

(Học sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ và tên học sinh: Lớp:

Bài 1 (1,5 điểm). Tính giới hạn của các hàm số sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$.

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{x + 3}$.

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x - 1}$.

Bài 2 (1,0 điểm). Tìm tham số a để hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{ khi } x \leq 1 \\ \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} & \text{ khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.

Bài 3 (1,5 điểm). Tính đạo hàm các hàm số sau:

a) $y = x^4 - x^2 + 9$.

b) $y = \frac{x - x^2}{x + 1}$.

c) $y = (x^3 + 4x + 5) \sin 4x$.

Bài 4 (1,5 điểm).

a) Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x + y - 11 = 0$.

Bài 5 (3,5 điểm).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh $SA = 2a\sqrt{6}$ và $SA \perp (ABCD)$.

a) Chứng minh đường thẳng BC vuông góc mặt phẳng (SAB) .

b) Chứng minh mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng (SCD) .

c) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

d) Gọi M là trung điểm CD . Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) .

Bài 6. (1,0 điểm)

a) Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m - 1)x^2 + m^2x + m^3 - 1$. Tìm tất cả giá trị tham số m để

$f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số

$y = g(x) = f(4 - x^3)$. Biết rằng tập tất cả các giá trị của x để $f'(x) < 0$ là $(-4; 3)$. Tìm tập các giá trị của x để $g'(x) > 0$.

----- HẾT -----

(Hướng dẫn chấm có 5 trang)

HƯỚNG DẪN CHẤM

CÂU	NỘI DUNG ĐÁP ÁN ĐỀ 1	ĐIỂM
1.a	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$	0,5 đ
	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3)$	0,25
	$= 6.$	0,25
1.b	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{x + 3}$	0,5đ
	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 - \frac{2}{x}\right)}{x \left(1 + \frac{3}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{3}{x}}$	0,25
	$= 1.$	0,25
1.c	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x - 1}$	0,5 đ
	Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x + 3} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x + 3} - 2)(\sqrt{x + 3} + 2)}{(x - 1)(\sqrt{x + 3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 3 - 4}{(x - 1)(\sqrt{x + 3} + 2)}$	0,25
	$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(\sqrt{x + 3} + 2)} = \frac{1}{\sqrt{1 + 3} + 2} = \frac{1}{4}.$	0,25
2	Tìm tham số a để hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$.	0,5 đ
	* $f(1) = 2 + a.$	0,25
	* $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x + a) = 2 + a.$	0,25
	* $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x^2 + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 2) = 3.$	0,25
	Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow a + 2 = 3 \Leftrightarrow a = 1.$	0,25
3a	$y = x^4 - x^2 + 9$	0,5đ
	$y' = 4x^3 - 2x$	0,25*2

3b	$y = \frac{x-x^2}{x+1}$	0,5 đ
	$y' = \frac{(x-x^2)'(x+1) - (x-x^2)(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{(1-2x)(x+1) - (x-x^2).1}{(x+1)^2}$	0,25
	$= \frac{-x^2 - 2x + 1}{(x+1)^2}.$	0,25
3c	$y = (x^3 + 4x + 5)\sin 4x$	
	$y' = (x^3 + 4x + 5)' \sin 4x + (x^3 + 4x + 5)(\sin 4x)'$	0,25
	$= (3x^2 + 4)\sin 4x + 4(x^3 + 4x + 5)\cos 4x$	0,25
4a	Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.	
	$+ y' = 3x^2 - 4x$	0,25
	Ta có: $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3$	0,25
	$y'(2) = 4$	0,25
	Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(2;3)$: $y = 4(x-2) + 3 \Leftrightarrow y = 4x - 5$	0,25
4b	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $3x + y - 11 = 0$.	0,5đ
	$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$ Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến. Theo giả thiết ta có $f'(x_0) = -3 \Leftrightarrow \frac{-3}{(x_0-1)^2} = -3 \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2 \end{cases}.$	0,25
	Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1$: Phương trình tiếp tuyến: $y = -3(x-0) - 1 \Leftrightarrow y = -3x - 1$ (N) Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 5$: Phương trình tiếp tuyến: $y = -3(x-2) + 5 \Leftrightarrow y = -3x + 11$ (L)	0,25
5	Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = 2a\sqrt{6}$.	

