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số là đúng nhất:

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$  và nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 0); (2; +\infty)$ ;  
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$ ;  
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$  và đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0); (2; +\infty)$ ;  
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .

**Câu 11.** Tìm hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $f(x) = 3^x$ . B.  $f(x) = 3^{-x}$ . C.  $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$ . D.  $f(x) = \frac{3}{3^x}$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào

- A.  $(0; 3)$ . B.  $(-3; +\infty)$ . C.  $(-\infty; 2)$ . D.  $(1; 3)$ .

**Câu 13.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = \frac{x+1}{x-6}$  B.  $y = \cos x + 5x + 3$  C.  $y = e^x - 6x$  D.  $y = x^2 - 2x$

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ . B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .  
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ . D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A.  $f(-1) \geq f(1)$ . B.  $f(-1) = f(1)$ . C.  $f(-1) > f(1)$ . D.  $f(-1) < f(1)$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $-$ | $0$ | $-$       |

Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; 0)$ . B. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(1; 3)$ .  
C. Hàm số đồng biến trên  $(-1; 1)$ . D. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

**Câu 17.** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .  
B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và khoảng  $(1; +\infty)$ .  
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .  
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên tập  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = -2f(x)$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(0; 2)$ . B.  $(2; +\infty)$ . C.  $(-\infty; -2)$ . D.  $(-2; 0)$ .

**Câu 19.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

- A.  $y = \log_{\sqrt{3}} x$ . B.  $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$ . C.  $y = \log_{\frac{e}{3}} x$ . D.  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = x^2 - 5x + 4$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$ .  
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(2; 3)$ .  
C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .  
D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(1; 4)$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(x-3), \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 3)$ . B.  $(3; +\infty)$ . C.  $(-\infty; 2)$ . D.  $(1; 3)$ .



**KHẢO HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ (ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN)**  
**LỚP BÀI TOÁN CƠ BẢN\_PHẦN 3**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?

|      |           |      |     |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $-$ | $0$       | $+$ |

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 2)$ .  
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; -1)$ .  
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .  
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; 3)$ .

**Câu 2.** Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số  $y = \log_2 x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
 B. Hàm số  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  nghịch biến trên tập xác định của nó.  
 C. Hàm số  $y = 2^x$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
 D. Hàm số  $y = x^{\sqrt{2}}$  có tập xác định là  $(0; +\infty)$ .

**Câu 3.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định?

- A.  $y = x^4 - x^2$ .  
 B.  $y = -x^3 + 3x^2$ .  
 C.  $y = 2x - \sin x$ .  
 D.  $y = \frac{x-1}{x-2}$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \sqrt{3x - x^2}$ . Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ .  
 B.  $(0; 3)$ .  
 C.  $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$ .  
 D.  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 5.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \log_{\sqrt{3}} x$   
 B.  $y = \log_2 (\sqrt{x} + 1)$   
 C.  $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$   
 D.  $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f'(x) = (x+2)(x+1)(x^2-1)$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào

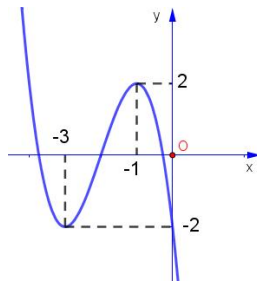
- A.  $(-1; 1)$ .  
 B.  $(0; +\infty)$ .  
 C.  $(-\infty; -2)$ .  
 D.  $(-2; -1)$ .

**Câu 7.** Cho các hàm số  $y = \cos x + 5x + 3$ ;  $y = \sin 2x + 3x + m$ ;  $y = x^3 - 2x^2 + 5x + 6$ .

Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A. 3  
 B. 4  
 C. 1  
 D. 2

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.  $(-\infty; -3)$ .  
 B.  $(-3; -1)$ .  
 C.  $(-2; 2)$ .  
 D.  $(-2; 1)$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(0; 3)$  có tính chất  $f'(x) \geq 0, \forall x \in (0; 3)$  và  $f'(x) = 0, \forall x \in (1; 2)$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$ .  
 B. Hàm số  $f(x)$  không đổi trên khoảng  $(1; 2)$ .  
 C. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(1; 3)$ .  
 D. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 3)$ .

**Câu 10.** Cho các hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$ ;  $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ ;  $y = e^x$ ;  $y = \sin x + \sqrt{3}x$ .

Số lượng hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là

- A. 3                                      B. 2                                      C. 1                                      D. 4

**Câu 11.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$                                       B.  $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$                                       C.  $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$                                       D.  $y = \log_{\frac{2}{3}} x$

**Câu 12.** Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \sin x - x$ .                                      B.  $y = -x^3 + 3x^2$ .                                      C.  $y = \frac{2x+3}{x+1}$ .                                      D.  $y = x^4 - 3x^2 - 1$ .

