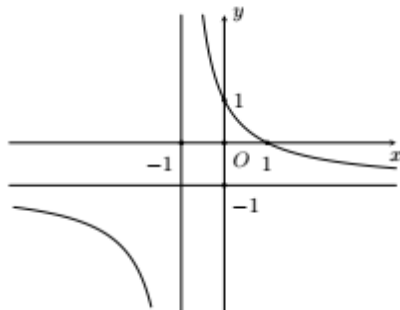


Họ, tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên ?



A. $y = \frac{-x}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$.

C. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, gọi φ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, khi đó $\cos \varphi$ bằng

A. $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

B. $\frac{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$.

C. $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$.

D. $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; -3; 2)$, $B(6; 1; -7)$, $C(2; 8; -1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$.

B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$.

C. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$.

D. $\frac{x}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-3}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$				
$f'(x)$	$+$	$ $	$-$	0	$+$			
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng 2.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng 1.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

A. 401.

B. 403.

C. 402.

D. 404.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 9 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}(2; -3; 5)$.

B. $\vec{n}(2; -3; -5)$.

C. $\vec{n}(2; 3; 5)$.

D. $\vec{n}(2; -3; 9)$.

Câu 7: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = \sqrt{3}a$.

B. $l = \sqrt{2}a$.

C. $l = 2a$.

D. $l = a$.

Câu 8: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 8\sin x$.

A. $\int f(x)dx = 6x - 8\cos x + C$.

B. $\int f(x)dx = 6x + 8\cos x + C$.

C. $\int f(x)dx = x^3 - 8\cos x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^3 + 8\cos x + C$.

Câu 9: Cho các mệnh đề sau:

(I) Hàm số $y = \left(\frac{2020}{e}\right)^{x^2}$ luôn đồng biến trên R .

(II) Hàm số $y = x^\alpha$ (với α là một số thực âm) luôn có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

(III) Hàm số $y = \log_2 x^2$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

(IV) Hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ có đạo hàm là $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 10: Cho số phức $z = (3 - 2i)(1 + i)^2$. Môđun của $w = iz + \bar{z}$ là

A. 8.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 11: Một mặt cầu có độ dài đường kính bằng 4. Tính diện tích của mặt cầu đó?

A. 128π .

B. 64π .

C. $\frac{64}{3}\pi$.

D. 16π .

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^3+2}$ là

A. $y' = x^2 \cdot 3^{x^3+3} \cdot \ln 3$.

B. $y' = 3^{x^3+2} \cdot \ln 3$.

C. $y' = 3x^2 \cdot 3^{x^3+2}$.

D. $y' = 3x^2 \cdot (x^3 + 2) \cdot 3^{x^3+1}$.

Câu 13: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

A. 9.

B. $12i$.

C. 12.

D. -1.

Câu 14: Tính tổng diện tích tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{3; 5\}$ có các cạnh bằng 1.

A. $3\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

D. $5\sqrt{3}$.

Câu 15: Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Khi đó $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ có giá trị là

A. 4.

B. 14.

C. 20.

D. 8.

Câu 16: Cho các số thực a, b và các mệnh đề:

1. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

2. $\int_a^b 2f(x)dx = 2\int_a^b f(x)dx$.

3. $\int_a^b f^2(x)dx = \left[\int_a^b f(x)dx\right]^2$.

4. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(u)du$.

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là?

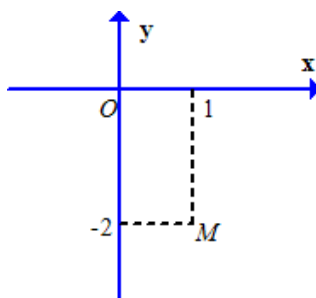
A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 17: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $\bar{z} = 1 - 2i$.

B. $|z| = \sqrt{5}$

C. $z = 1 + 2i$.

D. $z = -2 + i$.

Câu 18: Cho x, a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_7 \frac{1}{x} = 2 \log_7 a - 6 \log_{49} b$. Khi đó giá trị của x là :

A. $x = 2a - 3b$.

B. $x = \frac{b^3}{a^2}$.

C. $x = \frac{a^2}{b^3}$.

D. $x = a^2 b^3$.

Câu 19: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 2$ và đường sinh $l = 6$ bằng:

A. 4π

B. 8π .

C. 24π

D. 12π .

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	-	0	+
y		$\nearrow$ -3	$\searrow$ $+\infty$	$\nearrow$ -2	$\nearrow$ $+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(x)$		$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 22: Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

B. πa^2 .

C. $3\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Câu 23: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ trên đoạn $[-4; 0]$ lần lượt là M và m . Giá trị của tổng $M + m$ bằng bao nhiêu?

A. $M + m = -\frac{4}{3}$.

B. $M + m = \frac{4}{3}$.

C. $M + m = -\frac{28}{3}$.

D. $M + m = -4$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(0; -6; 0)$.

B. $(5; 0; 2)$.

C. $(5; -6; 0)$.

D. $(0; -6; 2)$.

Câu 25: Cho số phức $z = 4 - 3i$. Phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

A. 4; 3.

B. 4; -3.

C. 3; 4.

D. -4; 3.

Câu 26: Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ có tất cả bao nhiêu cạnh?

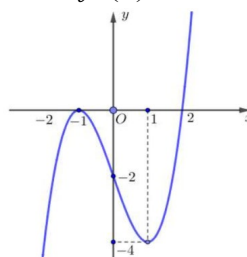
A. 12.

B. 6.

C. 14.

D. 8.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $A(4; -3; 5)$ và $B(2; -5; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng

(d): $\frac{x+1}{3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+9}{13}$.

A. $3x - 2y + 13z - 56 = 0$

B. $3x + 2y + 13z - 56 = 0$

C. $3x + 2y + 13z + 56 = 0$

D. $3x - 2y - 13z + 56 = 0$

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		-4		-3		-4		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 30: Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 8z = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R .

A. $I(2; -2; 4); R = 24$.

B. $I(-2; 2; -4); R = 2\sqrt{6}$.

C. $I(2; -2; 4); R = 2\sqrt{6}$.

D. $I(-2; 2; -4); R = 24$.

Câu 31: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{15}$

A. 4000.

B. 2700.

C. 3003.

D. 3600.

Câu 32: Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $\frac{7\sqrt{21}\pi}{2}$.

B. $\frac{4\sqrt{17}\pi}{3}$.

C. $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

D. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$.

Câu 33: Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 34: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số mà tổng tất cả các chữ số của số đó bằng 7.

A. 165.

B. 1296.

C. 343.

D. 84.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D $AB = AD = 2a; DC = a$. Điểm I là trung điểm đoạn AD , mặt phẳng (SIB) và (SIC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° . Tính khoảng cách từ D đến (SBC) theo a .

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

B. $\frac{9a\sqrt{15}}{10}$.

C. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$.

D. $\frac{9a\sqrt{15}}{20}$.

Câu 36: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng

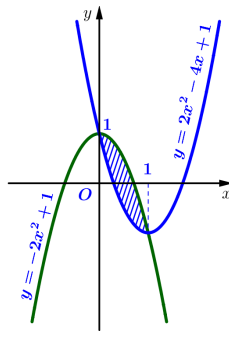
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37: Diện tích hình phẳng của phần tô đậm trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_0^1 (-4x^2 + 4x) dx$.

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 4x + 1) dx$.

