

Họ và tên học sinh:.

Số báo danh:.

Mã đề 101

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_n = 3^n$. Công bội q bằng

- A. 3. B. ± 3 . C. $\frac{1}{3}$. D. -3 .

Câu 2. Trong không gian cho ba điểm $A(5; -2; 0)$, $B(-2; 3; 0)$ và $C(0; 2; 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(1; 2; 1)$. C. $(2; 0; -1)$. D. $(1; 1; -2)$.

Câu 3. Trong không gian Oxy , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = 4$?

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 1. B. 5. C. 50. D. 122.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 4; -6)$ và $B(9; 7; 4)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(7; 3; 10)$. B. $(7; -3; 10)$. C. $(11; 11; -2)$. D. $(-7; -3; -10)$.

Câu 6. Một hộp chứa 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp bi?

- A. 480. B. 720. C. 80. D. 120.

Câu 7. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(1-2i)$.

- A. $\bar{z} = -2 + i$. B. $\bar{z} = -2 - i$. C. $\bar{z} = 2 - i$. D. $\bar{z} = 2 + i$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 + x + 4) = 1$ là

- A. $\{2\}$. B. $\{-2; 3\}$. C. $\{-3\}$. D. $\{-3; 2\}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

- A. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ B. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			2		-1		$+\infty$

Tìm khẳng định đúng dưới đây:

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

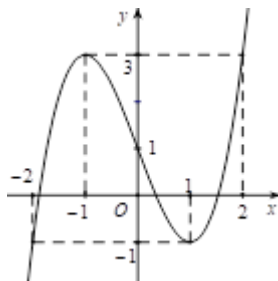
Câu 11. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_a a^2$.

- A. $I = -2$. B. $I = 2$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = -\frac{1}{2}$.

Câu 12. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



- A. $(1; 2)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $y = 0$. D. $x = 0$.

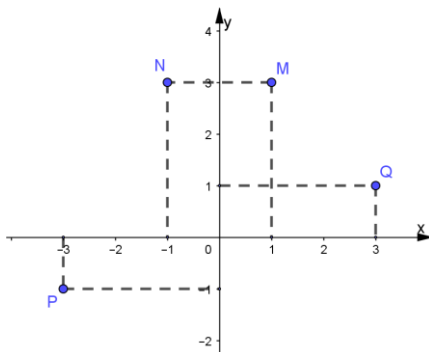
Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình: $2^{x^2-3x} < 16$ là:

- A. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$. B. $(-1; 4)$. C. $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. D. $(0; 4)$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông, có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng.

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 17. Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = (1+i)(2-i)$?



- A. Q. B. P. C. M. D. N.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (1; 1; 0)$. Tìm vector $\vec{v}$ ngược hướng với $\vec{u}$ biết $|\vec{v}| = 3\sqrt{2}$.

- A. $\vec{v} = (3; 3; 0)$. B. $\vec{v} = (-1; -1; -\sqrt{16})$. C. $\vec{v} = (-2; -2; 0)$. D. $\vec{v} = (-3; -3; 0)$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - 2x$ là

- A. $2e^{2x} - 1 + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} - x^2 + C$. C. $\frac{1}{2x+1}e^{2x} - x^2 + C$. D. $e^{2x} - x^2 + C$.

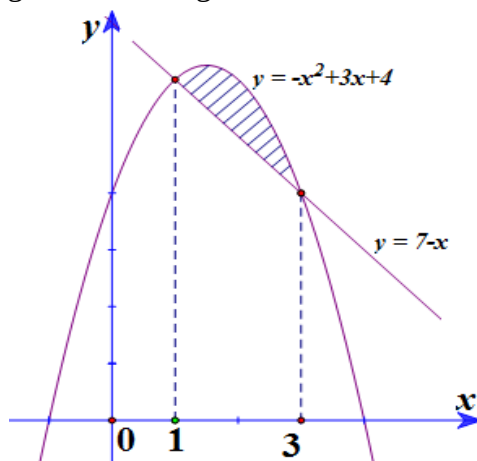
Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) nhận $N(0; 0; 3)$ làm tâm và đi qua gốc tọa độ O là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 6z + 9 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z - 9 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 + 6z = 0$

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 4 = 0$. Giá trị của $|z_1| + 2|z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{3}$. B. 2. C. 6. D. 4.

Câu 22. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $\int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx$. B. $\int_1^3 (x^2 - 2x - 11) dx$. C. $\int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$. D. $\int_1^3 (-x^2 + 2x + 11) dx$.