**Câu 13.** Hàm số  $y = \frac{5-2x}{x+3} + 2024$  nghịch biến trên

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ .                                      B.  $\mathbb{R}$ .                                      C.  $(-\infty; -3)$ .                                      D.  $(3; +\infty)$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = 4f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|      |           |      |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-3$ | $0$ | $3$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $+$       |

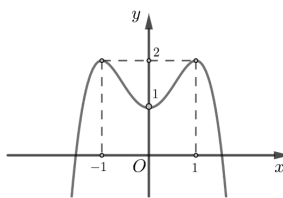
Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .                                      B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 3)$ .  
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -3)$ .                                      D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-3; 0)$ .

**Câu 15.** Hàm số  $y = \log_3(x^2 - 2x)$  nghịch biến trên khoảng nào?

- A.  $(2; +\infty)$ .                                      B.  $(-\infty; 0)$ .                                      C.  $(1; +\infty)$ .                                      D.  $(0; 1)$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



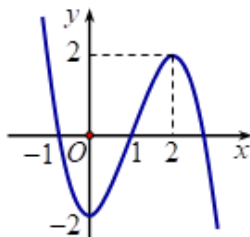
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 1)$ .                                      B.  $(-\infty; 0)$ .                                      C.  $(1; +\infty)$ .                                      D.  $(-1; 0)$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x) = \ln x - x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .  
B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .  
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .  
D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(2; +\infty)$ .                                      B.  $(-2; 2)$ .                                      C.  $(-\infty; 0)$ .                                      D.  $(0; 2)$ .

**Câu 19.** Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ .                                      B.  $y = \log x$ .                                      C.  $y = 2^x$ .                                      D.  $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ .

**KHẢO HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ (ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN)**  
**LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG\_PHẦN 1**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$ . Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; 1)$ . B.  $(-\infty; -1)$ . C.  $(1; 3)$ . D.  $(3; +\infty)$ .

**Câu 2.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \ln(1 + e^{2x}) + e$ .

- A.  $(-\infty; +\infty)$ . B.  $(-1; 0)$ . C.  $(-1; 1)$ . D.  $(0; 1)$ .

**Câu 3.** Hàm số  $y = \sqrt{2018x - x^2} + 2024$  nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(1010; 2018)$ . B.  $(2018; +\infty)$ . C.  $(0; 1009)$ . D.  $(1; 2018)$ .

**Câu 4.** Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m$  sao cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn:

|         |           |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $3$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$ | $+$       |

Hàm số  $y = 2024f(x) + \sqrt{2}$  đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

- A.  $(3; +\infty)$ . B.  $(-\infty; 0)$ . C.  $(-2; 2)$ . D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 6.** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 6x - 7}$  chứa bao nhiêu số nguyên nhỏ hơn 20

- A. 18 B. 5 C. 10 D. 12

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ , với  $m$  là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$

- A. 5 B. 4 C. 6 D. 7

**Câu 8.** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + (4 - m)x$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$  là

- A.  $(-\infty; 1]$  B.  $(-\infty; 4]$  C.  $(-\infty; 1)$  D.  $(-\infty; 4)$

**Câu 9.** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = e^{x^2+x}$  là

- A.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ . B.  $(-1; 0)$ . C.  $(-1; 1)$ . D.  $(-\infty; +\infty)$

**Câu 10.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = x^4 - x^2$ . B.  $y = x^3 - x$ . C.  $y = \frac{x-1}{x+2}$ . D.  $y = x^3 + x + 4m$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-4$ | $2$ | $8$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $+$       |

Hàm số  $y = 5f(x) + 6$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A.  $(-2; 4)$ . B.  $(-6; -4)$ . C.  $(-4; 8)$ . D.  $(0; 2)$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $-$       |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $2$  | $1$ | $2$ | $-\infty$ |

Hàm số  $\sqrt{2}f(x)+7$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1;+\infty)$ . B.  $(-1;0)$ . C.  $(-1;1)$ . D.  $(0;1)$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $y=\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{2}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0;+\infty)$   
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty;0)$   
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0;+\infty)$   
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$

**Câu 14.** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)=(x^2-1)(x^2+1)(x+2)^2$ . Khoảng đồng biến của hàm số đã cho là

- A.  $(1;+\infty)$ . B.  $(-1;0)$ . C.  $(-1;1)$ . D.  $(0;1)$ .

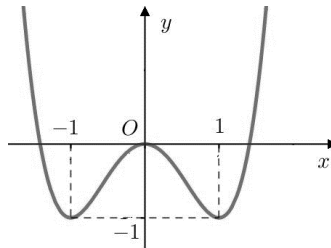
**Câu 15.** Cho hàm số  $y=\frac{x^3}{3}-x^2+x+3\sqrt{2}m$  với  $m$  là tham số thực. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $(-\infty;1)$ .  
 C. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(-\infty;1)$  và nghịch biến trên  $(1;+\infty)$ .  
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(1;+\infty)$  và nghịch biến trên  $(-\infty;1)$ .

**Câu 16.** Khoảng đồng biến của hàm số  $y=\log_3(x^2+x+1)$  là

- A.  $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$ . B.  $(-1;0)$ . C.  $(-1;1)$ . D.  $(0;1)$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số  $y=4f(x)+23$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-1;0)$ . B.  $(-\infty;-1)$ . C.  $(0;+\infty)$ . D.  $(0;1)$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $y=\frac{mx-2m-3}{x-m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. Vô số B. 3 C. 5 D. 4

**Câu 19.** Hàm số  $y=\sqrt{x^2+8}-x+7$  có khoảng đồng biến là

- A.  $(-\infty;+\infty)$  B.  $(-\infty;-1)$ . C.  $(0;+\infty)$ . D.  $(0;8)$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $y=\frac{mx+4m}{x+m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. 4 B. Vô số C. 3 D. 5

**Câu 21.** Khoảng đồng biến của hàm số  $y=\sin 2x+6x$  là

- A.  $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$  B.  $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{2\pi}{3}\right)$  C.  $(0;2)$  D.  $(-\infty;+\infty)$

**Câu 22.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $f(x)=\log_2(x^2+1)+2024$ .

- A.  $(-\infty;1]$  B.  $(-\infty;4]$  C.  $(-\infty;1)$  D.  $(0;+\infty)$

**KHẢO HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ (ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN)**  
**LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG\_PHẦN 2**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |      |     |      |           |
|------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$  | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$  | $-$       |
| $y$  | $+\infty$ | $-2$ | $3$ | $-2$ | $+\infty$ |

Hàm số  $y = (x^3 + 2x + 1)f(x)$  đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0;1)$                       B.  $(-\infty;0)$                       C.  $(1;+\infty)$                       D.  $(-1;0)$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0;+\infty)$ ?

- A. 5.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 2.

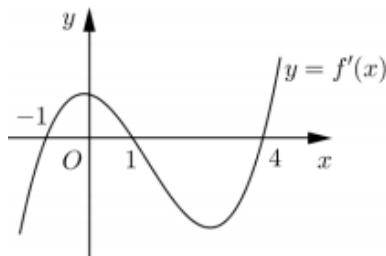
**Câu 3.** Khoảng nghịch biến của hàm số  $y = (2x^2 - 5x + 2)e^x$  là  $(a;b)$ . Tính  $a + b - 5ab$ .

- A. 6                      B. 8                      C. 7                      D. 4

**Câu 4.** Tìm điều kiện của tham số thực  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 3(m+1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m \geq 2$ .                      B.  $m < 2$ .                      C.  $m < 0$ .                      D.  $m \geq 0$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y = 3f(x)$  đồng biến trên khoảng



- A.  $(2;+\infty)$                       B.  $(-2;1)$                       C.  $(-\infty;-2)$                       D.  $(4;+\infty)$

**Câu 6.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \sqrt{e^{2x} - 4e^x + 5}$ .

- A.  $(-2;1)$                       B.  $(\ln 2;+\infty)$                       C.  $(\ln 2;5)$                       D.  $(1;\ln 2)$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 2024m - 1$ , kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số là đúng nhất:

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0;2)$  và nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty;0);(2;+\infty)$ ;  
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0;2)$ ;  
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0;2)$  và đồng biến trên các khoảng  $(-\infty;0);(2;+\infty)$ ;  
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty;0)$  và  $(2;+\infty)$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |      |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$ | $-$       |

Hàm số  $y = x^3 f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1;1)$ .                      B.  $(2;4)$ .                      C.  $(1;2)$ .                      D.  $(4;+\infty)$ .

**Câu 9.** Tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + (5-m)x$  đồng biến trên khoảng  $(2;+\infty)$  là

- A.  $(-\infty;2)$ .                      B.  $(-\infty;5)$ .                      C.  $(-\infty;5]$ .                      D.  $(-\infty;2]$ .

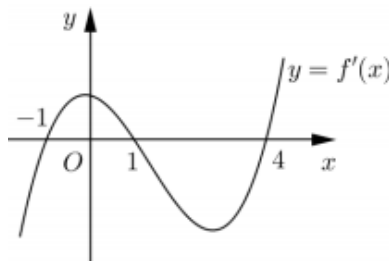
**Câu 10.** Hàm số  $y = e^x(x^2 + 2x - 3)$  có khoảng nghịch biến  $(a;b)$ . Giá trị  $a + b + ab$  bằng

- A. 2                      B. 1                      C. -3                      D. -3

**Câu 11.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+18}{x+4m}$  nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ ?

