

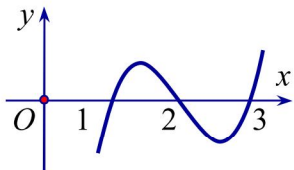
Họ tên:..... Số báo danh:.....

Mã đề: 275

- Câu 1.** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là
A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 2.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$.
A. $\max_{[1;3]} f(x) = 5$. B. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$. C. $\max_{[1;3]} f(x) = -6$. D. $\max_{[1;3]} f(x) = 0$.
- Câu 3.** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-4}$.
A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.
- Câu 4.** Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là
A. $x=1$ và $y=2$. B. $x=3$ và $y=1$. C. $x=1$ và $y=-3$. D. $x=-1$ và $y=1$.
- Câu 5.** Giả sử M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$.
Khi đó $3M + m$ bằng bao nhiêu?
A. 12. B. $\frac{35}{6}$. C. $\frac{7}{2}$. D. 10.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định ĐÚNG?
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
B. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- Câu 7.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
A. $m \in (-\infty; -3) \cup [1; +\infty)$. B. $-3 \leq m \leq 1$.
C. $m \leq 1$. D. $-3 < m < 1$.
- Câu 8.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định SAI?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		-	0	+	
y	$+\infty$		$+\infty$		-2		$+\infty$

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

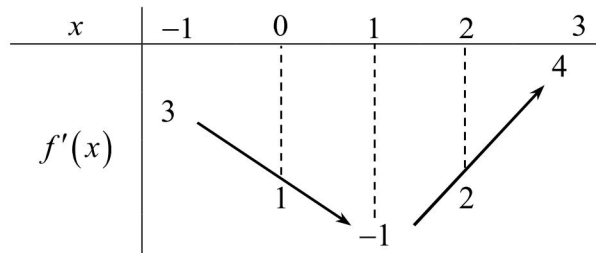
- Câu 9.** Tổng các giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{2-x^2} - x$ bằng
A. $2 + \sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $2 - \sqrt{2}$.
- Câu 10.** Hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào?
A. $(0; 2)$. **B.** $(-2; 0)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-2; 2)$.
- Câu 11.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$.
Hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?
A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.
- Câu 12.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:
Khẳng định nào sau đây là khẳng định ĐÚNG?
A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bốn điểm cực trị.
D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.
- 
- Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- | | | | | | | | |
|------|-----------|---|---|-----------|---|---|--|
| x | $-\infty$ | 2 | 4 | $+\infty$ | | | |
| y' | | + | 0 | - | 0 | + | |
| y | | | | | | | |
- Arrows in the table point from $-\infty$ to 3, from 3 to -2, and from -2 to $+\infty$.
- A.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
- Câu 14.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ là điểm $M(x_0; y_0)$. Tính tổng $T = x_0 + y_0$.
A. $T = 8$. **B.** $T = 4$. **C.** $T = -11$. **D.** $T = 3$.
- Câu 15.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2; 3]$.
A. $\min_{[2;3]} y(x) = -3$. **B.** $\min_{[2;3]} y(x) = 3$. **C.** $\min_{[2;3]} y(x) = 3$. **D.** $\min_{[2;3]} y(x) = 4$.
- Câu 16.** Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-m}{mx-1}$ không có đường tiệm cận đứng?
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.
- Câu 17.** Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + n$ có tọa độ điểm cực tiểu là $(1; 3)$. Khi đó $m + n$ bằng
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 18.** Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-3; 3)$ sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang?
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 2}$ trên tập hợp

$$D = (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]. \text{ Tính giá trị } P = M + m.$$

- A. $P = -2$. B. $P = 0$. C. $P = -\sqrt{5}$. D. $P = \sqrt{3}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào?



- A. $(-2; 0)$. B. $(-4; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; 4)$.

Câu 21. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$. Tính tổng P của các giá trị m của S .

- A. $P = 10$. B. $P = 9$. C. $P = -9$. D. $P = -10$.

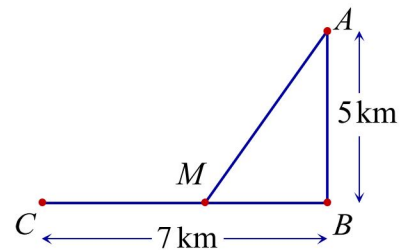
Câu 22. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{4x+m}$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của hàm số?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. vô số.

Câu 23. Tìm mối liên hệ giữa các tham số a và b sao cho hàm số $y = f(x) = 2x + a \sin x + b \cos x$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$?

- A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$. B. $a + 2b \geq \frac{1+\sqrt{2}}{3}$. C. $a^2 + b^2 \leq 4$. D. $a + 2b = 2\sqrt{3}$.

Câu 24. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A có khoảng cách đến bờ biển $AB = 5$ km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7$ km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h. Vị trí của điểm M cách B một khoảng bao nhiêu để người đó đi đến kho nhanh nhất? (Xem hình vẽ).



- A. 0 km. B. $\frac{14+5\sqrt{5}}{12}$ km. C. $2\sqrt{5}$ km. D. 7 km.

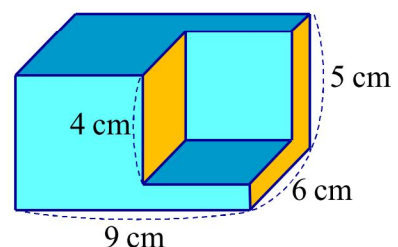
Câu 25. Gọi S là tập giá trị m là số nguyên để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x + 2m-3$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 18$. Tính tổng P của các giá trị nguyên m của S .

- A. $P = 10$. B. $P = 9$. C. $P = -9$. D. $P = -10$.

Câu 26. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS = 2NC$. Tính thể tích V của khối chóp $A.BCNM$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{16}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{18}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{36}$.

- Câu 27.** Số đỉnh của hình bát diện đều là bao nhiêu?
A. 12. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.
- Câu 28.** Mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của bao nhiêu mặt của khối đa diện?
A. Bốn mặt. **B.** Hai mặt. **C.** Ba mặt. **D.** Năm mặt.
- Câu 29.** Cho khối chóp tam giác có đường cao bằng 100 cm và cạnh đáy bằng 20 cm, 21 cm, 29 cm. Tính thể tích của khối chóp tam giác này.
A. $7000\sqrt{2} \text{ cm}^3$. **B.** 6000 cm^3 . **C.** 6213 cm^3 . **D.** 7000 cm^3 .
- Câu 30.** Cho hình 20 mặt đều có cạnh bằng 2. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $S = 20\sqrt{3}$. **B.** $S = 20$. **C.** $S = 10\sqrt{3}$. **D.** $S = 10$.
- Câu 31.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B . $SA = 3a$ và SA vuông góc với đáy, SB tạo với mặt đáy góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
A. $\frac{9a^3}{2}$. **B.** $27a^3$. **C.** $9a^3$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.
- Câu 32.** Hình lập phương có đường chéo của mặt lên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.
A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$. **B.** $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$. **C.** 8 cm^3 . **D.** $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.
- Câu 33.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2 \text{ cm}$; $AD = 5 \text{ cm}$; $AA' = 3 \text{ cm}$. Tính thể tích của khối chóp $A.A'B'D'$.
A. 5 cm^3 . **B.** 10 cm^3 . **C.** 20 cm^3 . **D.** 15 cm^3 .
- Câu 34.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. Tính theo a thể tích V của khối hộp đã cho.
A. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V = 4a^3\sqrt{2}$. **C.** $V = 8a^3$. **D.** $V = \frac{8a^3}{3}$.
- Câu 35.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm của SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD , cắt SB , SD lần lượt tại E và F và chia khối chóp thành hai phần. Tính thể tích V của khối chóp không chứa đỉnh S .
A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.
- Câu 36.** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp đã cho.
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.
- Câu 37.** Một khúc gỗ lạng hình hộp chữ nhật có các kích thước như hình vẽ. Người ta cắt đi một phần khúc gỗ có dạng hình lập phương cạnh bằng 4 cm. Tính thể tích phần gỗ còn lại.