Câu 23. Trong không gian Oxyz, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 - t \end{cases}$ không đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $P(2; -2; 3)$. B. $N(-1; 5; 4)$. C. $M(3; -1; 2)$. D. $Q(1; 2; 3)$.

Câu 24. Nguyên hàm $I = \int \frac{x^2 + 2x}{x+1} dx$ trên khoảng $(0; +\infty)$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + x - \ln(x+1) + C$. B. $\frac{x^2}{2} - x - \ln(x+1) + C$.
C. $x^2 + x - \ln(x+1) + C$. D. $\frac{x^2}{2} + x + \ln(x+1) + C$.

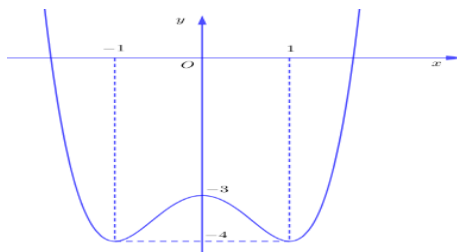
Câu 25. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-4}$.

- A. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. B. $(0; 3)$.
C. $D = \mathbb{R}$ D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

Câu 26. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$ khi đó $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

- A. 1. B. 12. C. -8. D. -3.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - m + 2020 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

- A. $\begin{cases} m > -3 \\ m = -4 \end{cases}$. B. $m > 2015$. C. $m > -3$. D. $\begin{cases} m > 2017 \\ m = 2016 \end{cases}$.

Câu 28. Thể tích của khối cầu đường kính $2a$ bằng

- A. $4\pi a^3$. B. $\frac{4\pi a^3}{3}$. C. $2\pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. D. $-\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-3	-1	0	1	2	3	
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

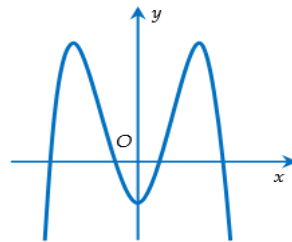
Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$

Câu 31. Hình nón có đường sinh $l = 2a$ và hợp với đáy góc $\alpha = 60^\circ$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng:

- A. $3\pi a^2$. B. πa^2 . C. $2\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 32. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



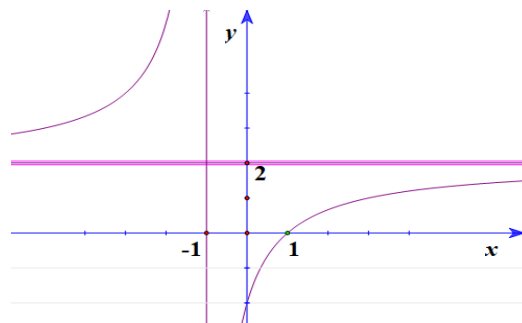
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b > 0, c > 0$.
C. $a < 0, b < 0, c < 0$. D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

Câu 33. Nếu $\log_7 x = \log_7 b - \log_7 a^2$ ($a, b > 0$) thì x nhận giá trị bằng

- A. a^2b . B. $a^{-2}b$. C. a^2b^2 . D. ab^2 .

Câu 34. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{2x-2}{x+1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x+2}$. C. $y = \frac{2x+2}{x+1}$. D. $y = \frac{2x}{x+1}$.

Câu 35. Phương trình $\log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5$ có hai nghiệm là a và $\frac{a}{b}$ (Với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $b - a$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của AD , góc giữa SB và mặt phẳng đáy ($ABCD$) là 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BH theo a

- A. $a\sqrt{\frac{2}{3}}$ B. $a\sqrt{\frac{2}{5}}$ C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$ D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 37. Giả sử vào cuối năm thì một chiếc Tivi mất 10% giá trị so với đầu năm. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho sau n năm, chiếc Tivi sẽ mất đi ít nhất 90% giá trị của nó?

- A. 20. B. 22. C. 16. D. 18.

Câu 38. Cho một hình thang cân $ABCD$ có các cạnh đáy $AB = 2a$, $CD = 4a$, cạnh bên $AD = BC = 3a$. Hãy tính thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình thang đó khi quay quanh trục đối xứng của nó.

- A. $\frac{14a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{28a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{14a^3}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{56a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 39. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 201 đến 300 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên 3 tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất để lấy được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 3.

- A. $\frac{2203}{7350}$. B. $\frac{2179}{7350}$. C. $\frac{248}{3675}$. D. $\frac{817}{2450}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}}$ bằng

- A. 2. B. 8. C. 12. D. 3.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx + 8}{x + 2m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$?

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 42. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 x = \log_4 y = \log_5(x + y)$. Giá trị của $2x + y$ bằng

- A. 25. B. 9. C. 34 D. 16.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ có $f(3) = -\frac{25}{3}$ và $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}, \forall x > 0$. Khi đó $\int_3^8 f(x)dx$ bằng

- A. 10. B. $\frac{25}{3}$. C. $\frac{68}{5}$. D. $\frac{13}{30}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại C có $AC = a, \angle ABC = 30^\circ$. Mặt bên (SAC) và (SBC) cùng tạo với đáy góc bằng nhau và bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a là:

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2(1+\sqrt{3})}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{1+\sqrt{3}}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2(1+\sqrt{2})}$. D. $V = \frac{a^3}{2(1+\sqrt{5})}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	2	-2	2	$+\infty$

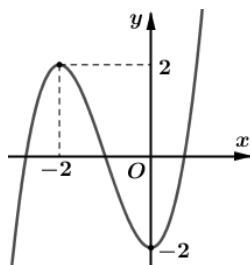
Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(1-2\sin x) = f(|m|)$ có nghiệm thực?

- A. 6. B. 7 C. 5. D. 4.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\max_{x \in [0;10]} f(x) = f(2) = 4$. Xét hàm số $g(x) = f(x^3 + x) - x^2 + 2x + m$. Giá trị của tham số m để $\max_{x \in [0;2]} g(x) = 8$ là

- A. 4. B. 3. C. 5. D. -1.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên. Hàm số $g(x) = f(-x^2 + 3x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



- A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$\sqrt{1 + \ln^2 x} [2019f(\ln x) + 2020 \cdot \ln x \cdot f(\ln^2 x)] = 2021 \ln x, \forall x \in 0; +\infty. \text{ Biết } \int_0^1 f(x) dx = \frac{a}{b}(\sqrt{2} - 1) \text{ với}$$

$\frac{a}{b}$ tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 5050. B. 4039. C. 4041. D. 4040.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị âm của tham số m để phương trình $\sqrt{2020m + \sqrt{2020m + x^2}} = x^2$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 0. C. Vô số. D. 1.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < x \leq 2020$ và $2^x + \log_2 \frac{x}{2-y} = 2^{2-y}$

- A. 2018. B. 2020. C. 2019. D. 2021.

----- HẾT -----

Mã đề Câu	101	102	103	104
1	A	D	A	C
2	A	A	C	C
3	B	B	D	A
4	C	A	B	D
5	A	C	D	C
6	D	B	D	A
7	C	B	B	B
8	D	B	B	B
9	C	A	C	A
10	A	C	D	B
11	B	C	B	B
12	C	A	B	B
13	A	B	C	C
14	D	B	C	C
15	B	C	C	C
16	A	D	C	B
17	A	B	A	C
18	D	C	B	C
19	B	C	A	D
20	C	D	D	C
21	C	C	B	D
22	A	C	D	A
23	A	C	C	A
24	A	C	C	C
25	D	C	B	D
26	B	B	A	B
27	D	A	B	A
28	B	A	C	A
29	B	A	D	B
30	C	D	B	A
31	A	D	D	D
32	A	A	B	D
33	B	C	C	C
34	A	B	A	D

35	A	C	C	C
36	B	D	B	A
37	B	A	A	D
38	A	B	A	A
39	D	C	C	A
40	B	D	A	D
41	B	D	C	D
42	C	D	B	D
43	D	C	A	A
44	A	A	C	C
45	B	A	A	D
46	B	A	C	C
47	A	D	D	C
48	A	A	B	C
49	D	D	A	D
50	B	C	D	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU CUỐI TRONG ĐỀ THI THỬ TN THPTYP2

1. Có bao nhiêu giá trị âm của tham số m để phương trình $\sqrt{2020m + \sqrt{2020m + x^2}} = x^2$ có hai nghiệm thực phân biệt ?

A. 1.

B. 0.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải

Điều kiện $2020m + x^2 \geq 0$.

