

Câu 1: (2 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số

b. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x + 3y - 2 = 0$

Câu 2: (1 điểm)

Giải phương trình: $\sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x - 2 \cos x = 0$

Câu 3: (1 điểm)

Giải bất phương trình: $3^{x^2+\sqrt{x-1}-1} + 3 \leq 3^{x^2} + 3^{\sqrt{x-1}}$

Câu 4: (1 điểm)

a. Tìm GTLN và GTNN của hàm số: $f(x) = x^2(\ln x - 1)$ trên $[1; e]$

b. Tìm: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos 2x}{x^2}$

Câu 5: (1 điểm)

Một tổ gồm 9 học sinh trong đó có 3 học sinh nữ. Cần chia tổ đó thành 3 nhóm đều nhau, mỗi nhóm có 3 học sinh. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên ta được mỗi nhóm có đúng 1 học sinh nữ.

Câu 6: (1 điểm)

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 120^\circ$ và đường thẳng $A'C$ tạo với $mp(ABB'A')$ một góc 30° . Gọi M là trung điểm BB' . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách từ đỉnh A' đến $mp(ACM)$ theo a

Câu 7: (1 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC. Hai điểm $M(4; -1)$, $N(0; -5)$ lần lượt thuộc AB, AC và phương trình đường phân giác trong góc A là $x - 3y + 5 = 0$, trọng tâm của tam giác là $G(-\frac{2}{3}; -\frac{5}{3})$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác.

Câu 8: (1 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3(4y^2 + 1) + 2(x^2 + 1)\sqrt{x} = 6 \\ x^2y(2 + 2\sqrt{4y^2 + 1}) = x + \sqrt{x^2 + 1} \end{cases}$$

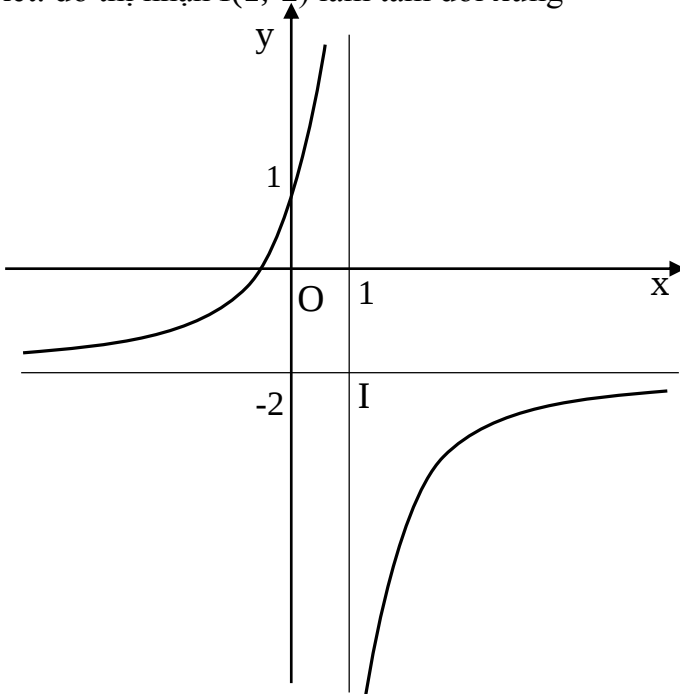
Câu 9: (1 điểm)

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 3$

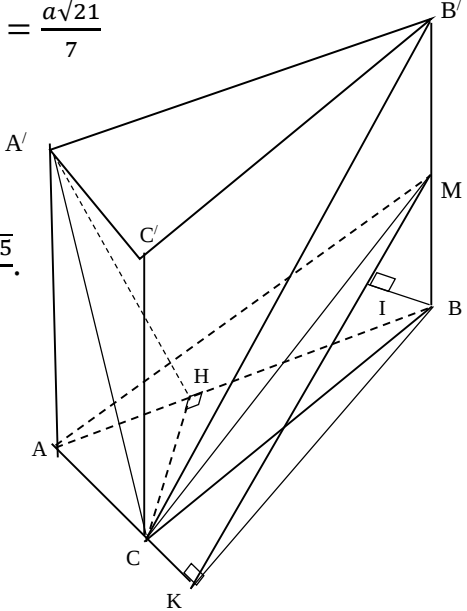
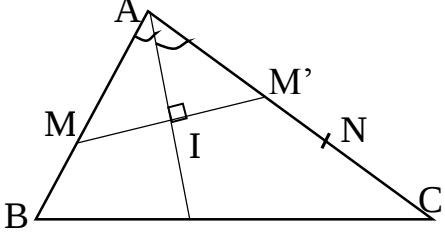
Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^2+b^2+c^2}{ab+bc+ca} - (ab + bc + ca)$$

