

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

**Câu 1 (2 điểm).** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .

- Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2.

**Câu 2 (1 điểm).**

- Giải phương trình  $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$ .
- Giải phương trình  $\log_2(3x-1) - \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 2$ .

**Câu 3 (1 điểm).**

- Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $2z + i\bar{z} = 4 - i$ . Tìm môđun của  $z$ .
- Cho tập  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , gọi  $S$  là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được thành lập từ các phần tử của tập  $X$ . Lấy ngẫu nhiên một phần tử thuộc tập  $S$ . Tính xác suất để số lấy được chia hết cho 5.

**Câu 4 (1 điểm).** Tính tích phân  $I = \int_0^{\ln 6} e^x \left( 2 + \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} \right) dx$ .

**Câu 5 (1 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $A(0; 4; -1)$ ,  $B(2; -2; 1)$ ,  $I$  là trung điểm  $AB$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua  $A$ , vuông góc với đường thẳng  $OB$ . Viết phương trình mặt cầu tâm  $I$  tiếp xúc với mặt phẳng (P).

**Câu 6 (1 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a$ ,  $AD = 3a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với (ABCD), góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng  $45^\circ$ . Gọi  $P$  là điểm thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $CP = 2BP$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $DP$ .

**Câu 7 (1 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình vuông  $ABCD$  có  $M$ ,  $N$  tương ứng là trung điểm của  $AB$ ,  $CD$ . Điểm  $E$  thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $CE = \frac{5}{3}EB$ , điểm  $G\left(0; \frac{-4}{3}\right)$  là trọng tâm tam giác  $BDN$ . Đường thẳng  $ME$  có phương trình  $3x - y - 12 = 0$ . Xác định tọa độ điểm  $B$  và điểm  $M$ .

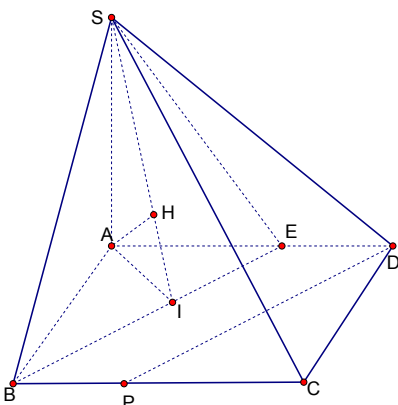
**Câu 8 (1 điểm).** Giải phương trình  $2x + 1 = \frac{4x^2 + x}{\sqrt{4x^2 + 10x + 3}} + \sqrt{3x + 1}$ .

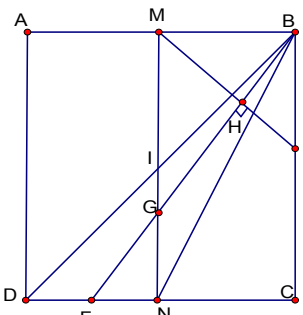
**Câu 9 (1 điểm).** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $x + y + 2z = 1$ .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{9}{x + y + z} - \sqrt{\left(\frac{1}{x} - 1\right)\left(\frac{1}{y} - 1\right)}$ .

| Câu    | Đáp án                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Điểm |           |   |           |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----------|---|-----------|--|-----------|------|--|---|--|---|--|-----|---|--|-----------|--|---|------|
|        | Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .<br>a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1,0đ |           |   |           |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|        | - Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$<br><br>- Chiều biến thiên: + Sự biến thiên $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0$ với $\forall x \neq 1$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |           |   |           |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|        | + Hàm nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ .<br>+ Giới hạn và các đường tiệm cận.<br>$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ ; Đồ thị nhận đường thẳng $y = 2$ làm tiệm cận ngang.<br>$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty$ Đồ thị nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.<br>+Cực trị: Hàm số không có cực trị | 0,25 |           |   |           |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
| Câu 1a | +Bảng biến thiên<br><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td></td><td>1</td><td></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td>-</td><td></td><td>-</td><td></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td>2</td><td></td><td><math>+\infty</math></td><td></td><td>2</td></tr></table><br>- Đồ thị<br>Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(2;3)$ , $(1;0)$ $\left(\frac{1}{2};0\right)$<br>    | $x$  | $-\infty$ |   | 1         |  | $+\infty$ | $y'$ |  | - |  | - |  | $y$ | 2 |  | $+\infty$ |  | 2 | 0,25 |
| $x$    | $-\infty$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |      | 1         |   | $+\infty$ |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
| $y'$   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | -    |           | - |           |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
| $y$    | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      | $+\infty$ |   | 2         |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|        | b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 1,0đ |           |   |           |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
| Câu 1b | Phương trình tiếp tuyến $\Delta : y = y'(2)(x-2) + y(2)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,5  |           |   |           |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|        | Ta có $y'(2) = -1; y(2) = 3$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25 |           |   |           |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |
|        | Suy ra $\Delta : y = -1(x-2) + 3 \Leftrightarrow \Delta : y = -x + 5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |           |   |           |  |           |      |  |   |  |   |  |     |   |  |           |  |   |      |

