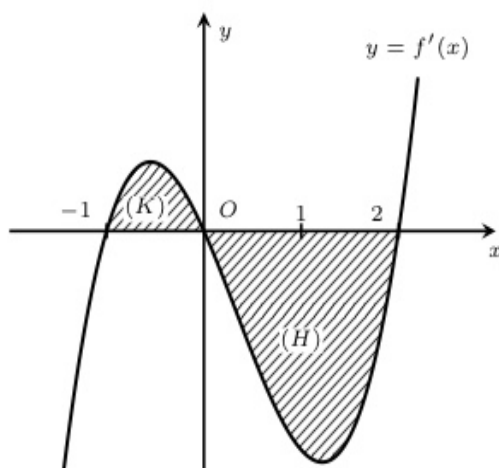


CHUYÊN ĐỀ

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN GIẢI BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN SO SÁNH GIÁ TRỊ HÀM SỐ

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên.

Diện tích các hình phẳng (K) , (H) lần lượt là $\frac{5}{12}, \frac{8}{3}$. Biết $f(-1) = \frac{19}{12}$, tính $f(2)$.



A. $f(2) = \frac{11}{6}$

B. $f(2) = -\frac{2}{3}$

C. $f(2) = 3$

D. $f(2) = 0$

Lời giải

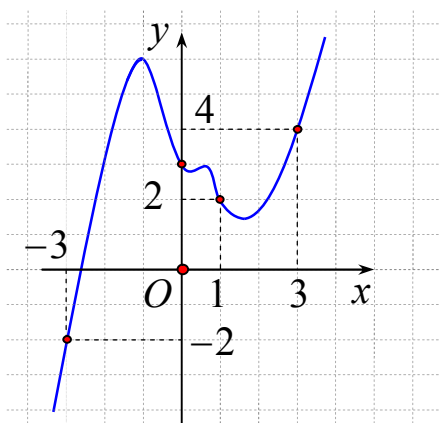
Chọn B

$$S_K = \int_{-1}^0 f'(x) dx \Leftrightarrow f(0) - f(-1) = \frac{5}{12} \Leftrightarrow f(0) = \frac{5}{12} + \frac{19}{12} = 2.$$

$$S_H = -\int_0^2 f'(x) dx \Leftrightarrow -f(2) + f(0) = \frac{8}{3} \Leftrightarrow f(2) = -\frac{8}{3} + 2 = -\frac{2}{3}.$$

$$S = \int_{-1}^0 f'(x) dx - \int_0^2 f'(x) dx \Leftrightarrow \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = f(0) - f(-1) - f(2) + f(0)$$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới.



Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\min_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

B. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

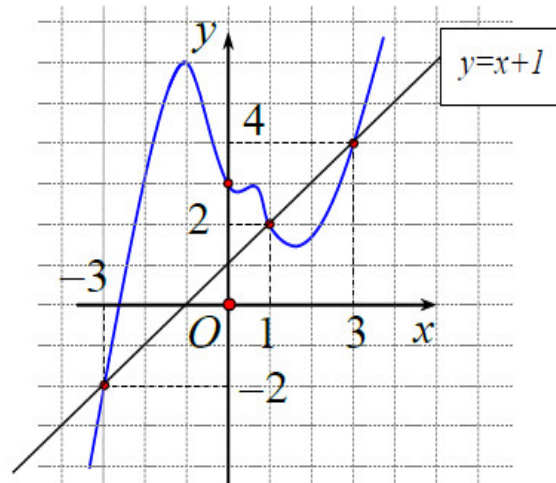
C. $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$.

D. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên $[-3;3]$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $g'(x) = 2f'(x) - 2(x+1)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1$.



Vẽ đồ thị đường thẳng $y = x + 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

Quan sát đồ thị ta thấy đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tại ba điểm phân biệt

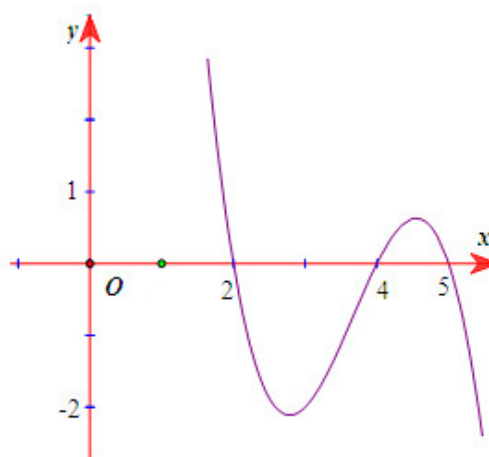
có hoành độ lần lượt là $-3; 1; 3$. Do đó $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	-3		1		3
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$g(-3)$	$\nearrow$		$\searrow$	
		$g(1)$		$g(3)$	

Vậy $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $S = f(2) - f(5)$, khi đó khẳng định nào là **đúng**?



