

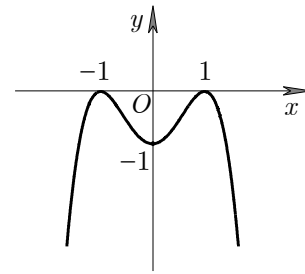


ĐỀ THAM KHẢO SỐ 3
(Đề thi có 06 trang)

- Câu 1:** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$?
- A. A_8^2 . B. 8^2 . C. C_8^2 . D. 2^8 .
- Câu 2:** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^n$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$). Dãy số đã cho là một cấp số nhân với công bội bằng
- A. 25. B. 1. C. 10. D. 5.
- Câu 3:** Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là
- A. $x = 10$. B. $x = 7$. C. $x = 8$. D. $x = 9$.
- Câu 4:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông, cân tại A . Biết $SA = 2a, AB = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{3}$.
- Câu 5:** Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(1-5x)$ là
- A. $y' = \frac{5}{(1-5x)\ln 3}$. B. $y' = \frac{-5\ln 3}{1-5x}$. C. $y' = \frac{-5}{(1-5x)\ln 3}$. D. $y' = \frac{1}{(1-5x)\ln 3}$.
- Câu 6:** Biết $\int_3^5 f(x)dx = 7$ và $\int_3^9 f(x)dx = 18$. Giá trị của $\int_9^5 f(x)dx$ bằng
- A. -11. B. -25. C. 11. D. 25.
- Câu 7:** Lăng trụ tam giác đều có độ dài cạnh bên bằng 3, diện tích đáy bằng $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
- A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 8:** Cho hình nón có đường sinh bằng $a\sqrt{2}$. Mặt phẳng đi qua trục cắt hình nón theo một thiết diện làm tam giác vuông cân. Thể tích khối nón bằng
- A. $\frac{4a^3\pi}{3}$. B. $\frac{a^3\pi}{3}$. C. $a^3\pi$. D. $\frac{2a^3\pi}{3}$.
- Câu 9:** Cho mặt cầu (S) có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích của khối cầu (S) bằng
- A. $36\pi a^3$. B. $12\pi a^3$. C. $36\pi a^2$. D. $4\pi a^3$.
- Câu 10:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = e^{-x}$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = 3^x$.
- Câu 11:** Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Thể tích của khối trụ đó bằng
- A. $8\pi a^3$. B. $S = 16\pi a^3$. C. $64\pi a^3$. D. $S = \frac{16}{3}\pi a^3$.
- Câu 12:** Hàm số $y = -x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; \sqrt{3})$. D. $(1; +\infty)$.
- Câu 13:** Số điểm cực trị của hàm số: $y = \frac{-4x^3}{3} - 2x^2 - x - 3$ là
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 14: Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
 B. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$.
 C. $y = x^3 - x^2 + x - 1$.
 D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.



Câu 15: Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2x^2 + 5}}{x - 1}$ là

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x - 2 \log_{\frac{1}{2}} x \leq 0$ là đoạn $[a; b]$. Khi đó $b - a$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

Câu 17: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 9x^2 - 10$ với trục hoành là

- A. 2 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. $3 - 2 \ln 2$. B. $2 + 3 \ln 2$. C. $3 + 2 \ln 2$. D. $2 - 3 \ln 2$.

Câu 19: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Khi đó số phức z có

- A. Phần thực là 3 phần ảo là $-2i$. B. Phần thực là 3 phần ảo là -2 .
 C. Phần thực là -2 phần ảo là 3. D. Phần thực là 3 phần ảo là 2.

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z + 4 - 3i = 13 + 4i$. Môđun của z bằng

- A. 2 B. 4 C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{10}$

Câu 21: Ký hiệu z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của $\frac{|z_1|}{|z_2|}$ bằng

- A. 1 B. 4 C. 2 D. $\sqrt{10}$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$, $\vec{b} = (1; 1; -1)$ và $\vec{c} = (1; -1; -1)$. Vector $\vec{a} - 5\vec{b} + \vec{c}$ có tọa độ là

- A. $(2; -3; -6)$. B. $(2; 3; -6)$. C. $(-3; -2; 6)$. D. $(-2; -3; 6)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Phương trình đường thẳng OA là

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; 4)$; $B(0; 5; 0)$ và $C(6; 0; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

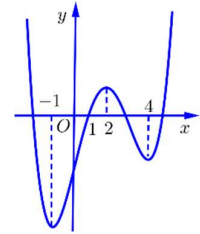
- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{6} = 1$. B. $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 1$. C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$. D. $\frac{x}{6} + \frac{y}{5} + \frac{z}{4} = 1$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$. Cosin góc giữa đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 bằng

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 26: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x) = f(1-2x)$ đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = -1$. B. $x = 1$.
C. $x = 4$. D. $x = 2$.



Câu 27: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = -2t^3 + 12t^2 + 14t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng

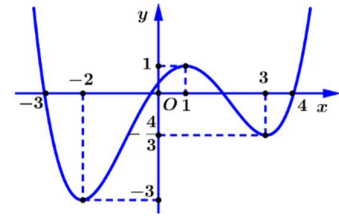
- A. 24 (m/s). B. 27 (m/s). C. 36 (m/s). D. 38 (m/s).

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 2x + (m^2 - 5)\log_2 x + 1 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 4$

- A. 3. B. 0. C. 2.
D. 1.

Câu 29: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x) + m = 0$ có nhiều nghiệm nhất

- A. 0. B. 4.
C. 3. D. 2.



Câu 30: Xét phương trình $z^2 + bz + c = 0$ ($b, c \in \mathbb{R}$). Biết số phức $z = 2 - i$ là một nghiệm của phương trình. Giá trị của $2b + c$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 4. D. -4.

Câu 31: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh bằng 6. Một mặt phẳng (P) tạo với mặt đáy góc 60° cắt đường tròn tâm (O) tại A, B và cắt cắt đường tròn tâm (O') tại C, D ; biết $ABCD$ là một hình chữ nhật. Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ bằng

- A. $24\sqrt{2}$ B. $12\sqrt{2}$. C. 48. D. 24.

Câu 32: Cho $I = \int_0^3 \frac{x-3}{2+\sqrt{x+1}} dx$, nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì $I = \int_1^2 f(t) dt$. Khi đó hàm số $f(t)$ là

- A. $f(t) = 2t^2 - 4t$. B. $f(t) = 2t^2 + 4$. C. $f(t) = 2t^2 - 4$. D. $f(t) = 2t^2 + 4t$.

Câu 33: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $a + (b+2)i = \frac{1+5i}{1-i}$. Điểm biểu diễn của số phức z là

- A. $M(2;1)$. B. $P(-2;1)$. C. $N(1;-2)$. D. $Q(1;2)$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x+1} + x + m & \text{khi } -\frac{1}{2} \leq x \leq 0 \\ x\sqrt{4-x^2} - 2mx & \text{khi } 0 < x \leq 2 \end{cases}$ (với m tham số thực). Biết rằng $f(x)$ liên

tục trên $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. Tích phân $\int_{-\frac{1}{2}}^2 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{3}{8}$. B. $\frac{8}{23}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{51}{8}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ với $S(1;2;-3)$, $A(3;1;5)$, $B(2;-2;1)$, $C(-5;4;7)$. Mặt phẳng (P) chứa cạnh AB và chia khối chóp $S.ABC$ thành hai khối đa diện có thể tích bằng nhau. Phương trình mặt phẳng (P) là?

