

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI - AMSTERDAM

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2019 - 2020

Môn: TOÁN 12

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm có 05 trang - 50 câu trắc nghiệm

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

- Câu 1.** Nghiệm của phương trình $5^{2x-3} = \frac{1}{5}$ là:
A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.
- Câu 2.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3; u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:
A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 3.** Biết thể tích khối lập phương là 27. Độ dài cạnh khối lập phương là
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 4.** Cho khối nón có thể tích $V=12\pi$, chiều cao khối nón $h=1$. Bán kính hình tròn đáy đã cho bằng
A. 1. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 5.** Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm 20 học sinh
A. A_{20}^3 . **B.** 3^{20} . **C.** C_{20}^3 . **D.** 20^3 .
- Câu 6.** Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2-x)$ là
A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 2]$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(-\infty; 2) \setminus \{1\}$.
- Câu 7.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -2)$. **D.** $(-\infty; 0)$.
- Câu 8.** Hàm số $\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?
A. $\sin x$. **B.** $\cos x$. **C.** $-\cos x + 1$. **D.** $-\cos x$.
- Câu 9.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và thể tích của khối chóp $V=24$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng
A. 8. **B.** 24. **C.** 4. **D.** 12.
- Câu 10.** Thể tích khối cầu là $V=36\pi$. Bán kính khối cầu đã cho bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 11.** Cho hình trụ có diện tích xung quanh là $S_{xq}=8\pi$ và độ dài bán kính $R=2$. Khi đó độ dài đường sinh bằng
A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.
- Câu 12.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a^4)$ bằng
A. $4+4\log_2 a$. **B.** $4+\log_2 a$. **C.** $1+4\log_2 a$. **D.** $4-4\log_2 a$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-6		0		6	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$								

$-\infty \rightarrow -5 \rightarrow -\infty$

$+\infty \rightarrow 5 \rightarrow +\infty$

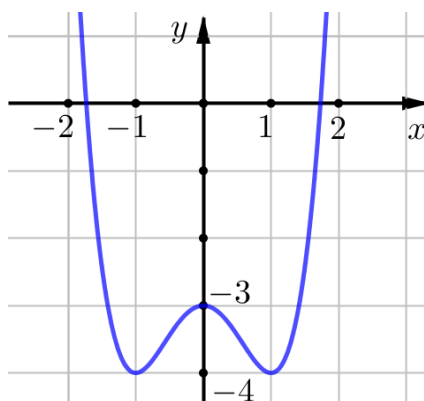
Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = -6$. B. $x = -5$. C. $x = 6$. D. $x = 5$.

Câu 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x = 1$. B. $y = 2$. C. $x = 2$. D. $y = 1$.

Câu 15. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?

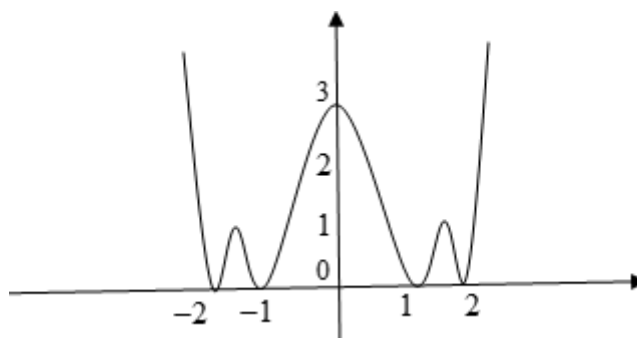


- A. $y = x^3 - 4x + 3$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. C. $y = -x^3 + 4x - 3$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(5-x) \leq 2$ là

- A. $(-\infty; 5)$. B. $(-20; +\infty)$. C. $[-20; 5)$. D. $(-20; 5)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, số điểm chung của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$ là



- A. 4. B. 2. C. 6. D. 8.

Câu 18. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 3$ thì $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A. -1 . B. 5 . C. -5 . D. 0 .

Câu 19. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = 6i - 5$ là điểm nào dưới đây?

- A. $M(-6; 5)$. B. $Q(-5; 6)$. C. $P(5; -6)$. D. $N(6; -5)$.

- Câu 20.** Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ là
A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.
- Câu 21.** Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 \cdot z_2$ là:
A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là:
A. $N(0; 2; 3)$. **B.** $M(1; 0; 3)$. **C.** $P(1; 2; 0)$. **D.** $Q(-1; -2; -3)$.
- Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$. Điểm chung của đường thẳng d và mặt phẳng (P) có tọa độ là:
A. $M(-1; -2; 2)$. **B.** $N(2; 3; 2)$. **C.** $Q(1; 2; 4)$. **D.** $P(2; 3; 6)$.
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$. Tọa độ tâm của (S) là
A. $P(1; -2; 0)$. **B.** $N(1; 2; 0)$. **C.** $M(-2; 4; 1)$. **D.** $Q(1; -2; 1)$.
- Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 4y - 6z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?
A. $\vec{n}_1 = (2; 4; 6)$. **B.** $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1; -2; -3)$. **D.** $\vec{n}_2 = (1; 2; -3)$.
- Câu 26.** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ trên đoạn $[-1; 3]$ lần lượt là M và N . Khi đó giá trị $M + N$ là.
A. -24. **B.** -17. **C.** 3. **D.** 5.
- Câu 27.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x + \log_2(10 - x) < 4$ là.
A. $(0; 10)$. **B.** $(0; 2) \cup (8; 10)$. **C.** $(2; 8)$. **D.** $\{1; 9\}$.
- Câu 28.** Cho khối nón có thể tích $V = 16\pi$, bán kính đáy $R = 4$. Một mặt phẳng chứa trục của khối nón, cắt khối nón theo một thiết diện có diện tích là.
A. 6. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 24.
- Câu 29.** Cho hai số thực x và y thỏa mãn $8^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^y = 16$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $3x + y = 4$. **B.** $3x - y = -4$. **C.** $3x - y = 4$. **D.** $x - 3y = 4$.
- Câu 30.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B và $AC = 2a, \angle ACB = 30^\circ$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng
A. 30° . **B.** 45° . **C.** 90° . **D.** 60° .
- Câu 31.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	3	4	5	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A.** 0. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 32. Cho $\int_0^2 f(x) = 8$. Khi đó $\int_0^1 f(2x)dx$ bằng.

