

ĐẾM SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN HOẶC ĐỒ THỊ

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:**DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN:**

- Nếu x qua điểm x_0 mà $f'(x)$ đổi từ dấu (+) sang dấu (-) thì x_0 là điểm cực đại.
- Nếu x qua điểm x_0 mà $f'(x)$ đổi từ dấu (-) sang dấu (+) thì x_0 là điểm cực tiểu.
- (số lần đổi dấu của $f'(x)$ chính bằng số điểm cực trị của hàm số)

BÀI TẬP MẪU

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 0 .

B. 2 .

C. 1 .

D. 3 .

Lời giải**Chọn B**

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Ta thấy:

- Trên bảng biến thiên $f'(x)$ đổi dấu 2 lần, khi đi qua các giá trị $x = -1$ và $x = 1$ suy ra hàm số có hai điểm cực trị.

Bài tập tương tự và phát triển:

Câu 18.1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	$ $	$-$	0	$+$
y			2		-3	
	$-\infty$					$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số chỉ có giá trị nhỏ nhất không có giá trị lớn nhất.

- B. Hàm số có một điểm cực trị.
C. Hàm số có hai điểm cực trị.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Lời giải

Chọn C

Tại $x = 0$ và $x = 1$ ta có y' đổi dấu và y tồn tại nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 18.2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

x	$-\infty$	2	6	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		6		1		$+\infty$

- A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 2. B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (6; +\infty)$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực tiểu $y_{CT} = 1$ đạt tại $x_{CT} = 6$.

Đáp án A sai vì hàm số có giá trị cực đại bằng 6.

Đáp án C sai vì hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ và $(6; +\infty)$, không được dùng dấu $\cup$.

Đáp án D sai vì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 6$.

Câu 18.3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$+\infty$
y'		+	-	0	+	0	+
y	$-\infty$	$+\infty$	y_1	y_2	y_3	$+\infty$	

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{x_1\}$.

Theo định lí về điều kiện đủ để hàm số có cực trị và dựa vào bảng biến thiên ta có các điểm cực trị của hàm số là: x_2 ; x_4 ; x_5 .

Câu 18.4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2		0		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$f(-2)$		$f(0)$			$+\infty$	

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

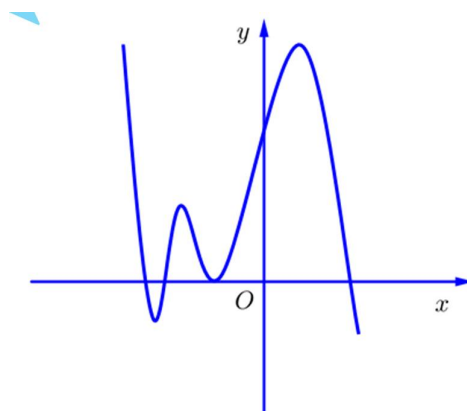
Chọn D

Ta thấy:

- Trên bảng biến thiên $f'(x)$ đổi dấu 2 lần, khi đi qua các giá trị $x = -2$ và $x = 0$ suy ra hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 18.5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở

hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

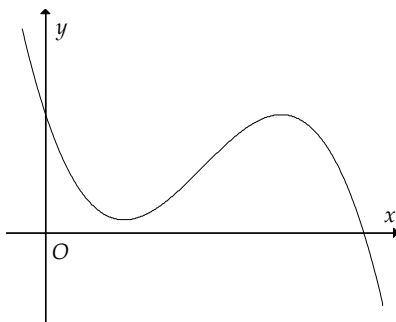
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm nhưng giá trị $f'(x)$ chỉ đổi dấu 3 lần.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 18.6: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

A. 3.

B. 1.

C. 0.

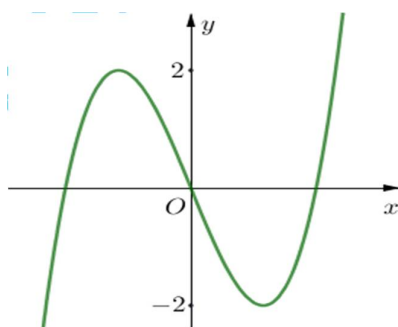
D. 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu một lần (cắt trục Ox tại một điểm) do đó số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là 1.

Câu 18.7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3.

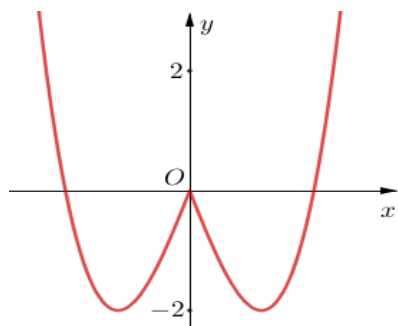
B. 1.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

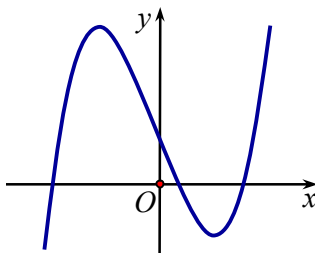
Chọn A



Giữ nguyên phần đồ thị bên phải trục Oy .

