

Bài 1. (4,0 điểm) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 + 1$ có đồ thị là (C_m) , m là tham số.

- a) Tìm m để đường thẳng $d: y = x - 3m^2 + 1$ cắt đồ thị (C_m) tại ba điểm phân biệt.
b) Tìm m để đồ thị (C_m) có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác AOB vuông tại O .

Bài 2. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình lượng giác: $\sin^2 x (\tan x - 2) = 3(\cos 2x + \sin x \cdot \cos x)$.
2. Giải phương trình: $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} - 16$.

Bài 3. (4,0 điểm) 1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 8x^3 + 2xy^2 = y^6 + y^4 \\ \sqrt{4x+5} + \sqrt{y^2+7} = 6 \end{cases} (x, y \in \mathbb{R})$$

2. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn có chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng trăm.

Bài 4. (3,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $E(3; 4)$, đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 4 = 0$. Gọi $M(m; 1 - m)$ là điểm nằm trên đường thẳng d và nằm ngoài đường tròn (C) , từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (C) với A, B là các tiếp điểm. Gọi (E) là đường tròn tâm E và tiếp xúc với đường thẳng AB .

- a) Viết phương trình đường thẳng AB theo m . b) Tìm tọa độ điểm M sao cho đường tròn (E) có chu vi lớn nhất.

Bài 5. (3,0 điểm) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a . Góc hợp giữa cạnh bên với mặt đáy bằng $\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$.

- a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a và α .
b) Giả sử a không đổi, α thay đổi và $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right)$. Xác định α để thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 6. (2,0 điểm) 1. Cho a, b là hai số bất kỳ và x, y là hai số thực dương. Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y} (*)$

2. Áp dụng bất đẳng thức $(*)$, giải bài toán sau: Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1.$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:
Chữ ký của GT1: Chữ ký của GT2: