

Họ, tên:.....Số báo danh:..... **Mã đề thi 485**

Câu 1: Trong không gian cho hình trụ có bán kính đáy $R = 3$, chiều cao $h = 5$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 48\pi$. B. $S_{tp} = 30\pi$. C. $S_{tp} = 18\pi$. D. $S_{tp} = 39\pi$.

Câu 2: Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[1;3]$, thỏa mãn: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$

và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $I = \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = 9$. C. $I = 6$. D. $I = 7$.

Câu 3: Một gia đình xây cái bể hình trụ có thể tích 100 m^3 . Đáy bể làm bằng bê tông 100.000 đ/m^2 . Phần thân làm bằng tôn giá 90.000 đ/m^2 . Phần nắp làm bằng nhôm giá 120.000 đ/m^2 . Hỏi chi phí xây dựng bể đạt mức thấp nhất thì tỉ số giữa chiều cao h và bán kính đáy R của bể là bao nhiêu?

- A. $\frac{h}{R} = \frac{22}{9}$. B. $\frac{h}{R} = \frac{9}{22}$. C. $\frac{h}{R} = \frac{23}{9}$. D. $\frac{h}{R} = \frac{7}{3}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

- A. $\frac{x+5}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 4)$, $B(-2; 2; -6)$, $C(6; 0; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $-5x - 60y - 16z - 16 = 0$. B. $5x - 60y - 16z - 6 = 0$.
C. $5x + 60y + 16z - 14 = 0$. D. $5x + 60y + 16z + 14 = 0$.

Câu 6: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A. $l = \sqrt{3}a$. B. $l = \sqrt{2}a$. C. $l = (1 + \sqrt{3})a$. D. $l = 2a$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

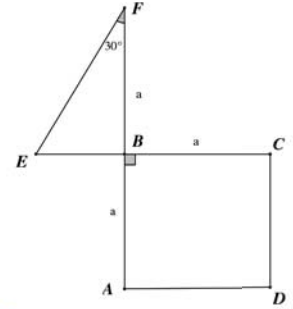
Câu 8: Hãy viết biểu thức $L = \sqrt[3]{7 \cdot \sqrt[3]{7}}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ

- A. $7^{\frac{1}{2}}$. B. $7^{\frac{1}{18}}$. C. $7^{\frac{4}{9}}$. D. $7^{\frac{1}{27}}$.

- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng $(\alpha): x - 2 = 0$, $(\beta): y - 6 = 0$, $(\gamma): z + 2 = 0$. Tìm mệnh đề **SAI**?
- A. $(\alpha) \perp (\beta)$. B. $(\gamma) // Oz$. C. $(\beta) // (xOz)$. D. (α) qua I .
- Câu 10:** Tìm tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$
- A. $x = -1; y = 1$. B. $x = 1; y = 1$. C. $x = -1; y = 0$. D. $x = -1; x = 1$.
- Câu 11:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và x_0 là một điểm thuộc khoảng đó. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Nếu $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.
 B. Nếu $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.
 C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.
 D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.
- Câu 12:** Gọi M, N lần lượt là các điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Tính độ dài đoạn MN .
- A. $MN = 20$. B. $MN = 2$. C. $MN = 4$. D. $MN = 2\sqrt{5}$.
- Câu 13:** Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. Khẳng định nào sau đây **SAI**?
- A. Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. Hàm số có đạo hàm cấp 1 là $y' = \frac{-1}{x \ln 3}$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định. D. Hàm số nhận mọi giá trị thuộc $\mathbb{R}$.
- Câu 14:** Tính tích phân $I = \int_0^1 e^{2x-1} dx$.
- A. $I = \frac{1}{2}(e - e^{-1})$. B. $I = e + e^{-1}$. C. $I = \frac{1}{2}(e + e^{-1})$. D. $I = e$.
- Câu 15:** Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 - 4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn tâm I , bán kính R . Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó
- A. $I(-1; 2); R = \sqrt{5}$. B. $I(1; -2); R = 5$. C. $I(1; 2); R = 5$ D. $I(-1; 2); R = 5$.
- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z + 1 = 0$, đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{2}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Tính giá trị $\cos \varphi$.
- A. $\cos \varphi = \frac{5}{9}$. B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{65}}{9}$. C. $\cos \varphi = \frac{9\sqrt{65}}{65}$. D. $\cos \varphi = \frac{4}{9}$.
- Câu 17:** Cho mô hình (như hình vẽ) với tam giác EFB vuông tại B , cạnh $FB = a$, $\widehat{EFB} = 30^\circ$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay mô hình quanh cạnh AF .

A. $V = \frac{4}{3}a^3$. B. $V = \frac{10}{9}a^3$.

C. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{10}{9}\pi a^3$.



Câu 18: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^4 - 2x^2| = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt

A. $0 < m < 1$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m > 1$.

Câu 19: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, $y = 0$, $x = e$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{1}{27}(5e^3 - 2)$. B. $V = \frac{\pi}{27}(5e^3 + 2)$. C. $V = \frac{\pi}{27}(5e^3 - 2)$. D. $V = \frac{1}{27}(5e^3 + 2)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ hình chiếu M lên trục Ox .

A. $(2; 0; 0)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(3; 0; 0)$. D. $(0; 2; 3)$.

Câu 21: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt bên hình chóp tạo với đáy một góc bằng 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC , SD lần lượt tại M , N . Tính theo a thể tích V khối chóp $S.ABMN$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 22: Tính nguyên hàm $I = \int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx$.

A. $I = \frac{x^3}{3} - 2\ln|x| + 2\sqrt{x^3} + C$. B. $I = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| + 2\sqrt{x^3} + C$.

C. $I = \frac{x^3}{3} + 2\ln x - 2\sqrt{x^3} + C$. D. $I = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - 2\sqrt{x^3} + C$.

Câu 23: Giải phương trình $3^{x^2-3x+2} = 9$.

A. $x = 0$ và $x = 3$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. vô nghiệm.

Câu 24: Tính tích phân $I = \int_1^e x^2 \ln x dx$.