Lấy đối xứng phần đồ thị nằm trên phải trục Oy qua Oy ta được đồ thị hàm $y = f(|x|)$. Vậy hàm số $y = f(|x|)$ có 3 cực trị.

Câu 18.8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



A. 5.

B. 3.

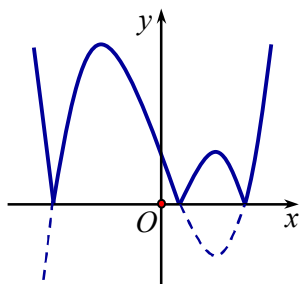
C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có đồ thị hàm $y = |f(x)|$ như hình vẽ sau:



Từ đồ thị ta thấy ngay đồ thị hàm số có năm điểm cực trị.

Câu 18.9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	4	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		6		2		$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

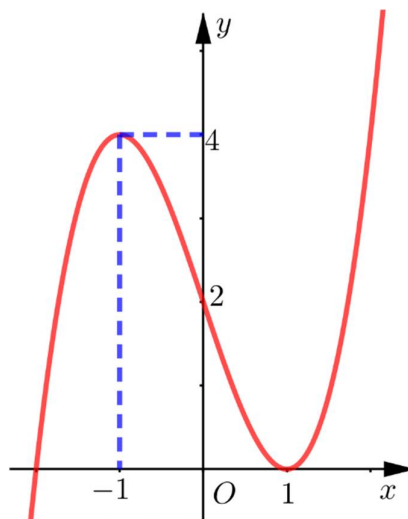
Chọn A

Ta có: $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ nên bảng biến thiên của hàm số $y = f(|x|)$ là:

x	$-\infty$	-4	0	4	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	$ $	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			$f(0)$				$+\infty$
			2		2			

Suy ra hàm số $y = f(|x|)$ có ba nhiều điểm cực trị.

Câu 18.10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) - 5x$ là:

A. 2.

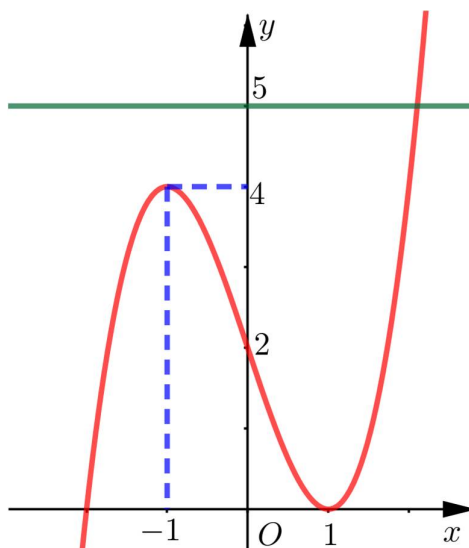
B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn D



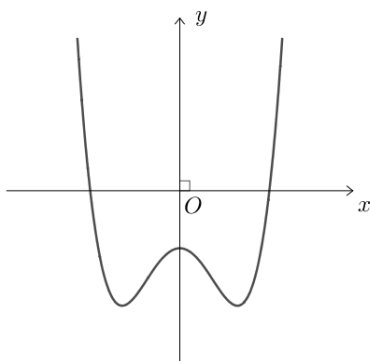
Ta có: $y' = f'(x) - 5$; $y = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 5$.

Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình $f'(x) = 5$ có nghiệm duy nhất và đó là nghiệm đơn.

Nghĩa là phương trình $y' = 0$ có nghiệm duy nhất và y' đổi dấu khi qua nghiệm này.

Vậy hàm số $y = f(x) - 5x$ có một điểm cực trị.

Câu 18.11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 5.

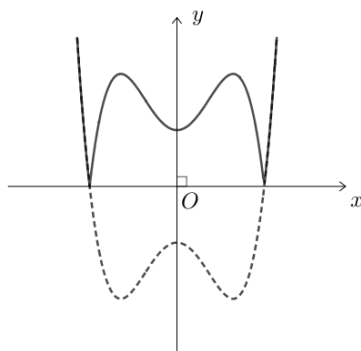
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta suy ra đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị nằm phía trên Ox của hàm số $y = f(x)$.
- Lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới Ox của hàm số $y = f(x)$ qua Ox đồng thời bỏ phần đồ thị phía dưới trục Ox .