5a	Chứng minh: $BC \perp (SAB)$	1đ
	$BC \perp AB$ (vì $ABCD$ là hình vuông). $BC \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$)	0,75
	$\Rightarrow BC \perp (SAB)$	0,25
b	Chứng minh: $(SCD) \perp (SAD)$	1đ
	$CD \perp AD$ (vì $ABCD$ là hình vuông). $CD \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$)	0,75
	$\Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$	0,25
	c) Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.	1đ
	$\left[\overline{SC}, (ABCD) \right] = (\overline{SC}, \overline{AC}) = \widehat{SCA}$	0,5
	$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \sqrt{3}$	0,25
	$\Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ = \left(\overline{SC}, (ABCD) \right)$	0,25
5d	Gọi M là trung điểm CD . Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM)	0,5đ
	Gọi $E = AD \cap BM$ Dựng $AH \perp BM$ ($H \in BM$), $AK \perp SH$ ($K \in SH$). $\begin{cases} BM \perp SA \\ BM \perp AM \end{cases}$ $\Rightarrow BM \perp (SAH)$ $\Rightarrow BM \perp AK$ mà $SH \perp AK \Rightarrow AK \perp (SBM)$	0,25

	$\Rightarrow d(A, (SBM)) = AK$ $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{(2a\sqrt{6})^2} + \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{(4a)^2} = \frac{17}{48a^2}$ $\Rightarrow AK = \frac{4\sqrt{51}}{17}a$	
	$d(D, (SBM)) = \frac{1}{2}d(A, (SBM)) = \frac{1}{2}AK = \frac{2\sqrt{51}}{17}a$	0,25
6a	Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + m^2x + m^3 - 1$. Tìm tất cả giá trị m để $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.	0,5đ
	Ta có: $f'(x) = x^2 - 2(m-1)x + m^2$	0,25
	$f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta_{f'} \leq 0$ $\Leftrightarrow (m-1)^2 - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow -2m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}.$	0,25
6b	Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = g(x)$ với $g(x) = f(4-x^3)$. Biết rằng tập các giá trị của x để $f'(x) < 0$ là $(-4; 3)$. Tìm tập các giá trị của x để $g'(x) > 0$.	0,5đ
	$g'(x) = -3x^2 \cdot f'(4-x^3)$.	0,25
	Ta có: $g'(x) > 0 \Leftrightarrow -3x^2 \cdot f'(4-x^3) > 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot f'(4-x^3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ f'(4-x^3) < 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ -4 < 4-x^3 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ -8 < -x^3 < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ 1 < x^3 < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ 1 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 2.$	0,25

- Giám khảo vui lòng kiểm tra kỹ lại đáp án trước khi chấm.

- Học sinh giải các khác đúng vẫn cho đủ điểm.

Chú ý:

Câu 1:

- Ở 0,25đ đầu tiên các ý câu 1a, 1b, 1c nếu HS chỉ làm 1 trong 2 ý sau dấu bằng vẫn cho đủ 0,25đ.

- HS không làm mất dạng vô định (từ 1 đến 2 câu nhỏ) trước khi ra kết quả thì trừ 0,25đ trên toàn bộ điểm bài 1, HS không làm mất dạng vô định cả 3 câu nhỏ trước khi ra kết quả thì trừ 0,5đ trên toàn bộ điểm bài 1.

Câu 2:

- HS không làm mất dạng vô định trừ 0,25đ.

Câu 3:

- Câu 3a, HS đúng được 1 trong 2 ý cho 0,25đ.

- Câu 3b, Ở 0,25đ đầu tiên HS chỉ làm 1 trong 2 ý sau dấu bằng vẫn cho đủ 0,25đ.

Câu 5:

- Ở khung 0,75đ, mỗi ý vuông góc đúng là 0,25đ, HS có giải thích là 0,25đ.