- A. 16. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 33. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ có phương trình

- A. $y = -2x + 7$. B. $y = 2x + 7$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = -2x - 1$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x$ và $y = 0$ được tính bởi công thức nào dưới đây.

- A. $S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx$. B. $S = \int_0^2 |x^3 - 4x| dx$.
C. $S = \left| \int_{-2}^2 (x^3 - 4x) dx \right|$. D. $S = \int_{-2}^2 (x^3 - 4x) dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 2; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 5y - 2z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{-2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{-2}$.
C. $\frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 37. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$ trong tập $\mathbb{C}$. Giá trị của $z_1^3 + z_2^3$ bằng

- A. 9. B. 4. C. -44. D. 44.

Câu 38. Một nhóm nhảy có 3 học sinh lớp 12A, 4 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ nhóm trên để biểu diễn vào ngày bế giảng. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn, mỗi lớp A, B, C có ít nhất một học sinh là

- A. $\frac{4}{33}$. B. $\frac{1}{22}$. C. $\frac{6}{11}$. D. $\frac{47}{495}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$ và $C(4; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

- A. $3x + 5y + 6z - 19 = 0$. B. $x - 3y + 2z + 3 = 0$.
C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-1}{6}$. D. $x + y + z - 4 = 0$.

Câu 40. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^3 - 6mx^2 - 6x + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là đoạn $[a; b]$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 1. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $AB = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

- A. 60° . B. 30° . C. 120° . D. 45° .

Câu 42. Một hình nón có bán kính $R = 4$. Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón cắt hình nón theo thiết diện có diện tích $S = 4\sqrt{6}$ và cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài bằng 4. Chiều cao của hình nón bằng

- A. 2. B. $3\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 4.

Câu 43. Số các giá trị nguyên dương của tham số m với $m \leq 100$ để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-6x+m}$ có đúng một tiệm cận:

- A. 91. B. 90. C. 89. D. 92.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên :

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

Hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-1;1)$. B. $(2;4)$. C. $(1;2)$. D. $(-\infty;-1)$.

Câu 45. An có số tiền 1.000.000.000 đồng, dự định gửi tiền tại ngân hàng 9 tháng, lãi suất hàng tháng tại ngân hàng lúc bắt đầu gửi là 0,4%. Lãi gộp vào gốc để tính vào chu kỳ tiếp theo. Tuy nhiên, khi An gửi được 3 tháng thì do dịch Covid - 19 nên ngân hàng đã giảm lãi suất xuống còn 0,35%/tháng. An gửi tiếp 6 tháng nữa thì rút cả gốc lẫn lãi. Hỏi số tiền thực tế có được, chênh lệch so với dự kiến ban đầu của An gần số nào dưới đây nhất ?

- A. 3.300.000đ. B. 3.100.000đ. C. 3.000.000đ. D. 3.400.000đ.

Câu 46. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_2(2x+4y-1) \geq \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x^2+y^2}$ với $x \leq 0$. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = y - x$. Giá trị của $M + N$ bằng:

- A. $3+2\sqrt{2}-\sqrt{3}$. B. $4+2\sqrt{2}-\sqrt{3}$. C. $5+\sqrt{3}-\sqrt{2}$. D. 4.

Câu 47. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là tâm của các mặt $ABCD, A'B'C'D', ABA'B', BCC'B', CDD'C', ADD'A'$. Thể tích khối đa diện có các đỉnh M, N, P, Q, R, S là

- A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{V}{6}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{3}$.

Câu 48. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{\cos x} - 2^{\cos x+1} + 2m - 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ là

- A. $(1;2)$. B. $\left[\frac{7}{8}; 1\right)$. C. $\left(-1; \frac{7}{8}\right)$. D. $(0;1)$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;4]$. Biết $2xf'(x) + f(x) = 2xf(x)$, $f(1) = \frac{3}{2}$. Giá trị $f(4)$ là

A. 2.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 4.

D. $\frac{9}{2}$.

Câu 50. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$, $AA' = 2a$, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Gọi M là một điểm di động trên cạnh BB' . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(CDD'C')$ là

A. $\frac{\sqrt{165}a}{30}$.

B. $\frac{2\sqrt{165}a}{15}$.

C. $\frac{\sqrt{165}a}{15}$.

D. $\frac{\sqrt{165}a}{5}$.

----- HẾT -----



HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ THI KIỂM TRA HỌC KỲ II
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI - AMSTERDAM
MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2019 - 2020

NHÓM TOÁN VD - VDC

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	B	C	C	C	B	D	D	A	C	C	A	B	C	A	D	B	B	C	B	C	A	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	B	C	D	B	C	A	A	A	B	C	C	A	B	D	C	A	C	B	A	B	B	D	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Nghiệm của phương trình $5^{2x-3} = \frac{1}{5}$ là:

A. $x = 1$.**B.** $x = 0$.**C.** $x = -1$.**D.** $x = 2$.**Lời giải****Chọn A**

$$\begin{aligned}
 5^{2x-3} &= \frac{1}{5} \\
 \Leftrightarrow 5^{2x-3} &= 5^{-1} \\
 \Leftrightarrow 2x-3 &= -1 \\
 \Leftrightarrow x &= 1
 \end{aligned}$$

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3; u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

A. 1.**B.** $\frac{1}{2}$.**C.** 3.**D.** 2.**Lời giải****Chọn D**

Vì (u_n) là cấp số nhân nên $u_2 = u_1 \cdot q$

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow 6 &= 3 \cdot q \\
 \Leftrightarrow q &= 2.
 \end{aligned}$$

Câu 3. Biết thể tích khối lập phương là 27. Độ dài cạnh khối lập phương là

A. 1.**B.** 3.**C.** 2.**D.** 4.**Lời giải****Chọn B**

Gọi x là chiều dài cạnh hình lập phương.

Thể tích khối lập phương: $x^3 = 27 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 4. Cho khối nón có thể tích $V = 12\pi$, chiều cao khối nón $h = 1$. Bán kính hình tròn đáy đã cho bằng

A. 1.**B.** 6.**C.** 3.**D.** 2.**Lời giải****Chọn B**

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \Leftrightarrow 12\pi = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 1 \Leftrightarrow r = 6$.

Câu 5. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm 20 học sinh

A. A_{20}^3 .**B.** 3^{20} .**C.** C_{20}^3 .**D.** 20^3 .**Lời giải****Chọn C**

NHÓM TOÁN VD - VDC

Mỗi cách chọn 3 học sinh từ 20 học sinh là một tổ hợp chập 3 của 20.
Số cách chọn 3 học sinh từ 20 học sinh là số tổ hợp chập 3 của 20 bằng C_{20}^3 .

- Câu 6.** Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2-x)$ là
A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 2]$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(-\infty; 2) \setminus \{1\}$.

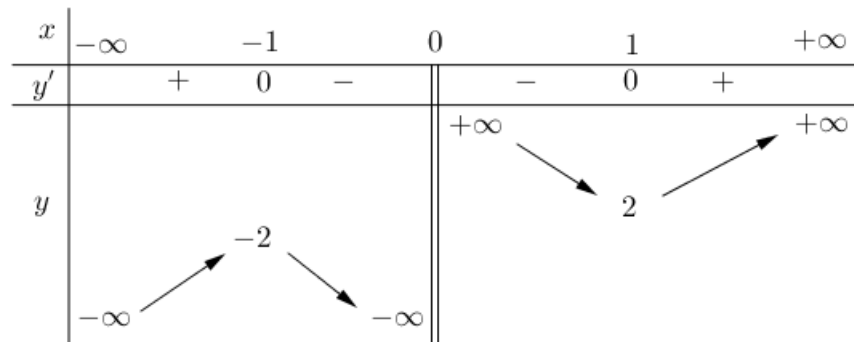
Lời giải

Chọn C

Điều kiện để hàm số xác định $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 2)$.

- Câu 7.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -2)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

- Câu 8.** Hàm số $\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?
A. $\sin x$. **B.** $\cos x$. **C.** $-\cos x + 1$. **D.** $-\cos x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Vậy $\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $\cos x$.

- Câu 9.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và thể tích của khối chóp $V = 24$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng
A. 8. **B.** 24. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = \frac{1}{3} Bh \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 24}{6} = 12$.

- Câu 10.** Thể tích khối cầu là $V = 36\pi$. Bán kính khối cầu đã cho bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 36\pi}{4\pi}} = 3$

- Câu 11.** Cho hình trụ có diện tích xung quanh là $S_{xq} = 8\pi$ và độ dài bán kính $R = 2$. Khi đó độ dài đường sinh bằng
A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Hình trụ có diện tích xung quanh là: $S_{xq} = 8\pi \Leftrightarrow 2\pi Rl = 8\pi \Leftrightarrow 2\pi \cdot 2l = 8\pi \Leftrightarrow l = 2$.

Vậy độ dài đường sinh của hình trụ đã cho là: $l = 2$.

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a^4)$ bằng

- A. $4 + 4\log_2 a$. B. $4 + \log_2 a$. C. $1 + 4\log_2 a$. D. $4 - 4\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Với a là số thực dương tùy ý, ta có: $\log_2(2a^4) = \log_2 2 + \log_2 a^4 = 1 + 4\log_2 a$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-6	0	6	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$		$-\infty$		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = -6$. B. $x = -5$. C. $x = 6$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua $x = 6$.

Vậy, hàm số đã cho đạt cực tiểu tại: $x = 6$.

Câu 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- A. $x = 1$. B. $y = 2$. C. $x = 2$. D. $y = 1$.

Lời giải

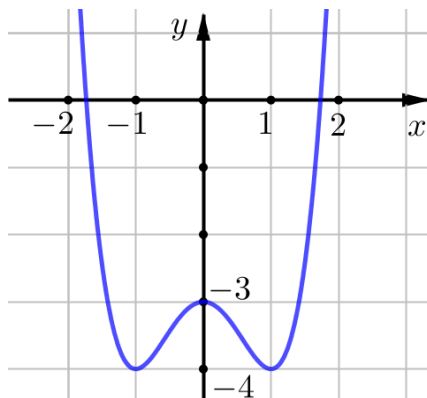
Chọn A

Tập xác định của hàm số đã cho là: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là: $x = 1$.

Câu 15. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = x^3 - 4x + 3$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. C. $y = -x^3 + 4x - 3$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

Lời giải

Chọn B

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(5-x) \leq 2$ là

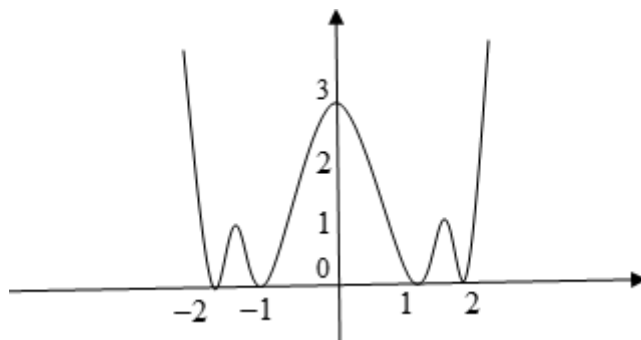
- A. $(-\infty; 5)$. B. $(-20; +\infty)$. C. $[-20; 5)$. D. $(-20; 5)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_5(5-x) \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} 5-x \leq 25 \\ 5-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -20 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-20; 5)$$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, số điểm chung của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$ là



- A. 4. B. 2. C. 6. D. 8.

Lời giải

Chọn A

Câu 18. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 3$ thì $\int_0^1 [3f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A. -1. B. 5. C. -5. D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_0^1 [3f(x) - 2g(x)] dx = 3 \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_0^1 g(x) dx = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0.$$

Câu 19. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z = 6i - 5$ là điểm nào dưới đây?

- A. $M(-6; 5)$. B. $Q(-5; 6)$. C. $P(5; -6)$. D. $N(6; -5)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z = 6i - 5$ là điểm $Q(-5; 6)$.

Câu 20. Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ là

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ là $|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 \cdot z_2$ là:

A. -1.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w = z_1 \cdot z_2 = (1 + i)(1 + 2i) = -1 + 3i$.

Vậy phần ảo của w là 3.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là:

A. $N(0; 2; 3)$.

B. $M(1; 0; 3)$.

C. $P(1; 2; 0)$.

D. $Q(-1; -2; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$. Điểm chung của đường thẳng d và mặt phẳng (P) có tọa độ là:

A. $M(-1; -2; 2)$.

B. $N(2; 3; 2)$.

C. $Q(1; 2; 4)$.

D. $P(2; 3; 6)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm chung của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2} \\ (P): x + y - z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -1 \\ 2x - 2z = -6 \\ x + y - z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$$

Vậy điểm chung của đường thẳng d và mặt phẳng (P) có tọa độ là: $Q(1; 2; 4)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$. Tọa độ tâm của (S) là

A. $P(1; -2; 0)$.

B. $N(1; 2; 0)$.

C. $M(-2; 4; 1)$.

D. $Q(1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có tọa độ tâm là $P(1; -2; 0)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 4y - 6z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (2; 4; 6)$.

B. $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; -2; -3)$.

D. $\vec{n}_2 = (1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 4; -6) = 2(1; 2; -3) = 2\vec{n}_2$.

Vậy một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_2 = (1; 2; -3)$.

Câu 26. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5$ trên đoạn $[-1; 3]$ lần lượt là M và N . Khi đó giá trị $M + N$ là.

A. -24.

B. -17.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 12x$

$$\text{Có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-1; 3) \\ x = 4 \notin (-1; 3) \end{cases}$$

Suy ra $f(-1) = -2, f(0) = 5, f(3) = -22$

$\Rightarrow M = 5, N = -22$

Vậy $M + N = -17$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x + \log_2 (10 - x) < 4$ là.

A. $(0; 10)$.

B. $(0; 2) \cup (8; 10)$.

C. $(2; 8)$.

D. $\{1; 9\}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ 10 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 10$$

Bất phương trình tương đương

$$\log_2 x(10 - x) < 4 \Leftrightarrow x(10 - x) < 2^4 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 8 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (0; 2) \cup (8; 10)$.

Câu 28. Cho khối nón có thể tích $V = 16\pi$, bán kính đáy $R = 4$. Một mặt phẳng chứa trục của khối nón, cắt khối nón theo một thiết diện có diện tích là.

A. 6.

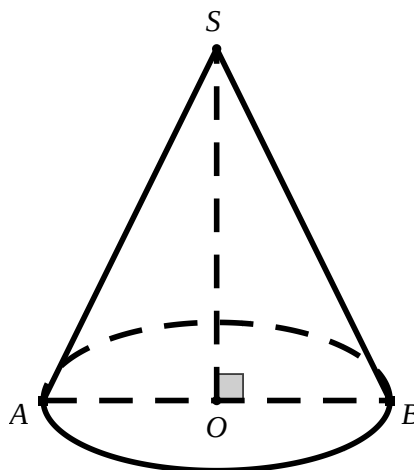
B. 12.

C. 20.

D. 24.

Lời giải

Chọn B



Mặt nón có đường cao là SO , bán kính $OA = OB = \frac{1}{2}AB = R = 4$

Mặt phẳng chứa trục cắt mặt nón theo một thiết diện là tam giác cân SAB .

Theo giả thiết ta có $V = 16\pi = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot SO \Leftrightarrow SO = 3$

Diện tích tam giác SAB là: $S_{SAB} = OA \cdot SO = 4 \cdot 3 = 12$.

Câu 29. Cho hai số thực x và y thỏa mãn $8^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^y = 16$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $3x + y = 4$.

B. $3x - y = -4$.

C. $3x - y = 4$.

D. $x - 3y = 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $8^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^y = 16 \Rightarrow 2^{3x} \cdot 2^{-y} = 2^4 \Rightarrow 2^{3x-y} = 2^4 \Rightarrow 3x - y = 4$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B và $AC = 2a, \angle ACB = 30^\circ$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30° .

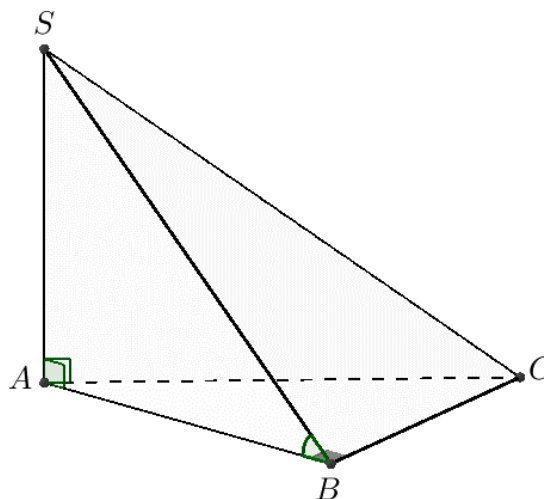
B. 45° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn D



$SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu vuông góc của SB trên mặt phẳng (ABC) .

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA$.

Xét tam giác ABC vuông tại B , ta có: $AB = AC \cdot \sin \angle ACB = a$.

Xét tam giác SAB vuông tại A , ta có: $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	3	4	5	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 0.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	2	3	4	5	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$										

Theo đó, hàm số $f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 32. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 8$. Khi đó $\int_0^1 f(2x) dx$ bằng.

A. 16.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 1 \Rightarrow t = 2$

$$\int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) dt = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4.$$

Câu 33. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x = 2$ có phương trình

A. $y = -2x + 7$.

B. $y = 2x + 7$.

C. $y = 2x + 1$.

D. $y = -2x - 1$.

Lời giải

Chọn A

$x = 2 \Rightarrow y = 3$

$$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

$$y'(2) = -2$$

Vậy phương tiếp tuyến $y = -2(x-2) + 3 \Leftrightarrow y = -2x + 7$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x$ và $y = 0$ được tính bởi công thức nào dưới đây.

A. $S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx$.

B. $S = \int_0^2 |x^3 - 4x| dx$.

C. $S = \left| \int_{-2}^2 (x^3 - 4x) dx \right|$.

D. $S = \int_{-2}^2 (x^3 - 4x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$.

Suy ra diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x$ và $y = 0$ là

$S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+2i}{1-i} = \frac{(1+2i)(1+i)}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

Vậy phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 36. Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(-1; 2; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 5y - 2z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{-2}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$d: \begin{cases} \text{qua } M(-1; 2; 3) \\ \perp (P): x + 5y - 2z + 1 = 0 \Rightarrow \text{vtcp } \vec{u_d} = (1; 5; -2) \end{cases}$.

Vậy đường thẳng d có phương trình: $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{-2}$.

Câu 37. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$ trong tập $\mathbb{C}$. Giá trị của $z_1^3 + z_2^3$ bằng

A. 9.

B. 4.

C. -44.

D. 44.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + \sqrt{5}i \\ z = 2 - \sqrt{5}i \end{cases}.$$

$$\text{Do đó, } z_1^3 + z_2^3 = (2 + \sqrt{5}i)^3 + (2 - \sqrt{5}i)^3 = -44.$$

Câu 38. Một nhóm nhảy có 3 học sinh lớp 12A, 4 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ nhóm trên để biểu diễn vào ngày bế giảng. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn, mỗi lớp A, B, C có ít nhất một học sinh là

A. $\frac{4}{33}$.

B. $\frac{1}{22}$.

C. $\frac{6}{11}$.

D. $\frac{47}{495}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } n(\Omega) = C_{12}^4 = 495.$$

Để mỗi lớp có ít nhất có một học sinh được chọn có 3 trường hợp:

TH1: 2A, 1B, 1C có 60 cách chọn.

TH2: 1A, 2B, 1C có 90 cách chọn.

TH3: 1A, 1B, 2C có 120 cách chọn.

Vậy có 270 cách chọn 4 học sinh sao cho mỗi lớp có ít nhất một học sinh.

$$\text{Xác suất cần tìm là: } \frac{6}{11}.$$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$ và $C(4; -1; 2)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

A. $3x + 5y + 6z - 19 = 0$.

B. $x - 3y + 2z + 3 = 0$.

C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-1}{6}$.

D. $x + y + z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (2; 0; -1)$, $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3; 5; 6)$ là VTPT của mặt phẳng đi qua A, B, C .

Vậy mặt phẳng đi qua A, B, C là $3x + 5y + 6z - 19 = 0$.