- A. Vô số. B. 0. C. 3. D. 5.

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y = f(2-x)$  đồng biến trên khoảng



- A.  $(2; +\infty)$  B.  $(-2; 1)$  C.  $(-\infty; -2)$  D.  $(1; 3)$

**Câu 13.** Cho các hàm số

$$f(x) = x^3 + 3x + 1; \quad g(x) = \sin x + 4x + 1; \quad h(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 6}; \quad k(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1.$$

Có bao nhiêu hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

**Câu 14.** Hai hàm số  $y = \sqrt{6x - x^2}$ ;  $y = \sqrt{-x^2 + 8x - 7}$  có khoảng đồng biến lần lượt là  $(a; b)$ ,  $(c; d)$ . Tính giá trị biểu thức  $a - c + b - d$ .

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

**Câu 15.** Cho các hàm số  $y = e^{x^2+1}$ ;  $y = e^{x^3-3x^2+3x+1}$ ;  $y = e^{2x}$ ;  $y = e^{x^3+3}$ . Số lượng hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

**Câu 16.** Tìm khoảng nghịch biến của hàm số  $y = f(x)$  biết rằng  $f'(x) = (x-1)(x-m^2-4)$ .

- A.  $(1; m^2 + 4)$  B.  $(4; 7)$   
C.  $(1; 4)$  D. Không xác định được

**Câu 17.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \sqrt{x^3 - 3x^2 + 3x - 7}$ .

- A.  $(1; 4)$  B.  $(-2; 1)$  C.  $(3; +\infty)$  D.  $(4; 7)$

**Câu 18.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1)x + 1$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A. Không có giá trị  $m$  thỏa mãn. B.  $m \neq 1$ .  
C.  $m = 1$ . D. Luôn thỏa mãn với mọi  $m$ .

**Câu 19.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \frac{1}{x^2 - 2x + 5}$ .

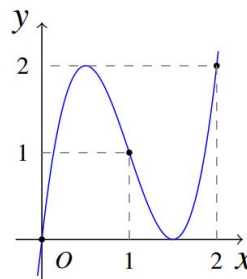
- A.  $(1; 4)$  B.  $(-2; 1)$  C.  $(3; +\infty)$  D.  $(-\infty; 1)$

**Câu 20.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $y = \frac{(m+1)x - 2}{x - m}$  đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Khoảng đồng biến của hàm số  $y = 2f(x)$  là

- A.  $(-\infty; 1)$  B.  $(-\infty; -2]$   
C.  $(0; +\infty)$  D.  $(1; +\infty)$



**Câu 22.** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x$  đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$  là

- A.  $(-\infty; -2)$ . B.  $(-\infty; 1)$ . C.  $(-\infty; -2]$ . D.  $(-\infty; 1]$ .

**KHẢO HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ (ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN)**  
**LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG\_PHẦN 3**

**Câu 1.** Hàm số  $y = e^x(x^2 + 3x - 4)$  có khoảng nghịch biến  $(a; b)$ . Tính  $a^3 + b^3$ .

- A. 10                                      B. - 120                                      C. - 140                                      D. - 90

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng dấu  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |      |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$ | $+$       |

Hàm số  $y = f(5 - 2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(3; 5)$ .                                      B.  $(5; +\infty)$ .                                      C.  $(2; 3)$ .                                      D.  $(0; 2)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |      |     |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |           |
| $f(x)$  |           |      | $4$ |           | $0$ |     | $+\infty$ |
|         | $-\infty$ |      |     |           |     |     |           |

Hàm số đã  $y = f^3(x)$  cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- A.  $(0; 4)$ .                                      B.  $(0; 2)$ .                                      C.  $(-1; 1)$ .                                      D.  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 4.** Hai hàm số  $y = \sqrt{4x - x^2}$ ;  $y = \sqrt{-x^2 + 6x - 5}$  có khoảng đồng biến lần lượt là  $(a; b)$ ,  $(c; d)$ . Tính giá trị biểu thức  $a - c + b - d$ .

- A. 1                                      B. 0                                      C. - 1                                      D. - 2

**Câu 5.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ .

- A.  $(-\infty; -2)$ .                                      B.  $(-\infty; 1)$ .                                      C.  $(-\infty; -2]$ .                                      D.  $(-\infty; \infty)$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |   |      |   |     |   |           |
|---------|-----------|------|---|------|---|-----|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ |   | $-1$ |   | $1$ |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | -    | 0 | +    | 0 | -   | 0 | +         |

Hàm số  $y = f(3 - 2x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 2)$ .                                      B.  $(2; 3)$ .                                      C.  $(-\infty; -3)$ .                                      D.  $(3; 4)$ .