A. $I = \frac{1}{9}(2e^3 + 1)$. B. $I = \frac{2}{9}e^3 + 1$. C. $I = \frac{1}{2}(2e^3 + 1)$. D. $I = \frac{1}{9}(2e^3 - 1)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 6; 2)$, $B(5; 1; 3)$, $C(4; 0; 6)$, $D(5; 0; 4)$. Viết phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) .

A. $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{2}{223}$. B. $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{4}{\sqrt{446}}$.

C. $(x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{8}{223}$. D. $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ là a^3 . Tính độ dài cạnh bên SA .

- A. $SA = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$. B. $SA = 6a$. C. $SA = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$. D. $SA = 4\sqrt{3}a$.

Câu 27: Cho hình lăng trụ có tất cả các cạnh đều bằng a , đáy là hình lục giác đều, góc tạo bởi cạnh bên và đáy bằng 60° . Tính thể tích V khối lăng trụ.

- A. $V = \frac{3}{4}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{9}{4}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 28: Trên tập số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$). Khẳng định nào sau đây SAI?

A. Tổng hai nghiệm của phương trình bằng $-\frac{b}{a}$.

B. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

C. Phương trình luôn có nghiệm.

D. Tích hai nghiệm của phương trình là $\frac{c}{a}$.

Câu 29: Trong mặt phẳng phức, gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}; a \neq 0$). M' là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M' đối xứng với M qua đường thẳng $y = x$.

B. M' đối xứng với M qua trục Ox .

C. M' đối xứng với M qua gốc O .

D. M' đối xứng với M qua trục Oy .

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu có số thực M thỏa $f(x) \geq M$, $\forall x \in [a; b]$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

B. Nếu $\exists x_0 \in [a; b]$ sao cho $f(x_0) = m$ và $f(x) \geq m$, $\forall x \in [a; b]$ thì m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

C. Nếu có số thực m thỏa $f(x) \geq m$, $\forall x \in [a; b]$ thì m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

D. Nếu có số thực M thỏa $f(x) \leq M$, $\forall x \in [a; b]$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Câu 31: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$

A. $S = [0;1) \cup [2;3]$. B. $S = [0;1) \cup (2;3]$. C. $S = [0;1] \cup [2;3]$. D. $S = [0;1] \cup (2;3]$.

Câu 32: Cho hàm số $y = \left(\frac{5}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $m < 3e^2 + 1$.

B. $m \geq 3e^4 + 1$.

C. $3e^3 + 1 \leq m < 3e^4 + 1$.

D. $3e^2 + 1 \leq m < 3e^3 + 1$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}; \Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(0;3;2)$ và song song với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

A. $5x - 6y - 7z + 32 = 0$.

B. $5x - 6y - 7z - 32 = 0$.

C. $5x + 6y + 7z + 32 = 0$.

D. $5x - 6y - 7z = 0$.

Câu 34: Hai đường cong $y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2 (C_1)$ và $y = x^2 + x - 2 (C_2)$ tiếp xúc nhau tại điểm $M_o(x_o; y_o)$. Tìm phương trình đường thẳng d là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) tại điểm M_o .

A. $y = -\frac{5}{4}$.

B. $y = 2x - \frac{9}{4}$.

C. $y = \frac{5}{4}$.

D. $y = 2x + \frac{9}{4}$.

Câu 35: Cho $a = \log_{12} 6$ và $b = \log_{12} 7$. Tính $A = \log_2 7$ theo a và b .

A. $A = \frac{a}{b-1}$.

B. $A = \frac{b}{a+1}$.

C. $A = \frac{b}{1-a}$.

D. $A = \frac{a}{b+1}$.

Câu 36: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh a . Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình nón theo a .

A. $R = \sqrt{3}a$.

B. $R = \frac{2}{3\sqrt{3}}a$.

C. $R = \frac{2}{\sqrt{3}}a$.

D. $R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Câu 37: Một người gửi vào ngân hàng số tiền 20 triệu với lãi suất 1,65%/quý (một quý có 3 tháng) và không lấy lãi khi đến kì hạn lấy lãi. Hỏi sau bao lâu người đó được 30 triệu (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (giả sử lãi suất không thay đổi).

A. 6 năm 3 quý.

B. 7 năm.

C. 6 năm 1 quý.

D. 6 năm 2 quý.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 3 = m$ có nghiệm thực $x \in [1;9]$.

A. $m \leq 3$.

B. $1 \leq m \leq 2$.

C. $m \geq 2$.

D. $2 \leq m \leq 3$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(2;-1;4)$, $B(-2;2;-6)$. Tính $|\overline{AB}|$.

A. $AB = 5\sqrt{5}$.

B. $AB = \sqrt{21} + \sqrt{44}$.

C. $AB = \sqrt{65}$.

D. $AB = \sqrt{5}$.

Câu 40: Tìm phần thực, phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$.

A. Phần thực bằng -3 ; phần ảo bằng 2 .

B. Phần thực bằng 2 ; phần ảo bằng $-3i$.

C. Phần thực bằng 2 ; phần ảo bằng -3 .

D. Phần thực bằng 2 ; phần ảo bằng 3 .

Câu 41: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$.

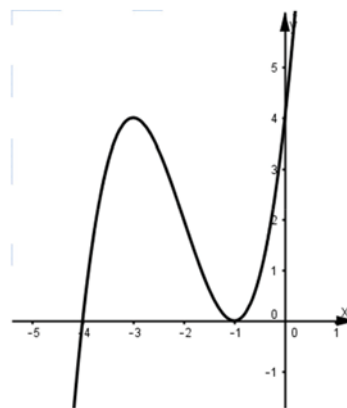
- B.** $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \forall c \in [a; b].$
- C.** $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g(x)dx.$
- D.** $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx.$

Câu 42: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) , biết d song song với đường thẳng $6x - y - 1 = 0$.

- A.** $y = 6x - 1$; **B.** $y = 6x + 3$ **C.** $y = 6x + 4$ **D.** $y = 6x + 3$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Hỏi (C) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ nào?