|               |                                                                                                                                                                                                                                             |             |
|---------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>Câu 2a</b> | Giải phương trình $\cos 2x + \sin x - 1 = 0$ .                                                                                                                                                                                              | <b>0,5đ</b> |
|               | $\cos 2x + \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow -2\sin^2 x + \sin x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0$ hoặc $\sin x = \frac{1}{2}$                                                                                                                   | 0,25        |
|               | $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$ ; $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$                                                                                                  | 0,25        |
| <b>Câu 2b</b> | Giải phương trình $\log_2(3x-1) - \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 2$ .                                                                                                                                                                            | <b>0,5đ</b> |
|               | Điều kiện xác định $x > \frac{1}{3}$ .                                                                                                                                                                                                      | 0,25        |
|               | Khi đó $\log_2(3x-1) - \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 2 \Leftrightarrow \log_2[(3x-1)(x+1)] = \log_2 4$                                                                                                                                          |             |
|               | $\Leftrightarrow (3x-1)(x+1) = 4 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = \frac{-5}{3}$<br>Đối chiếu điều kiện ta có $x = 1$ là nghiệm                                                                            | 0,25        |
| <b>Câu 3a</b> | Cho số phức $z$ thỏa mãn: $2z + i\bar{z} = 4 - i$ . Tìm môđun của $z$ .                                                                                                                                                                     | <b>0,5đ</b> |
|               | Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ , suy ra $\bar{z} = a - bi$<br>$2z + i\bar{z} = 4 - i \Leftrightarrow 2(a + bi) + i(a - bi) = 4 - i \Leftrightarrow 2a + b + (2b + a)i = 4 - i$                                                  | 0,25        |
|               | $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 4 \\ 2b + a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$ Suy ra $z = 3 - 2i \Rightarrow  z  = \sqrt{13}$                                                             | 0,25        |
| <b>Câu 3b</b> | Cho tập $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , gọi $S$ là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được thành lập từ các phần tử của tập $X$ . Lấy ngẫu nhiên một phần tử thuộc tập $S$ . Tính xác suất để số lấy được chia hết cho 5.        | <b>0,5đ</b> |
|               | Gọi $\Omega$ là không gian mẫu của phép chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập $S$<br>Suy ra $n(\Omega) = n(S) = A_7^5 = 2520$                                                                                                                    | 0,25        |
|               | Gọi $B$ là biến cố chọn được số $\overline{abcde}$ là số chia hết cho 5,<br>Suy ra $e = 5$ , Số cách chọn $\overline{abcd}$ bằng $A_6^4$ , Suy ra $n(B) = A_6^4 = 360$ Vậy<br>$P(B) = \frac{A_6^4}{A_7^5} = \frac{360}{2520} = \frac{1}{7}$ | 0,25        |