C. $S = \int_0^1 (4x^2 - 4x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 (-4x^2 + 4x) dx$.

Câu 38: Bất phương trình $\log_{0,5}(2x-3) > 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; 2)$

B. $(2; +\infty)$.

C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

Câu 39: Phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 40: Cho phương trình $9^x - (2m+3) \cdot 3^x + 81 = 0$ (m là tham số thực). Giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 10$ thuộc khoảng nào sau đây

A. $(5; 10)$.

B. $(0; 5)$.

C. $(10; 15)$.

D. $(15; +\infty)$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 2]$ và thỏa mãn điều kiện $f(x) = \sqrt{x+2} + xf(3-x^2)$

Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 f(x) dx$.

A. $I = \frac{14}{3}$.

B. $I = \frac{28}{3}$.

C. $I = \frac{4}{3}$.

D. $I = 2$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x) dx = 9$.

Tính tích phân $\int_0^2 [f(1-3x) + 9] dx$.

A. 15.

B. 27.

C. 75.

D. 21.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{mx-3}{3x-m}$, m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định?

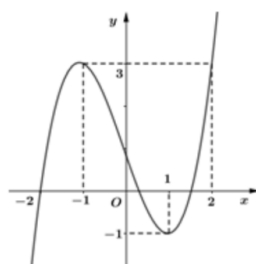
A. 5.

B. 7.

C. 3.

D. vô số.

Câu 44: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ sao cho phương trình $\log_2^3(f(x)+1) - \log_{\sqrt{2}}^2(f(x)+1) + (2m-8)\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{f(x)+1} + 2m = 0$ có nghiệm $x \in (-1; 1)$.



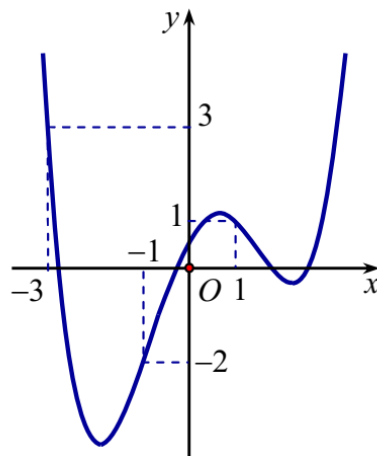
A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. vô số.

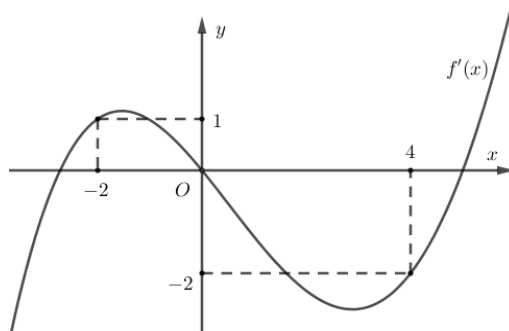
Câu 45: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2f(\sin x - 2) - \frac{2\sin^3 x}{3} + \sin x > m + \frac{5\cos 2x}{4}$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

- A. $m \leq 2f(-3) + \frac{11}{12}$. B. $m < 2f(-1) + \frac{19}{12}$. C. $m \leq 2f(-1) + \frac{19}{12}$. D. $m < 2f(-3) + \frac{11}{12}$.

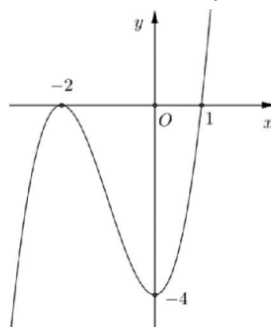
Câu 46: Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đạo hàm trên R . Biết $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình sau.



Hàm số $g(x) = |4f(x) + x^2|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(4; +\infty)$. B. $(0; 4)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-5; 5)$ để phương trình $f^2(x) - (m+4)|f(x)| + 2m+4 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB và AD (M và N không trùng với A) sao cho $2\frac{AB}{AM} + 3\frac{AD}{AN} = 8$. Kí hiệu V, V_1 lần

lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABCD$ và $S.MBCDN$. Tìm giá trị lớn nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{13}{16}$.

B. $\frac{11}{12}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 49: Cho $x; y$ là hai số thực dương thỏa mãn $x \neq y$ và $\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)^y < \left(2^y + \frac{1}{2^y}\right)^x$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + 3y^2}{xy - y^2}$.

A. $\min P = \frac{13}{2}$.

B. $\min P = \frac{9}{2}$.

C. $\min P = -2$.

D. $\min P = 6$.

Câu 50: Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số $m \in [-1; 1]$ sao cho phương trình $\log_{m^2+1}(x^2 + y^2) = \log_2(2x + 2y - 2)$ có nghiệm nguyên $(x; y)$ duy nhất.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

----- **HẾT** -----

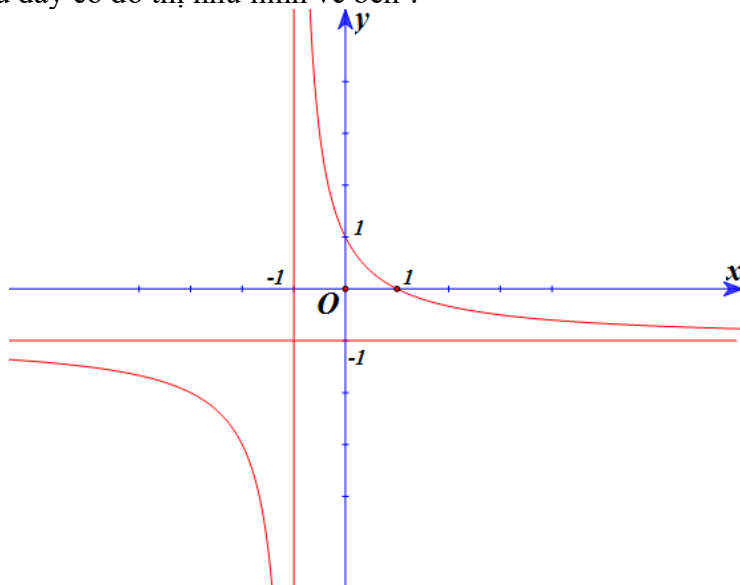
made	cauhoi	dapan	made	cauhoi	dapan
101	1	D	101	26	A
101	2	A	101	27	D
101	3	B	101	28	A
101	4	B	101	29	B
101	5	B	101	30	B
101	6	A	101	31	C
101	7	C	101	32	C
101	8	C	101	33	A
101	9	A	101	34	D
101	10	B	101	35	A
101	11	D	101	36	B
101	12	A	101	37	A
101	13	C	101	38	D
101	14	D	101	39	B
101	15	D	101	40	C
101	16	C	101	41	B
101	17	B	101	42	D
101	18	B	101	43	A
101	19	C	101	44	A
101	20	C	101	45	C
101	21	D	101	46	B
101	22	D	101	47	C
101	23	C	101	48	A
101	24	B	101	49	D
101	25	A	101	50	B

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	B	B	B	A	C	C	A	B	D	A	C	D	D	C	B	B	C	C	D	D	C	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	B	B	C	C	A	D	A	B	A	D	B	C	B	D	A	A	C	B	C	A	D	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên ?



A. $y = \frac{-x}{x+1}$.

B. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$.

C. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy:

+) Tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -1 \Rightarrow$ loại đáp án B.

+) Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $0; 1 \Rightarrow x = 0; y = 1$ nên loại đáp án A, C.

+) Đồ thị cắt trục Ox tại điểm có tọa độ $1; 0$.

Vậy hàm số $y = \frac{-x+1}{x+1}$ thỏa mãn.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, gọi φ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, khi đó $\cos \varphi$ bằng

A. $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

B. $\frac{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$.

C. $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| + |\vec{b}|}$.

D. $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; -3; 2)$, $B(6; 1; -7)$, $C(2; 8; -1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$.