- A. $x + y + z + 3 = 0$. B. $x + y - z - 3 = 0$. C. $x + y + z + 1 = 0$. D. $x + y - z + 1 = 0$.

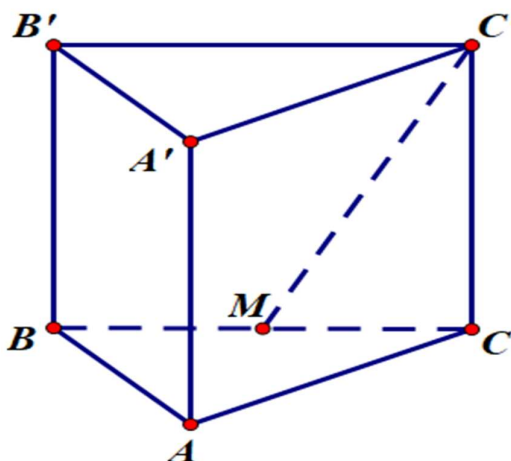
Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{1}$ và đi qua điểm $M(4;5;1)$. Biết điểm $I(a;b;c)$ có tọa độ là các số nguyên và mặt cầu (S) cắt mặt phẳng $(P): 2x+2y-z=0$ theo giao tuyến là 1 đường tròn có bán kính là $r=5$. Tổng của $a+b+c$ bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 2 . D. -2 .

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = \ln(3x^2 + 1) + 3mx - 4m + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 2020 . B. 2019 . C. 2021 . D. 2018 .

Câu 38: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại đỉnh A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = 2a$ và $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'M$ và AB bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{66}}{11}$. B. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$. C. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. D. $\frac{a\sqrt{66}}{22}$.

Câu 39: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SB và CD . Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt phẳng (SBC) . Tính $\sin \alpha$.

- A. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{14}$. C. $\frac{3\sqrt{105}}{35}$. D. $\frac{2\sqrt{70}}{35}$.

Câu 40: Bạn Tít có một hộp bi gồm 2 viên đỏ và 8 viên trắng. Bạn Mít cũng có một hộp bi giống như của bạn Tít. Từ hộp của mình, mỗi bạn lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để Tít và Mít lấy được số bi đỏ như nhau.

- A. $\frac{12}{25}$. B. $\frac{11}{25}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{1}{120}$.

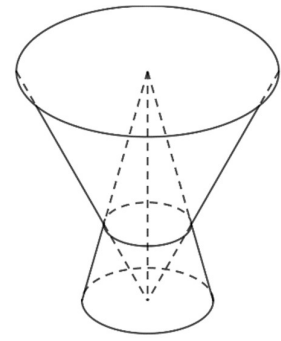
Câu 41: Một cơ quan y tế của một vùng, qua các nghiên cứu, nhận thấy rằng t tuần sau khi một loại dịch cúm bắt đầu lan truyền ở vùng đó thì sẽ có khoảng $\frac{20}{3+17e^{-1,1t}}$ nghìn người mắc bệnh đó. Hỏi từ lúc bắt đầu lan truyền thì mất ít nhất bao nhiêu tuần để số người nhiễm bệnh đó vượt quá 4 nghìn người? Làm tròn đến đơn vị tuần.

- A. 2 . B. 0 . C. 1 . D. 3 .

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để hàm số $y = mx^3 + (2m-1)x^2 + (m-2)x + 12m + 3$ có 2 điểm cực trị nằm về một phía trục Ox và hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn hoành độ điểm cực đại?

- A. 18 . B. 19 . C. 20 . D. 17 .

Câu 43: Cho hai hình nón có cùng chiều cao cắt nhau theo thiết diện là đường tròn (như hình vẽ) đường sinh của hình nón thứ nhất bằng $2a$, góc tại đỉnh của hình nón thứ nhất bằng 60° , góc tại đỉnh của hình nón thứ hai bằng 120° . Diện tích thiết diện bằng

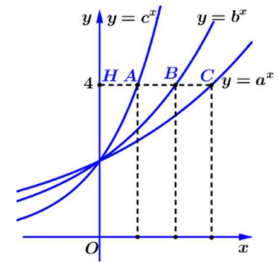


- A. $\frac{9\pi a}{8}$ B. $\frac{9\pi a^2}{2}$
C. $\frac{9\pi a^2}{8}$ D. $\frac{9\pi a^2}{16}$

Câu 44: Xét hàm số $f(x) = \left| \sqrt{x^2 - 2x + 5} - \sqrt{x^2 - 4x + m} \right|$, ($x \in [-3; 3]$), trong đó $m \in [5; 13]$ là một tham số thực. Giá trị lớn nhất của hàm số có thể lớn nhất bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân.

- A. 1,40 B. 1,41 C. 1,42 D. 1,43

Câu 45: Trong hình vẽ bên các đường cong $(C_1): y = a^x, (C_2): y = b^x, (C_3): y = c^x$ và đường thẳng $y = 4$ cắt các đường cong $(C_1), (C_2), (C_3)$ lần lượt tại các điểm A, B, C, D sao cho $HA = AB = BC$. Khẳng định nào sau đây là đúng



- A. $a + 3c = 4b$. B. $ac^2 = b^3$.
C. $ac^3 = b^4$. D. $a + 2c = 3b$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(-1) < 2 < f(5)$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2		1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						

$-\infty \xrightarrow{\nearrow} 2 \xrightarrow{\searrow} 0 \xrightarrow{\nearrow} 3 \xrightarrow{\searrow} -\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(\sqrt{2\cos^3 x + 2\cos x + 5} + 2\cos x\right) = 2$ trên khoảng $\left(0; \frac{5\pi}{2}\right)$ là

- A. 2 B. 1 C. 5 D. 3

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn: $f(1) = 3, \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) dx = \frac{8}{5}$ và $\int_0^1 (x^3 + 3x) \cdot f(x^2) dx = \frac{59}{40}$

. Tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $I = \frac{17}{20}$. B. $I = \frac{3}{4}$. C. $I = \frac{2}{5}$. D. $I = \frac{73}{60}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + 1}{cx + d}$ có bảng biến thiên như hình

bên. Hàm số $y = |f(x) - x|$ có bao nhiêu điểm cực trị

- A. 4. B. 2.
C. 1. D. 3

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$			

$1 \xrightarrow{\nearrow} +\infty \quad -\infty \xrightarrow{\nearrow} 1$

Câu 49: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân $\widehat{A}$, $AB = 4$, $\widehat{A'BA} = \widehat{A'CA} = 90^\circ$, và $\widehat{A} = 60^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BA)$ và $(A'CA)$ bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. 64 .

B. $\frac{32}{3}$.

C. $\frac{64}{3}$.

D. 32 .

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để tồn tại cặp số dương

$(x; y)$ thỏa mãn đồng thời $\log_2 \frac{x-6}{y} - \log_2 (4x+8) = \frac{x(y-1)+6}{y}$ và

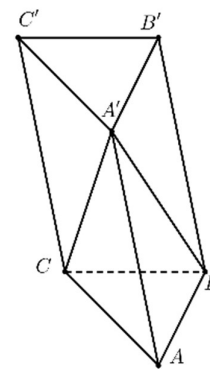
$\log_2^2(x+2) - m \log_2(1-y) + m = 0$?