A. $S \leq 6$.

B. $S \geq 5$.

C. $S < 5$.

D. $S > 6$.

Lời giải

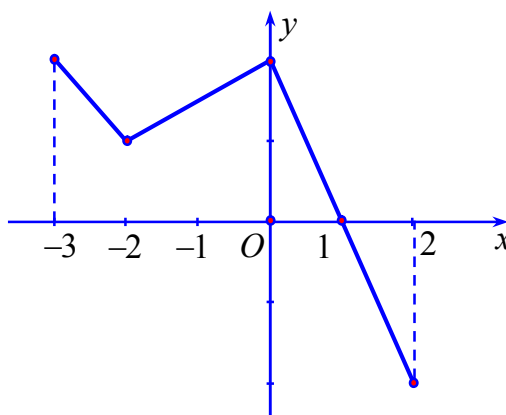
Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có $S_1 = \int_2^4 -f'(x) dx = f(2) - f(4) < 4$,

$$S_2 = \int_4^5 f'(x) dx = f(5) - f(4) < 1.$$

$$f(2) - f(5) = S_1 - S_2 < S_1 + S_2 = 5.$$

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên dưới.



Xét hàm số $g(x) = \int_{-2}^x f(t) dt$ trên đoạn $[-3; 2]$. Tìm giá trị lớn nhất trong các giá trị $g(-3)$,

$g(-2)$, $g(0)$, $g(1)$.

A. $g(-3)$.

B. $g(-2)$.

C. $g(0)$.

D. $g(1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x) = f(x)$.

Bảng biến thiên:

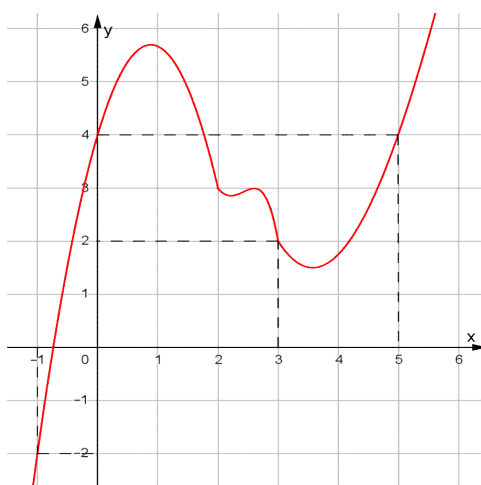
x	-3	1	2
y'	$+$	0	$-$
y	$g(1)$		

Dựa vào bảng biến thiên ta kết luận $\max_{x \in [-3; 2]} g(x) = g(1)$.

Vậy giá trị lớn nhất trong các giá trị $g(-3), g(-2), g(0), g(1)$ là $g(1)$.

Tiếp theo ta sẽ xét các Bài toán phức tạp hơn...

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(-1) < g(3) < g(5)$.

B. $g(-1) < g(5) < g(3)$.

C. $g(5) < g(-1) < g(3)$.

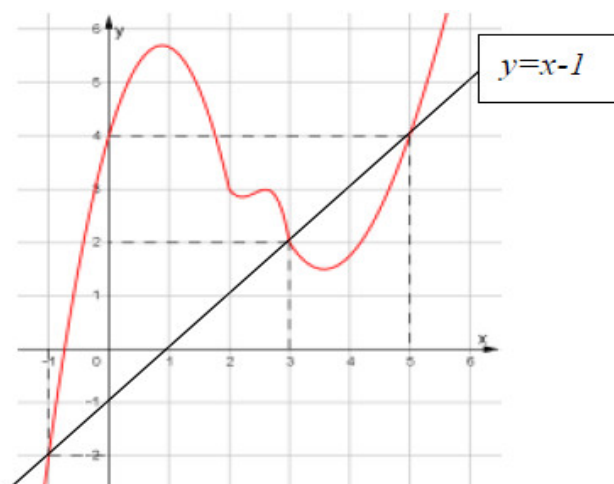
D. $g(3) < g(5) < g(-1)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $g'(x) = 2[f'(x) - (x-1)]$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x-1$.