Câu 38. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt đối xứng?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 39. Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Tính thể tích của (H) .

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 40. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

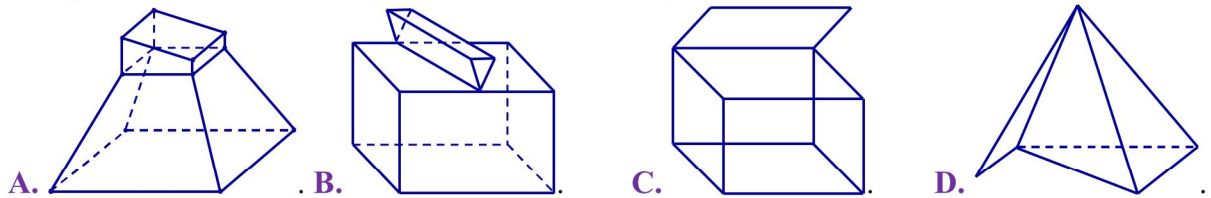
Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = a^3$.

Câu 42. Một hình chóp có 100 cạnh có bao nhiêu mặt?

- A. 53. B. 51. C. 50. D. 52.

Câu 43. Trong các vật thể sau đây, vật thể nào là hình đa diện?



Câu 44. Cho khối chóp có thể tích $V = 36 \text{ cm}^3$ và diện tích mặt đáy $B = 6 \text{ cm}^2$. Tính chiều cao của khối chóp.

- A. $h = 18 \text{ cm}$. B. $h = 0,5 \text{ cm}$. C. $h = 6 \text{ cm}$. D. $h = 72 \text{ cm}$.

Câu 45. Kim tự tháp Kheops (Kê-ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công Nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147 m, cạnh đáy dài 230 m. Tính thể tích của nó.

- A. 2592100 cm^3 . B. 3888150 cm^3 . C. 7776300 cm^3 . D. 2952100 cm^3 .

Câu 46. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và BC . Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi (H) là khối

đa diện chứa đỉnh A , (H') là khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}}$,

- A. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{55}{89}$. B. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{37}{48}$. C. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{2}{3}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O ; $AC = 2a\sqrt{3}$, $BD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ tâm O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 48.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = BD = CD = 1$. Khi thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng
- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 49.** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D ; $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của AD , biết hai mặt phẳng (SBI) , (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- A. $\frac{3\sqrt{19}}{5}a^3$. B. $\frac{3\sqrt{23}}{5}a^3$. C. $\frac{3\sqrt{17}}{5}a^3$. D. $\frac{3\sqrt{15}}{5}a^3$.
- Câu 50.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và có $SA = SB = SC = 1$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.
- A. $V_{\max} = \frac{1}{6}$. B. $V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{12}$. C. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{12}$. D. $V_{\max} = \frac{1}{12}$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	A	A	C	B	D	D	A	B	B	A	C	C	A	A	A	C	B	B	C	C	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	B	D	A	D	B	A	B	B	D	D	D	C	C	B	B	D	A	A	A	D	B	D	A

ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ TRƯỜNG THPT NGUYỄN HUỆ - HUẾ

NĂM HỌC 2018-2019

Câu 1. [DS12.C1.4.D01.b] Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A.

$$y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} \text{ có tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty$$

$$\text{do } \lim_{x \rightarrow -1^+} (\sqrt{x+9}-3) = -3+2\sqrt{2} < 0; \lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2+x) = 0 \text{ và } x^2+x < 0 \text{ khi } x \rightarrow (-1)^+$$

Suy ra $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+9-9}{x(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{6}$$

Suy ra $x = 0$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 2. [DS12.C1.3.D01.b] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. $\max_{[1;3]} f(x) = 5$.

B. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$.

C. $\max_{[1;3]} f(x) = -6$

D. $\max_{[1;3]} f(x) = 0$

Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1; 3]$

$$f'(x) = 3x^2 - 16x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \notin [1; 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [1; 3] \end{cases}$$

$$f(1) = 0, \quad f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}, \quad f(3) = -6$$

Vậy $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$

Câu 3: [DS12.C1.4.D01.b] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-4}$ là:

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 0 \text{ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang } y = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm 2} y = \infty \text{ suy ra đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng } x = \pm 2$$

Vậy tổng cộng đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận. Chọn D

Câu 4: [DS12.C1.4.D01.a] Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x = 1$ và $y = 2$.

B. $x = 2$ và $y = 1$.

C. $x = 1$ và $y = -3$.

D. $x = -1$ và $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow 1} y = \infty \text{ suy ra đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng } x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2 \text{ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang } y = 2. \text{ Chọn A.}$$

Câu 5: [DS12.C1.3.D01.b] Gọi M, m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$. Khi

đó $3M + m$ bằng:

A. 12.

B. $\frac{35}{6}$.

C. $\frac{7}{2}$.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Trên } \left[\frac{1}{2}; 3\right] \text{ ta có: } y' = 1 - \frac{1}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 (L) \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}, y(1) = 2, y(3) = \frac{10}{3}. \text{ Vậy: } 3M + m = 12.$$

Câu 6: [DS12.C1.1.D01.a] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định ĐÚNG?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số luôn đồng biến trên R
- C. Hàm số luôn nghịch biến R .**
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = R$.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2 \leq 0 \forall x$.

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên R . **Vậy, chọn C**

Câu 7: [DS12.C1.1.D03.b] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{-1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$ luôn nghịch biến trên R .

- A. $m \in (-\infty; -3) \cup [1; +\infty)$
- B. $-3 \leq m \leq 1$.**
- C. $m \leq 1$.
- D. $-3 < m < 1$

Lời giải

Chọn B

$$y' = -x^2 - 2mx + 2m - 3$$

Để hàm số luôn nghịch biến trên R thì $y' \leq 0 \forall x \in R$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1.$$

Câu 8: [DS12.C1.1.D02.b] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây là SAI?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$		$+\infty$	$\searrow$		$+\infty$
			$-\infty$		-2		

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; 1)$; Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Do đó các đáp án A, B, C đúng.

Câu 9: [DS12.C1.3.D01.b] Tổng các giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2-x^2} - x$ bằng

A. $2 + \sqrt{2}$.

B. 2 .

C. 1 .

D. $2 - \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$

$$y' = \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}} - 1 = \frac{-x - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}}$$

$$y' = 0$$

$$\Rightarrow x + \sqrt{2-x^2} = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{2-x^2} = -x \quad (\text{ĐK: } x \leq 0)$$

$$\Rightarrow 2 - x^2 = x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 1$$

$$\Rightarrow x = 1 (\text{loại}) \text{ hoặc } x = -1.$$

Bảng biến thiên

x	$-\sqrt{2}$	-1	$\sqrt{2}$
$f'(x)$		0	
		$+$	$-$
$f(x)$	$\sqrt{2}$	2	$-\sqrt{2}$

$$M = \max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} f(x) = 2$$

$$m = \min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} f(x) = -\sqrt{2}$$

$$M + m = 2 + (-\sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2}.$$

Câu 10: [DS12.C1.1.D01.b] Hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(0; 2)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐKXD: } 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

$$\text{TXĐ: } D = [-2; 2]$$

$$y' = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$y' < 0 \Rightarrow \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} < 0 \Rightarrow x > 0$$

Vậy $f(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

Câu 11: [DS12.C1.2.D01.b] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm

$$f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)(x+5)^4. \text{ Hàm số } y = f(x) \text{ có mấy điểm cực trị?}$$

A. 4

B. 2

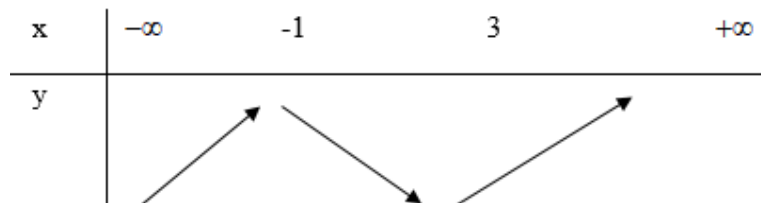
C. 5

D. 3

Lời giải

Chọn B

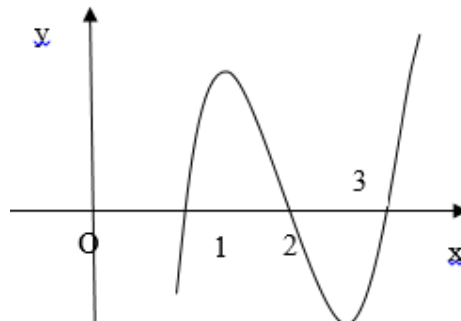
Dựa vào dấu của $f'(x)$, ta có bảng biến thiên như sau:



Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 12: [DS12.C1.2.D02.b] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

Khẳng định nào sau đây là khẳng định ĐÚNG?



A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị

trị

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bốn điểm cực trị

trị

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực

Lời giải

Chọn B

Dựa vào dấu của hàm số $f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
y					

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tại $x = 1; x = 2; x = 3$

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **Đúng?**

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y		3	-2		$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ là điểm $M(x_0; y_0)$. Tính tổng $T = x_0 + y_0$.

A. $T = 8$.

B. $T = 4$.

C. $T = -11$.

D. $T = 3$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$					$+\infty$

The graph shows a function y of x . The function decreases from $+\infty$ at $x = -\infty$ to a local minimum at $x = -1$, $y = -10$. It then increases, passing through $y = 0$ at $x = 1$, and continues to increase towards $+\infty$ as x approaches $+\infty$.

Dựa vào bản biến thiên điểm $M(-1; -10)$ là điểm cực tiểu

Do đó: $T = x_0 + y_0 = -1 + (-10) = -11$

Câu 15: [DS12.C1.3.D01.a] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2, 3]$:

A. $\min_{[2;3]} y = -3.$

B. $\min_{[2;3]} y = 3.$

C. $\min_{[2;3]} y = 2.$

D. $\min_{[2;3]} y = 4.$

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số trên $K = [2, 3]$

$$y' = \frac{-2}{x-1} < 0, \forall x \in K \Rightarrow \text{Hàm số nghịch biến trên } K.$$

Suy ra $\min_{[2;3]} y = y(3) = 2.$

Câu 16: [DS12.C1.4.D02.b] Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-m}{mx-1}$ không có đường tiệm cận đứng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

+ $m = 0$: $y = -x$: Hàm số không có tiệm cận đứng.

+ $m \neq 0$: y có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{m} \right\}$

+ Để hàm số nhận $x = \frac{1}{m}$ làm tiệm cận đứng $\Leftrightarrow \frac{1}{m} - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$

Vậy có 3 giá trị của m để hàm đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng: $m \in \{0, \pm 1\}.$

Câu 17: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + n$ có tọa độ điểm cực tiểu là $(1; 3)$. Khi đó $m + n$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3x^2 - 4mx + m^2$

$$\text{Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là } (1, 3) \Rightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y(1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 4m + m^2 = 0 \\ 1 - 2m + m^2 + n = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 3 \\ n = -m^2 + 2m + 2 \end{cases}$$

• Với $m = 1 \Rightarrow n = 3$ ta được hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$

$$y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Lập trục xét dấu của y' ta suy ra $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases} \text{ thỏa mãn } \Rightarrow m + n = 4.$$

• Với $m = 3 \Rightarrow n = -1$ ta được hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

$$y' = 3x^2 - 12x + 9 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Lập trục xét dấu của y' ta suy ra $x = 1$ là điểm cực đại của hàm số.

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = 3 \\ n = -1 \end{cases} \text{ không thỏa mãn.}$$

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-3; 3)$ sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

• **Trường hợp 1:** Nếu $m = 0$ thì hàm số có dạng $y = x + 1$.

Đồ thị của hàm số này không có tiệm cận ngang.

• **Trường hợp 2:** Nếu $m < 0$

$$\text{ĐKXĐ: } mx^2 + 1 > 0 \Leftrightarrow x^2 < \frac{-1}{m} \Leftrightarrow -\sqrt{\frac{-1}{m}} < x < \sqrt{\frac{-1}{m}} \Rightarrow D = \left(-\sqrt{\frac{-1}{m}}; \sqrt{\frac{-1}{m}} \right).$$

Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

• **Trường hợp 3:** Nếu $m > 0 \Rightarrow \text{TXĐ: } D = (-\infty; +\infty)$

Khi đó đồ thị hàm số luôn có hai tiệm cận ngang.

$$\text{Thật vậy, } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(1 + \frac{1}{x} \right)}{|x| \sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x} \right)}{\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{m}}$$

$$\text{Và } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 + \frac{1}{x} \right)}{|x| \sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x} \right)}{-\sqrt{m + \frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}$$

Vì $m \in (-3; 3)$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 19: [DS12.C1.3.D02.c] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2} \text{ trên tập hợp } D = (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2} \right]. \text{ Tính } P = M + m?$$

