

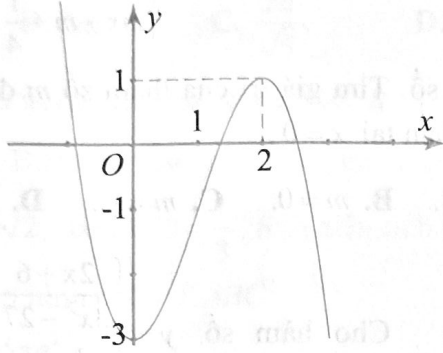


THỬ SỨC TRƯỚC KỲ THI 2018

ĐỀ SỐ 4

(Thời gian làm bài: 90 phút)

Câu 1. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ -3 ; hoành độ điểm cực đại là 2 và đi qua điểm $(1; -1)$ như hình vẽ.



Tỷ số $\frac{b}{a}$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. -3 . D. 3 .

Câu 2. Biết rằng hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ (m là tham số thực) tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 2 . Giá trị của m bằng bao nhiêu?

- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 2$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 3. Cho hàm số

$$y = \frac{2}{3}x^3 + (m+1)x^2 + (m^2 + 4m + 3)x - 3,$$

(m là tham số thực). Tìm điều kiện của m để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm bên phải của trục tung.

- A. $-5 < m < -1$. B. $-5 < m < -3$.

- C. $-3 < m < -1$. D. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -5 \end{cases}$.

Câu 4. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận

ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{2x^2 - 5x + 2}$ là

- A. 2 . B. 1 . C. 3 . D. 4 .

Câu 5. Cho các hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$; $y = x^4 + 2x^2 + 2$;

$y = -x^3 + x^2 - 3x + 1$. Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$?

- A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. 0 .

Câu 6. Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham số m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tiếp xúc với đường tròn $(C): (x-m)^2 + (y-m-1)^2 = 5$. Tính tổng $m_1 + m_2$.

- A. $m_1 + m_2 = 0$. B. $m_1 + m_2 = 10$.

- C. $m_1 + m_2 = 6$. D. $m_1 + m_2 = -6$.

Câu 7. Tập giá trị của hàm số $\frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là:

- A. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$. C. $\left[\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 8. Gọi (C) là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - mx^2 + m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2; 24)$.

- A. $m = -4$. B. $m = 6$. C. $m = 4$. D. $m = 3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	2	$+\infty$	2	$+\infty$

Hỏi phương trình $|f(x)| = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1 nghiệm. B. 2 nghiệm.

- C. 3 nghiệm. D. 4 nghiệm.

Câu 10. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi

$$C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000,$$

$C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỷ số

$$M(x) = \frac{T(x)}{x} \text{ với } T(x) \text{ là tổng chi phí (xuất bản}$$

và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x

cuốn. Khi chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ thấp nhất, tính chi phí cho mỗi cuốn tạp chí đó.

- A. 20.000đ. B. 15.000đ.
C. 10.000đ. D. 22.000đ.

Câu 11. Phương trình $\sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x$ có các nghiệm là:

A. $x = \frac{k2\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{k\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{k\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{k2\pi}{5}; x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 12. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ trên $[0; 2\pi]$ bằng:

- A. 0. B. π . C. 2π . D. 3π .

Câu 13. Xét phương trình

$$\sin 3x - 3 \sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x + 3 \cos x = 2.$$

Phương trình nào dưới đây tương đương với phương trình đã cho?

A. $(2 \sin x - 1)(2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1) = 0$.

B. $(2 \sin x - \cos x + 1)(2 \cos x - 1) = 0$.

C. $(2 \sin x - 1)(2 \cos x - 1)(\cos x - 1) = 0$.

D. $(2 \sin x - 1)(\cos x - 1)(2 \cos x + 1) = 0$.

Câu 14. Số nghiệm trên khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $27 \cos^4 x + 8 \sin x = 12$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 15. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

- A. 25. B. 75. C. 100. D. 15.

Câu 16. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau mà số đó nhất thiết có mặt các chữ số 1, 2, 5?

- A. 684. B. 648. C. 846. D. 864.