Vẽ đường thẳng $y = x-1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



Dựa vào đồ thị ta có các nghiệm sau: $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \\ x = 5 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	5	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$		$g(-1)$	$g(3)$	$g(5)$	

Ngoài ra dựa vào đồ thị ta có $\int_{-1}^3 [f'(x) - (x-1)] dx > \int_3^5 [(x-1) - f'(x)] dx$

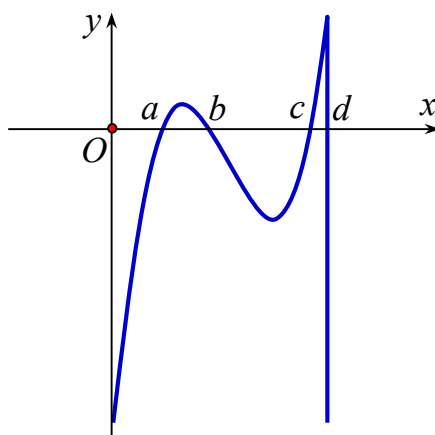
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_{-1}^3 g'(x) dx > -\frac{1}{2} \int_3^5 g'(x) dx \Leftrightarrow g(x) \Big|_{-1}^3 > -g(x) \Big|_3^5$$

$$\Leftrightarrow g(3) - g(-1) > g(3) - g(5) \Leftrightarrow g(5) > g(-1).$$

Vậy $g(3) > g(5) > g(-1)$.

+ **Nhận xét:** ta cũng thấy rằng việc nhận định vùng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x-1$ và các đường thẳng $x = -1$; $x = 3$; $x = 5$ có vẻ hơi chủ quan. Nhưng đa số ý tưởng để giải các bài toán như trên là so sánh các miền diện tích và bảng biến thiên của các hàm $g(x)$.

Câu 6. (TRƯỜNG THPT CHUYÊN LAM SƠN) Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < c < d$ và hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[0; d]$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



A. $M + m = f(0) + f(c)$.

B. $M + m = f(d) + f(c)$.

C. $M + m = f(b) + f(a)$.

D. $M + m = f(0) + f(a)$.

Lời giải

Chọn A

Gợi ý: Sử dụng bảng biến thiên ta tìm được:

$$\max_{[0;d]}[f(x)] = \max\{f(0), f(b), f(d)\}; \min_{[0;d]}[f(x)] = \min\{f(a), f(c)\}.$$

Quan sát đồ thị, dùng phương pháp tích phân để tính diện tích ta có:

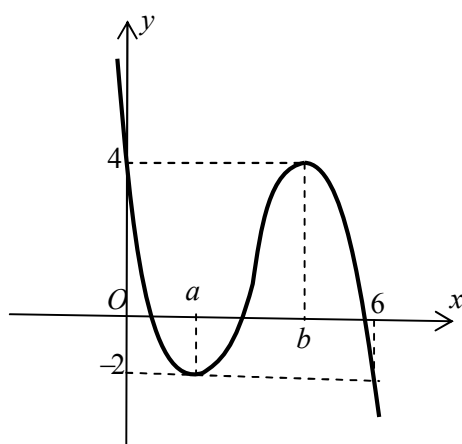
$$\int_a^b f'(x) dx < \int_b^c -f'(x) dx \Rightarrow f(c) < f(a).$$

$$\text{Tương tự: } \int_0^a -f'(x) dx > \int_a^b f'(x) dx \Rightarrow f(0) > f(b)$$

$$\text{và } \int_b^c -f'(x) dx > \int_c^d f'(x) dx \Rightarrow f(b) > f(d).$$

$$\text{Vậy } \max_{[0;d]}[f(x)] = f(0); \min_{[0;d]}[f(x)] = f(c).$$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $S = f(0) + f(6) - f(a) - f(b)$.



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $S \geq 25 + 2a - 4b$. **B.** $S \leq 26 + 2a - 4b$. **C.** $S < 25 + 2a - 4b$. **D.** $S > 26 + 2a - 4b$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hai đường thẳng $y = -2; y = 4$

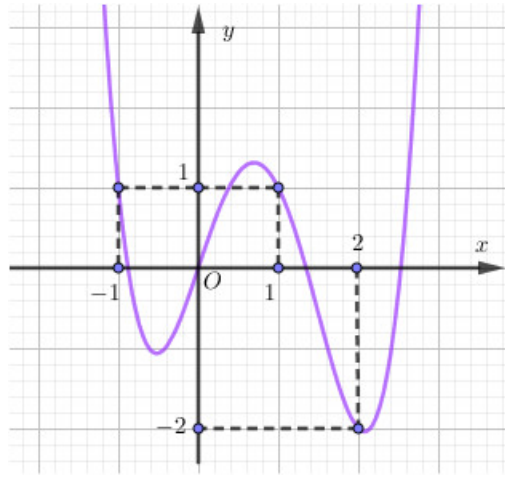
$$\text{Ta có } S = f(0) + f(6) - f(a) - f(b) = \int_b^6 f'(x) dx - \int_0^a f'(x) dx;$$

$$\text{Ta lại có: } \int_b^6 f'(x) dx < \int_b^6 4 dx = 4x \Big|_b^6 = 24 - 4b$$

$$\text{và } \int_0^a f'(x) dx > \int_0^a -2 dx = -2x \Big|_0^a = -2a$$

$$\text{Suy ra } S = f(0) + f(6) - f(a) - f(b) = \int_b^6 f'(x) dx - \int_0^a f'(x) dx < 25 + 2a - 4b.$$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $y = f(x) + \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2018$ và các phát biểu