**Câu 7.** Cho các hàm số

$$f(x) = x^3 + 5x + 1; \quad g(x) = \sin 2x + 4x + 1; \quad h(x) = \frac{1}{x^2 - 6x + 12}; \quad k(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 3m.$$

Số hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là

- A. 3                                      B. 2                                      C. 1                                      D. 4

**Câu 8.** Tập hợp tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+4}{x+m}$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -7)$  là

- A.  $[4; 7)$ .                                      B.  $(4; 7]$ .                                      C.  $(4; 7)$ .                                      D.  $(4; +\infty)$ .

**Câu 9.** Hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$  có khoảng đồng biến là

- A.  $(-\infty; -2)$ .                                      B.  $(-\infty; 1)$ .                                      C.  $(-\infty; -2]$ .                                      D.  $(-\infty; \infty)$ .

**Câu 10.** Có bao nhiêu số nguyên  $m \in (-20; 20)$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2 + 4m)x + 5$  nghịch biến trên khoảng  $(3; 8)$ .

- A. 24                                      B. 31                                      C. 29                                      D. 16

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |      |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ |     | $-1$ |     | $1$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$  | $0$ | $-$ | $0$ | $+$       |

Hàm số  $y = f(3-2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2;1)$ . B.  $(2;4)$ . C.  $(1;2)$ . D.  $(4;+\infty)$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau.

|         |           |      |     |     |           |     |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Hàm số  $y = f(2-3x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(2;3)$ . B.  $(1;2)$ . C.  $(0;1)$ . D.  $(1;3)$ .

**Câu 13.** Tìm khoảng đồng biến của hàm số  $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2-2x+3}}$ .

- A.  $(2;3)$ . B.  $(1;2)$ . C.  $(0;1)$ . D.  $\left(-\infty; \frac{5}{3}\right)$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$ . Tìm tất cả giá trị của  $m$  để hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$ . B.  $-2 \leq m \leq -1$ . C.  $-2 < m < -1$ . D.  $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |      |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$ | $+$       |

Hàm số  $y = f(5-2x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(3;4)$ . B.  $(1;3)$ . C.  $(-\infty;-3)$ . D.  $(4;5)$ .

**Câu 16.** Khoảng đồng biến của hàm số  $y = (x^2 - 3x + 6)e^x$  là  $(a;b)$ . Tính  $a+2b$ .

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

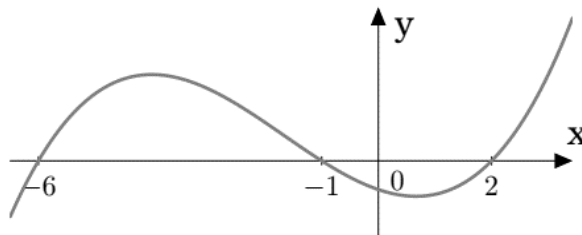
**Câu 17.** Cho hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$ . Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty;0)$  là

- A.  $(-1;5)$ . B.  $(-\infty;-3]$ . C.  $(-\infty;-4]$ . D.  $(-1;+\infty)$ .

**Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$  tăng trên khoảng  $(1;+\infty)$ .

- A.  $m < 3$ . B.  $m \geq 3$ . C.  $m \neq 3$ . D.  $m \leq 3$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-1;0)$  B.  $(2;3)$  C.  $(-2;-1)$  D.  $(0;1)$

**Câu 20.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx+9}{4x+m}$  nghịch biến trên khoảng  $(0;4)$ ?

- A. 5. B. 11. C. 6. D. 7.

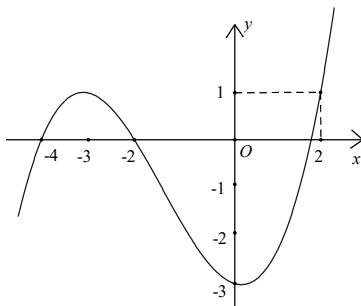
**Câu 21.** Hàm số  $y = \ln(x + \sqrt{x^2+1})$  có khoảng đồng biến là

- A.  $(-\infty;-2)$ . B.  $(-\infty;1)$ . C.  $(-\infty;-2]$ . D.  $(-\infty;+\infty)$ .



**KHẢO HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ (ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN)**  
**LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO\_PHẦN 1**

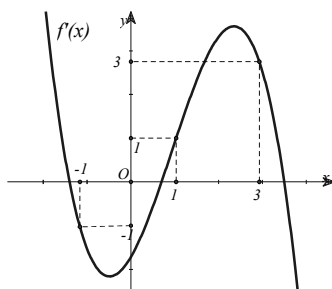
**Câu 1.** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên.