Câu 17. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x) = (1 + 2x)^{12}$ thành đa thức là

- A. 162270. B. 162720.
C. 126270. D. 126720.

Câu 18. Cho một đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật.

- A. $\frac{3}{323}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{2}{969}$. D. $\frac{7}{216}$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}, & x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4}, & x \leq 0 \end{cases}, m$

là tham số. Tìm giá trị của tham số m để hàm số có giới hạn tại $x = 0$.

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{-1}{2}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{2x+6}{3x^2-27}, & x \neq \pm 3 \\ -\frac{1}{9}, & x = \pm 3 \end{cases}$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ các điểm x thuộc khoảng $(-3; 3)$.

B. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = -3$.

C. Hàm số liên tục tại mọi điểm trừ điểm $x = 3$.

D. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 e^x$. Khẳng định nào

trong các khẳng định sau là đúng?

A. $y'' - y' = e^x(x+1)$. B. $y'' - y' = e^x(x-1)$.

C. $y'' + y' = e^x(x-1)$. D. $y'' + y' = e^x(-x+1)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x-2}$.

A. 0.

B. $f'(2)$.

C. $2f'(2) - f(2)$.

D. $f(2) - 2f'(2)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 - 3$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm A có hoành độ $x = 1$ cắt đồ thị hàm số tại điểm B (B khác A). Tọa độ điểm B là

A. $B(-3; 24)$.

B. $B(-1; -8)$.

C. $B(3; 24)$.

D. $B(0; -3)$.

Câu 24. Cho tứ diện $O.ABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA = 2\text{cm}$

$OB = 3\text{cm}$, $OC = 6\text{cm}$. Tính thể tích của khối tứ diện $O.ABC$.

- A. 6cm^3 . B. 36cm^3 . C. 12cm^3 . D. 18cm^3 .

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD .

- A. a . B. $2a$. C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos \widehat{ACB} = \frac{1}{3}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = \frac{65\pi a^2}{4}$. B. $S = 13\pi a^2$.
C. $S = \frac{97\pi a^2}{4}$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 27. Cho hai số thực dương a, b thỏa $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.
C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 28. Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 29. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 30. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 - 2\ln x$ trên $[e^{-1}; e]$ là

- A. $M = e^2 - 2, m = e^{-2} + 2$. B. $M = e^{-2} + 2, m = 1$.
C. $M = e^{-2} + 1, m = 1$. D. $M = e^2 - 2, m = 1$.

Câu 31. Tìm giá trị m để phương trình $2^{2|x-1|+1} + 2^{|x-1|} + m = 0$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m = 3$. B. $m = \frac{1}{8}$. C. $m = 1$. D. $m = -3$.

Câu 32. Diện tích toàn phần của một khối lập phương là 150cm^2 . Thể tích của khối lập phương đó là

- A. 125cm^3 . B. 100cm^3 . C. 25cm^3 . D. 75cm^3 .

Câu 33. Một cái nồi nấu nước người ta làm dạng hình trụ, chiều cao của nồi là 60cm , diện tích đáy $900\pi\text{cm}^2$. Hỏi người ta cần miếng kim loại hình chữ nhật có kích thước là bao nhiêu để làm thân nồi đó? (bỏ qua kích thước các mép gấp).

- A. Chiều dài $60\pi\text{cm}$, chiều rộng 60cm .
B. Chiều dài 900cm , chiều rộng 60cm .
C. Chiều dài 180cm , chiều rộng 60cm .
D. Chiều dài $30\pi\text{cm}$, chiều rộng 60cm .

Câu 34. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I ; J ; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN ; MP ; MQ . Tỉ số

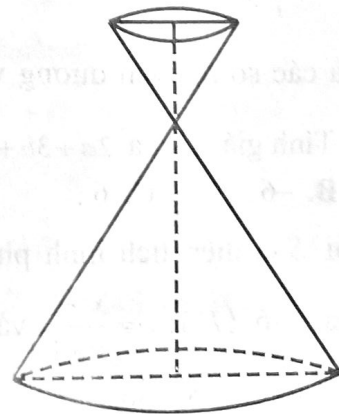
thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh bằng nhau và bằng $2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

- A. $S = \frac{28\pi a^2}{9}$. B. $S = \frac{7\pi a^2}{9}$.
C. $S = \frac{28\pi a^2}{3}$. D. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 36. Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° .



Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30cm và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi\text{cm}^3$. Hỏi nếu cho

đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỷ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{27}$. C. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{64}$.

Câu 37. Gọi $N(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong một bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì ta có công thức

$N(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{A}} (\%)$ với A là hằng số. Biết rằng một mẫu gỗ có tuổi khoảng 3574 năm thì lượng cacbon 14 còn lại là 65%. Phân tích mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 63%. Hãy xác định tuổi của mẫu gỗ được lấy từ công trình đó.

- A. 3874. B. 3833. C. 3834. D. 3843.

Câu 38. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot e^{2x}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C$.

B. $F(x) = 2e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) + C$.

C. $F(x) = 2e^{2x} (x - 2) + C$.

D. $F(x) = \frac{1}{2} e^{2x} (x - 2) + C$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa

mãn $\int_0^{\pi} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính tích

phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. 6. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 40. Biết $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ (với a là số

thực, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản). Tính giá trị của $2a + 3b + c$.

- A. 4. B. -6. C. 6. D. 5.

Câu 41. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn

bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa

độ. Khi đó giá trị của S bằng

- A. $S = \ln 2 - 1$ (đvdt). B. $S = 2 \ln 2 - 1$ (đvdt).

- C. $S = 2 \ln 2 + 1$ (đvdt). D. $S = \ln 2 + 1$ (đvdt).

Câu 42. Cho số phức $z = a + ib$ (trong đó a, b là các số thực) thỏa mãn $3z - (4 + 5i)\bar{z} = -17 + 11i$. Tính ab .

- A. $ab = 6$. B. $ab = -3$. C. $ab = 3$. D. $ab = -6$.

Câu 43. Tổng các nghiệm phức của phương trình $z^3 + z^2 - 2 = 0$ là:

- A. 1. B. -1. C. $1 - i$. D. $1 + i$.

Câu 44. Trên mặt phẳng phức tập hợp các số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $|z + 2 + i| = |\bar{z} - 3i|$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = x + 1$. B. $y = -x + 1$.

C. $y = -x - 1$. D. $y = x - 1$.

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$.

Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính môđun của số phức $w = M + mi$.

A. $|w| = \sqrt{1258}$. B. $|w| = 3\sqrt{137}$.

C. $|w| = 2\sqrt{314}$. D. $|w| = 2\sqrt{309}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$.

Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $-5 < m < 1$. B. $m < -5$ hoặc $m > 1$.

C. $m < -5$. D. $m > 1$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,

cho ba vector $\vec{a}(5; 7; 2)$, $\vec{b}(3; 0; 4)$, $\vec{c}(-6; 1; -1)$. Tìm

tọa độ của vector $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

A. $\vec{m} = (3; 22; -3)$. B. $\vec{m} = (3; 22; 3)$.

C. $\vec{m} = (-3; 22; -3)$. D. $\vec{m} = (3; -22; 3)$.

Câu 48. Mặt phẳng cắt mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 6z - 1 = 0$ có phương trình là:

A. $2x + 3y - z - 16 = 0$. B. $2x + 3y - z + 12 = 0$.

C. $2x + 3y - z - 18 = 0$. D. $2x + 3y - z + 10 = 0$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(3; 2; -1)$ và đường thẳng

☞ $d: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng

(P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất.

A. $2x + y - 3z + 3 = 0$. B. $x + 2y - z - 1 = 0$.

C. $3x + 2y - z + 1 = 0$. D. $2x - y - 3z + 3 = 0$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A

và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2; -1; 3)$.

B. $I(-1; -2; 3)$.

C. $K(3; 0; 15)$.

D. $J(-3; 2; 7)$.

NGUYỄN THANH GIANG
(GV THPT chuyên Hưng Yên)

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 4

1C	2A	3B	4A	5B	6D	7A	8B	9C	10D
11C	12D	13C	14D	15B	16B	17D	18A	19B	20C
21A	22C	23A	24A	25D	26C	27B	28D	29B	30D
31D	32A	33A	34D	35C	36A	37B	38A	39A	40A
41B	42A	43B	44D	45A	46B	47A	48D	49A	50B

Câu 1. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$; $y(0) = -3 \Rightarrow d = -3$.

$$y(1) = -1 \Rightarrow a + b + c + d = -1 \Rightarrow a + b + c = 2. \quad (1)$$

$$y'(2) = 0 \Rightarrow 12a + 4b + c = 0. \quad (2)$$

$$y(2) = 1 \Rightarrow 8a + 4b + 2c - 3 = 1 \Rightarrow 4a + 2b + c = 2. \quad (3)$$

Giải (1), (2), (3) ta được $a = -1$; $b = 3 \Rightarrow \frac{b}{a} = -3$.

Chọn C.

Câu 2. Độ dài hai cạnh hình chữ nhật là 2 và $|m|$ do đó $2 \cdot |m| = 2 \Leftrightarrow m = \pm 1$. Chọn A.

Câu 3. Bài toán $\Leftrightarrow$ tìm m để $y' = 2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m + 3$ có 2 nghiệm

$$\text{đương phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = -m^2 - 6m - 5 > 0 \\ -\frac{b}{a} = -m - 1 > 0 \\ \frac{c}{a} = m^2 + 4m + 3 > 0 \end{cases} \text{ . Giải ra}$$

được $-5 < m < -3$. Chọn B.

Câu 4. Tiệm cận $y = 0$; $x = 2$. Chọn A.

Câu 5. Chỉ có hàm số $y = -x^3 + x^2 - 3x + 1$ đơn điệu trên $\mathbb{R}$. Chọn B.

Câu 6. Đường thẳng qua 2 điểm cực trị $2x - y + 4 = 0$ (Δ). Đường tròn (C) có tâm

$$I(m; m+1); R = \sqrt{5} \text{ . Khi đó } (\Delta) \text{ tiếp xúc với } (C)$$

$$\Leftrightarrow d(I, \Delta) = \sqrt{5} \Leftrightarrow |m+3| = 5 \Leftrightarrow m = 2; -8.$$

Do đó $m_1 + m_2 = -6$. Chọn D.

Câu 7. Hàm số $y = \cos x + 1$ nghịch biến trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$,

hàm số $y = \sin x + 1$ đồng biến và dương trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Do đó hàm số $y = \frac{\cos x + 1}{\sin x + 1}$ liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, đạt

GTNN bằng $\frac{1}{2}$ khi $x = \frac{\pi}{2}$ và đạt GTLN bằng 2 khi

$x = 0$. Miền giá trị của hàm số là $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Chọn A.

Câu 8. Ta có $y' = x^3 - 2mx$. Tìm được điều kiện hàm số có 3 cực trị là $m > 0$; phương trình parabol (C) là $y = \frac{-1}{2}mx^2 + m^2$. Điểm $A(2; 24)$ thuộc (C) tìm được $m = 6$ hoặc -4 (loại). Chọn B.

Câu 9. Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$. Đường thẳng $y = 3$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 3 điểm do đó phương trình $|f(x)| = 3$ có 3 nghiệm.

Chọn C.

Câu 10. Ta có

$$T(x) = C(x) + 0,4x = 0,0001x^2 + 0,2x + 10000,$$

$$M(x) = \frac{T(x)}{x} = 0,0001x + \frac{10000}{x} + 0,2$$

$$\geq 2\sqrt{0,0001x \cdot \frac{10000}{x}} + 0,2 = 2,2. \text{ Chọn D.}$$

Câu 11. Ta có: $\sin 2x \cos x = \sin 7x \cos 4x$

$\Leftrightarrow \sin 11x = \sin x$, từ đó lấy được nghiệm. Chọn C.

Câu 12. Phương trình có nghiệm $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$);

$x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = 0; \pi; 2\pi$. Chọn D.