B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$.

C. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-1}$.

D. $\frac{x}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có G là trọng tâm của tam giác $ABC \Leftrightarrow G(4; 2; -2)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OG} = (4; 2; -2) = 2(2; 1; -1)$$

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và trọng tâm G của tam giác ABC có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -1)$ nên chọn đáp án B.

Xét đáp án A có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1; -1)$ nên loại.

Xét đáp án C có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 3; -1)$ nên loại.

Xét đáp án D có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; 1; -3)$ nên loại.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		- 0 +	
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng 2.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng 1.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT:

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ nên chọn B.

Hàm số không xác định tại $x = -1$ nên đáp án A và C loại.

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0 nên đáp án D loại.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

A. 401.

B. 403.

C. 402.

D. 404.

Lời giải

Chọn B

$$(u_n) \text{ là cấp số cộng nên } u_{99} = u_1 + (n-1)d = 11 + (99-1)4 = 403$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 9 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}(2; -3; 5)$.

B. $\vec{n}(2; -3; -5)$.

C. $\vec{n}(2; 3; 5)$.

D. $\vec{n}(2; -3; 9)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng có phương trình $ax + by + cz + d = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(a; b; c)$.

Do vậy mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z - 9 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(2; -3; 5)$.

Câu 7. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = a\sqrt{3}$.

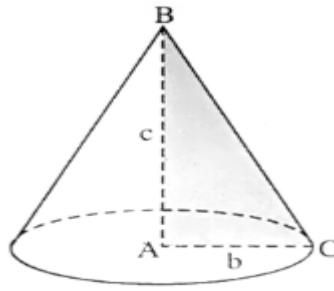
B. $l = a\sqrt{2}$.

C. $l = 2a$.

D. $l = a$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác ABC vuông tại A , có $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$, nên khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB ta được hình nón có độ dài đường sinh là:

$$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = \sqrt{4a^2} = 2a.$$

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 8\sin x$

A. $\int f(x)dx = 6x - 8\cos x + C.$

B. $\int f(x)dx = 6x + 8\cos x + C.$

C. $\int f(x)dx = x^3 - 8\cos x + C.$

D. $\int f(x)dx = x^3 + 8\cos x + C.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int f(x)dx = \int (3x^2 + 8\sin x)dx = \int 3x^2dx + \int 8\sin xdx = x^3 - 8\cos x + C.$$

Câu 9. Cho các mệnh đề sau:

(I) Hàm số $y = \left(\frac{2020}{e}\right)^{x^2}$ luôn đồng biến trên R .

(II) Hàm số $y = x^\alpha$ (với α là một số thực âm) luôn có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

(III) Hàm số $y = \log_2 x^2$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

(IV) Hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ có đạo hàm là $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

+) Hàm số $y = \left(\frac{2020}{e}\right)^{x^2} \Rightarrow y' = 2x \left(\frac{2020}{e}\right)^{x^2} \ln\left(\frac{2020}{e}\right) > 0$ khi $x > 0$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Rightarrow$ (I) là mệnh đề sai.

+) Hàm số $y = x^\alpha$ (với α là một số thực âm) luôn có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang $\Rightarrow$ (II) là mệnh đề đúng.

+) Hàm số $y = \log_2 x^2$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{0\} \Rightarrow$ (III) là mệnh đề sai.

+) Hàm số $y = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ có đạo hàm là $y' = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \Rightarrow$ (IV) là mệnh đề đúng.

Vậy có 2 mệnh đề đúng.

Câu 10. Cho số phức $z = (3 - 2i)(1 + i)$. Môđun của $w = iz + \bar{z}$ là

A. 8.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$z = (3 - 2i)(1 + i) = 4 + 6i \Rightarrow w = iz + \bar{z} = i(4 + 6i) + (4 - 6i) = -2 - 2i.$$

$$\Rightarrow |w| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 11. Một mặt cầu có độ dài đường kính bằng 4. Tính diện tích của mặt cầu đó?

A. 128π .

B. 64π .

C. $\frac{64}{3}\pi$.

D. 16π .

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu $R = 2$.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^3+2}$ là

A. $y' = x^2 \cdot 3^{x^3+3} \cdot \ln 3$.

B. $y' = 3^{x^3+2} \cdot \ln 3$.

C. $y' = 3x^2 \cdot 3^{x^3+2}$.

D. $y' = 3x^2 \cdot (x^3 + 2) \cdot 3^{x^3+1}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$

Ta có $y' = 3^{x^3+2} \cdot \ln 3 \cdot (x^3 + 2)' = 3x^2 \cdot 3^{x^3+2} \cdot \ln 3 = x^2 \cdot 3^{x^3+3} \cdot \ln 3$.

Câu 13. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

A. 9.

B. $12i$.

C. 12.

D. -1 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = 3z_1 - 2z_2 = 3(1 + 2i) - 2(2 - 3i) = -1 + 12i$.

Vậy phần ảo của số phức w là 12.

Câu 14. Tính tổng diện tích tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ có các cạnh bằng 1.

A. $3\sqrt{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

D. $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối 20 mặt đều (các mặt là tam giác đều và bằng nhau).



Khối 20 mặt đều

Diện tích của một mặt (tam giác đều) là $\frac{1^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Vậy tổng diện tích 20 mặt của khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là $S = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 5\sqrt{3}$.

Câu 15. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Khi đó $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ có giá trị bằng

A. 4.

B. 14.

C. 20.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$.

Ta có : $\Delta' = (b')^2 - ac = -3$.

Phương trình có 2 nghiệm phức:

$$z_1 = \frac{-b' + i\sqrt{|\Delta'|}}{a} = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{1} = -1 + i\sqrt{3}.$$

$$z_2 = \frac{-b' - i\sqrt{|\Delta'|}}{a} = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{1} = -1 - i\sqrt{3}.$$

$$|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2.$$

$$|z_2| = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2.$$

Khi đó $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 4 + 4 = 8$.

Câu 16. Cho các số thực a, b và các mệnh đề:

1. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx.$

2. $\int_a^b 2f(x) dx = 2 \int_b^a f(x) dx.$

3. $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2.$

4. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du.$

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

- Xét mệnh đề (1): $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$. Mệnh đề này đúng theo tính chất của tích phân.

- Xét mệnh đề (2): $\int_a^b 2f(x) dx = 2 \int_b^a f(x) dx$. Mệnh đề này sai theo tính chất của tích phân.

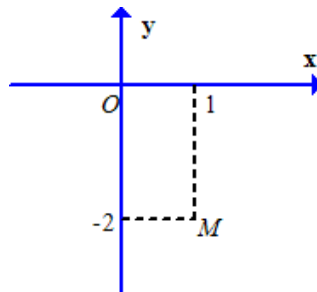
- Xét mệnh đề (3): $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$. Mệnh đề này sai.

Phản ví dụ: $\int_0^1 (x+1)^2 dx = \frac{7}{3}; \left[\int_0^1 (x+1) dx \right]^2 = \frac{9}{4}.$

- Xét mệnh đề (4): $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(u) du$. Mệnh đề này đúng theo tính chất của tích phân.

Vậy trong các mệnh đề trên có 2 mệnh đề đúng.

Câu 17. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $\bar{z} = 1 - 2i$.

B. $|z| = \sqrt{5}$.

C. $z = 1 + 2i$.

D. $z = -2 + i$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có điểm $M(1; -2)$ biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$.