Câu 40. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^3 - 6mx^2 - 6x + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là đoạn $[a; b]$. Khi đó $a+b$ bằng

A. 1.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

+ Nếu $m=1$, hàm số đã cho trở thành $y=-6x^2-6x+5$ là hàm số bậc hai nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+ Nếu $m \neq 1$, có $y' = 3(m-1)x^2 - 12mx - 6$. Để hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì

$$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (m-1)x^2 - 4mx - 2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \Delta' = 4m^2 + 2(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ -1 \leq m \leq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a+b = -\frac{1}{2}.$$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $AB=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

A. 60° .

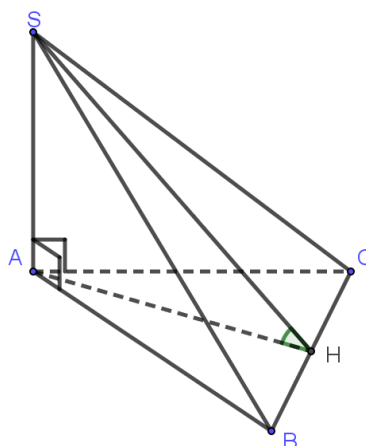
B. 30° .

C. 120° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm cạnh BC , khi đó $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$.

Vậy $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp SH \\ BC \perp AH \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là SHA .

Trong tam giác vuông SAH có $\tan SHA = \frac{SA}{AH} = \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{3}} = 1 \Rightarrow SHA = 45^\circ$. Vậy

$$((SBC), (ABC)) = 45^\circ.$$

Câu 42. Một hình nón có bán kính $R=4$. Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón cắt hình nón theo thiết diện có diện tích $S=4\sqrt{6}$ và cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài bằng 4. Chiều cao của hình nón bằng

A. 2.

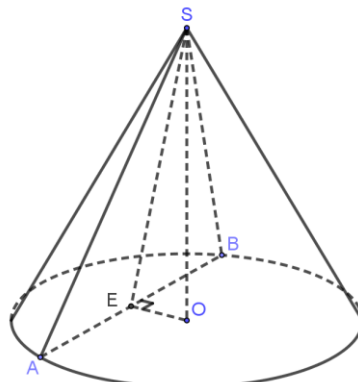
B. $3\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn C



Giả sử hình nón đỉnh S , gọi O là tâm đường tròn đáy. Thiết diện qua đỉnh là tam giác cân SAB có diện tích bằng $4\sqrt{6}$. Gọi E là trung điểm dây cung AB . Ta có $OE \perp AB$.

$$\text{Có } S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} \cdot SE \cdot AB \Rightarrow SE = \frac{2S_{\triangle SAB}}{AB} = \frac{2 \cdot 4\sqrt{6}}{4} = 2\sqrt{6}.$$

Trong tam giác vuông OEB , có $OE^2 = OB^2 - EB^2 = 16 - 4 = 12$.

Trong tam giác vuông SOE , có $SO^2 = SE^2 - EO^2 = 24 - 12 = 12 \Rightarrow SO = 2\sqrt{3}$. Vậy hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 43. Số các giá trị nguyên dương của tham số m với $m \leq 100$ để đồ thị hàm số

$$y = \frac{x+1}{x^2 - 6x + m} \text{ có đúng một tiệm cận:}$$

A. 91.

B. 90.

C. 89.

D. 92.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x^2 - 6x + m} = 0$$

Như vậy, đồ thị hàm số đã cho luôn nhận $y = 0$ là tiệm cận ngang.

Để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 6x + m}$ chỉ có đúng một tiệm cận thì đồ thị hàm số chỉ có duy nhất đường tiệm cận ngang $y = 0$ và không tồn tại tiệm cận đứng.

Suy ra phương trình $x^2 - 6x + m = 0$ vô nghiệm.

Khi đó $\Delta' = 9 - m < 0 \Leftrightarrow m > 9$. Kết hợp với điều kiện m nguyên dương, $m \leq 100$ ta có 91 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên :

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

Hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-1;1)$.

B. $(2;4)$.

C. $(1;2)$.

D. $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Xét đạo hàm

$$g'(x) = (f(x^2))' = 2x \cdot f'(x^2)$$

Để hàm $g(x)$ đồng biến thì $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2) \geq 0$

Trường hợp 1:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ f'(x^2) \geq 0 \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Vì $x^2 \geq 0$ nên $f'(x^2) \geq 0$ khi $1 \leq x^2 \leq 4$

Kết hợp với điều kiện $x \geq 0$ ta được $1 \leq x \leq 2$ thỏa mãn bài toán.

Trường hợp 2:
$$\begin{cases} x \leq 0 \\ f'(x^2) \leq 0 \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

$$f'(x^2) \leq 0 \text{ khi } \begin{cases} x^2 \leq 1 \\ x^2 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $x \leq 0$ ta được $-1 \leq x \leq 0$ hoặc $x \leq -2$ thỏa mãn bài toán.

Như vậy, hàm $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$, $(1;2)$ và $(-\infty;-2)$

Câu 45. An có số tiền 1.000.000.000 đồng, dự định gửi tiền tại ngân hàng 9 tháng, lãi suất hàng tháng tại ngân hàng lúc bắt đầu gửi là 0,4%. Lãi gộp vào gốc để tính vào chu kì tiếp theo. Tuy nhiên, khi An gửi được 3 tháng thì do dịch Covid – 19 nên ngân hàng đã giảm lãi suất xuống còn 0,35%/tháng. An gửi tiếp 6 tháng nữa thì rút cả gốc lẫn lãi. Hỏi số tiền thực tế có được, chênh lệch so với dự kiến ban đầu của An gần số nào dưới đây nhất ?