Câu 13. Biến đổi phương trình:

$$3\sin x - 4\sin^3 x - 6\sin x \cos x - 1 + 2\sin^2 x$$

$$+ 3\sin x + 3\cos x = 2$$

$$\Leftrightarrow -(4\sin^3 x - 2\sin^2 x)$$

$$- (6\sin x \cos x - 3\cos x) + 3(2\sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(2\cos^2 x - 3\cos x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(2\cos x - 1)(\cos x - 1) = 0. \text{ Chọn C.}$$

Câu 14. Biến đổi phương trình:

$$27\cos^4 x + 8\sin x = 12\sin^2 x + 12\cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow 3[(3\cos^2 x)^2 - (2\sin x)^2] - 4(3\cos^2 x - 2\sin x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3\cos^2 x - 2\sin x)(9\cos^2 x + 6\sin x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-3\sin^2 x - 2\sin x + 3)(-9\sin^2 x + 6\sin x + 5) = 0.$$

Tìm được $\sin x = \frac{\sqrt{10}-1}{3}$ (1) hoặc $\sin x = \frac{1-\sqrt{6}}{3}$ (2).

Mỗi phương trình (1); (2) đều có 2 nghiệm

$x \in (0; 2\pi)$. Chọn D.

Câu 15. Số cách chọn thực đơn $C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_3^1 = 75$.
Chọn B.

Câu 16. Lập các số có 5 chữ số khác nhau tạo từ 7 chữ số đã cho (kể cả số 0 đứng đầu) và nhất thiết có mặt 1, 2, 5: có 5 vị trí đặt số 1; 4 vị trí đặt số 2, 3 vị trí đặt số 5 và A_4^2 cách lấy 2 trong 4 số còn lại đặt vào 2 vị trí còn lại. Khi đó có 5.4.3. $A_4^2 = 720$ (số).

Lập các số có 5 chữ số khác nhau tạo từ 7 chữ số đã cho nhất thiết số 0 đứng đầu, có mặt 1, 2, 5: có 4 vị trí đặt số 1; 3 vị trí đặt số 2, 2 vị trí đặt số 5 và A_3^1 cách lấy 1 trong 3 số còn lại đặt vào vị trí còn lại. Khi đó có 4.3. 2. $A_3^1 = 72$ (số).

Số các số lập được là: $720 - 72 = 648$ (số). Chọn B.

Câu 17. Ta có:

$$(1+2x)^{12} = \sum_{i=0}^{12} C_{12}^i 2^i x^i = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{12} x^{12}$$

$$\Rightarrow a_i = C_{12}^i 2^i \quad (i = \overline{0; 12}).$$

$$\text{Xác định được } \frac{a_{i+1}}{a_i} = \frac{2(12-i)}{i+1} \quad (i = \overline{0; 12}).$$

$$\text{Khi đó: } a_{i+1} < a_i \Leftrightarrow i > \frac{23}{3} \Rightarrow a_8 > a_9 > \dots > a_{12};$$

$$a_{i+1} > a_i \Leftrightarrow i < \frac{23}{3} \Rightarrow a_8 > a_7 > \dots > a_0$$

Do đó hệ số lớn nhất là a_8 và có giá trị bằng $C_{12}^8 2^8 = 126720$. Chọn D.

Câu 18. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đều để được một tứ giác, có $C_{20}^4 = 4845$ (tứ giác).

Số các đường chéo qua tâm O của đa giác đều là: $20:2 = 10$.

Hai đường chéo qua tâm bất kỳ tạo thành một hình chữ nhật, số hình chữ nhật tạo được là: $C_{10}^2 = 45$

Xác suất chọn được 4 đỉnh là 4 đỉnh của một hình chữ nhật là: $\frac{45}{4845} = \frac{3}{323}$. Chọn A.

Câu 19. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{4}; \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = m + \frac{1}{4}$

$$\text{Hàm số có giới hạn tại } x = 0 \Leftrightarrow m + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Chọn B.