- A.** $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.
- B.** $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$.
- C.** $y = f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$.
- D.** $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$.



Câu 44: Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}(2\sqrt{x^2 + 1} + 2017)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2018$. Tính $F(2)$.

- A.** $F(2) = 5 + 2017\sqrt{5}$ **B.** $F(2) = 4 + 2017\sqrt{4}$
- C.** $F(2) = 3 + 2017\sqrt{3}$ **D.** $F(2) = 2022$.

Câu 45: Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 3$ trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$

- A.** $\min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = \frac{15}{8}$ và $\max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 5$.
- B.** $\min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 1$ và $\max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = \frac{15}{8}$.
- C.** $\min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 1$ và $\max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 5$.
- D.** $\min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = \frac{15}{8}$ và $\max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 1$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $ax + by + cz + d = 0$, $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) .

$$\text{A. } \begin{cases} x = a + x_0 t \\ y = b + y_0 t \\ z = c + z_0 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -x_0 + at \\ y = -y_0 + bt \\ z = -z_0 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = a - x_0 t \\ y = b - y_0 t \\ z = c - z_0 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y + z + 5 = 0$, đường thẳng

d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{-3}$. Tìm tọa độ giao điểm giữa (P) và d .

- A. $(17; 9; 20)$. B. $(17; -9; -20)$. C. $(-17; 9; 20)$. D. $(1; 3; 2)$.

Câu 48: Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

- A. $(0; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 49: Người ta muốn mạ vàng cho bề mặt phía ngoài một cái hộp dạng hình hộp đứng không nắp trên, có đáy là một hình vuông. Tìm chiều cao của hình hộp để lượng vàng dùng để mạ là ít nhất, biết lớp mạ vàng ở mọi mặt là như nhau, giao giữa các mặt là không đáng kể và thể tích khối hộp là $13,5 \text{ dm}^3$.

- A. $h = 3$. B. $h = \frac{1}{2}$. C. $h = \frac{27}{2}$. D. $h = \frac{3}{2}$.

Câu 50: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2.$$

- A. $A = 20$. B. $A = \sqrt{10}$. C. $A = 3\sqrt{10}$. D. $A = 2\sqrt{10}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	C	C	D	B	C	B	A	D	D	A	A	D	B	D	B	C	B	C	D	A	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	B	B	B	B	B	A	B	C	D	C	D	A	C	C	D	B	A	C	C	C	A	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Trong không gian cho hình trụ có bán kính đáy $R = 3$, chiều cao $h = 5$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 48\pi$. B. $S_{tp} = 30\pi$. C. $S_{tp} = 18\pi$. D. $S_{tp} = 39\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho là $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 + 2\pi \cdot 3^2 = 48\pi$.

Câu 2: Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[1; 3]$, thỏa mãn: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$

và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $I = \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = 9$. C. $I = 6$. D. $I = 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10 \\ \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_1^3 f(x) dx + 3 \int_1^3 g(x) dx = 10 \\ 2 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_1^3 f(x) dx = 4 \\ \int_1^3 g(x) dx = 2 \end{cases}$$

$$\text{Nên } I = \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx = 6.$$

Câu 3: Một gia đình xây cái bể hình trụ có thể tích 100 m^3 . Đáy bể làm bằng bê tông 100.000 đ/ m^2 . Phần thân làm bằng tôn giá 90.000 đ/ m^2 . Phần nắp làm bằng nhôm giá 120.000 đ/ m^2 . Hỏi chi phí xây dựng bể đạt mức thấp nhất thì tỉ số giữa chiều cao h và bán kính đáy R của bể là bao nhiêu?

- A. $\frac{h}{R} = \frac{22}{9}$. B. $\frac{h}{R} = \frac{9}{22}$. C. $\frac{h}{R} = \frac{23}{9}$. D. $\frac{h}{R} = \frac{7}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tổng chi phí để xây dựng bể là

$$V = \pi R^2 h = 100 \Rightarrow h = \frac{100}{\pi R^2}.$$

$$T = S_d \cdot 100 + S_{xq} \cdot 90 + S_a \cdot 120 = 220S_d + 90S_{xq}$$

$$= 220 \cdot \pi R^2 + 90 \cdot 2\pi Rh = 220\pi R^2 + 180\pi Rh = 220\pi R^2 + 180\pi R \cdot \frac{100}{\pi R^2} = 220\pi R^2 + \frac{18000}{R}$$

$$f(x) = 220\pi x^2 + \frac{18000}{x}$$

Xét hàm số $f(x) = 220\pi x^2 + \frac{18000}{x}$, $f'(x) = 440\pi x - \frac{18000}{x^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 440\pi x - \frac{18000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{450}{11\pi}}$$

Vậy T min khi $R = \sqrt[3]{\frac{450}{11\pi}}$ và $h = \frac{100}{\pi R^2}$ nên $\frac{h}{R} = \frac{22}{9}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x+5}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi I là giao điểm của d và (P) . Tọa độ I là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} \\ \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-1 \\ 3y-z=2 \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

Ta có một VTCP của Δ như sau: $\vec{u}_{\Delta} = [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}] = (5; -1; -3)$.

Vậy phương trình $d: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Chú ý: Do Δ cắt d và Δ nằm trong (P) nên Δ phải đi qua I . Do đó ta có thể chọn được đáp án là C mà không cần tìm VTCP của Δ .

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 4)$, $B(-2; 2; -6)$, $C(6; 0; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $-5x - 60y - 16z - 16 = 0$.

B. $5x - 60y - 16z - 6 = 0$.

C. $5x + 60y + 16z - 14 = 0$.

D. $5x + 60y + 16z + 14 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\vec{AB} = (-4; 3; -10)$; $\vec{AC} = (4; 1; -5)$.

Do đó $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (-5; -60; -16)$.

Vậy phương trình (ABC) là: $-5(x-6) - 60(y-0) - 16(z+1) = 0$ hay $5x + 60y + 16z - 14 = 0$.