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

- Câu 18.** Cho x, a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_7 \frac{1}{x} = 2\log_7 a - 6\log_{49} b$. Khi đó giá trị của x là
- A. $x = 2a - 3b$. B. $x = \frac{b^3}{a^2}$. C. $x = \frac{a^2}{b^3}$. D. $x = a^2 b^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\log_7 \frac{1}{x} = 2\log_7 a - 6\log_{49} b = 2\log_7 a - 6\log_{7^2} b = 2\log_7 a - 3\log_7 b = \log_7 a^2 - \log_7 b^3$$

$$\Leftrightarrow \log_7 \frac{1}{x} = \log_7 \frac{a^2}{b^3} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{a^2}{b^3} \Leftrightarrow x = \frac{b^3}{a^2}$$

- Câu 19.** Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 2$ và đường sinh $l = 6$ bằng:
- A. 4π . B. 8π . C. 24π . D. 12π .

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 2$ và đường sinh $l = 6$ là:

$$S_{xq} = 2\pi R.h = 2\pi \cdot 2 \cdot 6 = 24\pi.$$

- Câu 20.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	-	0	+
y		$+\infty$	-2	$+\infty$	3

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ nên đồ thị có 2 tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ suy ra đồ thị có hai tiệm cận ngang là $y = -3$ và $y = 3$.

Vậy đồ thị có 4 tiệm cận đứng và ngang.

- Câu 21.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	0	2	$-\infty$		

Số nghiệm của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng

$$y = -\frac{4}{3}.$$

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$ cắt nhau tại 2 điểm phân biệt. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 22. Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

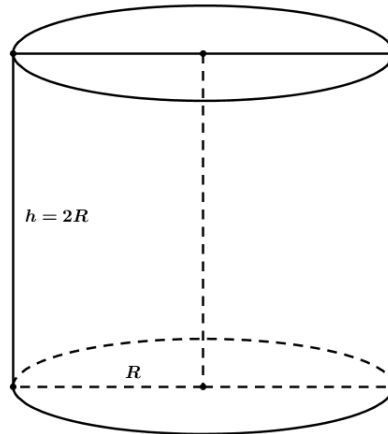
B. πa^2 .

C. $3\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Vì hình trụ có bán kính đáy $R = a$ và thiết diện qua trục là hình vuông nên cạnh của thiết diện bằng $2a$. Suy ra độ dài đường sinh của hình trụ $h = 2a$.

Từ đó ta có diện tích xung quanh hình trụ đó bằng $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2$.

Câu 23. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ trên đoạn $[-4; 0]$ lần lượt là M và m . Giá trị của tổng $M + m$ bằng bao nhiêu?

A. $M + m = -\frac{4}{3}$.

B. $M + m = \frac{4}{3}$.

C. $M + m = -\frac{28}{3}$.

D. $M + m = -4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4 \Rightarrow y' = x^2 + 4x + 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \in [-4; 0] \\ x = -1 \in [-4; 0] \end{cases}$$

Mặt khác $y(0) = -4; y(-4) = \frac{(-4)^3}{3} + 2(-4)^2 + 3(-4) - 4 = -\frac{16}{3}$.

$$y(-1) = \frac{(-1)^3}{3} + 2(-1)^2 + 3(-1) - 4 = -\frac{16}{3}; y(-3) = \frac{(-3)^3}{3} + 2(-3)^2 + 3(-3) - 4 = -4.$$

$$M = -4; m = -\frac{16}{3} \Rightarrow M + m = -\frac{28}{3}.$$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(0; -6; 0)$.

B. $(5; 0; 2)$.

C. $(5; -6; 0)$.

D. $(0; -6; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình $y = 0$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -6; 2)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(5; 0; 2)$.

Câu 25.

Cho số phức $z = 4 - 3i$. Phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là

A. 4; 3.

B. 4; -3.

C. 3; 4.

D. -4; 3.

Lời giải

Chọn A

$\bar{z} = 4 + 3i$. Nên phần thực, phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là 4; 3.

Câu 26.

Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 12.

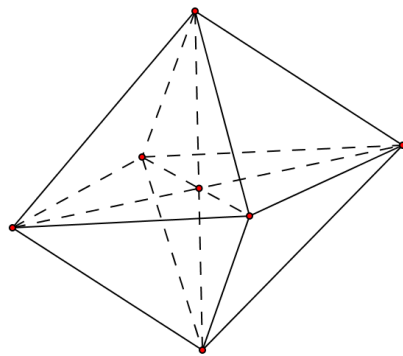
B. 6.

C. 14.

D. 8.

Lời giải

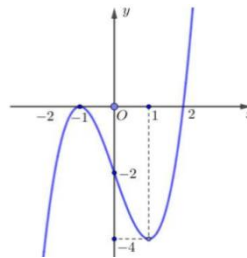
Chọn A



Khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$ là khối bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 27.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị của hàm số $f'(x)$ ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$

Từ đó suy ra hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 28.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; -3; 5)$ và $B(2; -5; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+9}{13}.$$

A. $3x - 2y + 13z - 56 = 0$.

B. $3x + 2y + 13z - 56 = 0$.

C. $3x + 2y + 13z + 56 = 0$.

D. $3x - 2y - 13z + 56 = 0$

Lời giải

Chọn A

I là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra tọa độ điểm $I(3; -4; 3)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên nhận vector chỉ phương $\vec{u} = (3; -2; 13)$ của đường thẳng d làm vector pháp tuyến.

Do đó (P) có phương trình là

$$3(x-3) - 2(y+4) + 13(z-3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 13z - 56 = 0.$$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$					
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$+\infty$			-4		-3		-4		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 8z = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R .

- A.** $I(2; -2; 4); R = 24$. **B.** $I(-2; 2; -4); R = 2\sqrt{6}$.
C. $I(2; -2; 4); R = 2\sqrt{6}$. **D.** $I(-2; 2; -4); R = 24$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 8z = 0$. Có tâm $I(-2; 2; -4)$ và bán kính

$$R = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-4)^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}.$$

Câu 31. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{15}$

- A.** 4000. **B.** 2700. **C.** 3003. **D.** 3600.

Lời giải

Chọn C

Số hạng thứ $(k+1)$ trong khai triển $P(x) = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{15}$ là $T_{k+1} = C_{15}^k \cdot (x^2)^{15-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{15}^k x^{30-3k}$.

T_{k+1} không chứa x khi đó $30 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 10$.

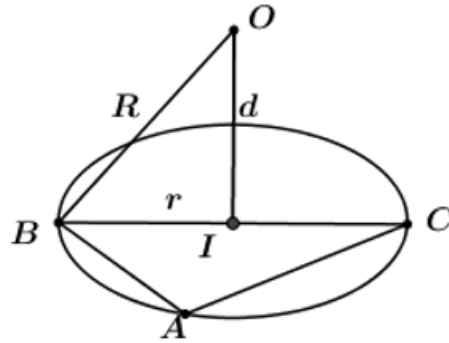
Vậy số hạng không chứa x là $C_{15}^{10} = C_{15}^5 = 3003$.

Câu 32. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3, AC = 4, BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

- A.** $\frac{7\sqrt{21}\pi}{2}$. **B.** $\frac{4\sqrt{17}\pi}{3}$. **C.** $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$. **D.** $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Do $BC^2 = AC^2 + AB^2$ nên $\triangle ABC$ vuông tại A .

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $r = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$.