Câu 20. Ta có $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2}{3(x-3)} = \frac{-1}{9} = f(-3);$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{3(x-3)} = \infty \neq \frac{-1}{9} = f(3). \text{ Chọn C.}$$

Câu 21. Chọn A.

$$y' = \frac{1}{2} e^x x(x+2); y'' = \frac{1}{2} e^x (x^2 + 4x + 2)$$

$$\Rightarrow y'' - y' = e^x (x+1).$$

Câu 22. Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2),$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{2(f(x) - f(2))}{x - 2} - \frac{f(2)(x - 2)}{x - 2} \right] = 2f'(2) - f(2).$$

Chọn C.

Câu 23. Phương trình tiếp tuyến tại $x = 1$ là: $y = -8x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và tiếp tuyến là

$$x^4 - 6x^2 - 3 = -8x \Leftrightarrow x^4 - 6x^2 + 8x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^3(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 1; -3. \text{ Chọn A.}$$

Câu 24. Thể tích tứ diện vuông $O.ABC$ là:

$$V = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 6 = 6 \text{ (cm}^3\text{)}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 25. Hạ $AH \perp SD$. Vì $DC \perp AD; DC \perp SA$

$$\Rightarrow DC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SDC). \text{ Ta có}$$

$$AB \parallel DC \Rightarrow AB \parallel (SDC)$$

$$\Rightarrow d(AB, SD) = d(AB, (SDC)) = d(A, (SDC)) = AH.$$

Tam giác vuông cân SAD có $SA = AD = 2a$

$$\Rightarrow AH = \frac{SD}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 26. Gọi M là trung điểm đoạn BC .

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{MC}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow AC = 3a\sqrt{2} \Rightarrow AM = 4a$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = 4a^2\sqrt{2}.$$

Gọi tâm và bán kính đường

tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là I ,

r . Gọi tâm và bán kính mặt

cầu ngoại tiếp hình chóp là

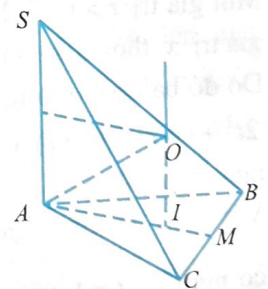
O, R . Ta có:

$$r = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S_{\triangle ABC}} = \frac{9a}{4} = IA,$$

$$R = \sqrt{OI^2 + IA^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + r^2} = \frac{a\sqrt{97}}{4}.$$

$$\text{Vậy } S_{mc} = 4\pi R^2 = \frac{97\pi a^2}{4}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 27. Đặt $t = \log_4 a = \log_6 b = \log_9 (a+b)$



$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4' \\ b = 6' \\ a + b = 9' \end{cases} \Rightarrow 4' + 6' = 9'$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2'} + \left(\frac{2}{3}\right)' - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)' = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ \left(\frac{2}{3}\right)' = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4'}{6'} = \left(\frac{2}{3}\right)' = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \text{ Chọn B.}$$

Câu 28. Ta có $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-3x+4} \leq 2^{10-2x} \Leftrightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3.$$

Bất phương trình có các nghiệm nguyên dương là $x = 1, 2, 3$. Chọn D.

Câu 29. Ta có

$$\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6 = 3(x - 2) \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \{0; 3\} \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3. \text{ Chọn B.}$$

Câu 30. Hàm số $y = x^2 - 2\ln x$ xác định và liên tục trên $[e^{-1}; e]$.

$$y' = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2x^2 - 2}{x}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [e^{-1}; e] \\ x = 1 \in [e^{-1}; e] \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } y(e^{-1}) = e^{-2} + 2, y(1) = 1, y(e) = e^2 - 2.$$

$$\text{Vậy } M = e^2 - 2, m = 1. \text{ Chọn D.}$$

Câu 31. Đặt $t = 2^{x-1} \geq 2^0 = 1$.

Mỗi giá trị $t > 1$ có 2 giá trị x thỏa mãn; $t = 1$ có 1 giá trị x thỏa mãn phương trình.

Do đó bài toán tương đương tìm m để phương trình $2t^2 + t + m = 0$ (1) có nghiệm $t = 1$ và không có nghiệm $t > 1$.