- i) Hàm số có hai điểm cực trị trên $[-1; 2]$
- ii) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên $(-1; 2)$ là $g(0)$
- iii) $g(0) < g(1)$.
- iv) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên $[-1; 1]$ là $g(-1)$

Số phát biểu sai là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

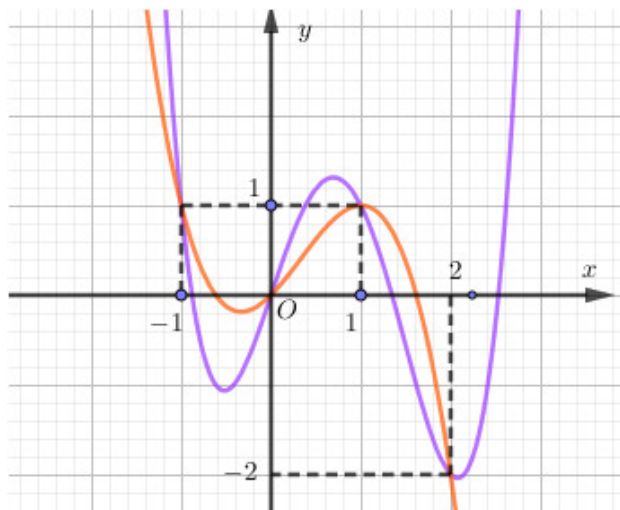
D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $g'(x) = f'(x) + x^3 + x^2 - x$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x^3 - x^2 + x$.

Dựng đồ thị hàm số $y = -x^3 - x^2 + x$ trên hệ trục tọa độ có chứa đồ thị $f'(x)$.



Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f'(x) = -x^3 - x^2 + x$ có bốn nghiệm là: $x \in \{-1; 0; 1; 2\}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số g' như sau

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

x	-1	0	1	2			
g'	0	-	0	+	0	-	0
g	$g(-1)$		$g(0)$		$g(1)$		$g(2)$

- ☐ Hàm số có hai điểm cực trị trên $[-1; 2]$
- ☐ Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên $(-1; 2)$ là $g(0)$
- ☐ $g(0) < g(1)$.

Hơn nữa ta lại có

$$-\int_{-1}^0 g'(x) dx > \int_0^1 g'(x) dx \Leftrightarrow g(-1) - g(0) > g(1) - g(0) \Leftrightarrow g(-1) > g(1)$$

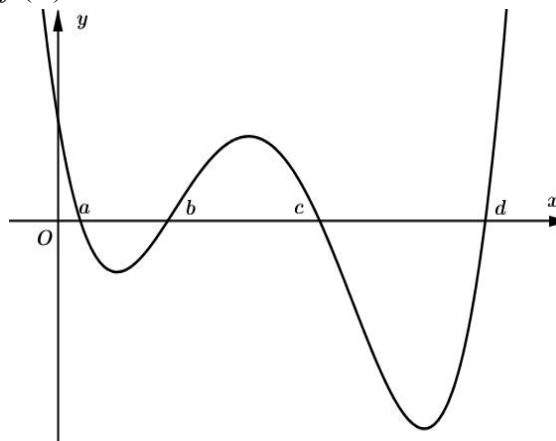
- ☐ Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên $[-1; 1]$ là $g(-1)$.

Vậy cả bốn mệnh đề đều đúng.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm a, b, c, d (hình vẽ).

Xét các mệnh đề sau:

- (I) $f(a) < f(b)$;
- (II) $f(c) > f(d)$.
- (III) $f(a) + f(c) > f(b) + f(d)$;
- (IV) $f(a) > f(b)$ và $f(c) < f(d)$.



Số mệnh đề **sai** trong 4 mệnh đề trên là

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị $f'(x)$ suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a; b), (c; d)$.

Do đó $f(a) > f(b)$, $f(c) > f(b)$ và $f(c) > f(d)$.

Nên mệnh đề (I), (IV) sai, mệnh đề (II) đúng và $2f(b) < f(a) + f(c)$.