Phương trình $\sqrt{2020m + \sqrt{2020m + x^2}} = x^2 \Leftrightarrow 2020m + \sqrt{2020m + x^2} = x^4$

$$\Leftrightarrow 2020m + x^2 + \sqrt{2020m + x^2} = x^4 + x^2 \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ trên $[0; +\infty)$, ta có $f'(t) = 2t + 1 > 0, \forall t \geq 0 \Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $[0; +\infty)$.

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow f(\sqrt{2020m + x^2}) = f(x^2) \Leftrightarrow \sqrt{2020m + x^2} = x^2 \Leftrightarrow 2020m = x^4 - x^2.$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = x^4 - x^2 \text{ có } g'(x) = 4x^3 - 2x; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$		
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$		

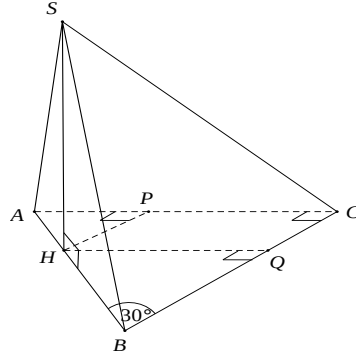
$$\text{Từ bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có 2 nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} 2020m = -\frac{1}{4} \\ 2020m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8080} \\ m > 0 \end{cases}.$$

Vì m âm nên $m = -\frac{1}{8080}$. Vậy có 1 giá trị cần tìm.

2. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABC) , tam giác ABC vuông tại C có $AC = a, \angle ABC = 30^\circ$. Mặt bên (SAC) và (SBC) cùng tạo với đáy góc bằng nhau và bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a là:

A. $V = \frac{a^3}{2(1+\sqrt{5})}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2(1+\sqrt{3})}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{1+\sqrt{3}}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2(1+\sqrt{2})}$.

Lời giải



+ Theo đề $(SAB) \perp (ABC)$ theo giao tuyến AB . Dựng $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (SAB)$.

+ $\triangle ABC$ vuông nên $\tan 30^\circ = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \quad (1).$$

+ Dựng $HP \perp AC, HQ \perp BC \Rightarrow \angle SPH = \angle SQH = ((SAC), (ABC)) = ((SBC), (ABC)) = 60^\circ$.

$\Rightarrow \triangle SPH = \triangle SQH \Rightarrow HP = HQ$.

$\Rightarrow HPCQ$ là hình vuông. Đặt $HQ = x, 0 < x < a\sqrt{3} \Rightarrow QB = a\sqrt{3} - x$.

$\triangle HQB$ vuông nên $\tan 60^\circ = \frac{QB}{HQ} \Rightarrow x\sqrt{3} = a\sqrt{3} - x \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = HQ$.

$\triangle SHQ$ vuông nên $\tan 60^\circ = \frac{SH}{HQ} \Rightarrow SH = \frac{3a}{\sqrt{3}+1} \quad (2).$

Từ (1) và (2): $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2(\sqrt{3}+1)}$.

3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$\sqrt{1 + \ln^2 x} [2019f(\ln x) + 2020 \cdot \ln x \cdot f(\ln^2 x)] = 2021 \ln x, \forall x \in 0; +\infty. \text{ Biết } \int_0^1 f(x) dx = \frac{a}{b}(\sqrt{2} - 1) \text{ với } \frac{a}{b}$$

tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Khi đó $a + b$ bằng

A. 4041.

B. 4039.

C. 4040.

D. 5050.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta suy ra: } 2019f(\ln x) + 2020 \cdot \ln x \cdot f(\ln^2 x) = \frac{2021 \cdot \ln x}{\sqrt{1 + \ln^2 x}}, \forall x \in 0; +\infty.$$

$$\Rightarrow \frac{2019}{x} f(\ln x) + \frac{2020 \ln x}{x} f(\ln^2 x) = \frac{2021 \ln x}{x \sqrt{1 + \ln^2 x}}, \forall x \in 0; +\infty.$$

$$\Rightarrow \int_1^e \left(\frac{2019}{x} f(\ln x) + \frac{2020 \ln x}{x} f(\ln^2 x) \right) dx = \int_1^e \frac{2021 \ln x}{x \sqrt{1 + \ln^2 x}} dx$$

$$\Rightarrow 2019 \int_1^e f(\ln x) d \ln x + 1010 \int_1^e f(\ln^2 x) d \ln^2 x = \frac{2021}{2} \int_1^e \frac{d(1 + \ln^2 x)}{\sqrt{1 + \ln^2 x}}$$

$$\Rightarrow 2019 \int_0^1 f(t) d(t) + 1010 \int_0^1 f(t) d(t) = 2021(\sqrt{2} - 1)$$

$$\Rightarrow 3029 \int_1^2 f(t) d(t) = 2021(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow \int_1^2 f(t) d(t) = \frac{2021}{3029}(\sqrt{2} - 1).$$

$$\text{Nên } \Rightarrow a + b = 5050.$$

4. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < x \leq 2020$ và $2^x + \log_2 \frac{x}{2-y} = 2^{2-y}$?