A. 12 .

B. 9 .

C. 11 .

D. 10 .





KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2020

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐÁP ÁN CHI TIẾT
ĐỀ SỐ 3

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.D	5.C	6.A	7.B	8.B	9.A	10.D
11.B	12.B	13.A	14.D	15.D	16.A	17.A	18.D	19.B	20.D
21.A	22.D	23.A	24.D	25.C	26.B	27.D	28.B	29.B	30.B
31.A	32.A	33.B	34.D	35.D	36.B	37.A	38.B	39.D	40.B
41.A	42.A	43.D	44.B	45.C	46.A	47.B	48.B	49.D	50.A

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp

$$X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}?$$

A. A_8^2 .

B. 8^2 .

C. C_8^2 .

D. 2^8 .

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau là: A_8^2 .

Câu 2: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^n$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$). Dãy số đã cho là một cấp số nhân với công bội bằng

A. 25.

B. 1.

C. 10.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_{n+1} = 5^{n+1} \Rightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n} = 5$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là

A. $x = 10$.

B. $x = 7$.

C. $x = 8$.

D. $x = 9$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2(x+1) = 3 \Leftrightarrow x+1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 7$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông, cân tại A . Biết $SA = 2a, AB = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2a^3$.

B. $4a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot AB \cdot AC = \frac{2a \cdot a^2}{6} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(1-5x)$ là

A. $y' = \frac{5}{(1-5x) \ln 3}$.

B. $y' = \frac{-5 \ln 3}{1-5x}$.

C. $y' = \frac{-5}{(1-5x) \ln 3}$.

D. $y' = \frac{1}{(1-5x) \ln 3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = \log_3(1-5x) \Rightarrow y' = \frac{(1-5x)'}{(1-5x)\ln 3} = \frac{-5}{(1-5x)\ln 3}$.

Câu 6: Biết $\int_3^5 f(x)dx = 7$ và $\int_3^9 f(x)dx = 18$. Giá trị của $\int_9^5 f(x)dx$ bằng

A. -11 .

B. -25 .

C. 11 .

D. 25 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $18 = \int_3^9 f(x)dx = \int_3^5 f(x)dx + \int_5^9 f(x)dx \Rightarrow \int_5^9 f(x)dx = 11 \Rightarrow \int_9^5 f(x)dx = -11$.

Câu 7: Lăng trụ tam giác đều có độ dài cạnh bên bằng 3, diện tích đáy bằng $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = Sh = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 8: Cho hình nón có đường sinh bằng $a\sqrt{2}$. Mặt phẳng đi qua trục cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác vuông cân. Thể tích hình nón là

A. $\frac{4a^3\pi}{3}$.

B. $\frac{a^3\pi}{3}$.

C. $a^3\pi$.

D. $\frac{2a^3\pi}{3}$.

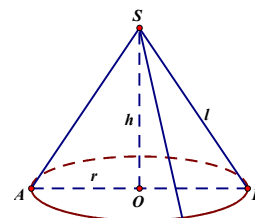
Lời giải

Chọn B

Ta có thiết diện qua trục hình nón là tam giác SAB vuông cân tại S .

Khi đó $AB = a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2a \Rightarrow r = OA = a$ và $h = SO = a$.

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a = \frac{a^3\pi}{3}$.



Câu 9: Cho mặt cầu (S) có diện tích bằng $36\pi a^2$. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $36\pi a^3$.

B. $12\pi a^3$.

C. $36\pi a^2$.

D. $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích mặt cầu: $36\pi a^2 = 4\pi R^2 \Rightarrow R = 3a \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi a^3$.

Câu 10: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

B. $y = e^{-x}$.

C. $y = \log_2 x$.

D. $y = 3^x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = 3^x$ xác định trên $\mathbb{R}$, lại có cơ số $a = 3 > 1$, nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11: Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Thể tích của khối trụ đó bằng

A. $8\pi a^3$.

B. $S = 16\pi a^3$.

C. $64\pi a^3$.

D. $S = \frac{16}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$ nên:

$$h = 4a, r = 2a \Rightarrow V = \pi r^2 h = 16\pi a^3.$$

Câu 12: Hàm số $y = -x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; \sqrt{3})$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

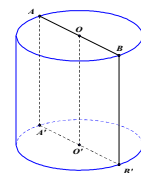
Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y = -x^3 + 3x \Rightarrow y' = -3x^2 + 3$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	



Câu 13: Số điểm cực trị của hàm số: $y = \frac{-4x^3}{3} - 2x^2 - x - 3$ là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Ta có $y' = -4x^2 - 4x - 1 = -(2x + 1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số không có cực trị.

Câu 14: Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

B. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - x^2 + x - 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị nên loại đáp án B, C.

Đồ thị hàm số lại đi qua điểm $(1; 0)$ nên loại đáp án A.

Câu 15: Tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2x^2 + 5}}{x - 1}$ là

A. 2

B. 1

C. 0

D. 3

Lời giải

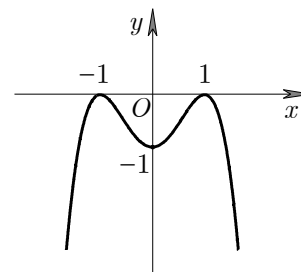
Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 5}}{x - 1} = \sqrt{2} \Rightarrow y = \sqrt{2}$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 5}}{x - 1} = -\sqrt{2} \Rightarrow y = -\sqrt{2}$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{2x^2 + 5}}{x - 1} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.



Vậy tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x - 2 \log_{\frac{1}{2}} x \leq 0$ là $[a; b]$. Tính $b - a$

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = (0; +\infty)$

$$0 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq x \leq 1, \text{ suy ra } a = \frac{1}{4}; b = 1 \Rightarrow b - a = \frac{3}{4}.$$

Câu 17: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 9x^2 - 10$ với trục hoành là

A. 2

B. 1

C. 0

D. 3

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 9x^2 - 10$ với trục hoành

$$x^4 - 9x^2 - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{10} \\ x = \sqrt{10} \end{cases}.$$

Vì phương trình hoành độ giao điểm có 2 nghiệm nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. $3 - 2 \ln 2$.

B. $2 + 3 \ln 2$.

C. $3 + 2 \ln 2$.

D. $2 - 3 \ln 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \left(1 - \frac{3}{x+2}\right) dx = x - 3 \ln(x+2) \Big|_0^2 = 2 - 3 \ln 2.$$

Câu 19: Cho hai số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

A. Phần thực là 3 phần ảo là $-2i$.

B. Phần thực là 3 phần ảo là -2 .

C. Phần thực là -2 phần ảo là 3.

D. Phần thực là 3 phần ảo là 2.

Lời giải

Chọn B

Số phức $z = 3 - 2i$ có phần thực là 3 phần ảo là -2 .