A. 3.300.000đ.

B. 3.100.000đ.

C. 3.000.000đ.

D. 3.400.000đ.

Lời giải

Chọn B

Số tiền dự kiến ban đầu của An là:

$$1.000.000.000(1 + 0,4\%)^9 = 1.036.581.408 \text{ (đồng)}$$

Số tiền cả gốc lẫn lãi An có được trong 3 tháng đầu tiên:

$$1.000.000.000(1 + 0,4\%)^3 = 1.012.048.064 \text{ (đồng)}$$

Vì do dịch Covid – 19 nên ngân hàng đã giảm lãi suất xuống còn 0,35%

Nên số tiền thực tế An có được sau 9 tháng:

$$1.012.048.064(1 + 0,35\%)^6 = 1.033.487.907 \text{ (đồng)}$$

Số tiền chênh lệch giữa thực tế và dự kiến:

$$1.036.581.408 - 1.033.487.907 = 3.093.501 \text{ (đồng)}$$

Câu 46. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_2(2x + 4y - 1) \geq \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + y^2}$ với $x \leq 0$. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = y - x$. Giá trị của $M + N$ bằng:

A. $3 + 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$.

B. $4 + 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$.

C. $5 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định : $2x + 4y - 1 > 0$, x, y không đồng thời bằng 0.

Với điều kiện xác định như trên ta được :

$$\log_2(2x + 4y - 1) \geq \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x + 4y - 1) \geq \log_2(x^2 + y^2)$$

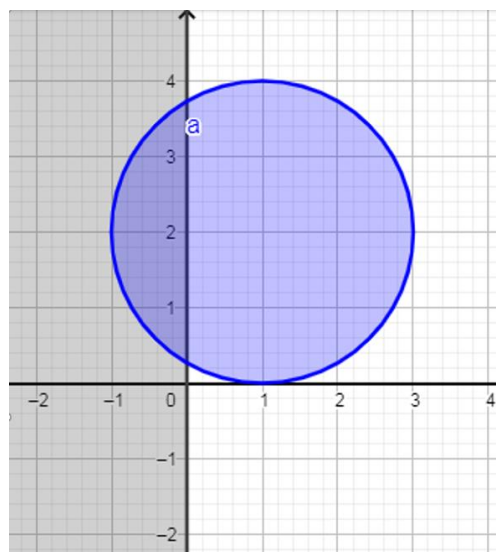
$$\Leftrightarrow 2x + 4y - 1 \geq x^2 + y^2$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) \leq 4$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq 4$$

Như vậy, các điểm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình nằm trên đường tròn và trong hình tròn tâm $I(1; 2)$ bán kính $R = 2$.

Mặt khác, vì $x \leq 0$ nên tập hợp các điểm $(x; y)$ là phần hình tròn nằm trên trái trục tung như hình.



Tại $x = 0$ ta có:

$$(0 - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq 4 \Leftrightarrow (y - 2)^2 \leq 3 \Leftrightarrow -\sqrt{3} \leq y - 2 \leq \sqrt{3} \Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} \leq y \leq 2 + \sqrt{3}$$

Như vậy, $P = y - x \geq y \geq 2 - \sqrt{3}$ ($x \leq 0; y \geq 2 - \sqrt{3}$)

Dấu bằng xảy ra khi $x = 0, y = 2 - \sqrt{3}$.

Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức Bu-nhi-a côp-xki ta được:

$$P = y - x = (y - 2) + (1 - x) + 1 \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)} \left[(y - 2)^2 + (1 - x)^2 \right] + 1 = 1 + 2\sqrt{2}$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$\begin{cases} \frac{y-2}{1} = \frac{1-x}{1} \\ y-x=1+2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-\sqrt{2} \\ y=2+\sqrt{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện } x \leq 0; 2 - \sqrt{3} \leq y \leq 2 + \sqrt{3} \text{)}$$

Như vậy, $M = 1 + 2\sqrt{2}, N = 2 - \sqrt{3}$.

Suy ra: $M + N = 3 + 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$.

Câu 47. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là tâm của các mặt $ABCD, A'B'C'D', ABA'B', BCC'B', CDD'C', ADD'A'$. Thể tích khối đa diện có các đỉnh M, N, P, Q, R, S là

A. $\frac{V}{2}$.

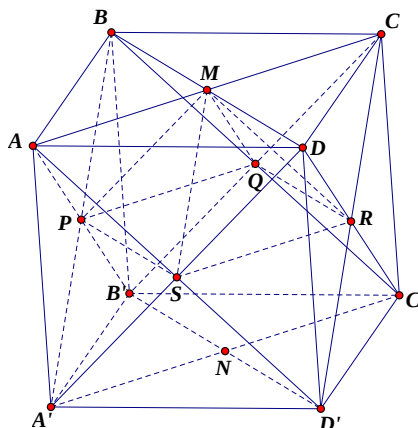
B. $\frac{V}{6}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{V}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi h, S lần lượt là chiều cao và diện tích đáy của khối hộp

Ta có $V_{MNPQRS} = 2V_{MPQRS} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot S_{PQRS}$, mà $S_{PQRS} = \frac{S}{2}$

Vậy $V_{MNPQRS} = 2V_{MPQRS} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{S}{2} = \frac{V}{6}$

Câu 48. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{\cos x} - 2^{\cos x+1} + 2m - 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ là

A. $(1; 2)$.

B. $\left[\frac{7}{8}; 1\right)$.

C. $\left(-1; \frac{7}{8}\right)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4^{\cos x} - 2^{\cos x+1} + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow (2^{\cos x})^2 - 2 \cdot 2^{\cos x} + 2m - 1 = 0$.