Hàm số  $y = 3f(x) + x^3 - 6x^2 + 9x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.  $(0; 2)$ .                      B.  $(-1; 1)$ .                      C.  $(1; +\infty)$ .                      D.  $(-2; 0)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  cho như hình vẽ



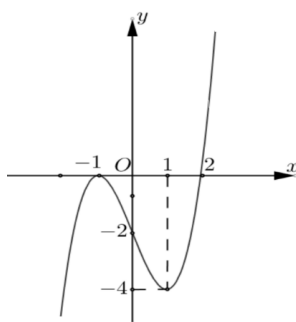
Hàm số  $g(x) = 2f(|x-1|) - x^2 + 2x + 2020$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(0; 1)$ .                      B.  $(-3; 1)$ .                      C.  $(1; 3)$ .                      D.  $(-2; 0)$ .

**Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho hàm số  $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ .

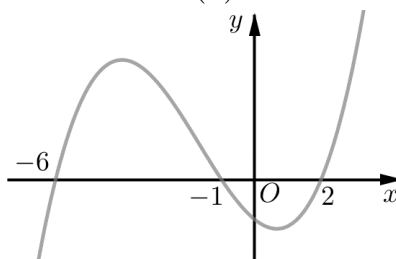
- A.  $m \leq 0$  hoặc  $1 \leq m < 2$                       B.  $m \leq 0$                       C.  $1 \leq m < 2$                       D.  $m \geq 2$

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Xét hàm số  $g(x) = f(x^2 - 2)$ . Mệnh đề nào dưới đây sai?



- A. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(0; 2)$ .                      B. Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên  $(2; +\infty)$ .  
 C. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-1; 0)$ .                      D. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; -2)$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết rằng hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



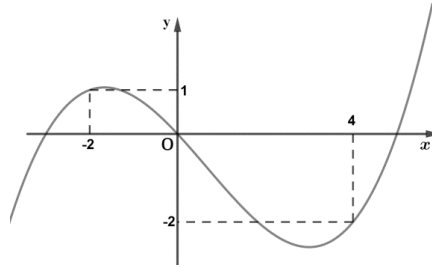
Hàm số  $y = f(3 - x^2)$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(0;1)$ . B.  $(-1;0)$ . C.  $(2;3)$ . D.  $(-2;-1)$ .

**Câu 6.** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$

- A. 0 B. 4 C. 5 D. 3

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ,  $a \neq 0$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ



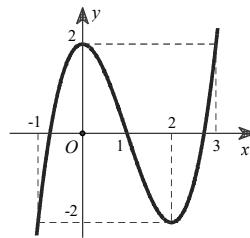
Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên thuộc khoảng  $(-6;6)$  của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(3 - 2x + m) + x^2 - (m + 3)x + 2m^2$  nghịch biến trên  $(0;1)$ . Khi đó, tổng giá trị các phần tử của  $S$  là

- A. 12. B. 9. C. 6. D. 15.

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{\sqrt{1 - \ln x} + 1}{\sqrt{1 - \ln x} + m}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc  $[-5;5]$  để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{e^3}; 1\right)$ .

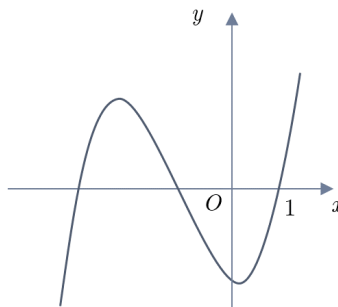
- A. 7. B. 6. C. 5. D. 4.

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Đặt  $g(x) = f(x - m) - \frac{1}{2}(x - m - 1)^2 + 2019$ , với  $m$  là tham số thực. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số  $y = g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(5;6)$ . Tổng tất cả các phần tử trong  $S$  bằng:



- A. 4. B. 11. C. 14. D. 20.

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $f'(x)$  có đồ thị cho như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  thuộc  $[-2019; 2019]$  để hàm số  $g(x) = f(2019^x) - mx + 2$  đồng biến trên  $[0;1]$



- A. 2028. B. 2019. C. 2011. D. 2020

**KHẢO HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ (ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN)**  
**LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO \_ PHẦN 2**

**Câu 1.** Cho hàm số  $f'(x)$  có bảng xét dấu như sau:

|         |           |      |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ |

Hàm số  $y = f(x^2 + 2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 1)$ .                      B.  $(-4; -3)$ .                      C.  $(0; 1)$ .                      D.  $(-2; -1)$ .