Cũng từ đồ thị $f'(x)$ suy ra

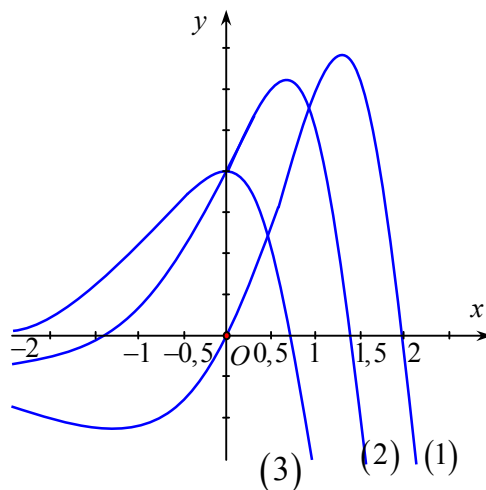
$$\int_b^c |f'(x)| dx < \int_c^d |f'(x)| dx \Leftrightarrow \int_b^c f'(x) dx < -\int_c^d f'(x) dx \Leftrightarrow f(x) \Big|_b^c < -f(x) \Big|_c^d$$

$$\Leftrightarrow f(c) - f(b) < f(c) - f(d) \Rightarrow f(b) > f(d).$$

Nên $f(a) + f(c) > 2f(b) > f(b) + f(d)$.

Vậy mệnh đề (II) đúng.

Câu 10. Cho 3 hàm số $y = f(x)$, $y = g(x) = f'(x)$, $y = h(x) = g'(x)$ có đồ thị là 3 đường cong trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $g(-1) > h(-1) > f(-1)$.

B. $h(-1) > g(-1) > f(-1)$.

C. $h(-1) > f(-1) > g(-1)$.

D. $f(-1) > g(-1) > h(-1)$.

Lời giải

Chọn B

+ Nếu (1) là đồ thị hàm số $y = h(x) = g'(x)$ thì $g'(x) > 0 \forall x \in (0; 2) \Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$, trong hai đồ thị còn lại không có đồ thị nào thỏa mãn là đồ thị hàm số $y = g(x) = f'(x)$.

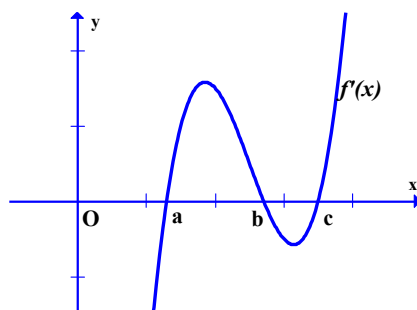
+ Nếu (2) là đồ thị hàm số $y = h(x) = g'(x)$ thì $g'(x) > 0, \forall x \in (-1, 5; 1, 5) \Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $(-1, 5; 1, 5)$, (1) là đồ thị hàm số $y = g(x) = f'(x)$ thì $f'(x) > 0, \forall x \in (0; 2)$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(0; 2)$, nhưng (3) không thỏa mãn là đồ thị hàm số $y = f(x)$.

+ Nếu (3) là đồ thị hàm số $y = h(x) = g'(x)$ thì $g'(x) > 0, \forall x \in (-\infty; 1)$
 $\Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$, vậy (2) là đồ thị hàm số $y = g(x) = f'(x)$ và (1) là đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào đồ thị ta có $h(-1) > g(-1) > f(-1)$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như trong hình vẽ bên. Hỏi phương trình $f(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm biết $f(a) > 0$?



A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$		$f(a)$	$f(b)$	$f(c)$		$+\infty$	

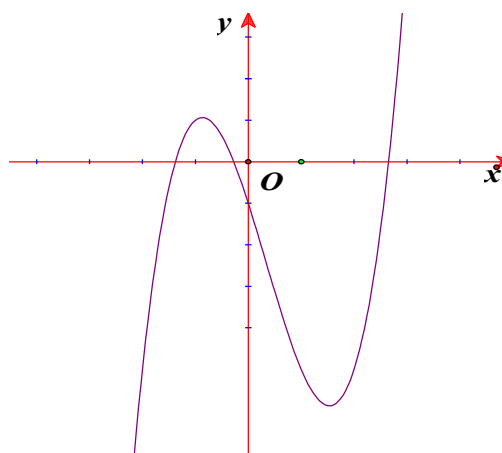
Mặt khác

$$\int_a^b f'(x) dx > \int_b^c f'(x) dx \Rightarrow f(x)|_a^b > -f(x)|_b^c$$

$$\Leftrightarrow f(b) - f(a) > -f(c) + f(b) \Leftrightarrow f(a) < f(c)$$

Mà $f(a) > 0$ nên phương trình vô nghiệm.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Biết $f(a).f(b) < 0$ hỏi đồ thị của hàm $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ít nhất bao nhiêu điểm ?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị đã cho ta có BBT sau :

x	$-\infty$	a	b	c	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$				$f(b)$				
			$f(a)$			$f(c)$		

$$\text{Vì } \begin{cases} f(a).f(b) < 0 \\ f(a) < f(b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(a) < 0 \\ f(b) > 0 \end{cases}.$$