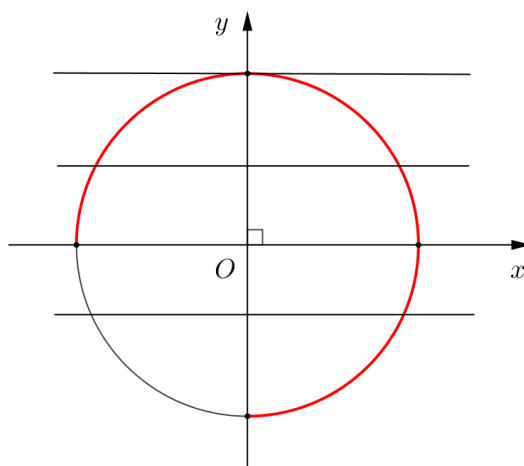
Đặt $t = 2^{\cos x}$ vì $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ nên $t \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Ta được phương trình $t^2 - 2t + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow 2m = -t^2 + 2t + 1$. (1)

Nhận xét:

+) Với $\frac{1}{2} \leq t < 1$ hoặc $t = 2$ có 1 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

+) Với $1 \leq t < 2$ có đúng 2 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.



Hình minh họa quan hệ giữa giá trị của t và số nghiệm x

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 2t + 1$ với $t \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$, có $f'(t) = -2t + 2 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên

t	$\frac{1}{2}$	1	2	
$f'(t)$	0	+	0	-
$f(t)$	$\frac{7}{4}$	2	1	

Suy ra phương trình $4^{\cos x} - 2^{\cos x + 1} + 2m - 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm $\frac{1}{2} \leq t_1 < 1 \leq t_2 < 2$.

Từ bảng biến thiên suy ra $\frac{7}{4} \leq 2m < 2 \Leftrightarrow \frac{7}{8} \leq m < 1$.

Vậy $m \in \left[\frac{7}{8}; 1\right)$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 4]$. Biết $2xf'(x) + f(x) = 2\sqrt{x}f(x)$, $f(1) = \frac{3}{2}$. Giá trị $f(4)$ là

A. 2.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 4.

D. $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét trên đoạn $[1; 4]$ thì $2xf'(x) + f(x) = 2\sqrt{x}f(x) \Leftrightarrow \sqrt{x}f'(x) + \frac{1}{2\sqrt{x}}f(x) = x$

$$\Rightarrow (\sqrt{x}f(x))' = x$$

$$\Rightarrow \int (\sqrt{x}f(x))' dx = \int x dx$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}f(x) = \frac{x^2}{2} + C \quad (1)$$

Thay $x=1$ vào hai vế của (1) ta có: $f(1) = \frac{1}{2} + C \Rightarrow C + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow C=1$.

Vậy $\sqrt{x}f(x) = \frac{x^2}{2} + 1$ (2)

Thay $x=4$ vào hai vế của (2) ta được: $\sqrt{4}.f(4) = \frac{4^2}{2} + 1 \Rightarrow f(4) = \frac{9}{2}$.

Câu 50. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC = 60^\circ$, $AA' = 2a$, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Gọi M là một điểm di động trên cạnh BB' . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(CDD'C')$ là

A. $\frac{\sqrt{165}a}{30}$.

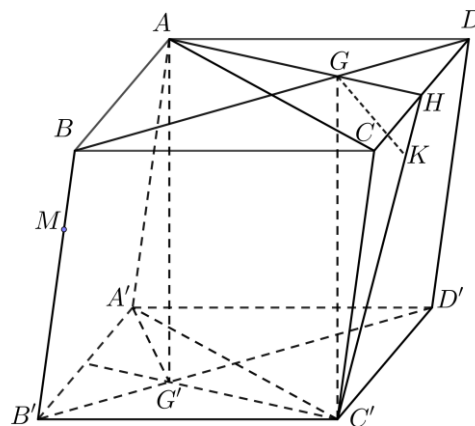
B. $\frac{2\sqrt{165}a}{15}$.

C. $\frac{\sqrt{165}a}{15}$.

D. $\frac{\sqrt{165}a}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm các tam giác ADC và $A'B'C'$.

Từ giả thiết suy ra: $AG' \perp (A'B'C'D')$ và $C'G \perp (ABCD)$.

Do đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $ABC = 60^\circ$ nên các tam giác $A'B'C'$ và ADC là các tam giác đều.

Ta có $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$

$$\Rightarrow d(M, (CDD'C')) = d(A, (CDD'C')) = 3d(G, (CDD'C'))$$

Tam giác ADC đều nên $AG \perp CD$ tại trung điểm H của CD .

Có $C'G \perp (ABCD) \Rightarrow C'G \perp CD$.

Do đó, $CD \perp (GHC') \Rightarrow (GHC') \perp (CDD'C')$.

Từ G dựng $GK \perp C'H \Rightarrow GK \perp (CDD'C') \Rightarrow GK = d(G, (CDD'C'))$.

$$\text{Có } C'G = AG' = \sqrt{AA'^2 - A'G'^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Xét tam giác } GHC' \text{ có } C'G = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}; GH = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\frac{1}{GK^2} = \frac{1}{C'G^2} + \frac{1}{GH^2} = \frac{3}{11a^2} + \frac{12}{a^2} = \frac{135}{11a^2} \Rightarrow GK = \frac{a\sqrt{165}}{45}.$$

$$\text{Vậy } d(M, (CDD'C')) = 3d(G, (CDD'C')) = 3GK = \frac{a\sqrt{165}}{15}.$$

----- HẾT -----