**Câu 2.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số sau đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

$$f(x) = \frac{1}{5}m^2x^5 - \frac{1}{3}mx^3 + 10x^2 - (m^2 - m - 20)x$$

Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc  $S$  bằng

- A.  $\frac{5}{2}$ .                      B.  $-2$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 3.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để hàm số  $y = \frac{\cos x - 3}{\cos x - m}$  nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

- A.  $\begin{cases} 0 \leq m < 3 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -1 \end{cases}$ .                      C.  $m \leq 3$ .                      D.  $m < 3$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{(4-m)\sqrt{6-x}+3}{\sqrt{6-x}+m}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  trong khoảng  $(-10; 10)$  sao cho hàm số đồng biến trên  $(-8; 5)$ ?

- A. 14.                      B. 13.                      C. 12.                      D. 15.

**Câu 5.** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 + mx - \frac{3}{2x}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

- A. 2.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 0.

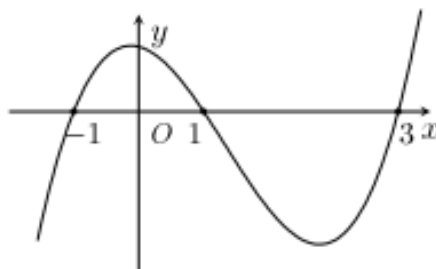
**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; e)$ . Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. 3                      B. 2                      C. 1                      D. 4

**Câu 7.** Tìm điều kiện tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$  đồng biến trên khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A.  $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -2 \end{cases}$                       B.  $m > 2$                       C.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$                       D.  $-1 < m < 1$

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên  $m \in [-5; 5]$  để hàm số  $g(x) = f(x+m)$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ . Hỏi  $S$  có bao nhiêu phần tử?



- A. 4.                      B. 3.                      C. 6.                      D. 5.

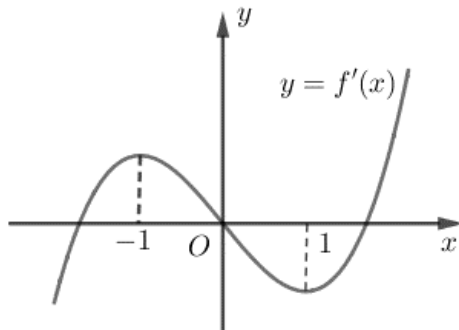
**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau:

|         |           |     |       |     |      |     |     |     |     |     |           |
|---------|-----------|-----|-------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |     | $-10$ |     | $-2$ |     | $3$ |     | $8$ |     | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $+$ | $0$   | $+$ | $0$  | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |           |

Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $y = f(x^3 + 4x + m)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ ?

- A. 3.                                      B. 0.                                      C. 1.                                      D. 2.

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = 1$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương  $a$  để hàm số  $y = |4f(\sin x) + \cos 2x - a|$  nghịch biến trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ?

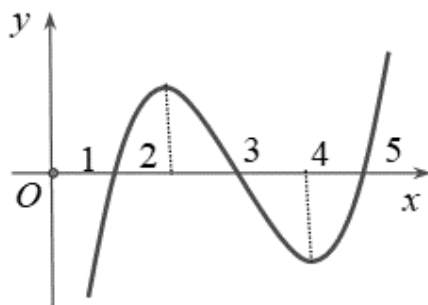


- A. 2.                                      B. 3.                                      C. Vô số.                                      D. 5.

**Câu 11.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = \frac{m - \sin x}{\cos^2 x}$  nghịch biến trên  $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$ .

- A.  $m \geq 1$ .                                      B.  $m \leq 2$ .                                      C.  $m \leq \frac{5}{4}$ .                                      D.  $m \leq 0$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  biết hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Đặt  $g(x) = f(x+1)$ . Kết luận nào sau đây đúng?



- A. Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(3; 4)$ .  
 B. Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .  
 C. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .  
 D. Hàm số  $g(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(4; 6)$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|      |           |     |      |     |     |     |           |
|------|-----------|-----|------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |     | $-5$ |     | $2$ |     | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $+$ | $0$  | $-$ | $0$ | $+$ |           |

Hàm số  $g(x) = f(3 - 2^x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A.  $(3; +\infty)$ .                                      B.  $(-\infty; -5)$ .                                      C.  $(1; 2)$ .                                      D.  $(2; 7)$ .

**Câu 14.** Cho các hàm số  $f(x) = x^3 + 4x + m$  và  $g(x) = (x^2 + 2018)(x^2 + 2019)^2(x^2 + 2020)^3$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2020; 2020]$  để hàm số  $g(f(x))$  đồng biến trên  $(2; +\infty)$ ?

- A. 2005.                                      B. 2037.                                      C. 4016.                                      D. 4041.

**KHẢO HÀM SỐ LỚP 12 THPT**  
**TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ (ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN)**  
**LỚP BÀI TOÁN VẬN DỤNG CAO \_ PHẦN 3**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

|         |           |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $3$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $-$       |

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thỏa mãn  $-20 < m < 20$  và hàm số  $y = f(x^2 + 2x + m)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ ?