| <b>Câu 4</b>  | Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 6} e^x \left( 2 + \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} \right) dx$ .                                                                                                                                                  | <b>1,0đ</b> |
|               | $I = \int_0^{\ln 6} e^x \left( 2 + \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} \right) dx = 2 \int_0^{\ln 6} e^x dx + \int_0^{\ln 6} \frac{e^x \cdot e^x dx}{\sqrt{e^x + 3}}$                                                                                | 0,25        |
|               | $2 \int_0^{\ln 6} e^x dx = 2e^x \Big _0^{\ln 6} = 2(6 - 1) = 10$                                                                                                                                                                            | 0,25        |
|               | Tính $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x \cdot e^x dx}{\sqrt{e^x + 3}}$ . Đặt $t = \sqrt{e^x + 3} \Rightarrow e^x + 3 = t^2 \Rightarrow e^x dx = 2t dt$<br>Đổi cận: Khi $x = 0 \Rightarrow t = 2, x = \ln 6 \Rightarrow t = 3$                        | 0,25        |
|               | $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x \cdot e^x dx}{\sqrt{e^x + 3}} = \int_2^3 \frac{(t^2 - 3)2t dt}{t} = \int_2^3 2(t^2 - 3) dt = 2 \left( \frac{1}{3} t^3 - 3t \right) \Big _2^3 = \frac{20}{3}$ Suy ra<br>$I = 10 + \frac{20}{3} = \frac{50}{3}$     | 0,25        |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Câu 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(0;4;-1)$ , $B(2;-2;1)$ , $I$ là trung điểm $AB$ . Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua $A$ , vuông góc với đường thẳng $OB$ . Viết phương trình mặt cầu tâm $I$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P)$ .                                                                          | 1,0đ |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Ta có $\overrightarrow{OB} = (2;-2;1)$ , mặt phẳng $(P)$ qua $A$ nhận $\overrightarrow{OB} = (2;-2;1)$ làm vtp                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Suy ra $(P): 2(x-0) - 2(y-4) + 1(z+1) = 0 \Leftrightarrow (P): 2x - 2y + z + 9 = 0$                                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | $I$ là trung điểm của $AB$ , suy ra $I(1;1;0)$ $d(I, (P)) = \frac{ 2.1 - 2.1 + 0 + 9 }{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 3$                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Phương trình mặt cầu cần tìm $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
| Câu 6                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$ , $AD = 3a$ . Cạnh $SA$ vuông góc với $(ABCD)$ , góc giữa mặt phẳng $(SBC)$ và mặt đáy bằng $45^\circ$ . Gọi $P$ là điểm thuộc cạnh $BC$ sao cho $CP = 2BP$ . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $SB$ và $DP$ .             | 1,0đ |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <div></div> <div>Ta có <math>SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD}</math><br/><math>S_{ABCD} = AB.AD = a.3a = 3a^2</math></div>                                                                                   | 0,25 |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <div>Góc <math>\widehat{SBA}</math> là góc giữa <math>(SBC)</math> và mặt đáy, suy ra <math>\widehat{SBA} = 45^\circ</math>. Nên tam giác <math>SAB</math> vuông cân tại <math>A</math>, suy ra <math>SA = AB = a</math>.</div> <div><math>V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3} a.3a^2 = a^3</math> (đvtt)</div> | 0,25 |
| Qua $B$ dựng đường thẳng song song với $PD$ cắt cạnh $AD$ tại $E$ , ta có $ED = PB = a$ .<br>Do đó $PD \parallel (SBE)$<br><br>Suy ra $d(SB, PD) = d(PD, (SBE)) = d(D, (SBE)) = \frac{1}{2} d(A, (SBE))$<br><br>Dựng $AI \perp BE$ , dựng $AH$ vuông góc với $SI$ . Ta có $AH \perp (SBE)$<br>$\Rightarrow d(A, (SBE)) = AH$ | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |
| Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{9}{4a^2}$<br>Suy ra $AH = \frac{2a}{3} \Rightarrow d(A, (SBE)) \Rightarrow d(SB, PD) = \frac{a}{3}$                                                      | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |

|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Câu 7 | <p>Trong mặt phẳng tọa độ <math>Oxy</math>, cho hình vuông <math>ABCD</math> có <math>M, N</math> tương ứng là trung điểm của <math>AB, CD</math>. Điểm <math>E</math> thuộc cạnh <math>BC</math> sao cho <math>CE = \frac{5}{3}EB</math>, điểm <math>G\left(0; \frac{-4}{3}\right)</math> là trọng tâm tam giác <math>BDN</math>. Đường thẳng <math>ME</math> có phương trình <math>3x - y - 12 = 0</math>. Xác định tọa độ điểm <math>B</math> và điểm <math>M</math>.</p>                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 1,0đ |
|       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <p>Gọi <math>a</math> là độ dài cạnh của hình vuông. Gọi <math>F</math> là trung điểm của <math>DN</math>. <math>FC = \frac{3a}{4} \Rightarrow \tan \widehat{FBC} = \frac{FC}{BC} = \frac{3}{4}</math></p> <p><math>BE = \frac{3a}{8} \Rightarrow \tan \widehat{EMB} = \frac{BE}{BM} = \frac{3a/8}{a/2} = \frac{3}{4}</math></p> <p>Suy ra <math>\widehat{FBC} = \widehat{EMB} \Rightarrow ME \perp BF</math></p> <p>Ta có <math>BE</math> đi qua <math>G</math> vuông góc với <math>ME</math>: <math>3x - y - 12 = 0</math>.</p> <p>Suy ra <math>FB: 1(x - 0) + 3\left(y + \frac{4}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow FB: x + 3y + 4 = 0</math></p> | 0,25 |
|       | <p>Gọi <math>H</math> là giao điểm của <math>BF</math> và <math>ME</math>, tọa độ <math>H</math> là nghiệm của hệ</p> $\begin{cases} 3x - y - 12 = 0 \\ x + 3y + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{16}{5}; -\frac{12}{5}\right)$ <p>Ta có <math>\frac{HB}{HG} = \frac{BE}{MG} = \frac{9}{16} \Rightarrow \overrightarrow{HB} = -\frac{9}{16}\overrightarrow{HG}</math></p> $\Rightarrow \overrightarrow{HG} = \left(\frac{-16}{5}; \frac{16}{15}\right) \Rightarrow \overrightarrow{HB} = \left(\frac{9}{5}; -\frac{3}{5}\right) \Rightarrow B(5; -3)$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|       | <p>Suy ra <math>HB = \frac{3\sqrt{10}}{5}</math> (1) Ta có <math>\frac{1}{HB^2} = \frac{1}{MB^2} + \frac{1}{BE^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{64}{9a^2} = \frac{100}{9a^2}</math></p> <p>Suy ra <math>HB = \frac{3a}{10}</math> (2). Từ (1) và (2) suy ra <math>a = 2\sqrt{10} \Rightarrow MB = \sqrt{10}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|       | <p>Gọi <math>M(t; 3t - 12)</math>, Ta có <math>MB = \sqrt{10} \Leftrightarrow (t - 5)^2 + (3t - 9)^2 = 10 \Leftrightarrow t = 4</math> hoặc <math>t = \frac{12}{5}</math></p> <p>Với <math>t = 4 \Rightarrow M(4; 0)</math>. Với <math>t = \frac{12}{5} \Rightarrow M\left(\frac{12}{5}; -\frac{24}{5}\right)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|       | <p>Giải phương trình <math>2x + 1 = \frac{4x^2 + x}{\sqrt{4x^2 + 10x + 3}} + \sqrt{3x + 1}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 1,0đ |
| Câu 8 | <p>Điều kiện xác định <math>\begin{cases} 3x + 1 \geq 0 \\ 4x^2 + 10x + 3 &gt; 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{-1}{3}</math></p> <p>Pt tương đương <math>2x + 1 - \sqrt{3x + 1} = \frac{4x^2 + x}{\sqrt{4x^2 + 10x + 3}} \Leftrightarrow \frac{4x^2 + x}{2x + 1 + \sqrt{3x + 1}} = \frac{4x^2 + x}{\sqrt{4x^2 + 10x + 3}}</math></p> <p><math>\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + x = 0 \text{ (1)} \\ \sqrt{4x^2 + 10x + 3} = 2x + 1 + \sqrt{3x + 1} \text{ (2)} \end{cases}</math></p>                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|       | <p>Giải (1) <math>4x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x = 0</math> hoặc <math>x = -\frac{1}{4}</math>. Đối chiếu điều kiện ta có <math>x = 0, x = -\frac{1}{4}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|       | <p>Giải (2) <math>\sqrt{4x^2 + 10x + 3} = 2x + 1 + \sqrt{3x + 1}</math> (1)</p> <p>Đặt <math>2x + 1 = a, \sqrt{3x + 1} = b</math>. do <math>x \geq \frac{-1}{3} \Rightarrow a, b \geq 0</math></p> <p>PT (1) trở thành: <math>\sqrt{a^2 + 2b^2} = a + b \Leftrightarrow a^2 + 2b^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Leftrightarrow b^2 - 2ab = 0</math></p> <p><math>\Leftrightarrow b = 0</math> hoặc <math>b = 2a</math></p>                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |

|                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                  |               |               |               |    |  |   |   |   |  |                  |  |      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|---------------|---------------|---------------|----|--|---|---|---|--|------------------|--|------|
|                                                                                                                                                                                                                  | <p>Với <math>b = 0</math> ta có <math>\sqrt{3x+1} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{3}</math></p> <p>Với <math>b = 2a</math> , ta có <math>\sqrt{3x+1} = 2(2x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{-1}{2} \\ 16x^2 + 13x + 3 = 0 \end{cases}</math> (hệ vô nghiệm)</p> <p>Kết luận : <math>x = 0; x = \frac{-1}{3}, x = \frac{-1}{4}</math></p>                                                                                                                                                                                  | 0,25             |               |               |               |    |  |   |   |   |  |                  |  |      |
| Câu 9                                                                                                                                                                                                            | <p>Cho <math>x, y, z</math> là các số thực dương thỏa mãn <math>x + y + 2z = 1</math>.</p> <p>Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức <math>P = \frac{9}{x + y + z} - \sqrt{\left(\frac{1}{x} - 1\right)\left(\frac{1}{y} - 1\right)}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 1,0đ             |               |               |               |    |  |   |   |   |  |                  |  |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | <p>Ta có <math>\left(\frac{1}{x} - 1\right)\left(\frac{1}{y} - 1\right) = \frac{(1-x)(1-y)}{xy} = \frac{(y+2z)(x+2z)}{xy} = 1 + \frac{2z(x+y)+4z^2}{xy}</math></p> <p><math>= 1 + \frac{2z(1-2z)+4z^2}{xy} = 1 + \frac{2z}{xy} \geq 1 + \frac{2z}{\frac{(x+y)^2}{4}} = 1 + \frac{8z}{(1-2z)^2} = \frac{(1+2z)^2}{(1-2z)^2}</math></p>                                                                                                                                                                                                     | 0,25             |               |               |               |    |  |   |   |   |  |                  |  |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | <p>Do <math>0 &lt; z &lt; \frac{1}{2}</math> , suy ra <math>\sqrt{\left(\frac{1}{x} - 1\right)\left(\frac{1}{y} - 1\right)} = \frac{1+2z}{1-2z}</math></p> <p>Suy ra <math>P \leq -\frac{1+2z}{1-2z} + \frac{9}{1-z} = \frac{2z+1}{2z-1} - \frac{9}{z-1}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25             |               |               |               |    |  |   |   |   |  |                  |  |      |
|                                                                                                                                                                                                                  | <p>Xét hàm số <math>f(z) = \frac{2z+1}{2z-1} - \frac{9}{z-1}</math> trên <math>\left(0; \frac{1}{2}\right)</math></p> <p><math>f'(z) = \frac{-4}{(2z-1)^2} + \frac{9}{(z-1)^2}, f'(z) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{4} \\ z = \frac{5}{8} \end{cases}</math></p> <p>Bảng biến thiên</p> <table><tr><td>x</td><td>0</td><td><math>\frac{1}{4}</math></td><td><math>\frac{1}{2}</math></td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td colspan="2"><div>↗ 9 ↘</div></td></tr></table> | x                | 0             | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | y' |  | + | - | y |  | <div>↗ 9 ↘</div> |  | 0,25 |
|                                                                                                                                                                                                                  | x                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0                | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ |               |    |  |   |   |   |  |                  |  |      |
| y'                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | +                | -             |               |               |    |  |   |   |   |  |                  |  |      |
| y                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <div>↗ 9 ↘</div> |               |               |               |    |  |   |   |   |  |                  |  |      |
| <p>Từ bảng biến thiên suy ra <math>f(z) \leq 9</math> , dấu = xảy ra khi <math>z = \frac{1}{4}</math></p> <p>Suy ra <math>P \leq 9</math> , dấu = xảy ra khi và chỉ khi <math>x = y = z = \frac{1}{4}</math></p> | 0,25                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                  |               |               |               |    |  |   |   |   |  |                  |  |      |