Hình chiếu của O trên (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Khi đó bán kính khối cầu (S) bằng $R = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$

Vậy thể tích của khối cầu (S) bằng $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{29}}{2}\right)^3 = \frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Câu 33. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1) = 2(x^2 - mx - 3m^2 + 1)$,

$g(x) = x^2 - mx - 3m^2 + 1$; $\Delta = 13m^2 - 4$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow g(x)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases} \cdot (*)$$

x_1, x_2 là các nghiệm của $g(x)$ nên theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$.

$$\text{Do đó } x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Đối chiếu với điều kiện $(*)$, ta thấy chỉ $m = \frac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 34. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số mà tổng tất cả các chữ số của số đó bằng 7?

A. 165.

B. 1296.

C. 343.

D. 84.

Lời giải

Chọn D

7 có thể phân tích thành 11 nhóm sau :

$$7 = (7+0+0+0)$$

$$= (6+1+0+0)$$

$$= (5+2+0+0) = (5+1+1+0)$$

$$\begin{aligned}
 &= (4+3+0+0) = (4+2+1+0) = (4+1+1+1) \\
 &= (3+3+1+0) = (3+2+2+0) = (3+2+1+1) \\
 &= (2+2+2+1)
 \end{aligned}$$

+) Với nhóm $(7+0+0+0)$ viết được 1 số, đó là số: 7000.

+) Với các nhóm $(6+1+0+0)$; $(2+2+0+0)$ và $(4+3+0+0)$: mỗi nhóm viết được 6 số (chẳng hạn: với nhóm $(6+1+0+0)$ ta có các số 6100, 6010, 6001 và hoán vị của số 6 và số 1).

+) Với nhóm $(3+3+1+0)$; $(5+1+1+0)$ và $(3+2+2+0)$: mỗi nhóm viết được $\frac{4!-3!}{2} = 9$ số

($3!$ là các số có số 0 đứng đầu, chia 2 vì có 1 số xuất hiện 2 lần).

+) Với nhóm $(4+2+1+0)$ viết được: $4!-3! = 18$ số ($3!$ là các số có số 0 đứng đầu).

+) Với nhóm $(3+2+1+1)$ viết được: $\frac{4!}{2} = 12$ số (vì xuất hiện 2 số 1).

+) Với các nhóm $(4+1+1+1)$ và $(2+2+2+1)$: mỗi nhóm viết được 4 số (chẳng hạn: với nhóm $(4+1+1+1)$ ta có các số: 4111; 1411; 1141; 1114).

Tổng số các số viết được là: $1+6.3+9.3+18+12+4.2 = 84$ (số).

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D ; $AB = AD = 2a$; $DC = a$. Điểm I là trung điểm đoạn AD , hai mặt phẳng (SIB) và (SIC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° . Tính khoảng cách từ D đến (SBC) theo a .

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

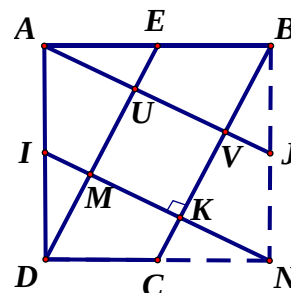
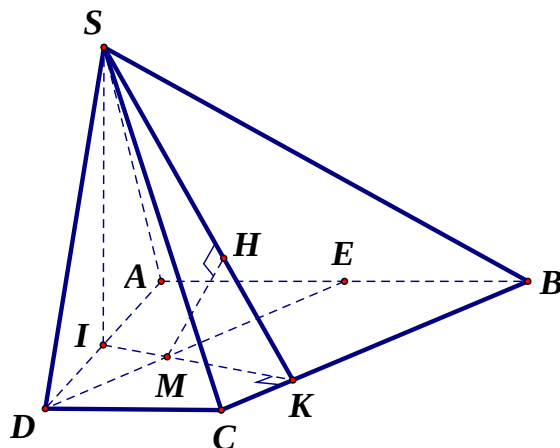
B. $\frac{9a\sqrt{15}}{10}$.

C. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$.

D. $\frac{9a\sqrt{15}}{20}$.

Lời giải

Chọn A



Theo đề ta có $SI \perp (ABCD)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I trên BC .

Suy ra: Góc giữa hai mặt phẳng $((SBC), (ABCD)) = \angle SKI = 60^\circ$

Gọi E là trung điểm của AB , $M = IK \cap DE$.

Do $BCDE$ là hình bình hành nên $DE \parallel (SBC)$

$$\Rightarrow d(D, (SBC)) = d(DE, (SBC)) = d(M, (SBC))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên SK . Suy ra $d(M, (SBC)) = MH$

$$\text{Dễ thấy: } IM = \frac{1}{2} AU = \frac{1}{2} KN = \frac{1}{2} MK$$

$$IN = IM + MK + KN = \frac{1}{2} MK + MK + MK = \frac{5}{2} MK$$

$$\text{Suy ra: } MK = \frac{2}{5} IN = \frac{2}{5} \sqrt{ID^2 + DN^2} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

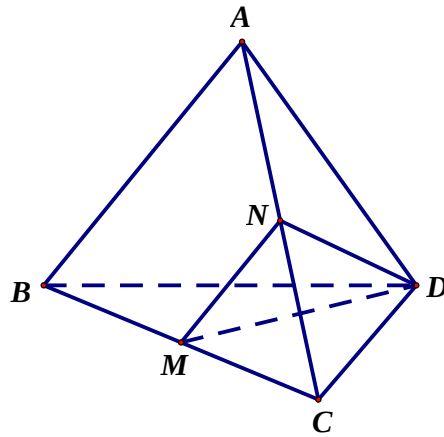
Trong tam giác MHK , ta có: $MH = MK \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{5}$

Câu 36: Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm của AC . Suy ra $MN \parallel AB$

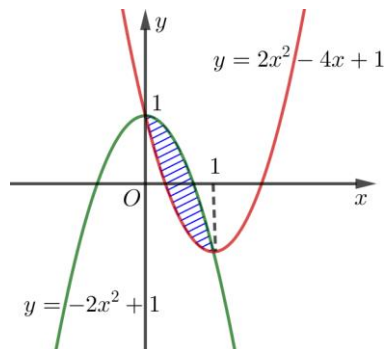
Do đó: $\cos(AB, DM) = \cos(MN, DM)$

Gọi a là độ dài cạnh của tứ diện đều $ABCD$, suy ra $MN = \frac{a}{2}$; $ND = MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong tam giác MND ta có: $\cos NMD = \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2 \cdot MN \cdot MD} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

$\cos(AB, DM) = \cos NMD = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 37. Diện tích hình phẳng của phần gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $S = \int_0^1 (-4x^2 + 4x) dx$.

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 4x + 1) dx$.

C. $S = \int_0^1 (4x^2 - 4x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 (-4x^2 + 4x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = -2x^2 + 1$; $g(x) = 2x^2 - 4x + 1$.

Ta thấy trên đoạn $[0; 1]$ đồ thị hàm số $f(x)$ nằm trên đồ thị hàm số $g(x)$ nên

$$S = \int_0^1 [f(x) - g(x)] dx = \int_0^1 [-2x^2 + 1 - (2x^2 - 4x + 1)] dx = \int_0^1 (-4x^2 + 4x) dx.$$

Câu 38. Bất phương trình $\log_{0,5}(2x-3) > 0$ có tập nghiệm là

- A.** $(-\infty; 2)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2x-3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$. Khi đó bất phương trình

$$\log_{0,5}(2x-3) > 0 \Leftrightarrow 2x-3 < 1 \Leftrightarrow 2x < 4 \Leftrightarrow x < 2.$$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 39. Phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 2^{2x+1}$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 2 \cdot (2^x)^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot (2^x)^2 - 3 \cdot 2^x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 0\}$. Vậy phương trình có hai nghiệm thực. Chọn B.