Từ đó ta có đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ dưới



Dựa vào đồ thị, ta kết luận đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 18.12: Cho hàm số nào $y = f(x)$ có $f'(x) = x^2(x-1)^3(3-x)(x-5)$. Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) = x^2(x-1)^3(3-x)(x-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \\ x = 5 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	3	5	$+\infty$
y'		+	0	+	0	-
y						

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 18.13: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^4 - x^2)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

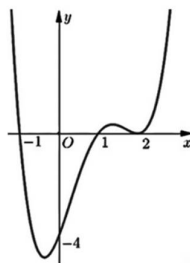
Chọn A

Ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^4 - x^2)(x+2)^3 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1)(x+2)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Trong đó $x = 0$ là nghiệm kép. Vậy số điểm cực trị của hàm số là 3. Chọn đáp án A.

Câu 18.14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là



A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

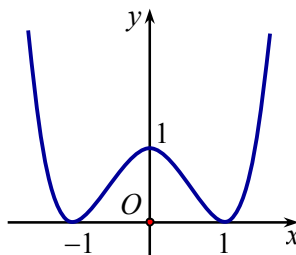
Chọn A

Từ đồ thị của hàm số đã cho nhận thấy dấu của đạo hàm như bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 18.15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$, và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm phía trên trục hoành.

Ta có bảng biến thiên :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$+$	0	$+$
y	$-\infty$					$+\infty$

Vậy hàm số $y = f(x)$ không có cực trị.

Câu 18.16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y			2		3		
	$-\infty$			-1	-1		$-\infty$

A. Có ba điểm.

B. Có hai điểm

C. Có một điểm.

D. Có bốn điểm.

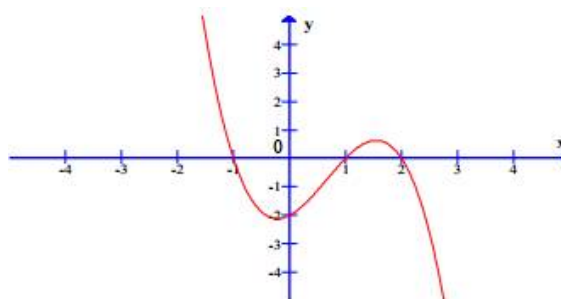
Lời giải

Chọn B

Từ BBT thấy rằng y' đổi dấu khi qua $x = -1$ và $x = 1$ nên $x = -1$ và $x = 1$ là hai điểm cực trị.

Giá trị của hàm số tại $x = 0$ không xác định nên $x = 0$ không là điểm cực trị.

Câu 18.17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới đây



Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1 \vee x = 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 điểm cực đại.

Câu 18.18: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực đại của hàm số bằng:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$		3		4

A. -2 .

B. 4 .

C. 3 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên suy ra giá trị cực đại của hàm số bằng 3 tại $x = -2$.

Câu 18.19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$	

Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. $x = 0$.

B. $(-1; -4)$.

C. $(0; -3)$.

D. $(1; -4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 18.20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			0		$-\frac{5}{2}$		0	
	$-\infty$							$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. $-\frac{5}{2}$.

B. 1 .

C. 0 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $-\frac{5}{2}$.

Câu 18.21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

D. Hàm số không có cực trị.

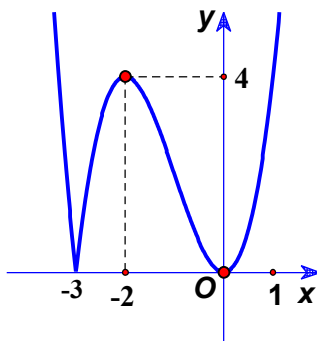
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $y'(-2) = 0$ và y' đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = -2$.

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 18.22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trên đoạn $[-3; 1]$ hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

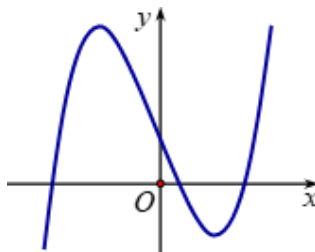
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy, trên đoạn $[-3; 1]$, hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Nhận xét: Câu này rất dễ đánh lừa học sinh vì đọc lướt nhanh và nhìn đồ thị học sinh ngộ nhận tại $x = -3$ hàm số cũng đạt cực trị.

Câu 18.23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2.

B. 3.

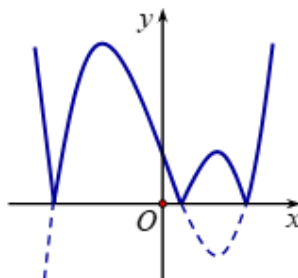
C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Vẽ lại đồ thị hàm $y = |f(x)|$ như sau:



Từ đồ thị ta thấy, hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.