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Câu		Điểm												
Câu 1.a	a. Khảo sát hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ 1. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ 2. Sự biến thiên Chiều biến thiên: $y' = \frac{3}{(1-x)^2} > 0, \forall x \in D$ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2 \Rightarrow y = -2$ là tiệm cận ngang	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	+		+	y	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	1	$+\infty$										
y'	+		+											
y	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$											
3. Đồ thị. Giao với Ox tại $(-\frac{1}{2}; 0)$; giao với Oy tại $(0; 1)$ Nhận xét: đồ thị nhận I(1;-2) làm tâm đối xứng 	0,5													
Câu 1.b	b. Ta có: $y' = \frac{3}{(1-x)^2}$ Từ giả thiết $\Rightarrow$ tiếp tuyến d của (C) có hệ số góc $k = 3$	0,5												
	Vậy $\frac{3}{(1-x)^2} = 3 \Leftrightarrow (1-x)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$ * Với $x = 0 \Rightarrow y = 1$. Phương trình tiếp tuyến là: $y = 3x + 1$ * Với $x = 2 \Rightarrow y = -5$. Phương trình tiếp tuyến là: $y = 3x - 11$	0,5												

Câu 2	Giải phương trình $\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x - 2\cos x = 0$ (1) Ta có: $(1) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x - \frac{1}{2}\sin 2x = \cos x$	0,5
	$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$	0,5
Câu 3	Giải bất phương trình: $3^{x^2+\sqrt{x-1}-1} + 3 \leq 3^{x^2} + 3^{\sqrt{x-1}}$ (1) ĐK: $x \geq 1$. Ta có: $(1) \Leftrightarrow 3^{x^2+\sqrt{x-1}} - 3 \cdot 3^{x^2} - 3 \cdot 3^{\sqrt{x-1}} + 9 \leq 0$	0,5
	$\Leftrightarrow (3^{x^2} - 3) \cdot (3^{\sqrt{x-1}} - 3) \leq 0$ (2)	0,25
	$x = 1$: (2) thỏa mãn $x > 1$: $(2) \Leftrightarrow 3^{\sqrt{x-1}} \leq 3 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$ Vậy nghiệm của bất phương trình là: $1 \leq x \leq 2$	0,25
Câu 4	a. Tìm GTLN và GTNN của hàm số: $f(x) = x^2(\ln x - 1)$ trên $[1; e]$ Ta có: $f(x)$ xác định và liên tục trên $[1; e]$ $f'(x) = 2x\ln x - x = x(2\ln x - 1)$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \sqrt{e} \in [1; e]$	0,25
	$f(1) = -1; f(e) = 0; f(\sqrt{e}) = \frac{-e}{2} \Rightarrow \max_{[1; e]} f(x) = 0; \min_{[1; e]} f(x) = \frac{-e}{2}$	0,25
	b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$	0,25
	$= 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin^2 x}{x^2} = 1 + 2 = 3$	0,25
Câu 5	Gọi phép thử T: “Chia 9 học sinh thành 3 nhóm” - Chọn 3 học sinh từ 9 học sinh cho nhóm một: có C_9^3 cách - Chọn 3 học sinh từ 6 học sinh cho nhóm hai: có C_6^3 cách - Chọn 3 học sinh còn lại cho nhóm ba: có C_3^3 cách Do không quan tâm đến thứ tự của các nhóm $\Rightarrow$ Số phần tử của không gian mẫu là: $ \Omega = (C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3): 3! = 280$	0,5
	Gọi A là biến cố: “Mỗi nhóm có đúng 1 học sinh nữ” - Chia 6 học sinh nam thành 3 nhóm: tương tự trên có $(C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2): 3!$ cách - Xếp 3 học sinh nữ vào 3 nhóm: có $3!$ cách $\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là: $ A = C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 90$. Vậy: $P(A) = \frac{ A }{ \Omega } = \frac{9}{28}$	0,5
Câu 6	* Tính $V_{ABC.A'B'C'}$ Trong ΔABC , kẻ đường cao $CH \Rightarrow CH \perp (AA'B'B) \Rightarrow \widehat{CA'H} = 30^\circ$ Áp dụng định lý cosin trong ΔABC : $AB^2 = AC^2 + BC^2 - AC \cdot BC \cdot \cos 120^\circ = 7a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{7}$ Diện tích ΔABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin 120^\circ$ $= \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$	0,25