Với $t = 1$ ta tìm được $m = -3$. Với $m = -3$ thì (1)

có nghiệm $t = 1$ và $t = -\frac{3}{2}$, do đó phương trình đã

cho có nghiệm duy nhất $x = -1$. Chọn D.

Câu 32. Gọi cạnh hình lập phương là a , khi đó

$$6a^2 = 150 \Leftrightarrow a = 5.$$

Thể tích khối lập phương là: $V = a^3 = 125 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Chọn A.

Câu 33. Bán kính đáy nồi:

$$R^2 = 900\pi : \pi = 900 \Rightarrow R = 30 \text{ (cm)}.$$

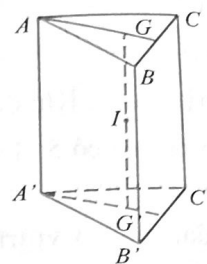
Chiều dài miếng kim loại là:

$$2\pi R = 2\pi \cdot 30 = 60\pi \text{ (cm)}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 34. Ta có

$$\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \frac{MI}{MN} \cdot \frac{MJ}{MP} \cdot \frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 35. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm của 2 tam giác đều ABC và $A'B'C'$. Gọi I là trung điểm GG' . Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.



Ta có

$$R = AI = \sqrt{AG^2 + GI^2} = \sqrt{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{21}}{3}.$$

$$\text{Vậy } S = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{21}}{3}\right)^2 = \frac{28\pi a^2}{3}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 36. Gọi chiều cao hình nón nhỏ, hình nón lớn, thể tích khối nón nhỏ, khối nón lớn lần lượt là $h_1; h_2; V_1; V_2$. Khi đó ta có: $h_1 + h_2 = 30$ (1) và tính

$$\text{được } V_1 = \frac{1}{9}\pi h_1^3; V_2 = \frac{1}{9}\pi h_2^3.$$

Do đó

$$V_1 + V_2 = \frac{1}{9}\pi(h_1^3 + h_2^3) = 1000\pi \Rightarrow h_1^3 + h_2^3 = 9000. \text{ (2)}$$

Giải (1) và (2) được $h_1 = 10; h_2 = 20$ do đó

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^3 = \left(\frac{10}{20}\right)^3 = \frac{1}{8}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 37. Tính được A từ giả thiết $65 = 100 \cdot (0,5)^{\frac{3574}{A}}$.

Tìm được t thỏa mãn $63 = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{A}}$.

Kết quả $t = 3833$. Chọn B.

Câu 38. Ta có

$$\begin{aligned} \int x e^{2x} dx &= \frac{1}{2} \int x d(e^{2x}) = \frac{1}{2} x e^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx \\ &= \frac{1}{2} e^{2x} \left(x - \frac{1}{2}\right) + C. \text{ Chọn A.} \end{aligned}$$

Câu 39. Đổi biến

$$x = \tan \alpha \Rightarrow dx = \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha} = (1 + x^2) d\alpha \Rightarrow d\alpha = \frac{dx}{1 + x^2}.$$

$$\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 \alpha f(\tan \alpha) d\alpha = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) f(\tan \alpha) d\alpha$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan \alpha) d(\tan \alpha) - \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan \alpha) d\alpha.$$

Do đó: $2 = \int_0^1 f(x) dx - 4 \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = 6$. Chọn A.

Câu 40. Đặt
$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$$

$$\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 -\frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{2} \ln 2 - x \Big|_1^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln 2.$$

Suy ra $b = 1; c = 2; a = -\frac{1}{2}$ nên $2a + 3b + c = 4$.

Chọn A.

Câu 41. Phương trình hoành độ giao điểm (H) và

trục Ox là: $\frac{x-1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Giao điểm (H) và trục Oy là: $(0; -1)$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

(H): $y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ là:

$$S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = \left| \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{x+1} \right) dx \right| = \left| \left[x - 2 \ln(x+1) \right]_0^1 \right| = 2 \ln 2 - 1. \text{ Chọn B.}$$

Câu 42. Từ $3z - (4+5i)\bar{z} = -17+11i$ ta có $-a-5b+(7b-5a) = -17+11i$.