A. 2018.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2021.

Lời giải

$$\text{pt (1)} \Leftrightarrow 2^x + \log_2 x = 2^{2-y} + \log_2 (2-y).$$

Hàm số $f(t) = 2^t + \log_2 t$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$

$$f'(t) = 2^t \ln 2 + \frac{1}{t \ln 2} > 0, \forall t > 0 \Rightarrow \text{hs } f(t) \text{ đồng biến trên } (0; +\infty)$$

$$\text{Mà phương trình (4)} \Leftrightarrow f(x) = f(2-y) \Leftrightarrow x = 2-y$$

Từ đó suy ra có 2020 cặp số thỏa mãn.

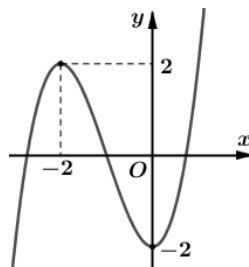
5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên. Hàm số $g(x) = f(-x^2 + 3x)$ có bao nhiêu điểm cực đại ?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.



Lời giải

Ta có $g'(x) = -2x + 3 \cdot f'(-x^2 + 3x)$;

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3 = 0 \\ f'(-x^2 + 3x) = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{theo đồ thị } f(x)} \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ -x^2 + 3x = -2 \\ -x^2 + 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{3 - \sqrt{17}}{2}$	0	1,5	3	$\frac{3 + \sqrt{17}}{2}$	$+\infty$
g'	+	0	-	0	+	0	-
g							

Dựa vào bảng biến thiên và đối chiếu với các đáp án, ta **chọn A**.

Chú ý: Dấu của $g'(x)$ được xác định như sau: Ví dụ chọn $x = 4 \in \left(\frac{3 + \sqrt{17}}{2}; +\infty\right)$

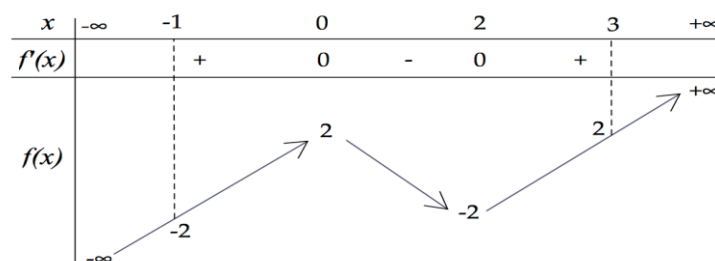
● $-2x + 3 = -5 < 0$. 1

● $-x^2 + 3x = -4 \xrightarrow{\text{theo đồ thị } f(x)} f'(-4) > 0$ (vì f đang tăng). 2

Từ 1 và 2, suy ra $g'(x) = -2x + 3 \cdot f'(-x^2 + 3x) < 0$ trên khoảng $\left(\frac{3 + \sqrt{17}}{2}; +\infty\right)$.

Nhận thấy các nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ là các nghiệm bội lẻ nên $g'(x)$ qua nghiệm đổi dấu.

6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(1-2\sin x) = f(|m|)$ có nghiệm thực?

- A. 6 . B. 5 . C. 4 . D. 7.

Lời giải

Đặt $t = 1 - 2\sin x \in [-1; 3]$, $\forall x$ phương trình trở thành $f(t) = f(|m|)$ có nghiệm $t \in [-1; 3]$.

Dựa trên bảng biến thiên để đường thẳng $y = f(|m|)$ cắt đồ thị hàm số $y = f(t)$ trên đoạn $[-1; 3]$ ta phải có $-2 \leq f(|m|) \leq 2 \Leftrightarrow |m| \leq 3$ Vì vậy $m \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

7. Giả sử vào cuối năm thì một chiếc Tivi mất 10% giá trị so với đầu năm. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho sau n năm, chiếc Tivi sẽ mất đi ít nhất 90% giá trị của nó?

- A. 16. B. 18. C. 20. D. 22.