A. $P = 2$.

B. $P = 0$.

C. $P = -\sqrt{5}$.

D. $P = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số: $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$

TXĐ: $D = (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$

$$y' = \frac{\frac{x(x-2)}{\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-1}}{(x-2)^2} = \frac{-2x+1}{(x-2)^2 \sqrt{x^2-1}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} (L)$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$\frac{3}{2}$
$f'(x)$	$+$			$-$
$f(x)$	-1	0	0	$-\sqrt{5}$

Dựa vào BBT có GTLN $M = 0$, GTNN $m = -\sqrt{5}$

Suy ra $P = -\sqrt{5}$. Chọn C

Câu 20: [DS12.C1.1.D02.c] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho hình vẽ. Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào?

x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	3	2	-1	2	4

A. $(-2; 0)$.

B. $(-4; -2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $y = g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$

TXĐ: $D = [-1, 3]$

Có $y' = -\frac{1}{2}f'\left(1-\frac{x}{2}\right)+1$

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến khi:

$$y' \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}f'\left(1-\frac{x}{2}\right)+1 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq f'\left(1-\frac{x}{2}\right)$$

Dựa vào BBT có

$$2 \leq f'\left(1-\frac{x}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq 1-\frac{x}{2} \leq x_0; x_0 \in (-1; 0) \\ 2 \leq 1-\frac{x}{2} \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq -\frac{x}{2} \leq x_0 - 1 \\ 1 \leq -\frac{x}{2} \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \geq x \geq 2-2x_0 \\ -2 \geq x \geq -4 \end{cases}. \text{ Chọn B}$$

Câu 21. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$. Tính tổng P của các giá trị m của S .

A. $P = 10$.

B. $P = 9$.

C. $P = -9$.

D. $P = -10$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Ta có $y' = \frac{1-m}{(x-m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m < 0 \\ m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 4$.

Do chỉ nhận các giá trị nguyên nên $m \in \{2; 3; 4\} \Rightarrow S = 2 + 3 + 4 = 9$.

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{4x+m}$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của hàm số?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. vô số.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{m}{4}\right\}$.

Ta có $y' = \frac{m^2-4}{(4x+m)^2}$. Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow m^2-4 < 0$

$\Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Do chỉ nhận các giá trị nguyên nên $m \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 23: [DS12.C1.1.D03.c] Tìm các mối liên hệ giữa các tham số a và b sao cho hàm số $y = f(x) = 2x + a \sin x + b \cos x$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$?

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$.

B. $a + 2b \geq \frac{1+\sqrt{2}}{3}$.

C. $a^2 + b^2 \leq 4$.

D. $a + 2b = 2\sqrt{3}$.

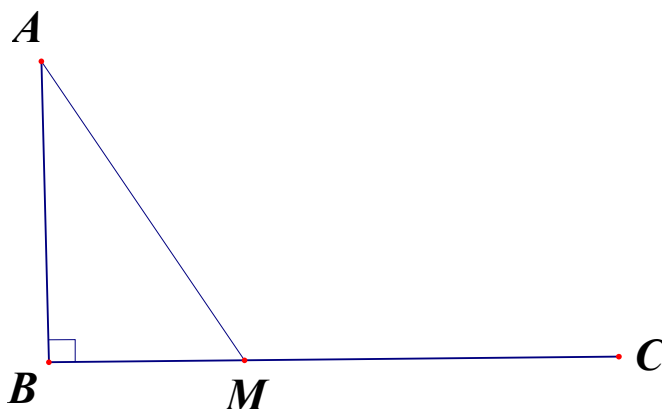
Lời giải**Chọn C**

Hàm số $y = f(x) = 2x + a\sin x + b\cos x$ luôn tăng trên R khi

a. $f'(x) = 2 + a\cos x - b\sin x \geq 0 \quad \forall x \in R$.

$$\Leftrightarrow \min_R f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{a^2 + b^2} + 2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \leq 4.$$

Câu 24: [DS12.C1.3.D06.d] Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A có khoảng cách đến bờ biển $AB = 5km$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7km$. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc $4km/h$ rồi đi bộ đến C với vận tốc $6km/h$. Vị trí của điểm M cách B một khoảng bao nhiêu để người đó đi đến C nhanh nhất?



A. $0km$

B. $\frac{14+5\sqrt{5}}{12} km$

C. $2\sqrt{5}km$

D. $7km$

Lời giải**Chọn C**

Gọi khoảng cách từ M đến B là $x km$ ($0 \leq x \leq 7$).

Khi đó: $MC = 7 - x$ và $AM = \sqrt{x^2 + 25}$.

Người đó đi từ A đến C hết khoảng thời gian là: $f(x) = \frac{7-x}{6} + \frac{\sqrt{x^2+25}}{4}$ (giờ).

Người đó đi từ A đến C nhanh nhất khi $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Hàm số $f(x) = \frac{7-x}{6} + \frac{\sqrt{x^2+25}}{4}$ liên tục trên đoạn $[0; 7]$.

$$f'(x) = \frac{-1}{6} + \frac{x}{4\sqrt{x^2+25}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}.$$

$$\min_{[0;7]} f(x) = \min\{f(0); f(2\sqrt{5}); f(7)\} = f(2\sqrt{5}). \text{ Nên ta chọn C.}$$

Câu 25: [DS12.C1.2.D04.c] Gọi S là tập các giá trị m là số nguyên để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x + 2m - 3$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 18$.
 Tính tổng P của các giá trị nguyên m của S

A. $P = -4$.

B. $P = 1$.

C. $P = -\frac{3}{2}$.

D. $P = -5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + m - 2$.

Hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + m - 2 = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - m + 2 > 0 \Leftrightarrow m^2 + m + 3 > 0 \text{ (luôn đúng với mọi m).}$$

Do đó, với mọi m thì hàm số có 2 cực trị x_1, x_2 . Theo định lí Vi-et có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$$

Theo giả thiết $x_1^2 + x_2^2 = 18 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 18 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - 2m + 4 - 18 = 0$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 6m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-5}{2} \end{cases} \Rightarrow m = 1 \text{ (vì m nhận giá trị nguyên)}$$

Câu 26: [HH12.C1.3.D03.c] Cho hình chóp đều S.ABC cạnh bằng a, cạnh bên bằng 2a. Gọi M là trung điểm của SB, N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích V của khối chóp A.BCNM bằng

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{11}}{16}$.

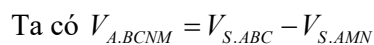
B. $V = \frac{a^3 \sqrt{11}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{11}}{18}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{11}}{36}$.

Lời giải

Chọn C


$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3} \cdot V_{S.ABC} \Rightarrow V_{A.BCNM} = V_{S.ABC} - \frac{1}{3} \cdot V_{S.ABC} = \frac{2}{3} \cdot V_{S.ABC}$$

ΔABC đều cạnh a nên trung tuyến AD có độ dài là $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AD = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Tam giác $\triangle SHA$ vuông tại H, có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên có diện tích là $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a \sqrt{11}}{\sqrt{3}} = \frac{a^3 \sqrt{11}}{12} \Rightarrow V_{A.BCNM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3 \sqrt{11}}{12} = \frac{a^3 \sqrt{11}}{18}$

D. 10.

Chọn B

Hình bát diện đều có 6 đỉnh, 12 cạnh và 8 mặt.

- Câu 28:** Mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của bao nhiêu mặt của khối đa diện ?
A. Bốn mặt. **B. Hai mặt.** C. Ba mặt. D. Năm mặt.

Lời giải

Chọn B

Hình đa diện có tính chất: Mỗi cạnh thuộc một mặt là cạnh chung của đúng hai mặt.

- Câu 29:** [HH12.C1.3.D02.a] Cho khối chóp tam giác có đường cao bằng 100 cm và cạnh đáy bằng 20 cm, 21 cm, 29 cm. Tính thể tích của khối chóp này

- A. $7000\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. 6000 cm^3 . C. 6213 cm^3 . **D. 7000 cm^3 .**

Lời giải

Chọn D

$$B = \sqrt{35(35-20)(35-21)(35-29)} = 210 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}210.100 = 7000 \text{ cm}^3$$

- Câu 30:** [HH12.C1.3.D01.a] Cho hình 20 mặt đều có cạnh bằng 2. Gọi S là tổng diện tích của tất cả các mặt của hình đa diện. Mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. $S = 20\sqrt{3}$.** B. $S = 20$. C. $S = 10\sqrt{3}$. D. $S = 10$.

Lời giải

Chọn A

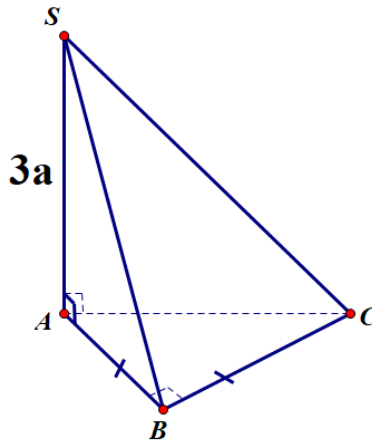
$$S = 20 \cdot \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = 20\sqrt{3}$$

- Câu 31:** [HH12.C1.3.D02.b] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, $SA=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp SABC.

- A. $3a^3$. B. $27a^3$. C. $9a^3$. **D. $\frac{3a^3}{2}$.**

Lời giải

Chọn D



Góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SBA} = 60^\circ$. Xét tam giác SAB vuông tại A có $SA = 3a$, $\widehat{SBA} = 60^\circ$ nên $AB = \frac{SA}{\tan 60^\circ} = a\sqrt{3}$. Khi đó $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{3a^2}{2}$ nên $V_{SABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a^3}{2}$.

Đáp án D

Câu 32: [HH12.C1.3.D02.b] Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

- A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$. **B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.** C. 8 cm^3 . D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn B

Độ dài cạnh của hình lập phương là: $\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$

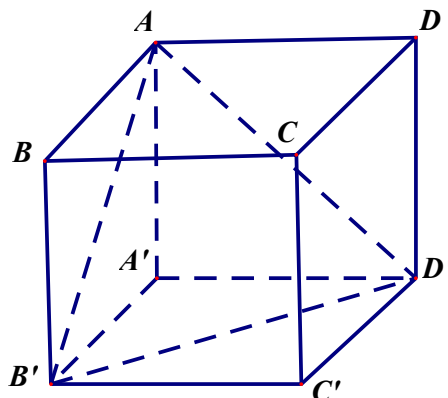
Thể tích khối lập phương là: $V = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3$

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2 \text{ cm}$; $AD = 5 \text{ cm}$; $AA' = 3 \text{ cm}$. Tính thể tích khối chóp $A.A'B'D'$.

- A. 5 cm^3 .** B. 10 cm^3 . C. 20 cm^3 . D. 15 cm^3 .

Lời giải

Chọn A.



Ta có : $V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3} AA' \cdot \frac{1}{2} A'B' \cdot A'D' = 5(cm^3)$

Câu 34: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình vuông .Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. Tính theo a thể tích V của khối hộp đã cho .

A. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

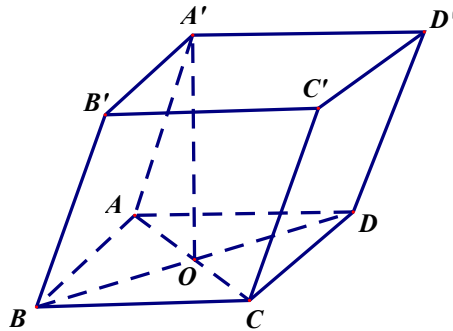
B. $V = 4a^3\sqrt{2}$.

C. $V = 8a^3$.

D. $V = \frac{8a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có : $A'O \perp (ABCD)$; $AO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$

$$A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = a\sqrt{2}$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot A'O = 4a^2 \cdot a\sqrt{2} = 4a^3\sqrt{2}$$

Câu 35: [HH12.C1.3.D03.c] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm của SC . Mặt phẳng qua AM và song song với BD , cắt SB, SD lần lượt tại E và F và chia khối chóp thành hai phần . Tính thể tích V của khối chóp không chứa đỉnh S .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

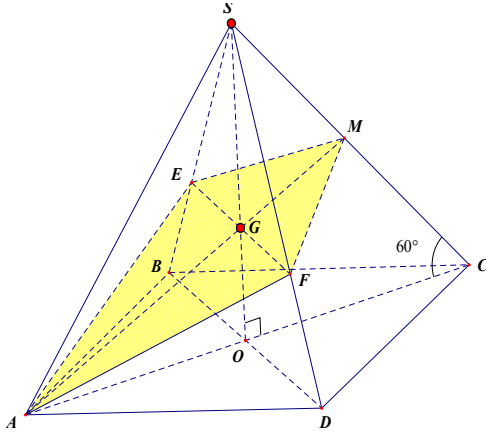
B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



+) Gọi $O = AC \cap BD, G = AM \cap SO$

$$\Rightarrow G \text{ là trọng tâm } \triangle SAC \Rightarrow \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}.$$

+) Ta có $\widehat{(SC; (ABCD))} = \widehat{(SC; OC)} = \widehat{SCO} = 60^\circ$.

$$\text{Có } OC = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SO = OC \cdot \tan \widehat{SCO} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$$

+) Gọi (α) là mặt phẳng chứa AM và song song với $BD \Rightarrow (\alpha)$ là mặt phẳng đi qua G và song song với BD và cắt SB, SD lần lượt tại E và F . Do đó (α) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AEMF \Rightarrow (\alpha)$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần là khối chóp $S.AEMF$ và khối đa diện $EMFABCD$.

$$+) \text{ Ta có } EF \text{ đi qua } G \text{ và } EF \parallel BD \Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3}.$$

$$+) \frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABD}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.AEF} = \frac{4}{9} V_{S.ABD} = \frac{2}{9} V_{S.ABCD}$$

$$+) \frac{V_{S.EFM}}{V_{S.BCD}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{9} \Rightarrow V_{S.EFM} = \frac{2}{9} V_{S.BCD} = \frac{1}{9} V_{S.ABCD}$$

$$+) \text{ Ta có } V_{S.AEMF} = V_{S.AEF} + V_{S.EFM} = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}.$$