Giải hệ $\begin{cases} a+5b=17 \\ 7b-5a=11 \end{cases}$ được $a=2; b=3 \Rightarrow ab=6$.

Chọn A.

Câu 43. Phương trình có các nghiệm: $1; -1-i; -1+i$, tổng các nghiệm bằng -1 . Chọn B.

Câu 44. Ta có

$$\begin{aligned} |z+2+i| &= |\bar{z}-3i| \Leftrightarrow |(x+2)+(y+1)i| = |x-(y+3)i| \\ \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 &= x^2 + (y+3)^2 \\ \Leftrightarrow x-y-1 &= 0. \text{ Chọn D.} \end{aligned}$$

Câu 45. Đặt $z = x + yi$. Ta có

$$|(x-3)+(y-4)i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 5.$$

$$\begin{aligned} P &= |(x+2)^2 + yi|^2 - |(x+(y-1)i)|^2 = 4x+2y+3 \\ &= 4(x-3) + 2(y-4) + 23 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |P-23| \leq \sqrt{4^2+2^2} \cdot \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{20} \cdot 5 = 10$$

$$\Rightarrow 13 \leq P \leq 33$$

($P = 33$ khi $z = 5 + 4i$; $P = 13$ khi $z = 1 + 3i$).

Khi đó $w = 33 + 13i \Rightarrow |w| = \sqrt{1258}$. Chọn A.

Câu 46. Phương trình đã cho là phương trình của mặt cầu khi

$$\begin{aligned} (m+2)^2 + (2m)^2 + m^2 &> 5m^2 + 9 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 > 0 \\ \Leftrightarrow m < -5 \text{ hoặc } m > 1. &\text{ Chọn B.} \end{aligned}$$

Câu 47. Tọa độ véc tơ $\vec{m}(3; 22; -3)$. Chọn A.

Câu 48. Mặt cầu có tâm $I(1; -1; -3)$ có bán kính

$R = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách d từ I đến các mặt phẳng và so sánh với R , khoảng cách $d < R$ thì mặt phẳng cắt mặt cầu. Chọn D.

Câu 49. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và d . Ta có $AH \leq AK \Rightarrow AH_{\max} \Leftrightarrow H = K$.

$$\begin{aligned} K \in d &\Leftrightarrow K(t; t; 1+t) \Rightarrow \vec{AK} = (t-3; t-2; t+2) \\ \Rightarrow \vec{AK} \cdot \vec{u_d} &= 0 \Leftrightarrow t = 1. \end{aligned}$$

Suy ra: $K(1; 1; 2)$ và $\vec{AK} = (-2; -1; 3)$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } (P): -2(x-1) - 1(y-1) + 3(z-2) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x + y - 3z + 3 &= 0. \text{ Chọn A.} \end{aligned}$$

Câu 50. Phương trình đường thẳng d là:

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t, t \in \mathbb{R}. \\ z = -3 - 4t \end{cases}$$

$$B \in d \Rightarrow B(1+3t; 2+4t; -3-4t).$$

$$\text{Mà } B \in (P) \Leftrightarrow 18t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1).$$

Do ΔMAB vuông tại $M \Rightarrow MB = \sqrt{AB^2 - MA^2}$. Để MB lớn nhất thì MA nhỏ nhất.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P). Xét ΔAHM vuông tại $H \Rightarrow AM \geq AH$.

Để MA nhỏ nhất thì $M \equiv H \Rightarrow MB$ là giao tuyến phẳng chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P).

$$\vec{n}_\alpha = [\vec{n}_p, \vec{u_d}] = (-4; 5; 2)$$

$$\Rightarrow \vec{u}_{MB} = [\vec{n}_p, \vec{n}_\alpha] = -9(1; 0; 2).$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } MB: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Khi đó điểm $I(-1; -2; 3)$ thỏa mãn. Chọn B.

NGUYỄN THANH GIANG
(GV THPT chuyên Hưng Yên)

TOÁN HỌC
& Tuổi trẻ 17