- A. 17.                                      B. 15.                                      C. 16.                                      D. 14.

**Câu 2.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số  $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$  đồng biến trên khoảng  $(1; e)$ ?

- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 4.                                      D. 3.

**Câu 3.** Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $f(x) = m(2020 + x - 2\cos x) + \sin x - x$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ?

- A. Vô số.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 0.

**Câu 4.** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \ln(x^2 + 4) + mx + 12$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  là

- A.  $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .                                      B.  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$                                       C.  $(-\infty; -\frac{1}{2}]$ .                                      D.  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

**Câu 5.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = |x^3 - mx^2 + 12x + 2m|$  luôn đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?

- A. 18.                                      B. 19.                                      C. 21.                                      D. 20.

**Câu 6.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc khoảng  $(-8; 8)$  sao cho hàm số  $y = |-2x^3 + 3mx - 2|$  đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ ?

- A. 10.                                      B. 9.                                      C. 8.                                      D. 11.

**Câu 7.** Gọi  $T$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + 1$  đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ . Tổng giá trị các phần tử của  $T$  bằng

- A. 9.                                      B. 45.                                      C. 55.                                      D. 36.

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu như hình sau. Hàm số  $g(x) = f(x^2 + 3x + 1)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây

|         |           |      |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$       | $+$ |

- A.  $(0; 1)$ .                                      B.  $(-4; -2)$ .                                      C.  $(-1; 0)$ .                                      D.  $(-2; -1)$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x) = -x^3 + 6x^2 - 32$ . Khi đó hàm số  $g(x) = f(x^2 - 3x)$  nghịch biến trên khoảng

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .                                      B.  $(1; +\infty)$ .                                      C.  $(2; +\infty)$ .                                      D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 3x^2 + 6x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc  $(-2020; 2020)$  của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(x) - (2m + 4)x - 5$  nghịch biến trên  $(0; 2)$ ?

- A. 2008.                                      B. 2007.                                      C. 2018.                                      D. 2019.

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |     |     |     |     |           |     |
|---------|-----------|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $1$ | $2$ | $3$ | $4$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |

Hàm số  $y = 2f(1 - x) + \sqrt{x^2 + 1} - x$  nghịch biến trên những khoảng nào dưới đây

- A.  $(-\infty; -2)$ .                                      B.  $(-\infty; 1)$ .                                      C.  $(-2; 0)$ .                                      D.  $(-3; -2)$ .

**Câu 12.** Có bao nhiêu số nguyên âm  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3} \cos^3 x - 4 \cot x - (m+1) \cos x$  đồng biến trên khoảng  $(0; \pi)$ ?

- A. 5. B. 2. C. vô số. D. 3.

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

|         |           |   |   |   |   |   |   |   |           |   |
|---------|-----------|---|---|---|---|---|---|---|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 0 |   | 1 | 2 |   | 3 |   | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ |           | + | 0 | - | 0 | - | 0 | + | 0         | - |

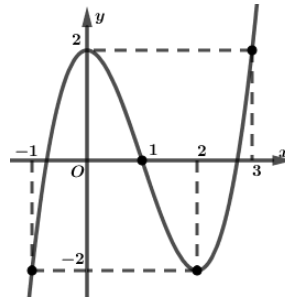
Hàm số  $y = f(x-1) + x^3 - 12x + 2019$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; +\infty)$ . B.  $(1; 2)$ . C.  $(-\infty; 1)$ . D.  $(3; 4)$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; e)$ . Tìm số phần tử của  $S$ .

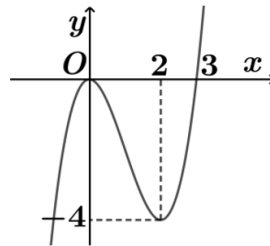
- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

**Câu 15.** Cho hàm số  $f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $g(x) = f(3x+1) + 9x^3 + \frac{9}{2}x^2$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-1; 1)$ . B.  $(-2; 0)$ . C.  $(-\infty; 0)$ . D.  $(1; +\infty)$ .

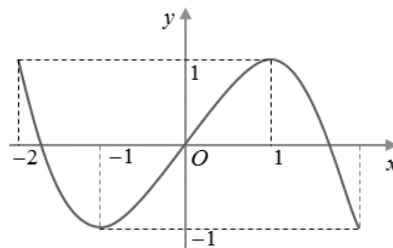
**Câu 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ



Hàm số  $g(x) = f(e^x - 2) - 2020$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ . B.  $(-1; 2)$ . C.  $(0; +\infty)$ . D.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ.



Hàm số  $y = f(\cos x) + x^2 - x$  đồng biến trên khoảng

- A.  $(-2; 1)$ . B.  $(0; 1)$ . C.  $(1; 2)$ . D.  $(-1; 0)$ .