$\Rightarrow$ Thể tích phần khối chóp không chứa đỉnh S là :

$$V = V_{S.ABCD} - V_{S.AEMF} = \frac{2}{3} V_{S.ABCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}. \Rightarrow \text{Chọn đáp án B.}$$

Câu 36: [HH12.C1.3.D02.b] Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$, tính theo a thể tích V của hình chóp đã cho

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

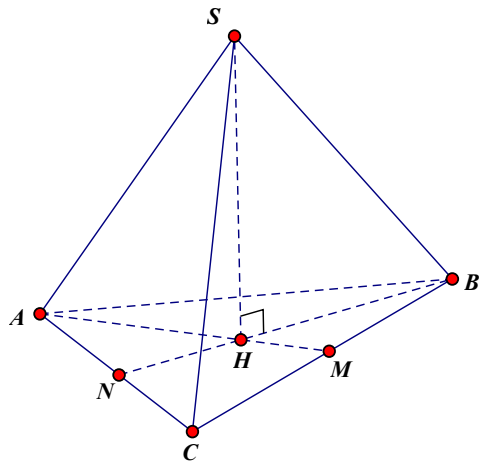
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn D



+) Gọi N là trung điểm của AC và H là tâm của $\triangle ABC$.

$$\Rightarrow BH = \frac{2}{3}BN = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

+) Có $SH \perp (ABC) \Rightarrow \triangle SHB$ vuông tại $H \Rightarrow SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{\frac{21a^2}{36} - \frac{a^2}{3}} = \frac{a}{2}$.

+) Lại có $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (vì $\triangle ABC$ đều có cạnh là a)

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}. \Rightarrow \text{Chọn Đáp án D.}$$

Câu 37: [HH12.C1.3.D05.b] Một khúc gỗ dạng hình hộp chữ nhật có kích thước như hình vẽ. Người ta cắt đi một phần khúc gỗ dạng hình lập phương cạnh 4cm. Tính thể tích phần còn lại.

A. $262cm^3$

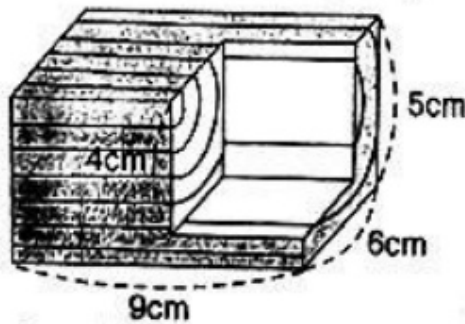
B. $54cm^3$

C. $145cm^3$

D. $206cm^3$

Lời giải:

Chọn D.



Thể tích khối gỗ khi chưa cắt bớt là: $V_1 = 5.6.9 = 270 \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích phần cắt bớt là: $V_2 = 4^3 = 64 \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích phần còn lại là: $V = V_1 - V_2 = 270 - 64 = 206 \text{ (cm}^3\text{)}$

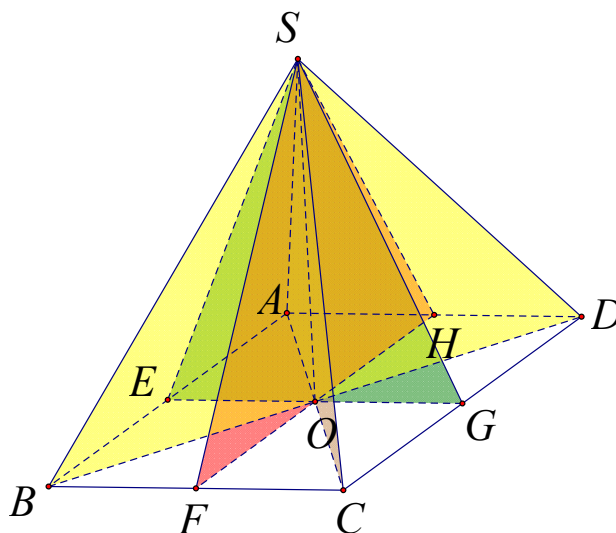
Câu 38: [HH12.C1.1.D04.b] Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt đối xứng?

- A. 1 B. 3 C. 2 **D. 4**

Lời giải:

Chọn D.

Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt đối xứng: Có hai mặt là mặt trung trực các cặp cạnh đối mp(SEG) và mp(SHF); có hai mặt là mặt trung trực các đường chéo hình vuông đáy là mp(SAC) và mp(SBD).



Câu 39: [HH12.C1.3.D02.a] Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a .

Tính thể tích của (H) .

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.** D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

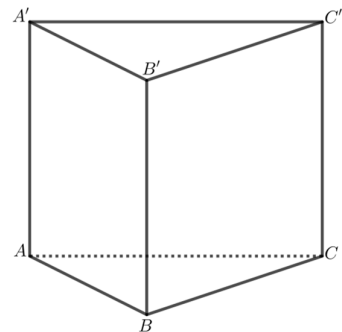
Lời giải:

Chọn C.

Gọi (H) là lăng trụ đứng tam giác đều $ABC.A'B'C'$.

Ta có thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Câu 40: [HH12.C1.3.D02.b] Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

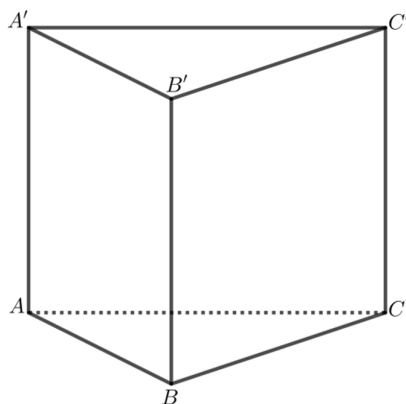
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải:

Chọn C.



Gọi tên lăng trụ tam giác đều là $ABC.A'B'C'$.