Câu 6: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

A. $l = \sqrt{3}a$.

B. $l = \sqrt{2}a$.

C. $l = (1 + \sqrt{3})a$.

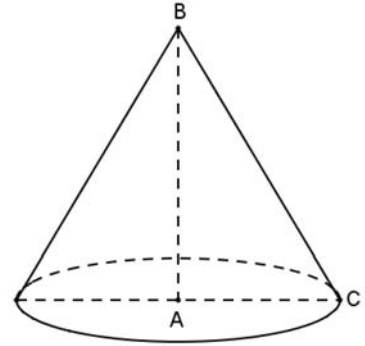
D. $l = 2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Khi quay quanh tam giác ABC quanh trục AB ta được hình nón có độ dài đường sinh

$$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a.$$



Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $V = a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2 = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3.$$

Câu 8: Hãy viết biểu thức $L = \sqrt[3]{7.\sqrt[3]{7}}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ

- A. $7^{\frac{1}{2}}$. B. $7^{\frac{1}{18}}$. C. $7^{\frac{4}{9}}$. D. $7^{\frac{1}{27}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } L = \sqrt[3]{7.\sqrt[3]{7}} = \sqrt[3]{7.7^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{7^{\frac{4}{3}}} = 7^{\frac{4}{9}}.$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;6;-3)$ và các mặt phẳng $(\alpha): x-2=0$, $(\beta): y-6=0$, $(\gamma): z+2=0$. Tìm mệnh đề **SAI**?

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$. B. $(\gamma) \parallel Oz$. C. $(\beta) \parallel (xOz)$. D. (α) qua I .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vector pháp tuyến của (γ) là $\vec{n} = (0;0;1)$.

Vector chỉ phương của Oz là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Ta có $\vec{n}.\vec{k} = 1 \neq 0$. Do đó (γ) và Oz không song song.

Câu 10: Tìm tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x+1}$

- A. $x = -1; y = 1$. B. $x = 1; y = 1$. C. $x = -1; y = 0$. D. $x = -1; x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x+1} = 1$. Do đó đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x+1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x+1} = -\infty$. Do đó đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và x_0 là một điểm thuộc khoảng đó. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.
B. Nếu $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.
C. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.
D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Định lí: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ và x_0 là một điểm thuộc khoảng đó.

Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 12: Gọi M, N lần lượt là các điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Tính độ dài đoạn MN .

- A. $MN = 20$. B. $MN = 2$. C. $MN = 4$. D. $MN = 2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $M(-1; 1), N(1; -3)$.

$$\text{Vậy } MN = \sqrt{(1+1)^2 + (-3-1)^2} = 2\sqrt{5}.$$

Câu 13: Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. Khẳng định nào sau đây SAI?

- A. Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. Hàm số có đạo hàm cấp 1 là $y' = \frac{-1}{x \ln 3}$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định. D. Hàm số nhận mọi giá trị thuộc $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hàm số có tập xác định $D = (0; +\infty)$.

Câu 14: Tính tích phân $I = \int_0^1 e^{2x-1} dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}(e - e^{-1})$. B. $I = e + e^{-1}$. C. $I = \frac{1}{2}(e + e^{-1})$. D. $I = e$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \int_0^1 e^{2x-1} dx = \frac{1}{2} e^{2x-1} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}(e - e^{-1}).$$

Câu 15: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn tâm I , bán kính R . Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó

- A. $I(-1;2); R=\sqrt{5}$. B. $I(1;-2); R=5$. C. $I(1;2); R=5$ D. $I(-1;2); R=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $w = (3-4i)z - 1 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{w+1-2i}{3-4i}$.

$$\Rightarrow |z| = \left| \frac{w+1-2i}{3-4i} \right| = \frac{|w+1-2i|}{|3-4i|} \Leftrightarrow |w+1-2i| = 5.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn w là đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=5$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z + 1 = 0$, đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{2}$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Tính giá trị $\cos \varphi$.

- A. $\cos \varphi = \frac{5}{9}$. B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{65}}{9}$. C. $\cos \varphi = \frac{9\sqrt{65}}{65}$. D. $\cos \varphi = \frac{4}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

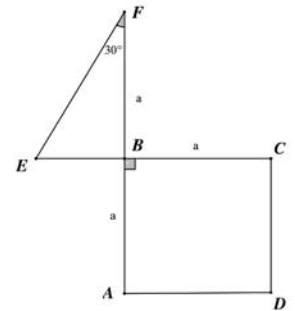
Ta có $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 2), \vec{u}_d = (-1; -2; 2)$.

$$\sin \varphi = \left| \cos(\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d) \right| = \frac{|2 \cdot (-1) - 1 \cdot (-2) + 2 \cdot 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{65}}{9}$$

Câu 17: Cho mô hình (như hình vẽ) với tam giác EFB vuông tại B , cạnh $FB = a$, $\widehat{EFB} = 30^\circ$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay mô hình quanh cạnh AF .

- A. $V = \frac{4}{3}a^3$. B. $V = \frac{10}{9}a^3$.
C. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. D. $V = \frac{10}{9}\pi a^3$.



Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $BE = BF \tan \widehat{EFB} = a \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khi quay tam giác EFB quanh trục AF ta được hình nón có chiều cao EF bán kính đáy là

$$BE. \text{ Hình nón này có thể tích } V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{9}.$$

Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh AF ta được hình trụ có thể tích là $V_2 = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3$.