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $(2+3i)z + 4 - 3i = 13 + 4i$. Môđun của z bằng

A. 2

B. 4

C. $2\sqrt{2}$

D. $\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (2+3i)z + 4 - 3i = 13 + 4i \Leftrightarrow (2+3i)z = 9 + 7i \Leftrightarrow z = \frac{9+7i}{2+3i} \Leftrightarrow z = 3 - i$$

$$\text{Khi đó } |z| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}.$$

Câu 21: Ký hiệu z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của $\frac{|z_1|}{|z_2|}$ bằng

A. 1

B. 4

C. 2

D. $\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

$$|z_1| = |z_2| = \sqrt{P} = \sqrt{10} \Rightarrow \frac{|z_1|}{|z_2|} = 1.$$

Cách 2:

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}.$$

Không mất tính tổng quát, giả sử $z_1 = -1 + 3i$, $z_2 = -1 - 3i$.

$$\text{Khi đó } \frac{|z_1|}{|z_2|} = 1.$$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$, $\vec{b} = (1; 1; -1)$ và $\vec{c} = (1; -1; -1)$. Vector $\vec{a} - 5\vec{b} + \vec{c}$ có tọa độ là

- A. $(2; -3; -6)$. B. $(2; 3; -6)$. C. $(-3; -2; 6)$. D. $(-2; -3; 6)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \vec{a} - 5\vec{b} + \vec{c} = (-2; -3; 6).$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Phương trình đường thẳng OA là

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đường thẳng } d \text{ có dạng tham số } \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = t \\ z = -t - 2 \end{cases}.$$

$$\text{Tọa độ } A \text{ là nghiệm hệ phương trình } \begin{cases} x + y + z + 3 = 0 \\ x = 2t + 1 \\ y = t \\ z = -t - 2 \end{cases} \Leftrightarrow t = -1, \text{ suy ra } A(-1; -1; -1).$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } OA \text{ là } \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}.$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 0; 4)$; $B(0; 5; 0)$ và $C(6; 0; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} + \frac{z}{6} = 1$. B. $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 1$. C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$. D. $\frac{x}{6} + \frac{y}{5} + \frac{z}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (ABC) cắt đồng thời ba trục của hệ tọa độ $Oxyz$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\frac{x}{6} + \frac{y}{5} + \frac{z}{4} = 1$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$. Cosin góc giữa đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 bằng

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

d_1 có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$; d_2 có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$

$$\cos(d_1; d_2) = \left| \cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2) \right| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{1}{6}.$$

Câu 26: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x) = f(1-2x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 4$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x) = f(1-2x) \Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x)$

$$\text{Cho } g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 1-2x = -1 \\ 1-2x = 2 \\ 1-2x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta được hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 27: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = -2t^3 + 12t^2 + 14t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 24 (m/s).

B. 27 (m/s).

C. 36 (m/s).

D. 38 (m/s).

Lời giải

Chọn D

Ta có $s(t) = -2t^3 + 12t^2 + 14t \Rightarrow v(t) = s'(t) = -6t^2 + 24t + 14 \Rightarrow v'(t) = -12t + 24$

Cho $v'(t) = 0 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow v(2) = 38$ (m/s).

Vậy vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng 38(m/s).

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 2x + (m^2 - 5)\log_2 x + 1 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 4$

A. 3.

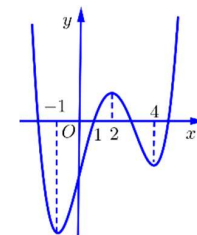
B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B



$$\log_2^2 2x + (m^2 - 5)\log_2 x + 1 - m = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + (m^2 - 3)\log_2 x + 2 - m = 0$$

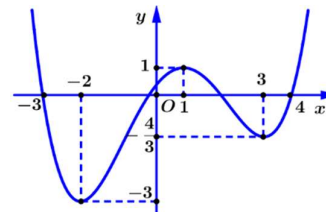
$$\text{Vì } x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \log_2(x_1 \cdot x_2) = \log_2 x_1 + \log_2 x_2 \Rightarrow \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = \log_2 4 = 2$$

$$\text{Theo Viet ta có } \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = 3 - m^2 = 2 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$+) m = 1 \Rightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x + 1 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x = 1 \Leftrightarrow x_1 = x_2 = 2 (l)$$

$$+) m = -1 \Rightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x + 3 = 0 (vn)$$

Câu 29: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x) + m = 0$ có nhiều nghiệm nhất



A. 0.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 2f(x) + m = 0 \Rightarrow f(x) = -\frac{m}{2}$$

$$\text{Phương trình } 2f(x) + m = 0 \text{ có nhiều nhất 4 nghiệm khi } -\frac{4}{3} < -\frac{m}{2} < 1 \Rightarrow -2 < m < \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\}.$$

Vậy có tất cả 4 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 30: Xét phương trình $z^2 + bz + c = 0$ ($b, c \in \mathbb{R}$). Biết số phức $z = 2 - i$ là một nghiệm của phương trình. Giá trị của $2b + c$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 4.

D. -4.

Lời giải

Chọn B

Số phức $z = 2 - i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + bz + c = 0$

$$\Leftrightarrow (2 - i)^2 + b(2 - i) + c = 0 \Leftrightarrow (3 + 2b + c) - (b + 4)i = 0$$

$$\Leftrightarrow b = -4; c = 5 \Rightarrow 2b + c = -3.$$

Câu 31: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh bằng 6. Một mặt phẳng (P) tạo với mặt đáy góc 60° cắt đường tròn tâm (O) tại A, B và cắt cắt đường tròn tâm (O') tại C, D ; biết $ABCD$ là một hình chữ nhật. Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ bằng

A. $24\sqrt{2}$

B. $12\sqrt{2}$.

C. 48.

D. 24.

Lời giải

Chọn A

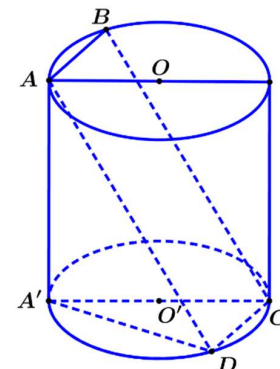
Gọi thiết diện của mặt phẳng (P) và hai đáy là $ABCD$

Gọi A' là hình chiếu của A lên đáy

$$\Rightarrow \begin{cases} A'A \perp CD \\ A'D \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (A'AD) \Rightarrow CD \perp A'D$$

$$\Rightarrow \widehat{ADA'} = 60^\circ \Rightarrow AD = \frac{A'D}{\sin 60^\circ} = 4\sqrt{3} \Rightarrow A'D = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow CD = 2\sqrt{6} \Rightarrow S_{ABCD} = 24\sqrt{2}$$



Câu 32: Cho $I = \int_0^3 \frac{x-3}{2+\sqrt{x+1}} dx$, nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì $I = \int_1^2 f(t) dt$. Khi đó $f(t)$ bằng

A. $f(t) = 2t^2 - 4t$.

B. $f(t) = 2t^2 + 4$.

C. $f(t) = 2t^2 - 4$.

D. $f(t) = 2t^2 + 4t$.

Lời giải

Chọn A

$$t = \sqrt{x+1} \Rightarrow t^2 = x+1 \Rightarrow dx = 2t dt$$

$$\text{Đổi cận } x=0 \Rightarrow t=1; \quad x=3 \Rightarrow t=2.$$

$$\Rightarrow I = \int_0^3 \frac{x-3}{2+\sqrt{x+1}} dx = \int_1^2 \frac{t^2-4}{2+t} 2t dt = \int_1^2 (2t^2-4t) dt \Rightarrow f(t) = 2t^2-4t.$$

Câu 33: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $a + (b+2)i = \frac{1+5i}{1-i}$. Điểm biểu diễn của số phức z là

A. $M(2;1)$.

B. $P(-2;1)$.

C. $N(1;-2)$.

D. $Q(1;2)$.

Lời giải

Chọn B

$$a + (b+2)i = \frac{1+5i}{1-i} = -2+3i \Rightarrow a = -2; b = 1$$

Câu 34: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x+1} + x + m & \text{khi } -\frac{1}{2} \leq x \leq 0 \\ x\sqrt{4-x^2} - 2mx & \text{khi } 0 < x \leq 2 \end{cases}$ (với m tham số thực). Biết rằng $f(x)$ liên tục trên $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$. Tính tích phân $\int_{-\frac{1}{2}}^2 f(x) dx$.