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Theo bài ta có: $3S_{ABB'A'} = 3a^2 \Leftrightarrow AB \cdot AA' = a^2 \Leftrightarrow AA' = a$

Ta có thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Câu 41: [HH12.C1.3.D02.b] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = a$. Cạnh bên $SA = 2a$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$

B. $V = \frac{a^3}{3}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải

Chọn B

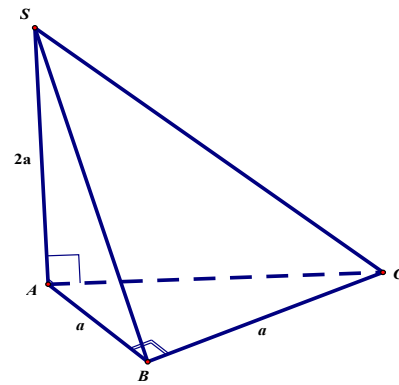
Ta có: $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC}$

Mà $SA = 2a$;

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại B , nên

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{3}.$$



Câu 42: [HH12.C1.1.D02.a] Một hình chóp có 100 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

A. 53.

B. 51.

C. 50.

D. 52.

Lời giải

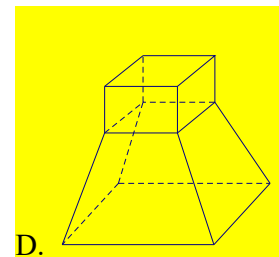
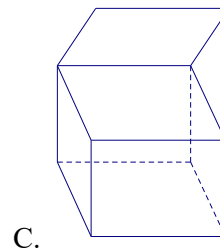
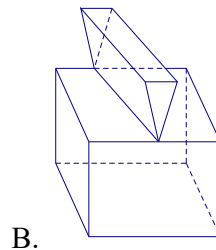
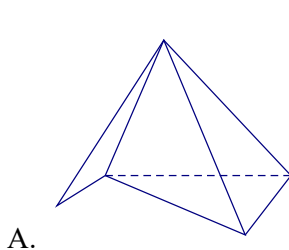
Chọn B

Gọi n là số cạnh đáy của hình chóp, khi đó số cạnh của hình chóp là $2n$, số mặt là $n + 1$, số đỉnh là $n + 1$.

Khi đó theo giả thiết ta có: $2n = 100 \Leftrightarrow n = 50$

Vậy số mặt của hình chóp có 100 cạnh là: $n + 1 = 50 + 1 = 51$.

Câu 43: [HH12.C1.1.D01.a] Trong các vật thể sau đây, vật thể nào là hình đa diện?



Lời giải

Chọn D

Hình B, C, D vi phạm khái niệm hình đa diện.

Câu 44: [HH12.C1.3.D04.b] Cho khối chóp có thể tích $V = 36 (cm^3)$ và diện tích mặt đáy $B = 6 (cm^2)$. Tính chiều cao của khối chóp.

A. $h = 18 (cm)$

B. $h = \frac{1}{2} (cm)$

C. $h = 6 (cm)$

D. $h = 72 (cm)$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3}Bh$ ta có $h = 18(cm)$

Câu 45: [HH12.C1.3.D05.b] Kim tự tháp Kheops (Kê-ốp) ở Ai cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao $147m$ cạnh đáy dài $230m$. Tính thể tích của nó

A. $2592100m^3$.

B. $3888150m^3$.

C. $7776300m^3$.

D. $2952100m^3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có diện tích đáy là: $S = 230^2 = 52900m^2$

Thể tích của kim tự tháp là: $V = \frac{1}{3}.S.h = \frac{1}{3}.52900.147 = 2592100m^3$

Câu 46: [HH12.C1.3.D03.c] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh $A'B'$ và BC . Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương thành hai khối đa diện. Gọi (H) là khối đa diện chứa đỉnh A và (H') là khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_{(H)}}{V_{(H'')}}$

A. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{55}{89}$.

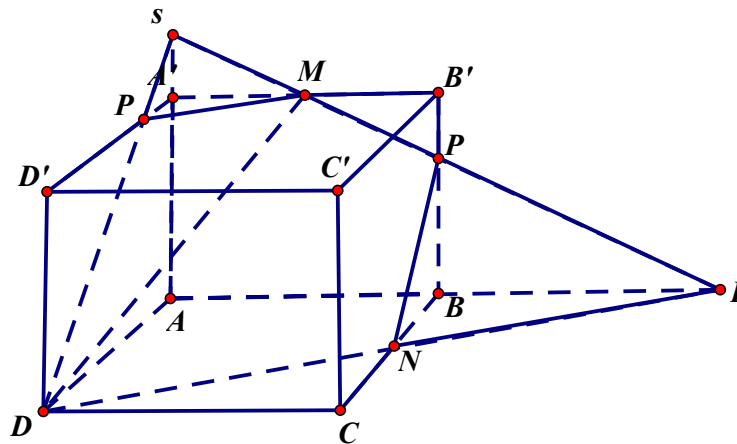
B. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{37}{48}$.

C. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{1}{2}$.

D. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Dễ dàng dựng được thiết diện như hình vẽ.

Ta có: $\frac{SA'}{SA} = \frac{SM}{SI} = \frac{SP}{SD} = \frac{AM}{AI} = \frac{1}{4}$ suy ra $\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ADI}} = \frac{1}{64} \Rightarrow V_{AMP.ADI} = \frac{63}{64}.V_{S.ADI}$.

$V_{S.ADI} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AI \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{4a}{3} = \frac{4a^3}{9} \Rightarrow V_{AMP.ADI} = \frac{63}{64}.V_{S.ADI} = \frac{63}{64} \cdot \frac{4a^3}{9} = \frac{7a^3}{16}$

$$V_{IPBN} = \frac{1}{6} \cdot BN \cdot BI \cdot BP = \frac{1}{6} \cdot \frac{a}{2} \cdot a \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a^3}{18} \Rightarrow V_{(H)} = V_{AMP.ADI} - V_{IPBN} = \frac{7a^3}{16} - \frac{a^3}{18} = \frac{55a^3}{144}$$

$$\Rightarrow V_{(H')} = V_{klp} - V_{(H)} = a^3 - \frac{55a^3}{144} = \frac{89a^3}{144} \text{ suy ra } \frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{55}{89}.$$

Câu 47: [HH12.C1.3.D02.c] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của AD , biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{3\sqrt{17}}{5}a^3$.

B. $\frac{3\sqrt{23}}{5}a^3$.

C. $\frac{3\sqrt{15}}{5}a^3$.

D. $\frac{3\sqrt{19}}{5}a^3$.

Lời giải

Chọn C.

- Theo giả thiết ta có $SI \perp (ABCD)$.
- Gọi K là trung điểm $AB \Rightarrow ADCK$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow CK \perp AB \Rightarrow BC = \sqrt{CK^2 + KB^2} = a\sqrt{5}.$$

- Dựng $IH \perp BC$ tại H
 $\Rightarrow BC \perp (SIH) \Rightarrow \widehat{SHI} = 60^\circ$ là góc giữa (SBC) và $(ABCD)$.

Ta có:

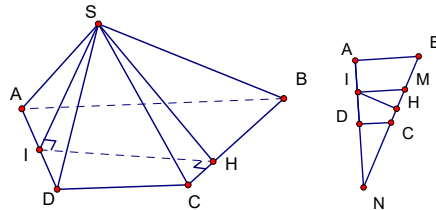
$$S_{\Delta BCI} = S_{ABCD} - S_{\Delta ABI} - S_{\Delta DCI} = 3a^2 - a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$$

$$\Rightarrow IH = \frac{2 \cdot S_{\Delta BCI}}{BC} = \frac{3a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{3a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow SI = IH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{15}}{5} \cdot 3a^2 = \frac{3a^3\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{3\sqrt{15}}{5}a^3.$$

CÁCH TRÌNH BÀY KHÁC :



- Từ giả thiết suy ra $SI \perp (ABCD)$, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{ABCD}$.