Vậy thể tích vật thể cần tìm là $V = V_1 + V_2 = \frac{\pi a^3}{9} + \pi a^3 = \frac{10}{9} \pi a^3$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^4 - 2x^2| = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt

A. $0 < m < 1$.

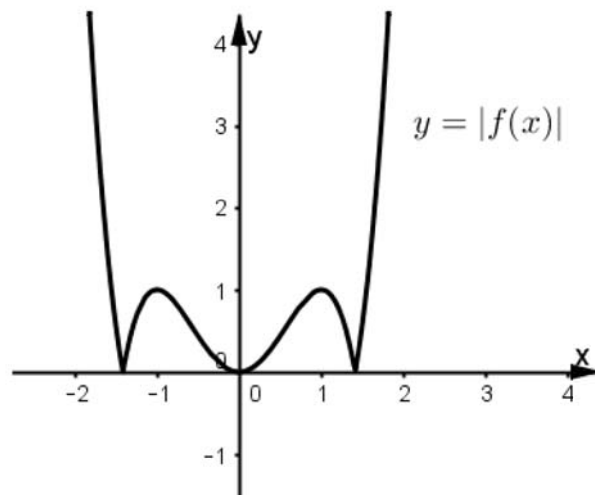
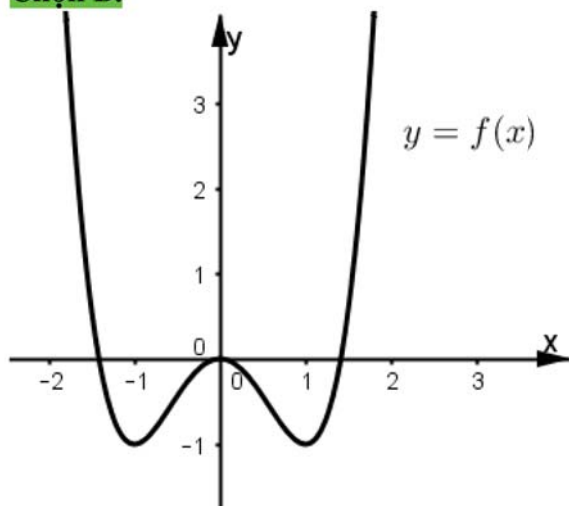
B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Ta có đồ thị của hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2$.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2$ ta suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)| = |x^4 - 2x^2|$ như hình vẽ.

Dựa vào đồ thị, phương trình $|x^4 - 2x^2| = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m = 0$.

Câu 19: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, $y = 0$, $x = e$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{1}{27}(5e^3 - 2)$. B. $V = \frac{\pi}{27}(5e^3 + 2)$. C. $V = \frac{\pi}{27}(5e^3 - 2)$. D. $V = \frac{1}{27}(5e^3 + 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x \ln x$ với trục hoành là

$x \ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Thể tích khối tròn xoay là $V = \pi \int_1^e (x \ln x)^2 dx = \pi \int_1^e x^2 \ln^2 x dx = \pi I$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2 \ln x}{x} dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } I = \frac{x^3}{3} \ln^2 x \Big|_1^e - \frac{2}{3} \int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{e^3}{3} - \frac{2}{3} I_1.$$

$$\text{Tính } I_1 = \int_1^e x^2 \ln x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } I_1 = \frac{x^3}{3} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{e^3}{3} - \frac{x^3}{9} \Big|_1^e = \frac{2e^3}{9} + \frac{1}{9}.$$

$$\text{Suy ra } V = \pi \left[\frac{e^3}{3} - \frac{2}{3} \left(\frac{2e^3}{9} + \frac{1}{9} \right) \right] = \pi \left(\frac{5e^3}{27} - \frac{2}{27} \right) = \frac{\pi(5e^3 - 2)}{27}.$$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Tìm tọa độ hình chiếu M lên trục Ox .

- A. $(2;0;0)$. B. $(1;0;0)$. C. $(3;0;0)$. D. $(0;2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hình chiếu của điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ lên trục Ox là $A'(x_0; 0; 0)$.

Vậy hình chiếu của $M(1;2;3)$ lên trục ox là $M'(1;0;0)$.

Câu 21: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt bên hình chóp tạo với đáy một góc bằng 60° . Mặt phẳng (P) chứa AB đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC , SD lần lượt tại M , N . Tính theo a thể tích V khối chóp $S.ABMN$.

- A. $V = \sqrt{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt bên tạo với đáy góc 60° nên $\widehat{SIO} = 60^\circ$

$$SO = a \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

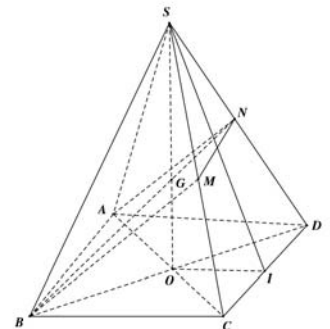
$$V_{S.ACD} = V_{S.ABC} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 2a^2 = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$$

$$V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN}$$

$$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABMN} = V_{S.ABM} + V_{S.AMN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3} + \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$



Câu 22: Tính nguyên hàm $I = \int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx$.

- A. $I = \frac{x^3}{3} - 2\ln|x| + 2\sqrt{x^3} + C$. B. $I = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| + 2\sqrt{x^3} + C$.
C. $I = \frac{x^3}{3} + 2\ln x - 2\sqrt{x^3} + C$. D. $I = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - 2\sqrt{x^3} + C$.

Hướng dẫn giải.**Chọn D.**

$$\text{Ta có } I = \int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3\sqrt{x} \right) dx = \int \left(x^2 + \frac{2}{x} - 3x^{\frac{1}{2}} \right) dx = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - 3\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C.$$

$$\text{Do đó } I = \frac{x^3}{3} + 2\ln|x| - 2\sqrt{x^3} + C.$$

Câu 23: Giải phương trình $3^{x^2-3x+2} = 9$.

- A.** $x = 0$ và $x = 3$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 3$. **D.** vô nghiệm.

Hướng dẫn giải.**Chọn A.**

$$\text{Ta có } 3^{x^2-3x+2} = 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-3x+2} = 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 0$ và $x = 3$.**Câu 24:** Tính tích phân $I = \int_1^e x^2 \ln x dx$.

- A.** $I = \frac{1}{9}(2e^3 + 1)$. **B.** $I = \frac{2}{9}e^3 + 1$. **C.** $I = \frac{1}{2}(2e^3 + 1)$. **D.** $I = \frac{1}{9}(2e^3 - 1)$.