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{8}{23}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{51}{8}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Hàm số } f(x) \text{ liên tục trên } \left[-\frac{1}{2}; 2\right] \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \Rightarrow m+1 \Rightarrow m = -1$$

$$\Rightarrow \int_{-\frac{1}{2}}^2 f(x) dx = \int_{-\frac{1}{2}}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = \int_{-\frac{1}{2}}^0 (\sqrt{2x+1} + x - 1) dx + \int_0^2 (x\sqrt{4-x^2} + 2x) dx = \frac{51}{8}.$$

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ với $S(1;2;-3)$, $A(3;1;5)$, $B(2;-2;1)$, $C(-5;4;7)$. Mặt phẳng (P) chứa cạnh AB và chia khối chóp $S.ABC$ thành hai khối đa diện có thể tích bằng nhau. Phương trình mặt phẳng (P) là?

A. $x + y + z + 3 = 0$.

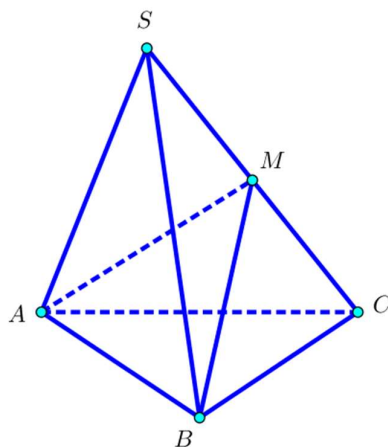
B. $x + y - z - 3 = 0$.

C. $x + y + z + 1 = 0$.

D. $x + y - z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của SC thì $M(-2; 3; 2)$.

Vì mặt phẳng (P) chứa cạnh AB và chia khối chóp $S.ABC$ thành hai khối đa diện có thể tích bằng nhau nên mặt phẳng (P) đi qua trung điểm M của SC .

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; -4)$ và $\overrightarrow{AM} = (-5; 2; -3)$ nên mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến:

$$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}] = (17; 17; -17) = 17(1; 1; -1).$$

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (P): 1(x+2) + 1(y-3) - 1(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0.$$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{1}$ và đi qua điểm $M(4; 5; 1)$. Biết điểm $I(a; b; c)$ có tọa độ là các số nguyên và mặt cầu (S) cắt mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z = 0$ theo giao tuyến là 1 đường tròn có bán kính là $r = 5$. Tổng của $a + b + c$ là

A. -1.

B. 0.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

+) Vì tâm I thuộc đường thẳng $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{1}$ nên $I = (2t-1; 2t; t-4)$.

+) Vì mặt cầu đi qua điểm $M(4; 5; 1)$ nên.

+) Vì mặt cầu (S) cắt mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z = 0$ theo giao tuyến là 1 đường tròn có bán kính bằng 5 nên

$$R^2 = r^2 + d^2(I; (P)) \Leftrightarrow 9t^2 - 50t + 75 = 25 + \left(\frac{|4t-2+4t+4-t|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} \right)^2 \Leftrightarrow 9t^2 - 50t + 50 = \frac{(7t+2)^2}{9}$$

$$\Leftrightarrow t = 1 \text{ (Do } I(a; b; c) \text{ có tọa độ là các số nguyên)}$$

$$\Rightarrow I(1; 2; -3). \text{ Vậy } a + b + c = 0.$$

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = \ln(3x^2 + 1) + 3mx - 4m + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2020.

B. 2019.

C. 2021.

D. 2018.

Lời giải

Chọn A

TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = \frac{6x}{3x^2+1} + 3m$

Cách 1 :

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 9mx^2 + 6x + 3m \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

+ Với $m = 0$. Suy ra: $6x \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Sai)

+ Với $m \neq 0$. YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} 9m < 0 \\ 9 - 9m \cdot 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 1 - 3m^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Vì $m \in [-2020; 2020] \cap \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2020; -2019; \dots; -1\}$.

Cách 2 :

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \leq -\frac{2x}{3x^2+1}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số $g(x) = -\frac{2x}{3x^2+1} \Rightarrow g'(x) = \frac{6x^2-2}{(3x^2+1)^2}$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$.

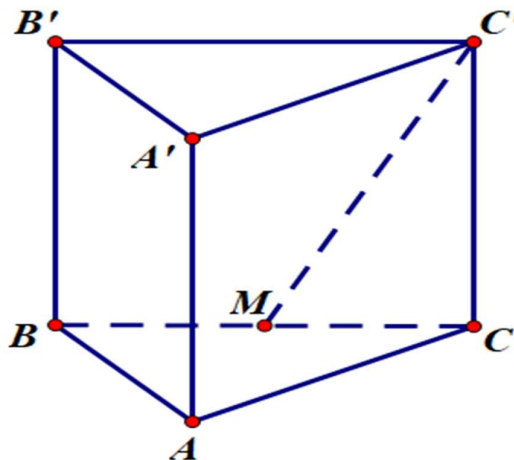
BBT:

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$		
g'		$+$	0	$-$	0	$+$
g			$\frac{\sqrt{3}}{3}$		$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	
			$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	
			0		0	

Từ bảng biến thiên suy ra bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $m \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vì $m \in [-2020; 2020] \cap \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2020; -2019; \dots; -1\}$

Câu 38: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại đỉnh A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = 2a$ và $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'M$ và AB bằng

A. $\frac{2a\sqrt{66}}{11}$.

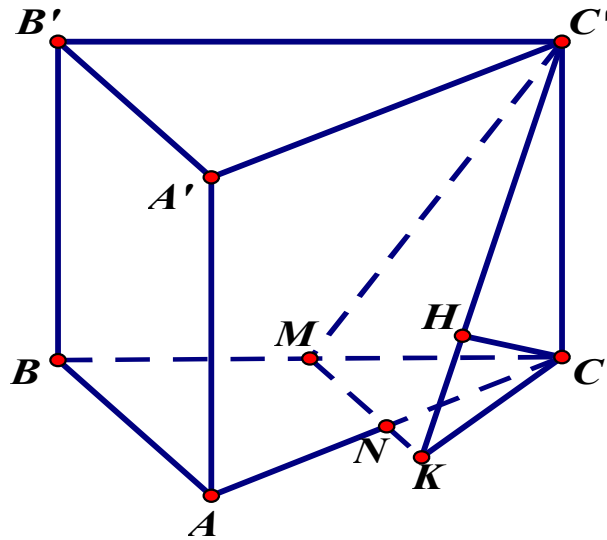
B. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

C. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

D. $\frac{a\sqrt{66}}{22}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm của AC thì $MN \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (C'MN)$.

$$\Rightarrow d(AB, C'M) = d(A, (C'MN)) = d(C, (C'MN)).$$

Trong mp (CMN) , dựng $CK \perp MN$, $CH \perp C'K \Rightarrow d(C, (C'MN)) = CH$.