- $S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2} \cdot AD = 3a^2$.
- Gọi H là hình chiếu của I trên BC, M là trung điểm của BC, N là giao điểm của AD và BC suy ra góc giữa (SBC) và (ABCD) bằng $\widehat{SHI} = 60^\circ$ và IH là đường cao của tam giác vuông IMN.

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IM^2} + \frac{1}{IN^2} = \frac{4}{9a^2} + \frac{1}{9a^2} = \frac{5}{9a^2} \Rightarrow IH = \frac{3a}{\sqrt{5}}; SI = IH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{\sqrt{5}} \sqrt{3} = \frac{3a\sqrt{15}}{5}$$
- Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{3a^3\sqrt{15}}{5}$.

Câu 48: [HH12.C1.3.D06.d] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = BD = CD = 1$. Khi thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

A. $\frac{1}{3}$.

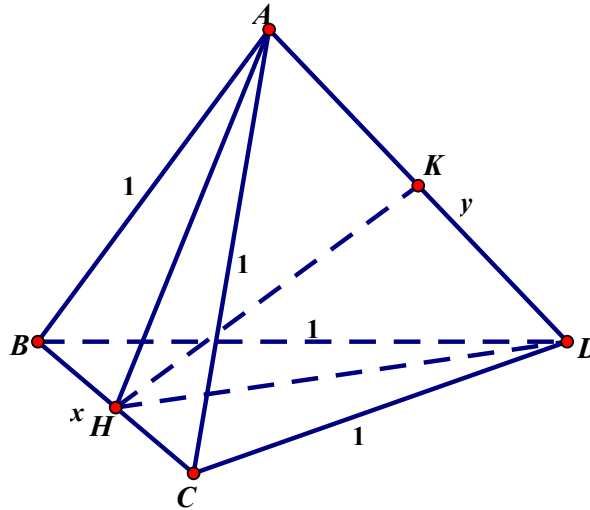
B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn D.



- Đặt $BC = x$, $AD = y$ ($x, y > 0$).

- Gọi H, K lần lượt là trung điểm của BC và AD . Do các tam giác ABC và DBC cân tại A và D nên $AH \perp BC$, $DH \perp BC \Rightarrow BC \perp (ADH) \Rightarrow BC \perp HK$.

Lại do các tam giác ABC và DBC bằng nhau nên $AH = DH \Rightarrow HK \perp AD$ hay $HK = d(AD, BC)$.

- Ta có: $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{2} \Rightarrow HK = \sqrt{AH^2 - AK^2} = \frac{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}{2}$

$\Rightarrow S_{\Delta HAD} = \frac{1}{2} HK \cdot AD \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot BC \cdot S_{\Delta HAD} = \frac{1}{3} \cdot BC \cdot \frac{1}{2} \cdot HK \cdot AD = \frac{1}{12} x \cdot y \cdot \sqrt{4 - x^2 - y^2}$.

Áp dụng BĐT **Côsi** ta có:

$$V_{ABCD} = \frac{1}{12} xy \sqrt{4 - x^2 - y^2} = \frac{1}{12} \sqrt{x^2 \cdot y^2 \cdot (4 - x^2 - y^2)} \leq \frac{1}{12} \sqrt{\left(\frac{x^2 + y^2 + 4 - x^2 - y^2}{3} \right)^3} = \frac{2\sqrt{3}}{27}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = y^2 = 4 - x^2 - y^2 \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

$$\text{Do đó } V_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{27} \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}. \text{ Khi đó : } HK = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } d(AD, BC) = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 49: [HH12.C1.3.D02.c] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $AC = 2a\sqrt{3}$, $BD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

Biết khoảng cách từ tâm O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = a^3\sqrt{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B.

- Gọi O là giao điểm của AC và BD , theo giả thiết ta có $SO \perp (ABCD)$.

- Dựng $OH \perp AB$ tại H

$\Rightarrow AB \perp (SOH) \Rightarrow (SAB) \perp (SOH)$ (giao tuyến SH)

Dựng $OK \perp SH$ tại K

$$\Rightarrow SK \perp (SAB) \Rightarrow SK = d(O, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

- Lại do: $ABCD$ là hình thoi nên $OA \perp OB$

$$\Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Rightarrow \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OK^2} - \frac{1}{OA^2} - \frac{1}{OB^2} = \frac{16}{3a^2} - \frac{1}{3a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{4}{a^2}$$

$$\Rightarrow SO = \frac{a}{2}; S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 2a^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot 2a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 50: [HH12.C1.3.D06.d] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và có $SA = SB = SC = 1$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

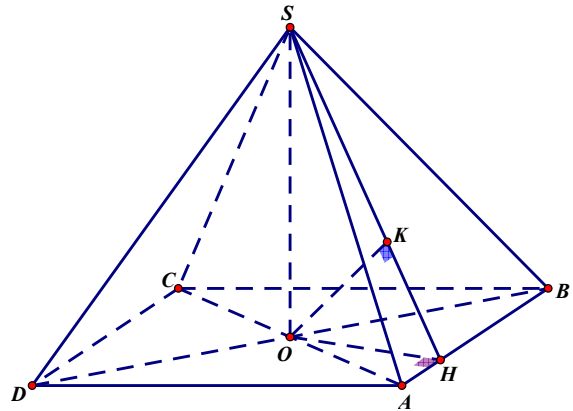
B. $V_{\max} = \frac{1}{6}$.

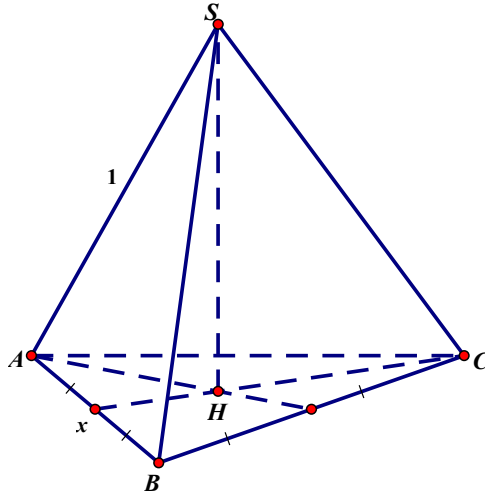
C. $V_{\max} = \frac{1}{12}$.

D. $V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn B.





- Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC , theo giả thiết suy ra $SH \perp (ABC)$.

- Đặt $AB = x \Rightarrow AH = \frac{x\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{1 - \frac{3x^2}{9}} = \frac{\sqrt{9-3x^2}}{3}$; $S_{\Delta ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{9-3x^2}}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{12} \cdot x^2 \cdot \sqrt{3-x^2}.$$

Áp dụng BĐT **Côsi** ta được:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{12\sqrt{2}} \sqrt{x^2 \cdot x^2 \cdot (6-2x^2)} \leq \frac{1}{12\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{x^2 + x^2 + 6-2x^2}{3} \right)^3} = \frac{1}{6}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

Vậy $V_{\max} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow AB = \sqrt{2}$.