Hướng dẫn giải.**Chọn A.**

$$\text{Đặt } u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \text{ và } dv = x^2 dx \Rightarrow v = \frac{x^3}{3}.$$

$$\text{Ta có } I = (x^3 \cdot \ln x) \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{3} dx = e^3 - \frac{x^3}{9} \Big|_1^e = e^3 - \left(\frac{e^3}{9} - \frac{1}{9} \right) = \frac{1}{9}(2e^3 + 1).$$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;6;2)$, $B(5;1;3)$, $C(4;0;6)$, $D(5;0;4)$.Viết phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) .

- A.** $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{2}{223}$. **B.** $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{4}{\sqrt{446}}$.
C. $(x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = \frac{8}{223}$. **D.** $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$.

Hướng dẫn giải.**Chọn D.**

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (4; -5; 1) \text{ và } \overrightarrow{AC} = (3; -6; 4).$$

$$\text{Khi đó } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-14; -13; -9).$$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$-14(x-1) - 13(y-6) - 9(z-2) = 0 \Leftrightarrow 14x + 13y + 9z - 110 = 0.$$

$$\text{Do đó } R = d(D, (ABC)) = \frac{|14.5 + 13.0 + 9.4 - 110|}{\sqrt{14^2 + 13^2 + 9^2}} = \frac{4}{\sqrt{446}}.$$

Phương trình mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ là a^3 . Tính độ dài cạnh bên SA .

- A. $SA = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$. B. $SA = 6a$. C. $SA = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$. D. $SA = 4\sqrt{3}a$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} \Leftrightarrow SA = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}} = \frac{3a^3}{\frac{1}{2}aa.\sin 60^\circ} = 4\sqrt{3}a.$$

Câu 27: Cho hình lăng trụ có tất cả các cạnh đều bằng a , đáy là hình lục giác đều, góc tạo bởi cạnh bên và đáy bằng 60° . Tính thể tích V khối lăng trụ.

- A. $V = \frac{3}{4}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{9}{4}a^3$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có độ dài đường cao là } h = a.\sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Diện tích hình lục giác đều cạnh a là tổng diện tích của 6 tam giác đều cạnh a . Do đó diện

$$\text{tích đáy là } S = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 3\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối lăng trụ là } V = S.h = \frac{9}{4}a^3.$$

Câu 28: Trên tập số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$). Khẳng định nào sau đây **SAI**?

- A. Tổng hai nghiệm của phương trình bằng $-\frac{b}{a}$.
 B. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình vô nghiệm.
 C. Phương trình luôn có nghiệm.
 D. Tích hai nghiệm của phương trình là $\frac{c}{a}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Trong tập số phức $\mathbb{C}$, khi $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình có hai nghiệm phức phân biệt.

Câu 29: Trong mặt phẳng phức, gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}; a \neq 0$). M' là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M' đối xứng với M qua đường thẳng $y = x$.
- B. M' đối xứng với M qua trục Ox .
- C. M' đối xứng với M qua gốc O .
- D. M' đối xứng với M qua trục Oy .

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $M(a; b)$ và $M'(a; -b)$. Do đó M' đối xứng với M qua trục Ox .

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu có số thực M thỏa $f(x) \geq M, \forall x \in [a; b]$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
- B. Nếu $\exists x_0 \in [a; b]$ sao cho $f(x_0) = m$ và $f(x) \geq m, \forall x \in [a; b]$ thì m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
- C. Nếu có số thực m thỏa $f(x) \geq m, \forall x \in [a; b]$ thì m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.
- D. Nếu có số thực M thỏa $f(x) \leq M, \forall x \in [a; b]$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Định nghĩa của “giá trị nhỏ nhất của hàm số”: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.

Nếu $\exists x_0 \in [a; b]$ sao cho $f(x_0) = m$ và $f(x) \geq m, \forall x \in [a; b]$ thì m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Nếu $\exists x_0 \in [a; b]$ sao cho $f(x_0) = M$ và $f(x) \leq M, \forall x \in [a; b]$ thì M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

Câu 31: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$

- A. $S = [0; 1) \cup [2; 3]$.
- B. $S = [0; 1) \cup (2; 3]$.
- C. $S = [0; 1] \cup [2; 3]$.
- D. $S = [0; 1] \cup (2; 3]$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có Điều kiện xác định $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$.

$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm $S = [0;1) \cup (2;3]$

Câu 32: Cho hàm số $y = \left(\frac{5}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $m < 3e^2 + 1$.

B. $m \geq 3e^4 + 1$.

C. $3e^3 + 1 \leq m < 3e^4 + 1$.

D. $3e^2 + 1 \leq m < 3e^3 + 1$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có $y' = \left(\frac{5}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \ln \frac{5}{2017} \cdot e^x (3e^{2x} - (m-1))$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$ khi và chỉ khi

$$y' = \left(\frac{5}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \ln \frac{5}{2017} \cdot e^x (3e^{2x} - (m-1)) \geq 0, \forall x \in (1;2)$$

$$\Leftrightarrow 3e^{2x} - (m-1) \leq 0, \forall x \in (1;2)$$

$$\Leftrightarrow 3e^{2x} + 1 \leq m, \forall x \in (1;2)$$

$$\Leftrightarrow m \geq 3e^4 + 1$$

Câu 33: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}; \Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(0;3;2)$ và song song với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .

A. $5x - 6y - 7z + 32 = 0$.

B. $5x - 6y - 7z - 32 = 0$.

C. $5x + 6y + 7z + 32 = 0$.

D. $5x - 6y - 7z = 0$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): \vec{n} = [\vec{u}_{\Delta_1}, \vec{u}_{\Delta_2}] = (-5; 6; 7)$

Phương trình mặt phẳng $(P): -5(x-0) + 6(y-3) + 7(z-2) = 0 \Leftrightarrow 5x - 6y - 7z + 32 = 0$

Câu 34: Hai đường cong $y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2(C_1)$ và $y = x^2 + x - 2(C_2)$ tiếp xúc nhau tại điểm $M_o(x_o; y_o)$.

Tìm phương trình đường thẳng d là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) tại điểm M_o .