Câu 40. Cho phương trình $9^x - (2m+3) \cdot 3^x + 81 = 0$ (m là tham số thực). Giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 10$ thuộc khoảng nào sau đây

- A.** $(5; 10)$. **B.** $(0; 5)$. **C.** $(10; 15)$. **D.** $(15; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$9^x - (2m+3) \cdot 3^x + 81 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (3^x)^2 - (2m+3) \cdot 3^x + 81 = 0. \text{ Đặt } t = 3^x (t > 0)$$

$$\text{Phương trình trở thành: } t^2 - (2m+3)t + 81 = 0 \quad (2)$$

$$\Delta = (2m+3)^2 - 4 \cdot 81 = (2m+3)^2 - 324$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt dương:

Điều kiện:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+3)^2 - 324 > 0 \\ 2m+3 > 0 \\ 81 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+3 > 18 \\ 2m+3 < -18 \\ m > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+3 > 18 \\ 2m+3 < -18 \\ m > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{15}{2} \\ m > -\frac{3}{2} \\ m < -\frac{21}{2} \\ m > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{15}{2}$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét: $\begin{cases} t_1 + t_2 = 2m + 3 \\ t_1 \cdot t_2 = 81 \end{cases}$

Vì $t_1 \cdot t_2 = 81 \Leftrightarrow 3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = 3^4 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 4$

Do đó: $x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 10 \Leftrightarrow 4^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 10 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = 3$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 3 \\ x_1 + x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 3 \\ t_2 = 27 \end{cases} \Rightarrow t_1 + t_2 = 30$

Nên $2m + 3 = 30 \Leftrightarrow m = \frac{27}{2} (TM)$

Vậy chọn C.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 2]$ và thỏa mãn điều kiện $f(x) = \sqrt{x+2} + xf(3-x^2)$.

Tích phân $I = \int_{-1}^2 f(x) dx$ bằng

A. $I = \frac{14}{3}$.

B. $I = \frac{28}{3}$.

C. $I = \frac{4}{3}$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int_{-1}^2 [\sqrt{x+2} + xf(3-x^2)] dx = \int_{-1}^2 \sqrt{x+2} dx + \int_{-1}^2 xf(3-x^2) dx = \frac{14}{3} + \int_{-1}^2 xf(3-x^2) dx$.

Xét $\int_{-1}^2 xf(3-x^2) dx$ đặt $t = 3-x^2 \Rightarrow dt = -2x dx \Rightarrow x dx = -\frac{dt}{2}$.

Đổi cận khi $x = -1 \Rightarrow t = 2$; $x = 2 \Rightarrow t = -1$. Suy ra $\int_{-1}^2 xf(3-x^2) dx = -\frac{1}{2} \int_2^{-1} f(t) dt = \frac{1}{2} \int_{-1}^2 f(t) dt$.

Khi đó $I = \frac{14}{3} + \int_{-1}^2 xf(3-x^2) dx = \frac{14}{3} + \frac{1}{2} \int_{-1}^2 f(t) dt = \frac{14}{3} + \frac{1}{2} \int_{-1}^2 f(x) dx \Leftrightarrow I = \frac{14}{3} + \frac{I}{2} \Rightarrow I = \frac{28}{3}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^1 f(x) dx = 9$. Tích phân $\int_0^2 [f(1-3x) + 9] dx$

bằng

A. 15.

B. 27.

C. 75.

D. 21.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^2 [f(1-3x) + 9] dx = \int_0^2 f(1-3x) dx + \int_0^2 9 dx = \int_0^2 f(1-3x) dx + 18$.

Xét $\int_0^2 f(1-3x) dx$, đặt $t = 1-3x \Rightarrow dt = -3dx \Rightarrow dx = -\frac{dt}{3}$.

Đổi cận khi $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 2 \Rightarrow t = -5$. Suy ra $\int_0^2 f(1-3x)dx = -\frac{1}{3} \int_1^{-5} f(t)dt = \frac{1}{3} \int_{-5}^1 f(t)dt$.

Khi đó $\int_0^2 [f(1-3x) + 9]dx = \frac{1}{3} \int_{-5}^1 f(t)dt + 18 = \frac{1}{3} \int_{-5}^1 f(x)dx + 18 = 21$.

Câu 43. Cho hàm số $y = \frac{mx-3}{3x-m}$, m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. 5.

B. 7.

C. 3.

D. vô số.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = \frac{mx-3}{3x-m}$

+) TXĐ: $D = \left(-\infty; \frac{m}{3}\right) \cup \left(\frac{m}{3}; +\infty\right)$

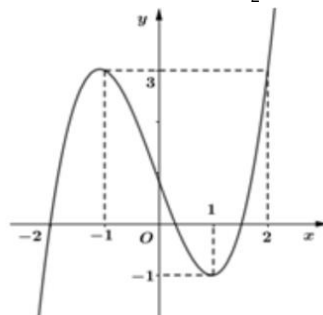
+) $y' = \frac{-m^2+9}{(3x-m)^2}$

+) Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $-m^2+9 > 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5; 5]$ sao cho phương trình

$\log_2^3(f(x)+1) - \log_{\sqrt{2}}^2(f(x)+1) + (2m-8)\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{f(x)+1} + 2m = 0$ có nghiệm $x \in (-1; 1)$?



A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. vô số.

Lời giải

Chọn A

Với $x \in (-1; 1) \Rightarrow -1 < f(x) < 3 \Leftrightarrow 0 < f(x)+1 < 4$.

Đặt $t = \log_2(f(x)+1) \Rightarrow t \in (-\infty; 2)$, $\forall x \in (-1; 1)$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^3 - 4t^2 - (m-4)t + 2m = 0$

$\Leftrightarrow (t-2)(t^2 - 2t - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \notin (-\infty; 2) \\ t^2 - 2t - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t^2 - 2t - m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t = m \quad (*)$

Để phương trình đã cho có $x \in (-1; 1) \Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có nghiệm $t \in (-\infty; 2)$.

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t$ trên $(-\infty; 2)$ có $f'(t) = 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \in (-\infty; 2)$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(t) = t^2 - 2t$

t	$-\infty$	1	2	
$f' t$		$-$	0	$+$
$f t$	$+\infty$			0

Diagram illustrating the mapping of points t and $f t$ to the interval $[-1, 1]$ via the function f' .

The horizontal axis represents the interval $[-1, 1]$, with endpoints -1 and 1 . The vertical axis represents the domain of t and $f t$.

Key points and mappings:

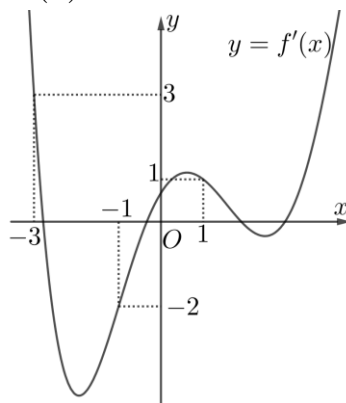
- $t = -\infty$ maps to -1 .
- $t = 1$ maps to 0 .
- $t = 2$ maps to 1 .

The function f' is defined on the interval $[-1, 1]$, with values $-$ (negative) for $t < 1$ and $+$ (positive) for $t > 1$. The function f is defined on the interval $[-1, 1]$, with values $+\infty$ at $t = -1$ and 0 at $t = 1$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (*) có nghiệm $t \in (-\infty; 2)$ khi và chỉ khi $m \geq -1$.