Ta có: $\widehat{CNM} = \widehat{CAB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{CNK} = 60^\circ$ và $NC = \frac{1}{2}AC = a$.

$$\text{Ta có: } CK = CN \cdot \sin \widehat{CNK} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CH = \frac{CK \cdot CC'}{\sqrt{CK^2 + CC'^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

Câu 39: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SA và CD . Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt phẳng (SBC) . Tính $\sin \alpha$.

A. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$.

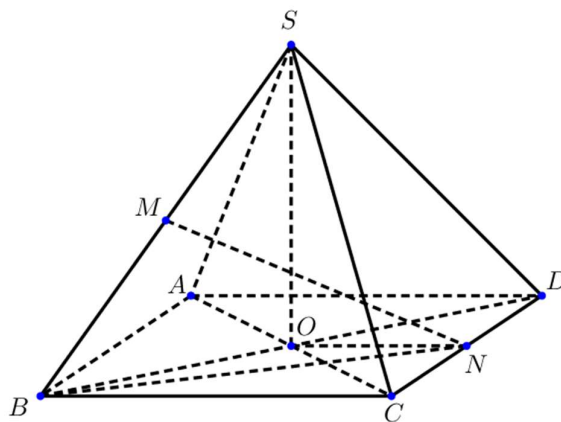
B. $\frac{\sqrt{14}}{14}$.

C. $\frac{3\sqrt{105}}{35}$.

D. $\frac{2\sqrt{70}}{35}$.

Lời giải

Chọn D



Do đó: $\widehat{(MN, (SBC))} = \alpha$

Ta có: $\sin \alpha = \frac{d(N; (SBC))}{MN}$ với $d(N; (SBC)) = d(O; (SBC)) = h$ vì $ON \parallel (SBC)$ trong đó:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{5}{2a^2} \Rightarrow d(N; (SBC)) = \frac{a\sqrt{10}}{5} \text{ và}$$

$$MN^2 = \frac{SN^2 + BN^2}{2} - \frac{SB^2}{4} = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$\text{Vậy } \sin \alpha = \frac{2\sqrt{70}}{35}.$$

Câu 40: Bạn Tít có một hộp bi gồm 2 viên đỏ và 8 viên trắng. Bạn Mít cũng có một hộp bi giống như của bạn Tít. Từ hộp của mình, mỗi bạn lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để Tít và Mít lấy được số bi đỏ như nhau.

A. $\frac{12}{25}$.

B. $\frac{11}{25}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{1}{120}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu: $|\Omega| = (C_{10}^3)^2$

Trường hợp 1: Hai bạn lấy đều được 3 viên xanh số cách lấy là $(C_8^3)^2$

Trường hợp 2: Hai bạn lấy được 1 đỏ và 2 xanh số cách lấy là $(C_2^1 C_8^2)^2$

Trường hợp 3: Hai bạn lấy được 2 đỏ và 1 xanh số cách lấy là $(C_2^2 C_8^1)^2$

Khi đó xác suất để 2 bạn lấy được số bi đỏ như nhau là

$$P(A) = \frac{(C_8^3)^2 + (C_2^1 C_8^2)^2 + (C_2^2 C_8^1)^2}{(C_{10}^3)^2} = \frac{11}{25}.$$

Câu 41: Một cơ quan y tế của một vùng, qua các nghiên cứu, nhận thấy rằng t tuần sau khi một loại dịch cúm bắt đầu lan truyền ở vùng đó thì sẽ có khoảng $\frac{20}{3+17e^{-1,1t}}$ nghìn người mắc bệnh đó. Hỏi từ lúc bắt đầu lan truyền thì mất ít nhất bao nhiêu tuần để số người nhiễm bệnh đó vượt quá 4 nghìn người? Làm tròn đến đơn vị tuần.

A. 2.

B. 0

C. 1

D. 3

Lời giải

Chọn A

Ta xét bất phương trình. $\frac{20}{3+17e^{-1,1t}} > 4$ (1).

Bất phương trình (1) tương đương với $\frac{20}{4} - 3 > 17e^{-1,1t}$, hay $\frac{2}{17} > e^{-1,1t}$. Lấy ln hai vế ta thu được $t > 1,946$.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để hàm số $y = mx^3 + (2m-1)x^2 + (m-2)x + 12m + 3$ có 2 điểm cực trị nằm về một phía trục Ox và hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn hoành độ điểm cực đại?

A. 18.**B.** 19.**C.** 20.**D.** 17.**Lời giải****Chọn A**

Vì hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn hoành độ điểm cực đại $\Rightarrow m < 0 \Rightarrow m \in (-20; 0)$.

Ta có $y' = 3mx^2 + 2(2m-1)x + m - 2$

Cho $y' = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = \frac{2-m}{3m}$. Do đó để có hai điểm cực trị thì $\frac{2-m}{3m} \neq -1 \Rightarrow m \neq -1$

Với $x = -1 \Rightarrow y = m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị nằm bên dưới trục $Ox \Rightarrow$ đồ thị hàm số cắt trục Ox tại duy nhất 1 điểm

Phương trình hoành độ giao điểm

$$mx^3 + (2m-1)x^2 + (m-2)x + 12m + 3 = 0 \Leftrightarrow (x+3)[mx^2 - (m+1)x + 4m+1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ mx^2 - (m+1)x + 4m+1 = 0 \end{cases}$$

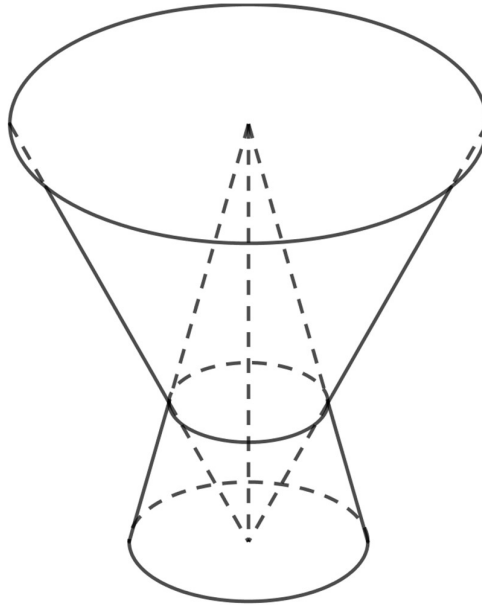
Yêu cầu bài toán $\Rightarrow mx^2 - (m+1)x + 4m+1 = 0$ vô nghiệm

$$\Rightarrow (m+1)^2 - 4m(4m+1) < 0 \Leftrightarrow -15m^2 - 2m + 1 < 0 \Rightarrow m < -\frac{1}{3} \vee m > \frac{1}{5}.$$

$$\text{Mà } m \in (-20; 0) \setminus \{-1\} \text{ nên } m \in \left(-20; -\frac{1}{3}\right) \setminus \{-1\} \Rightarrow m \in \{-19; -18; \dots; -2\}$$

Vậy có 18 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 43: Cho hai hình nón có cùng chiều cao cắt nhau theo thiết diện là đường tròn (như hình vẽ) đường sinh của hình nón thứ nhất bằng $2a$, góc tại đỉnh của hình nón thứ nhất bằng 60° , góc tại đỉnh của hình nón thứ hai bằng 120° . Diện tích thiết diện bằng