A. $y = -\frac{5}{4}$.

B. $y = 2x - \frac{9}{4}$.

C. $y = \frac{5}{4}$.

D. $y = 2x + \frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + \frac{5}{4}x - 2 = x^2 + x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Mà $f(x) = y = x^3 + \frac{5}{4}x - 2(C_1) \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2; g(x) = y = x^2 + x - 2(C_2) \Rightarrow g'\left(\frac{1}{2}\right) = 2$

Điểm $M_0\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{4}\right)$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{5}{4} \Leftrightarrow y = 2x - \frac{9}{4}$.

Câu 35: Cho $a = \log_{12} 6$ và $b = \log_{12} 7$. Tính $A = \log_2 7$ theo a và b .

- A. $A = \frac{a}{b-1}$ B. $A = \frac{b}{a+1}$ C. $A = \frac{b}{1-a}$ D. $A = \frac{a}{b+1}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Cách 1:

Ta có $A = \log_2 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2 + \log_{12} 6 - \log_{12} 6} = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 12 - \log_{12} 6} = \frac{\log_{12} 7}{1 - \log_{12} 6} = \frac{b}{1-a}$.

Cách 2: Phương pháp tối ưu là dùng máy tính thử kết quả

Ấn $\boxed{\log_{10}} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{6} \boxed{=}$ $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(-)}$
 $\text{Ans} \rightarrow \text{A}$

Để lưu $a = \log_{12} 6$ 0.7210570543

Ấn $\boxed{\log_{10}} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{7} \boxed{=}$ $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{0.999}$

$\text{Ans} \rightarrow \text{B}$

Để lưu $b = \log_{12} 7$ 0.7830918514

Ấn $\boxed{\log_{10}} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{7} \boxed{=}$
 $\text{log}_2(7)$

Để biết kết quả 2.807354922

Sau đó dùng máy tính thử các đáp án để xem đâu là đáp án cần tìm

$\frac{B}{-A+1}$
 2.807354922

Đáp án là C.

Câu 36: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh a . Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình nón theo a .

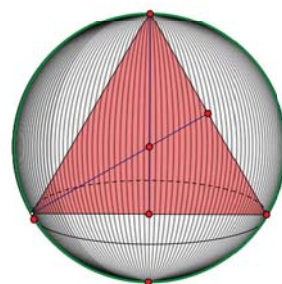
- A. $R = \sqrt{3}a$ B. $R = \frac{2}{3\sqrt{3}}a$ C. $R = \frac{2}{\sqrt{3}}a$ D. $R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Thiết diện đi qua trục là 1 tam giác đều cạnh a , tâm của tam giác đều ấy chính là tâm của mặt cầu cần tìm.

Bán kính mặt cầu cần tìm là $R = \frac{2}{3} \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.



Câu 37: Một người gửi vào ngân hàng số tiền 20 triệu với lãi suất 1,65% /quý (một quý có 3 tháng) và không lấy lãi khi đến kì hạn lấy lãi. Hỏi sau bao lâu người đó được 30 triệu (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu?(giả sử lãi suất không thay đổi).

- A. 6 năm 3 quý. B. 7 năm. C. 6 năm 1 quý. D. 6 năm 2 quý .

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta có lãi suất 1,65% /quý

Sau n quý thì số tiền gửi từ 20 triệu lên thành 30 triệu là

$$P_n = 20000000(1 + 0,0165)^n = 30000000 \Leftrightarrow n = \log_{1,0165} \frac{3}{2} \approx 24,78 \text{ quý.}$$

Vì số quý là số tự nhiên nên $n = 25$ quý, tức là 6 năm 1 quý.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x^2 + 3 = m$ có nghiệm thực $x \in [1;9]$.

- A. $m \leq 3$. B. $1 \leq m \leq 2$. C. $m \geq 2$. D. $2 \leq m \leq 3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Đặt $\log_3 x = t \Rightarrow x \in [1;9] \Leftrightarrow t \in [0;2]$.

Phương trình trở thành $t^2 - 2t + 3 = m$

Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t + 3$

Khi $t \in [0;2] \Rightarrow 2 \leq f(t) \leq 3$

Để pt có nghiệm thỏa mãn yêu cầu thì $2 \leq m \leq 3$.

Câu 39: Trong không gian Oxyz, cho 2 điểm $A(2;-1;4)$, $B(-2;2;-6)$. Tính $|\overline{AB}|$.

- A. $AB = 5\sqrt{5}$. B. $AB = \sqrt{21} + \sqrt{44}$. C. $AB = \sqrt{65}$. D. $AB = \sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có $\overline{AB} = (-4;3;-10) \Rightarrow |\overline{AB}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + (-10)^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$.

Câu 40: Tìm phần thực, phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$.

- A. Phần thực bằng -3; phần ảo bằng 2. B. Phần thực bằng 2; phần ảo bằng -3i.
C. Phần thực bằng 2; phần ảo bằng -3. D. Phần thực bằng 2; phần ảo bằng 3.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Số phức $z = 2 - 3i$ có phần thực bằng 2; phần ảo bằng -3.

Câu 41: Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$.
B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \forall c \in [a;b]$.
C. $\int_a^b [f(x).g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.

$$\text{D. } \int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx.$$

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Ta không có đẳng thức tích phân của tích hai hàm số bằng tích các tích phân của hai hàm số đó

$$\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx \neq \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx.$$

Đẳng thức $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$ chỉ đúng cho một số trường hợp đặc biệt.

Trong trường hợp tổng quát nó không đúng.

Câu 42: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) , biết d song song với đường thẳng $6x - y - 1 = 0$.

- A.** $y = 6x - 1$; **B.** $y = 6x + 3$ **C.** $y = 6x + 4$ **D.** $y = 6x + 3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$.

Tiếp tuyến tại M có hệ số góc $k = y'(x_0) = 3x_0^2 + 3$.