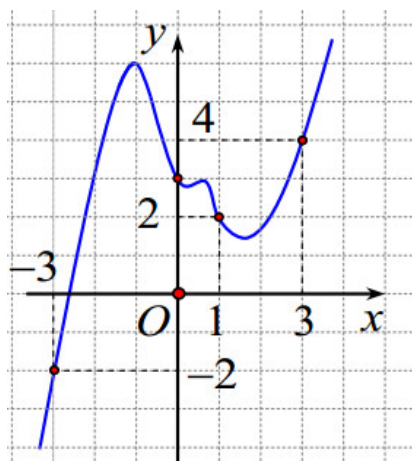
$$\text{Ta có } \int_a^b f'(x) dx < \int_b^c -f'(x) dx \Rightarrow \int_a^c f'(x) dx < 0 \Rightarrow f(c) < f(a) \Rightarrow f(c) < 0.$$

Ta lại có $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a).f(b) < 0 \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(a; b)$, nghĩa là đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ít nhất một điểm có hoành độ thuộc khoảng $(a; b)$.

Tương tự $f(x)$ liên tục trên $[b; c]$ và $f(b).f(c) < 0 \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(b; c)$, nghĩa là đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ít nhất một điểm có hoành độ thuộc khoảng $(b; c)$.

và $(a; b) \cap (b; c) = \emptyset$, do đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ít nhất hai điểm.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết $f(1) = 6$ và $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

B. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

C. Phương trình $g(x) = 0$ không có nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

D. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng ba nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x) = f'(x) - (x+1)$.

Ta thấy đường thẳng $y = x+1$ là đường thẳng đi qua các điểm $(-3; -2), (1; 2), (3; 4)$.

Do $f(1) = 6 \Rightarrow g(1) = 4$.

Từ hình vẽ ta thấy:

$$\int_{-3}^1 f'(x) dx > 6 \Rightarrow f(1) - f(-3) > 6 \Rightarrow f(-3) < 0 \Rightarrow g(-3) = f(-3) - 2 < 0.$$

$$\int_1^3 f'(x) dx > 2 \Rightarrow f(3) - f(1) > 6 \Rightarrow f(3) > 8 \Rightarrow g(3) = f(3) - 8 > 0.$$

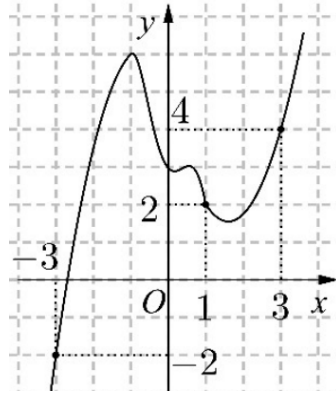
Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x+1$ cùng với các kết quả trên ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$
$g'(x)$	/ + 0 - /				
$g(x)$	/ $g(-3)$ ↗ ↘ $g(3)$ /				

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

A. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. (THPTQG 2017) Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $g(-3) > g(3) > g(1)$.

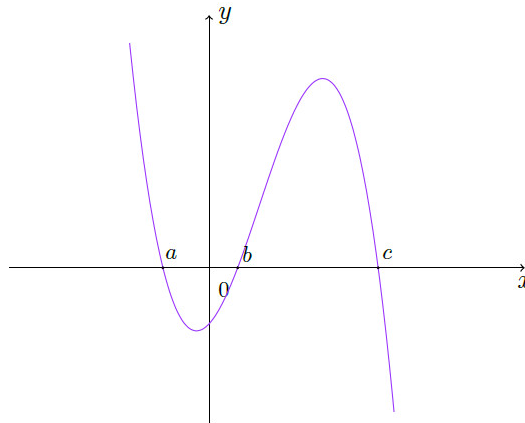
B. $g(1) > g(-3) > g(3)$.

C. $g(3) > g(-3) > g(1)$.

D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.

Câu 2. (THPT Đồng Quan, Hà Nội – 2017).

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $f(c) > f(a) > f(b)$.

B. $f(b) > f(a) > f(c)$.

C. $f(a) > f(b) > f(c)$.

D. $f(c) > f(b) > f(a)$.

Câu 3. (Chuyên Đại học Vinh, lần 4 – 2017). Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1), f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1 < f(5) < 2$.