Lời giải

Gọi x ($x > 0$) là giá trị Tivi lúc ban đầu. Theo đề bài sau 1 năm giá trị Tivi còn $0,9x$.

Cuối năm thứ nhất còn $0,9x$.

Cuối năm thứ hai còn $0,9 \cdot 0,9x = 0,9^2 x$.

.....

Cuối năm thứ n còn $0,9^n x$.

Theo đề bài, sau n năm Tivi mất đi ít nhất 90% giá trị nó nên ta có $0,9^n x \leq 0,1x \Leftrightarrow n > 21,86$. Mà n là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn nên $n = 22$

8. Phương trình $\log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5$ có hai nghiệm là a và $\frac{a}{b}$ (Với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản).

Giá trị của $b - a$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

$$\text{Điều kiện: } \frac{2x-1}{(x-1)^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình } \log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5 \Leftrightarrow \log_3 (2x-1) + (2x-1) - 1 = \log_3 (x-1)^2 + 3(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{(2x-1)}{3} + (2x-1) = \log_3 (x-1)^2 + 3(x-1)^2.$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + 3t$, $t > 0$ ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 3 > 0$, $\forall t > 0$ nên $f(t)$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$\text{Phương trình có dạng } f\left(\frac{2x-1}{3}\right) = f((x-1)^2) \Rightarrow \frac{2x-1}{3} = (x-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 = a \\ x = \frac{2}{3} = \frac{a}{b} \end{cases}.$$

9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\max_{x \in [0;10]} f(x) = f(2) = 4$. Xét hàm số

$g(x) = f(x^3 + x) - x^2 + 2x + m$. Giá trị của tham số m để $\max_{x \in [0;2]} g(x) = 8$ là

A. 5.

B. 4.

C. -1.

D. 3.

Lời giải

Đặt $t = x^3 + x$. Vì $x \in [0;2] \Rightarrow t \in [0;10]$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \max_{x \in [0;2]} g(x) &= \max_{x \in [0;2]} [f(x^3 + x) - x^2 + 2x + m] \leq \max_{x \in [0;2]} f(x^3 + x) + \max_{x \in [0;2]} [-x^2 + 2x + m] \\ &= \max_{t \in [0;10]} f(t) + 1 + m \text{ (với } t = x^3 + x \text{ và } \max_{x \in [0;2]} [-x^2 + 2x + m] = 1 + m). \\ &\leq \max_{x \in [0;10]} f(x) + 1 + m = 4 + 1 + m = 5 + m. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } \max_{x \in [0;2]} g(x) = 5 + m \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \max_{x \in [0;2]} g(x) = 8 \Leftrightarrow m + 5 = 8 \Leftrightarrow m = 3.$$

10. Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 201 đến 300 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên 3 tấm thẻ trong hộp. Tính xác suất để lấy được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 3.

A. $\frac{817}{2450}$.

B. $\frac{248}{3675}$.

C. $\frac{2203}{7350}$.

D. $\frac{2179}{7350}$.

Lời giải

Số cách lấy ra 3 tấm thẻ trong 100 tấm thẻ là $C_{100}^3 = 161700 \Rightarrow n(\Omega) = 161700$.

Trong 100 tấm thẻ từ 201 đến 300, số các tấm thẻ chia hết cho 3, chia 3 dư 1, chia 3 dư 2 lần lượt là 34 tấm, 33 tấm, 33 tấm.

Gọi A là biến cố “Lấy được ba tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3”.

Trường hợp 1: Cả ba tấm thẻ lấy ra đều chia hết cho 3.

Số cách lấy là: $C_{34}^3 = 5984$ (cách).

Trường hợp 2: Cả ba tấm thẻ lấy ra đều chia 3 dư 1.

Số cách lấy là: $C_{33}^3 = 5456$ (cách).

Trường hợp 3: Cả ba tấm thẻ lấy ra đều chia 3 dư 2.

Số cách lấy là: $C_{33}^3 = 5456$ (cách).

Trường hợp 4: Ba tấm thẻ lấy ra có 1 tấm chia hết cho 3; 1 tấm chia 3 dư 1 và 1 tấm chia 3 dư 2.

Số cách lấy là: $34.33.33 = 37026$ (cách).

Vậy số các trường hợp thuận lợi của biến cố A là: $n(A) = 5984 + 5456 + 5456 + 37026 = 53922$ (cách).

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{53922}{161700} = \frac{817}{2450}$.