Mà $\begin{cases} m \in [-5; 5] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$2f(\sin x - 2) - \frac{2\sin^3 x}{3} + \sin x > m + \frac{5\cos 2x}{4} \text{ nghiệm đúng với mọi } x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

A. $m \leq 2f(-3) + \frac{11}{12}$.

B. $m < 2f(-1) + \frac{19}{12}$.

C. $m \leq 2f(-1) + \frac{19}{12}$.

D. $m < 2f(-3) + \frac{11}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\begin{aligned} 2f(\sin x - 2) - \frac{2\sin^3 x}{3} + \sin x &> m + \frac{5\cos 2x}{4} \\ \Leftrightarrow m &< 2f(\sin x - 2) - \frac{2\sin^3 x}{3} + \sin x - \frac{5(1 - 2\sin^2 x)}{4} \end{aligned}$$

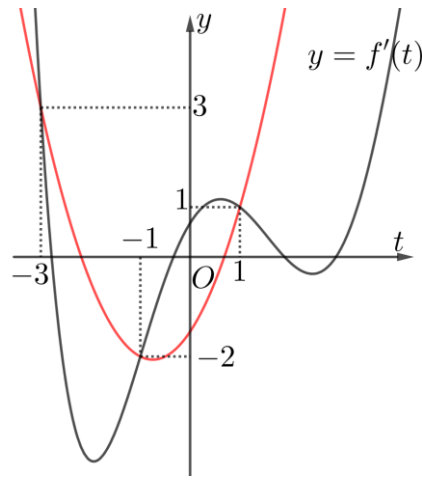
Đặt $t = \sin x - 2$ (với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $t \in (-3; -1)$), khi đó bất phương trình được viết lại thành:

$$m < 2f(t) - \frac{2(t+2)^3}{3} + (t+2) - \frac{5[1 - 2(t+2)^2]}{4}.$$

hay $m < 2f(t) - \frac{2}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 3t + \frac{65}{12}$ (*).

Xét hàm số $g(t) = 2f(t) - \frac{2}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 3t + \frac{65}{12}$ trên đoạn $[-3; -1]$.

Ta có $g'(t) = 2f'(t) - 2t^2 - 3t + 3$. Do đó $g'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = t^2 + \frac{3}{2}t - \frac{3}{2}$.



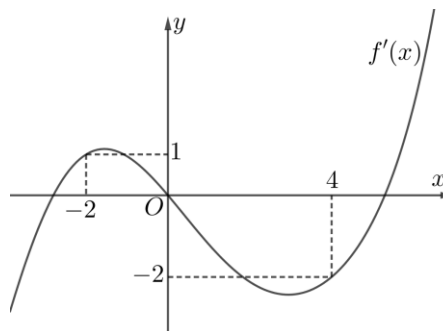
Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và parabol $y = t^2 + \frac{3}{2}t - \frac{3}{2}$ trên đoạn $[-3; -1]$ thì $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t \in \{-3; -1\}$.

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(t)$ trên đoạn $[-3; -1]$ như sau:

t	-3		-1
$g'(t)$	0	$-$	0
$g(t)$	$g(-3)$	$\searrow$ $g(-1)$	

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi bất phương trình (*) nghiệm đúng với mọi $t \in (-3; -1)$. Điều đó tương đương với $m \leq g(-1) = 2f(-1) + \frac{19}{12}$ dựa vào tính liên tục của hàm số $g(t)$.

Câu 46. Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình sau.



Hàm số $g(x) = |4f(x) + x^2|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(4; +\infty)$.

B. $(0; 4)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 0)$.

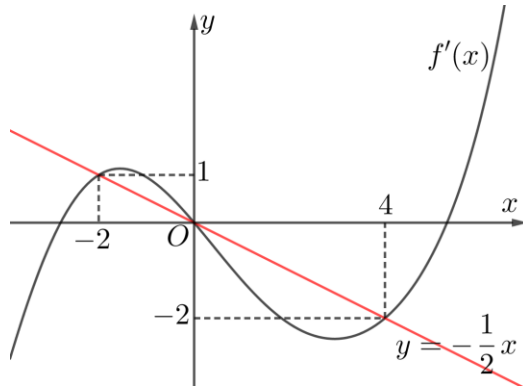
Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $h(x) = 4f(x) + x^2$ trên $\mathbb{R}$.

Vì $f(x)$ là hàm số đa thức nên $h(x)$ cũng là hàm số đa thức và $h(0) = 4f(0) = 0$.

Ta có $h'(x) = 4f'(x) + 2x$. Do đó $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -\frac{1}{2}x$.



Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x$, ta có

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-2; 0; 4\}$$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	4	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$				$+\infty$

The graph shows a function $h(x)$ plotted against x . The curve starts at $+\infty$ for $x \rightarrow -\infty$, decreases to a local minimum at $x = -2$, increases to a local maximum at $x = 0$ (where $h(x) = 0$), decreases to another local minimum at $x = 4$, and finally increases to $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$. Arrows on the line segments indicate the direction of the curve.

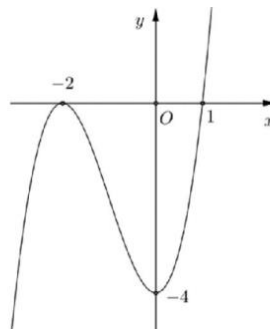
Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x) = |h(x)|$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	4	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$				$+\infty$

The graph shows a piecewise linear function $g(x)$ on a coordinate system. The x-axis is labeled with $-\infty$, -2 , 0 , 4 , and $+\infty$. The y-axis is labeled with $+\infty$ and 0 . The function $g(x)$ is represented by a solid line with arrows, starting from $+\infty$ at $x = -\infty$, decreasing to a point, then increasing to a point, then decreasing to the origin $(0,0)$, then increasing to a point, then decreasing to a point, and finally increasing to $+\infty$ at $x = +\infty$. A dashed horizontal line is drawn at $y = 0$. Dotted lines connect the origin to the points where the function changes direction, forming a diamond shape.

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới đây



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-5; 5)$ để phương trình

$$f^2(x) - (m+4)|f(x)| + 2m+4 = 0 \text{ có } 6 \text{ nghiệm phân biệt}$$

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

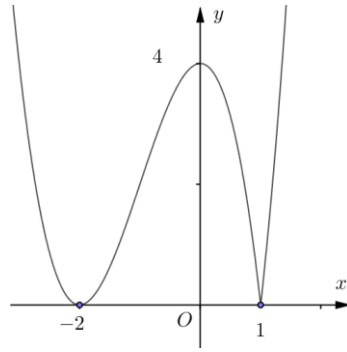
Chọn C

$$\text{Ta có: } f^2(x) - (m+4)|f(x)| + 2m+4 = 0 \Leftrightarrow |f(x)|^2 - m|f(x)| - 4|f(x)| + 2m+4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (|f(x)| - 2)^2 - m(|f(x)| - 2) = 0 \Leftrightarrow (|f(x)| - 2)(|f(x)| - 2 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |f(x)| - 2 = 0 \\ |f(x)| - 2 - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |f(x)| = 2 \quad (1) \\ |f(x)| = m+2 \quad (2) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ta có đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như sau:



Dựa vào đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt (2) có 2 nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).

Ta có phương trình (2) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = |f(x)|$ và $y = m + 2$. Số nghiệm phương trình (2) là số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và $y = m + 2$. Dựa vào hình vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ ta được phương trình $|f(x)| = m + 2$ có 2

$$\text{nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình } |f(x)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 = 0 \\ m + 2 > 4 \\ m + 2 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m > 2 \end{cases}$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in (-5; 5) \Rightarrow m \in \{-2; 3; 4\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên $m \in (-5; 5)$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB và AD (M và N không trùng với A) sao cho $2 \frac{AB}{AM} + 3 \frac{AD}{AN} = 8$. Kí hiệu V, V_1 lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABCD$ và $S.MBCDN$. Tìm giá trị lớn nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{13}{16}$.