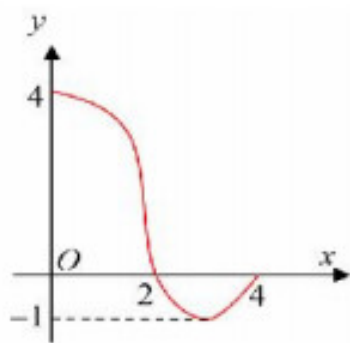
B. $4 < f(5) < 5$.

C. $3 < f(5) < 4$.

D. $2 < f(5) < 3$.

Câu 4. (THPT Phan Bội Châu – Đắk Lắk – Lần 2 – 2017).

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ với $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[0; 4]$, có đạo hàm trên khoảng $(0; 4)$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $f(4) = f(2) < f(0)$.

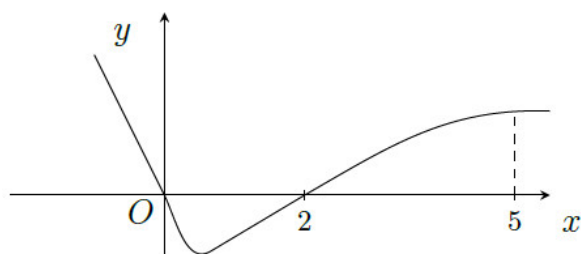
B. $f(0) < f(4) = f(2)$.

C. $f(0) < f(4) < f(2)$.

D. $f(4) < f(0) < f(2)$.

Câu 5. (Chuyên Đại học Vinh, lần 4 – 2017).

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình bên. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là



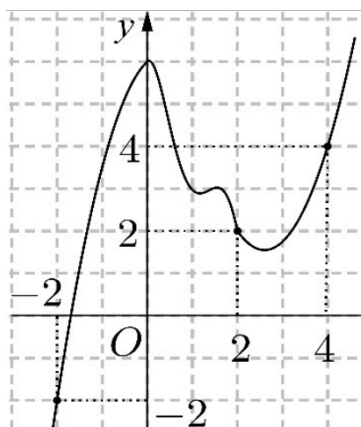
A. $f(0), f(5)$.

B. $f(2), f(0)$.

C. $f(1), f(5)$.

D. $f(2), f(5)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



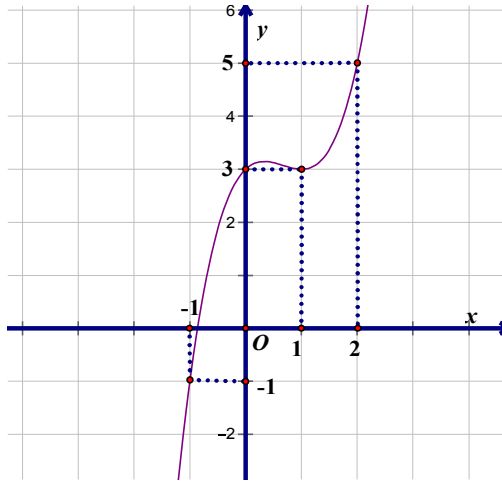
A. $h(4) = h(-2) > h(2)$

B. $h(4) = h(-2) < h(2)$

C. $h(2) > h(4) > h(-2)$

D. $h(2) > h(-2) > h(4)$

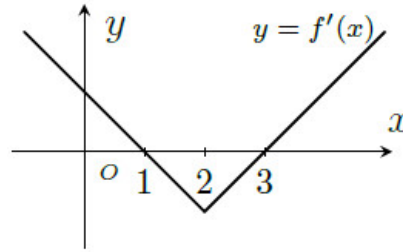
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình 2 dưới đây.



Lập hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

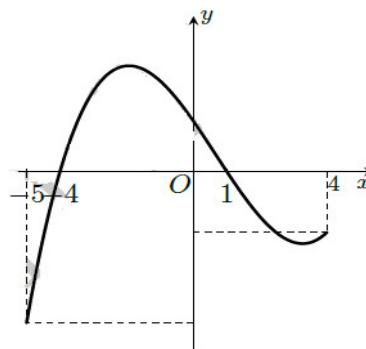
- A.** $g(-1) > g(1)$. **B.** $g(-1) = g(1)$. **C.** $g(1) = g(2)$. **D.** $g(1) > g(2)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên. Số nào lớn nhất trong các số sau $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$?



- A.** $f(1)$. **B.** $f(2)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(0)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ cũng liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-5; 4]$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?