Tiếp tuyến tại M song song với đường thẳng $6x - y - 1 = 0$ khi và chỉ khi

$$k = y'(x_0) = 3x_0^2 + 3 = 6 \Leftrightarrow x_0 = \pm 1.$$

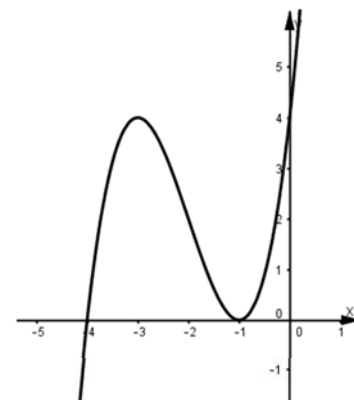
+ Với $x_0 = 1$. Tiếp tuyến d có phương trình $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = 6(x - 1) + 5 = 6x - 1$ (loại, vì trùng với đường thẳng $6x - y - 1 = 0$).

+ Với $x_0 = -1$. Tiếp tuyến d có phương trình $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = 6(x + 1) - 3 = 6x + 3$.

Vậy $y = 6x + 3$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Hỏi (C) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ nào?

- A.** $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.
B. $y = f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 4$.
C. $y = f(x) = x^3 + 3x^2 + 4$.
D. $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$.



Hướng dẫn giải.

Chọn B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(-1) = 0 \\ f(-3) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + 4 = 0 \\ (-3)^3 + a(-3)^2 + b(-3) + 4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = -3 \\ 9a - 3b = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 9 \end{cases}$$

- Câu 44:** Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}(2\sqrt{x^2+1}+2017)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2018$. Tính $F(2)$.
- A. $F(2) = 5 + 2017\sqrt{5}$. B. $F(2) = 4 + 2017\sqrt{4}$.
- C. $F(2) = 3 + 2017\sqrt{3}$. D. $F(2) = 2022$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int f(x) dx &= \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}(2\sqrt{x^2+1}+2017) dx \\ &= \int \left(2x + \frac{2017x}{\sqrt{x^2+1}} \right) dx = \int 2x dx + \frac{2017}{2} \int (x^2+1)^{-\frac{1}{2}} d(x^2+1) = x^2 + 2017\sqrt{x^2+1} + C \\ F(0) &= 2018 \Rightarrow C = 1. \\ \text{Vậy } F(2) &= 2^2 + 2017\sqrt{2^2+1} + 1 = 5 + 2017\sqrt{5} \end{aligned}$$

- Câu 45:** Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 3$ trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$
- A. $\min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = \frac{15}{8}$ và $\max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 5$. B. $\min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 1$ và $\max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = \frac{15}{8}$.
- C. $\min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 1$ và $\max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 5$. D. $\min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = \frac{15}{8}$ và $\max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = 1$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f'(x) &= 3x^2 - 3 \\ f'(x) &= 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \\ f(-1) &= 5, f(1) = 1, f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{15}{8}. \\ \text{Vậy } \min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) &= f(1) = 1 \text{ và } \max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = f(-1) = 5. \end{aligned}$$

- Câu 46:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $ax + by + cz + d = 0$, $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $\begin{cases} x = a + x_0 t \\ y = b + y_0 t \\ z = c + z_0 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

B. $\begin{cases} x = -x_0 + at \\ y = -y_0 + bt \\ z = -z_0 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

$$\text{C. } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = a - x_0 t \\ y = b - y_0 t \\ z = c - z_0 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận VTPT của (P) làm VTCP. Vậy $\vec{u}_d = \vec{n} = (a; b; c)$.

$$d \text{ qua } M_0(x_0; y_0; z_0) \text{ và có VTCP } \vec{u}_d = \vec{n} = (a; b; c) \text{ có phương trình } \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y + z + 5 = 0$, đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{-3}$. Tìm tọa độ giao điểm giữa (P) và d .

A. $(17; 9; 20)$. B. $(17; -9; -20)$. C. $(-17; 9; 20)$. D. $(1; 3; 2)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

$$\text{Ta có } d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{-3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{-1} \\ \frac{x-1}{3} = \frac{z-2}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x-3y = -10 \\ x+z = 3 \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm giữa (P) và d là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x + y + z + 5 = 0 \\ -x - 3y = -10 \\ x + z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -17 \\ y = 9 \\ z = 20 \end{cases}.$$

Câu 48: Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

A. $(0; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 6x.$$

$$y' > 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2.$$

Câu 49: Người ta muốn mạ vàng cho bề mặt phía ngoài một cái hộp dạng hình hộp đứng không nắp trên, có đáy là một hình vuông. Tìm chiều cao của hình hộp để lượng vàng dùng để mạ là ít nhất, biết lớp mạ vàng ở mọi mặt là như nhau, giao giữa các mặt là không đáng kể và thể tích khối hộp là $13,5 \text{ dm}^3$.

A. $h = 3$. B. $h = \frac{1}{2}$. C. $h = \frac{27}{2}$. D. $h = \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Lượng vàng dùng để mạ là ít nhất nếu diện tích cần dùng để làm hộp là nhỏ nhất.
Diện tích để làm hộp bằng tổng diện tích các mặt xung quanh và diện tích mặt đáy.
Gọi h là chiều cao, a là độ dài cạnh đáy.

$$\text{Thể tích của hình hộp là } V = a^2 h = 13,5 \Rightarrow h = \frac{27}{2a^2}.$$

$$\text{Tổng diện tích để làm hộp là } S = 4ah + a^2 = 4a \cdot \frac{27}{2a^2} + a^2 = \frac{54}{a} + a^2.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{54}{x} + x^2, \quad x > 0.$$

$$f'(x) = -\frac{54}{x^2} + 2x.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{54}{x^2} + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 3. \text{ Hay } a = 3 \Rightarrow h = \frac{27}{2a^2} = \frac{3}{2}.$$

x	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$		27	

Dựa vào bảng biến thiên $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 3$.

$$S \text{ nhỏ nhất khi } a = 3 \Rightarrow h = \frac{27}{2a^2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 50: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2.$$

A. $A = 20$.

B. $A = \sqrt{10}$.

C. $A = 3\sqrt{10}$.

D. $A = 2\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 3i \\ z_2 = -1 - 3i \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + (-3)^2 = 20.$$