	Mặt khác, ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot CH \Rightarrow CH = \frac{2S_{ABC}}{AB} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$ Trong Δ vuông $A'CH$: $A'C = \frac{CH}{\sin 30^\circ} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$ Trong Δ vuông $A'AC$: $AA' = \sqrt{A'C^2 - AC^2} = \frac{a\sqrt{35}}{7}$ Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{35}}{7} = \frac{a^3\sqrt{105}}{14}$. 	0,25
	* Tính $d(A', (ACM))$ Ta có $d(A', (ACM)) = 2 d(B, (ACM))$. Trong ΔABC, kẻ $BK \perp AC \Rightarrow (ACM) \perp (BKM)$. Trong ΔBKM, kẻ $BI \perp MK \Rightarrow BI \perp (ACM)$ $\Rightarrow d(B, (ACM)) = BI$	0,25
	Ta có: $BK = BC \cdot \sin 30^\circ = a\sqrt{3}$ Trong Δ vuông BKM: $\frac{1}{BI^2} = \frac{1}{BK^2} + \frac{1}{BM^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{196}{35a^2} = \frac{623}{105a^2}$ $\Rightarrow BI = \frac{a\sqrt{1335}}{89}$. Vậy $d(A', (ACM)) = \frac{2a\sqrt{1335}}{89}$	0,25
Câu 7	Tìm tọa độ các đỉnh của ΔABC Từ M kẻ $MM' \perp$ phân giác trong góc A tại I $M' \in AC \Rightarrow I$ là trung điểm MM' Phương trình MM' là: $3x + y - 11 = 0$ 	0,25
	Tọa độ của I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x + y - 11 = 0 \\ x - 3y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{14}{5}, \frac{13}{5}\right)$	0,25
	M' đối xứng với M qua I $\Rightarrow M'\left(\frac{8}{5}, \frac{11}{5}\right)$ Đường thẳng AC qua N, $M' \Rightarrow$ pt AC là: $\frac{x}{1} = \frac{y+5}{7} \Leftrightarrow 7x - y - 5 = 0$ Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 7x - y - 5 = 0 \\ x - 3y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(1;2)$	0,25
	Đường thẳng AB đi qua A, M $\Rightarrow$ có pt là: $x + y - 3 = 0$ Gọi $B(b;3-b)$, $C(c;7c-5)$. Do G là trọng tâm ΔABC nên ta có: $\begin{cases} b + c = -3 \\ b - 7c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow B(-2;5), C(-1;12)$ Vậy tọa độ các đỉnh của ΔABC là: $A(1;2)$, $B(-2;5)$, $C(-1;12)$	0,25
Câu 8	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3(4y^2 + 1) + 2(x^2 + 1)\sqrt{x} = 6 & (1) \\ x^2y(2 + 2\sqrt{4y^2 + 1}) = x + \sqrt{x^2 + 1} & (2) \end{cases}$ ĐK: $x \geq 0$ * $x = 0$: không thỏa mãn hệ	0,25

	$* x > 0: (2) \Leftrightarrow 2y(1+\sqrt{4y^2+1}) = \frac{1}{x} \left(1 + \sqrt{\frac{1}{x^2}+1} \right) (*)$	
	Xét hàm số $f(t) = t(1 + \sqrt{1+t^2})$ với $t \in \mathbb{R}$ $f'(t) = 1 + \frac{2t^2+1}{\sqrt{t^2+1}} > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó: $(*) \Leftrightarrow f(2y) = f\left(\frac{1}{x}\right) \Leftrightarrow 2y = \frac{1}{x}$	0,25
	Thế vào (1): $x^3 + x + 2(x^2 + 1)\sqrt{x} - 6 = 0$ $\Leftrightarrow x^3 + x - 6 = -2(x^2 + 1)\sqrt{x} \quad (3)$	0,25
	Xét các hàm số: $g(x) = x^3 + x - 6$ và $h(x) = -2(x^2 + 1)\sqrt{x}$ trên $(0; +\infty)$ Ta thấy $g(x)$ đồng biến, $h(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ và $g(1) = h(1)$ $\Rightarrow x = 1$ là nghiệm duy nhất của (3) $x = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$. Vậy hệ có nghiệm $(x; y) = \left(1, \frac{1}{2}\right)$	0,25
Câu 9	Đặt $t = ab + bc + ca$, ta có: $t = ab + bc + ca \leq \frac{1}{3}(a + b + c)^2 = 3$ Do đó $t \leq 3$	0,25
	Mặt khác ta có: $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 9 - 2(ab + bc + ca)$ Khi đó: $P = \frac{9-2t}{t} - t$ với $t \leq 3$ Xét hàm số $f(t) = \frac{9-2t}{t} - t$ với $t \leq 3$	0,5
	$f'(t) = -\frac{9}{t^2} - 1 < 0, \forall t \leq 3 \Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $[-\infty; 3]$ Suy ra: $\min_{[-\infty; 3]} f(t) = f(3) = -2$; không tồn tại $\text{Max} f(t)$ Vậy $\text{Min} P = -2$ đạt được khi $a = b = c = 1$	0,25