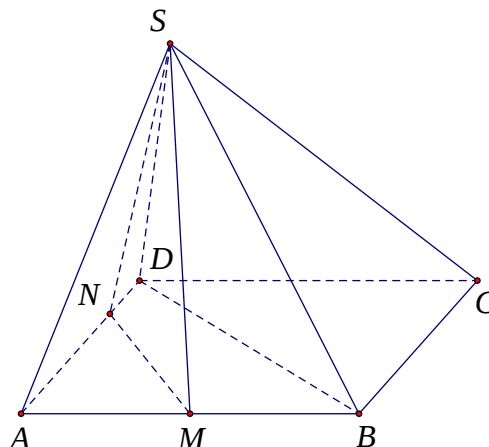
B. $\frac{11}{12}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có: } \frac{V_{SADB}}{V_{SANM}} = \frac{AD}{AN} \cdot \frac{AB}{AM} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot V_{SADB}}{V_{SANM}} = 2 \cdot \frac{AD}{AN} \cdot \frac{AB}{AM}$$

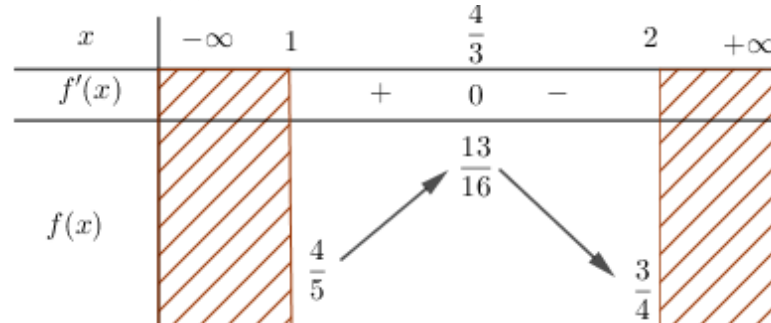
$$\Leftrightarrow \frac{V}{V - V_1} = 2 \cdot \frac{AD}{AN} \cdot \frac{AB}{AM} \Leftrightarrow \frac{V - V_1}{V} = \frac{1}{2 \cdot \frac{AD}{AN} \cdot \frac{AB}{AM}} \Leftrightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{2 \cdot \frac{AD}{AN} \cdot \frac{AB}{AM} - 1}{2 \cdot \frac{AD}{AN} \cdot \frac{AB}{AM}}$$

Đặt $x = \frac{AD}{AN} \Rightarrow 2 \frac{AB}{AM} = 8 - 3x, (1 \leq x \leq 2)$. Khi đó $\frac{V_1}{V} = \frac{x(8-3x)-1}{x(8-3x)} = 1 + \frac{1}{3x^2-8x}$

Đặt $f(x) = 1 + \frac{1}{3x^2-8x}, (1 \leq x \leq 2)$

Ta có: $f'(x) = -\frac{6x-8}{(3x^2-8x)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{6x-8}{(3x^2-8x)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{16}$

Bảng biến thiên hàm số $y = f(x)$



Dựa vào bảng biến thiên ta được hàm số đạt giá trị lớn nhất là $\frac{13}{16}$ tại $x = \frac{4}{3}$.

Vậy giá trị lớn nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V}$ là $\frac{13}{16}$.

Câu 49. Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $x \neq y$ và $\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)^y < \left(2^y + \frac{1}{2^y}\right)^x$. Giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $P = \frac{x^2 + 3y^2}{xy - y^2}$ bằng

A. $\frac{13}{2}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. -2 .

D. 6 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)^y < \left(2^y + \frac{1}{2^y}\right)^x \Leftrightarrow (4^x + 1)^y < (4^y + 1)^x$

$\Leftrightarrow y \ln(4^x + 1) < x \ln(4^y + 1) \Leftrightarrow \frac{\ln(4^x + 1)}{x} < \frac{\ln(4^y + 1)}{y}$ (vì $x, y > 0$).

Xét hàm số $f(t) = \frac{\ln(4^t + 1)}{t}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{\frac{4^t \cdot \ln 4}{4^t + 1} \cdot t - \ln(4^t + 1)}{t^2} = \frac{4^t \ln 4^t - (4^t + 1) \ln(4^t + 1)}{(4^t + 1)t^2} < 0, \forall t > 0$

$\Rightarrow f(t)$ luôn nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lại có $f(x) < f(y) \Rightarrow x > y$.

Đặt $t = \frac{x}{y}$, khi đó $t \in (1; +\infty) \Rightarrow P = \frac{t^2 + 3}{t - 1}$.

Cách 1: Xét $P = \frac{t^2 + 3}{t - 1}$ với $t \in (1; +\infty)$, ta có $P' = \frac{t^2 - 2t - 3}{(t - 1)^2}; P' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3 \end{cases}$

Bảng biến thiên

t	1	3	$-\infty$	
P'		-	0	+
P				

A horizontal line with points labeled 1, 3, and $-\infty$ from left to right. Below the line, there is a shaded gray region between the vertical lines corresponding to 1 and 3. An arrow points from the right side of this shaded region down to the number 6. Another arrow points from the number 6 up and to the right towards the $-\infty$ column.

Từ bảng biến thiên, suy ra giá trị nhỏ nhất của P bằng 6 khi $t=3$ hay $x=3y$.

Cách 2: Ta có $P = \frac{t^2+3}{t-1} = t-1 + \frac{4}{t-1} + 2 \geq 2\sqrt{4} + 2 = 6$ (AM – GM).

Suy ra, giá trị nhỏ nhất của P bằng 6 khi $t=3$ hay $x=3y$.

Câu 50. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số $m \in [-1;1]$ sao cho phương trình

$\log_{m^2+1}(x^2+y^2) = \log_2(2x+2y-2)$ có nghiệm nguyên $(x; y)$ duy nhất?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+y^2 > 0 \\ x+y-1 > 0 \end{cases}$.

Nhận xét: Vì x, y có vai trò như nhau nên nếu phương trình có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì $(y_0; x_0)$ cũng là một nghiệm của phương trình.

***) Điều kiện cần:** Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow x_0 = y_0$.

Thay vào phương trình ta được $\log_{m^2+1}(2x_0^2) = \log_2(4x_0-2)$

Vì $x_0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow 4x_0-2 > 1$. Lại có $2x_0^2 \geq 4x_0-2 \Rightarrow \log_2(4x_0-2) = \log_{m^2+1}(2x_0^2) \geq \log_{m^2+1}(4x_0-2)$

$\Rightarrow \frac{1}{\log_{4x_0-2} 2} \geq \frac{1}{\log_{4x_0-2}(m^2+1)} \Rightarrow \log_{4x_0-2}(m^2+1) \geq \log_{4x_0-2} 2$

$\Rightarrow m^2+1 \geq 2 \Rightarrow m^2 \geq 1$ mà $m \in [-1;1] \Rightarrow m = \pm 1$.

***) Điều kiện đủ:** Với $m = \pm 1$ thì phương trình đã cho trở thành

$\log_2(x^2+y^2) = \log_2(2x+2y-2) \Leftrightarrow x^2+y^2 = 2x+2y-2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

Suy ra phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(1;1)$.

Vậy có hai giá trị m cần tìm là $m = \pm 1$.

----- HẾT -----