A. $\frac{9\pi a}{8}$

B. $\frac{9\pi a^2}{2}$

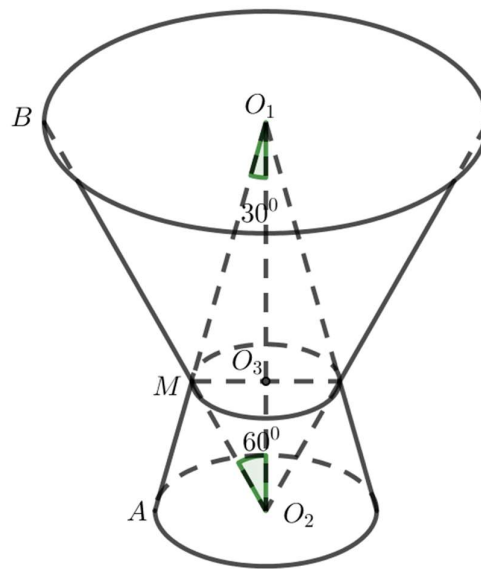
C. $\frac{3\pi a^2}{4}$

D. $\frac{9\pi a^2}{8}$

Lời giải

Chọn D

Gọi $O_1; O_2$ lần lượt là đỉnh của các hình nón thứ nhất và hình nón thứ hai.



Xét tam giác AO_1O_2 có $O_1O_2 = O_1A \cos 30^\circ = a\sqrt{3}$

Từ giả thiết $\Rightarrow \Delta MO_1O_2$ vuông tại M nên $O_1M \cdot O_1A = O_1O_2^2 \Leftrightarrow O_1M \cdot 2a = 3a^2 \Leftrightarrow O_1M = \frac{3a}{2}$

và $MO_3 = O_1M \cdot \sin 30^\circ = \frac{3a}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3a}{4}$. Diện tích thiết diện cần tìm là $2\pi \cdot (MO_3)^2 = \frac{9\pi a^2}{8}$.

Câu 44: Xét hàm số $f(x) = \left| \sqrt{x^2 - 2x + 5} - \sqrt{x^2 - 4x + m} \right|$, $(x \in [-3; 3])$, trong đó $m \in [5; 13]$ là một tham số thực. Giá trị lớn nhất của hàm số có thể lớn nhất bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân.

A. 1,40

B. 1,41

C. 1,42

D. 1,43

Lời giải

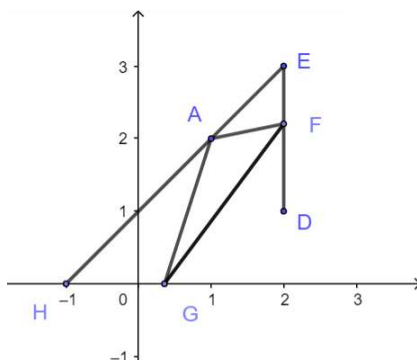
Chọn B

Ta có $f(x) = \left| \sqrt{(x-1)^2 + 4} - \sqrt{(x-2)^2 + m-4} \right| = \left| \sqrt{(x-1)^2 + (0-2)^2} - \sqrt{(x-2)^2 + (0-\sqrt{m-4})^2} \right|$.

Vậy $f(x) = |GA - GF|$, trong đó các điểm có tọa độ như sau $G(x; 0); A(1; 2); C(F, \sqrt{m-4})$ với $x \in [-3; 3]$.

Theo Bất đẳng thức giữa các cạnh của tam giác, ta có $|GA - GF| \leq AF$ và dấu bằng xảy ra khi ba điểm $G(x; 0); A(1; 2); C(F, \sqrt{m-4})$ thẳng hàng.

Mặt khác ta thấy khi F chạy trên đoạn ED thì $AF \leq AE = \sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi F trùng với E hoặc D , hay tương đương $x = -1$ hoặc $x = 3$. Và giá trị lớn nhất có thể sau khi làm tròn bằng 1,41.



Câu 45: Trong hình vẽ bên các đường cong $(C_1): y = a^x, (C_2): y = b^x, (C_3): y = c^x$ và đường thẳng $y = 4$ cắt các đường cong $(C_1), (C_2), (C_3)$ lần lượt tại các điểm A, B, C, D sao cho $HA = AB = BC$. Khẳng định nào sau đây là đúng

- A.** $a + 3c = 4b$. **B.** $ac^2 = b^3$.
C. $ac^3 = b^4$. **D.** $a + 2c = 3b$.

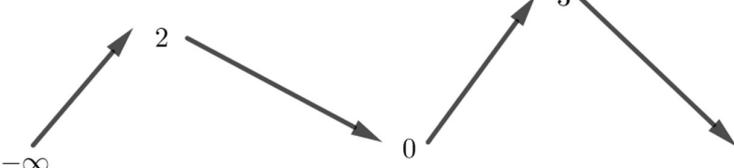
Lời giải

Chọn C

$$HA = AB = BC \Rightarrow x_3 = 3x_1; x_2 = 2x_1$$

$$\Rightarrow c^{x_1} = (b^{x_1})^2 = (a^{x_1})^3 = 4 \Rightarrow (ac^3)^{x_1} = (b^4)^{x_1} \Rightarrow ac^3 = b^4$$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(-1) < 2 < f(5)$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$								

Số nghiệm của phương trình $f(\sqrt{2 \cos^3 x + 2 \cos x + 5} + 2 \cos x) = 2$ trên khoảng $\left(0; \frac{5\pi}{2}\right)$ là

- A.** 2 **B.** 1 **C.** 5 **D.** 3

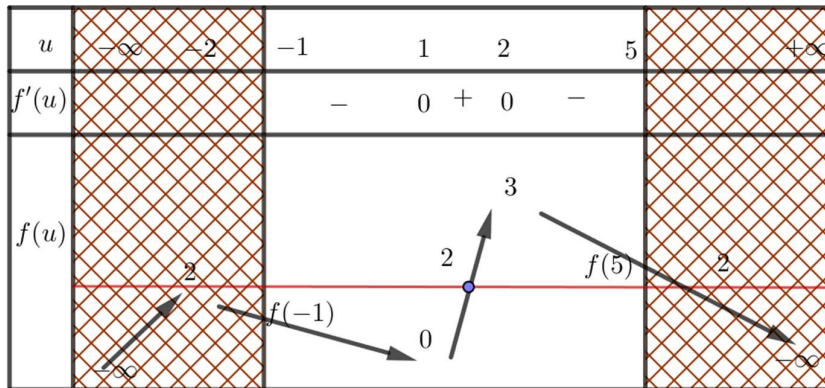
Lời giải

Chọn A

Đặt $u = u(t) = \sqrt{2t^3 + 2t + 5} + 2t$ với, $t = \cos x$ và $|t| \leq 1$; $u' = \frac{3t^2 + 1}{\sqrt{2t^3 + 2t + 5}} + 2 > 0 \quad \forall t \in [-1; 1]$

$\Rightarrow u = u(t)$ đồng biến trên đoạn $[-1; 1]$ hay $u(-1) \leq u \leq u(1) \Leftrightarrow -1 \leq u \leq 5$.

Số nghiệm của phương trình $f(u) = 2$ là số hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(u)$ và đường thẳng $y = 2$.