- A.** $\min_{x \in [-5; 4]} f(x) = f(-5)$. **B.** $\min_{x \in [-5; 4]} f(x) = f(-4)$.
C. $\min_{x \in [-5; 4]} f(x) = f(1)$. **D.** $\min_{x \in [-5; 4]} f(x) = f(4)$

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$. Biết rằng

$$f(-3) + f(3) = 0 \text{ và } f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2. \text{ Tính } T = f(-2) + f(0) + f(4).$$

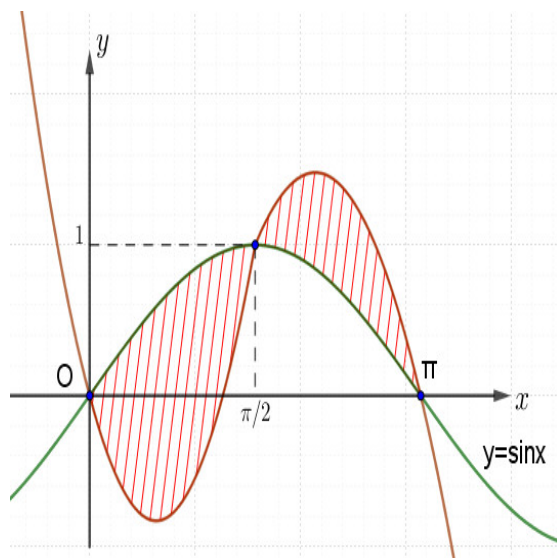
A. $T = 1 + \ln \frac{9}{5}$.

B. $T = 1 + \ln \frac{6}{5}$.

C. $T = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5}$.

D. $T = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{6}{5}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x) = f(x) + \cos x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



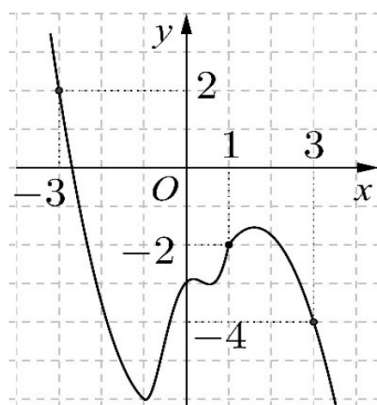
A. $g(0) < g(\pi) < g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

B. $g\left(\frac{\pi}{2}\right) < g(0) < g(\pi)$.

C. $g(\pi) < g(0) < g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

D. $g(\pi) > g(0) > g\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



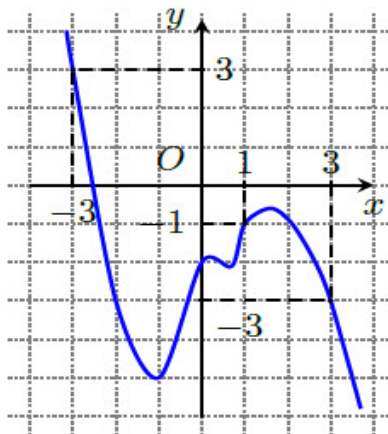
A. $g(1) < g(3) < g(-3)$

B. $g(1) < g(-3) < g(3)$

C. $g(3) = g(-3) < g(1)$

D. $g(3) = g(-3) > g(1)$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



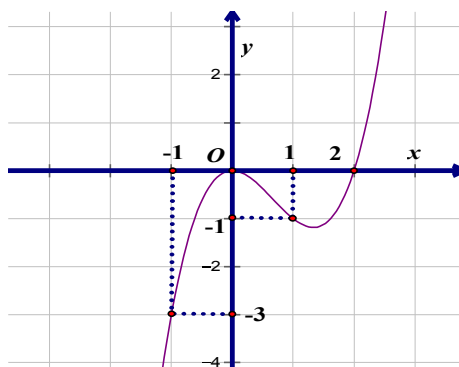
A. $g(3) < g(-3) < g(1)$.

B. $g(1) < g(3) < g(-3)$.

C. $g(1) < g(-3) < g(3)$.

D. $g(-3) < g(3) < g(1)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2} + 2x$. Tìm số lớn nhất trong ba số $g(-1), g(1), g(2)$?



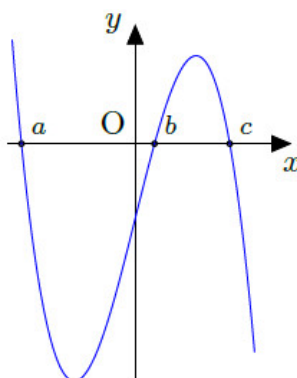
A. $g(-1)$.

B. $g(1)$.

C. $g(2)$.

D. Không so sánh được.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y' = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $(f(b) - f(a))(f(b) - f(c)) < 0$.

B. $f(c) > f(b) > f(a)$.

C. $f(c) + f(a) - 2f(b) > 0$.

D. $f(a) > f(b) > f(c)$.