Dựa vào bảng biến thiên: phương trình $f(u) = 2$ có duy nhất 1 nghiệm thuộc khoảng $(1; 2)$

$t = \cos x$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1
$u = u(t)$	1	2	$\sqrt{5}$	

Để thấy ứng với mỗi nghiệm u thuộc khoảng $(1; 2)$ thì $t = \cos x \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Dựa vào đường tròn lượng giác suy ra có 2 giá trị x thuộc khoảng $\left(0; \frac{5\pi}{2}\right)$ nên đáp án được chọn là **A**.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn: $f(1) = 3$, $\int_0^1 x^2 \cdot f'(x) dx = \frac{8}{5}$ và

$\int_0^1 (x^3 + 3x) \cdot f(x^2) dx = \frac{59}{40}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = \frac{17}{20}$.

B. $I = \frac{3}{4}$.

C. $I = \frac{2}{5}$.

D. $I = \frac{73}{60}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt: $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = f(x) \end{cases}$

Do đó: $\frac{8}{5} = x^2 \cdot f(x) \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 x \cdot f(x) dx = f(1) - 2 \int_0^1 x \cdot f(x) dx = 3 - 2 \int_0^1 x \cdot f(x) dx$

Suy ra: $\int_0^1 x \cdot f(x) dx = \frac{7}{10}.$

Xét $I_1 = \int_0^1 (x^3 + 3x) \cdot f(x^2) dx$

Đặt $t = x^2 \Rightarrow dt = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} dt$

Đổi cận: $x = 1 \mapsto t = 1, x = 0 \mapsto t = 0$

Do đó: $I_1 = \int_0^1 (t+3) f(t) \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^1 (x+3) f(x) dx \Rightarrow \int_0^1 (x+3) f(x) dx = \frac{59}{20}$

Hay: $\int_0^1 x f(x) dx + 3 \int_0^1 f(x) dx = \frac{59}{20} \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = \frac{3}{4}.$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+1}{cx+d}$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số $y = |f(x) - x|$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 4.

C. 1.

B. 2.

D. 3

Lời giải

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$

Chọn B

Cách 1:

Từ bảng biến thiên ta có $\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{c} = 1 \\ -\frac{d}{c} = 1 \\ \frac{1}{d} > 1 \\ -\frac{1}{a} > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c = -d \\ 0 < d < 1 \end{cases}$

Tới đây, ta chọn $a = c = -\frac{1}{2}, d = \frac{1}{2}$. Suy ra: $y = f(x) = \frac{-x+2}{-x+1} = \frac{x-2}{x-1}$

Suy ra: $y = |f(x) - x| = \left| \frac{x-2}{x-1} - x \right| = \left| \frac{-x^2 + 2x - 2}{x-1} \right| = \left| \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} \right|.$

Xét hàm $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$, rồi lập ta được hàm số $y = |g(x)|$ có hàm điểm cực trị.

Cách 2:

Từ bảng biến thiên ta có $\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{c} = 1 \\ -\frac{d}{c} = 1 \\ \frac{1}{d} > 1 \\ -\frac{1}{a} > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c = -d \\ 0 < d < 1 \end{cases}$

$y = |f(x) - x| = \left| \frac{ax+1}{cx+d} - x \right| = \left| \frac{-ax^2 + 2ax + 1}{ax-a} \right|$

$$\text{Đặt } g(x) = \frac{-ax^2 + 2ax + 1}{ax - a} \Rightarrow g'(x) = \frac{-a^2x^2 + 2a^2x - 2a^2 - a}{(ax - a)^2}$$

$$\Rightarrow g(x) = 0 \Leftrightarrow -ax^2 + 2ax + 1 = 0 \Rightarrow \Delta' = a^2 + a < 0 \left(a \in (-1; 0) \right)$$

$$\text{Và } g'(x) = 0 \Rightarrow -ax^2 + 2ax - 2a - 1 = 0 \Rightarrow \Delta' = -a^2 - a > 0$$

Vậy $y = g(x)$ có 2 điểm cực trị và không cắt trục Ox

$\Rightarrow y = |g(x)|$ có 2 điểm cực trị.

Câu 49: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân $A, AB = 4$, $\widehat{A'BA} = \widehat{A'CA} = 90^\circ$, và A . Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BA)$ và $(A'CA)$ bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. 64. B. $\frac{32}{3}$.
C. $\frac{64}{3}$. D. 32.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là chân đường cao hạ từ A' xuống $(ABC) \Rightarrow A'H \perp (ABC)$

$\Rightarrow ABHC$ là hình vuông cạnh bằng 4

Từ H vẽ $HE \perp A'C; HF \perp A'B$

$\Rightarrow HE \perp (A'CA); HF \perp (A'BA) \Rightarrow \widehat{EHF} = 60^\circ$

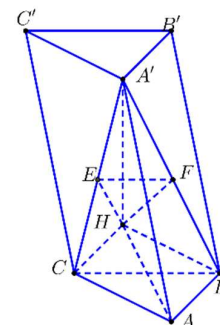
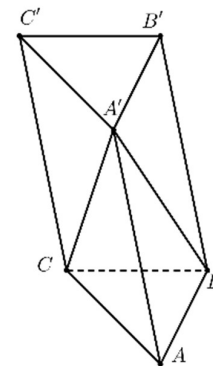
Vì $HB = HC \Rightarrow HF = HE \Rightarrow HEF$ là tam giác đều

$$\text{Đặt } A'H = x \Rightarrow HE = HF = EF = \frac{4x}{\sqrt{16 + x^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{A'E}{A'C} = \frac{A'H^2}{A'C^2} \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{32 + 2x^2}} = \frac{x^2}{x^2 + 16}$$

$$\Rightarrow x\sqrt{32 + 2x^2} = 16 + x^2 \Leftrightarrow x^4 = 196 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = 4 \cdot \frac{4^2}{2} = 32.$$



Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để tồn tại cặp số dương $(x; y)$ thỏa mãn

$$\text{đồng thời } \log_2 \frac{x-6}{y} - \log_2 (4x+8) = \frac{x(y-1)+6}{y} \text{ và } \log_2^2(x+2) - m \log_2(1-y) + m = 0?$$

- A. 12. B. 9. C. 11. D. 10.

Bài giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện } \frac{x-6}{y} > 0 \Rightarrow x > 6$$

$$\log_2 \frac{x-6}{y} - \log_2 (4x+8) = \frac{x(y-1)+6}{y} \Leftrightarrow \log_2 \frac{x-6}{y} - \log_2 (x+2) - 2 = x + \frac{6-x}{y}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{x-6}{y} + \frac{x-6}{y} = \log_2 (x+2) + (x+2) \Leftrightarrow \frac{x-6}{y} = x+2 \Leftrightarrow y = \frac{x-6}{x+2}$$

$$\text{Khi đó } \log_2^2(x+2) - m \log_2(1-y) + m = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2(x+2) - m \log_2 \left(\frac{8}{x+2} \right) + m = 0 \Leftrightarrow \log_2^2(x+2) + m \log_2(x+2) - 2m = 0$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x+2) \Rightarrow t > 3 \Rightarrow m = \frac{t^2}{2-t} = f(t)$$

$$\Rightarrow f'(t) = \frac{-t^2 + 4t}{(2-t)^2}, \forall t > 3$$

$$\Rightarrow f'(t) = 0 \Rightarrow t = 4(n) \vee t = 0(l)$$

Bảng biến thiên

Để dễ tồn tại cặp số dương $(x; y)$ thì

$$m \in (-20; -8] \Rightarrow m \in \{-19, -18, \dots, -9, -8\}$$

Có 12 giá trị nguyên.

t	3	4	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	-9	-8	$-\infty$