
Thời gian làm bài : 90 phút

(không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 2 trang – Giám thị coi thi không giải thích gì thêm

Bài 1. (2 điểm) Giải các phương trình sau

a) $3 \tan \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3}$

b) $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$

Bài 2. (3 điểm)

a) Xác suất bắn trúng hồng tâm của một người bắn cung là 0,4. Tính xác suất để trong bốn lần bắn độc lập người đó bắn trúng hồng tâm đúng hai lần

b) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(x^3 + \frac{2}{x^2} \right)^{10}$.

c) Một chiếc hộp đựng 3 viên bi trắng, 4 viên bi vàng và 5 viên bi đỏ. Có bao nhiêu cách chọn 4 viên bi sao cho có đủ 3 màu?

Bài 3. (1.5 điểm) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n không nhỏ hơn 2, ta luôn có

$$\left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(1 - \frac{1}{9} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{n+1}{2n}.$$

Bài 4. (3 điểm) Cho chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E là trung điểm của SC

a) Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD) .

b) Tìm giao điểm của đường thẳng DE với mặt phẳng (SAB) .

c) Gọi F là trọng tâm của tam giác ACD . Chứng minh rằng : $SD \parallel (AEF)$

Bài 5. (0,5 điểm) Chứng minh rằng $(11^{n+1} + 12^{2n-1}) : 133$ với mọi giá trị n nguyên dương

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC KÌ I LỚP 11

Bài 1.

$$\text{a) } 3 \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \left(k \in \mathbb{Z}\right). \quad (1 \text{ dấu tương đương ứng với } 0,25 \text{ đ})$$

$$\text{b) } \sin^2 x + \cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow 1 - \cos^2 x + \cos x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\cos^2 x + \cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = 2 \end{cases}$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right). \quad (1 \text{ dấu tương đương ứng với } 0,25 \text{ đ})$$

Bài 2.

a) (1 điểm) Xác suất để trong 4 lần độc lập người đó bắn trúng hồng tâm được 2 lần là

$$(0,4)^2 \cdot (0,6)^2 \cdot C_4^2 = \frac{216}{625}.$$

b) (1 điểm) Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_{10}^k (x^3)^{10-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_{10}^k \cdot 2^k \cdot \frac{x^{30-3k}}{x^{2k}} = C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^{30-5k}$

Số hạng chứa x^{10} thì $x^{30-5k} = x^{10} \Leftrightarrow 30 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 4.$

Hệ số của số hạng chứa x^{10} là $C_{10}^4 \cdot 2^4 = 3360.$

Lưu ý: Chỉ giải được k hoặc ghi số hạng mà không phải hệ số cho 0,75 đ

c) Có 3 trường hợp xảy ra

TH1: 2 trắng, 1 vàng, 1 đỏ : có $C_3^2 \cdot C_4^1 \cdot C_5^1 = 60$ (cách chọn) (0,25 điểm)

TH2: 1 trắng, 2 vàng, 1 đỏ : có $C_3^1 \cdot C_4^2 \cdot C_5^1 = 90$ (cách chọn) (0,25 điểm)

TH3: 1 trắng, 1 vàng, 1 đỏ : có $C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_5^2 = 120$ (cách chọn) (0,25 điểm)

Áp dụng quy tắc cộng, ta có $60 + 90 + 120 = 270$ (cách chọn) (0,25 điểm)

Bài 3. (1,5 điểm)

Với $n = 2 \Rightarrow 1 - \frac{1}{4} = \frac{2+1}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$ (đúng). Biểu thức đúng với $n = 2.$

Giả sử biểu thức đúng với $n = k$, nghĩa là $\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{k+1}{2k}.$

Ta cần chứng minh biểu thức đúng với $n = k + 1$, nghĩa là

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k+1+1}{2 \cdot (k+1)} = \frac{k+2}{2k+2}.$$

Thật vậy

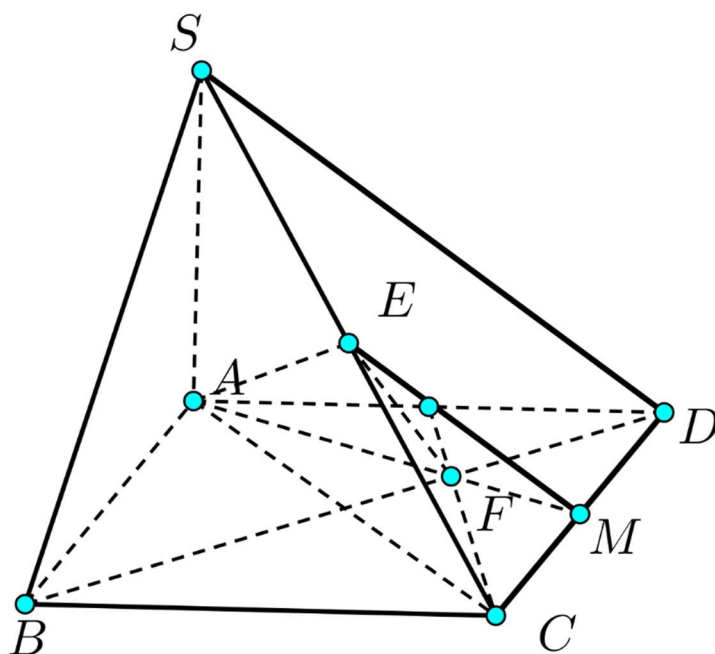
$$\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k+1}{2k} \cdot \left(\frac{(k+1)^2 - 1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k+1}{2k} \cdot \frac{k(k+2)}{(k+1)^2} = \frac{k+2}{2(k+1)} \text{ (đúng)}$$

Như vậy biểu thức đúng với $n = k + 1$.

Vậy biểu thức đúng với mọi số nguyên dương không nhỏ hơn 2.

Lưu ý: Làm được bước thật vậy được trọn vẹn 1,5 điểm, không làm được cho 0,5 điểm.

Bài 4.



a) Ta có $\left. \begin{array}{l} S \in (SAB) \\ S \in (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow S \text{ là điểm chung}$

Lại có $AB \parallel CD$ (do $ABCD$ là hình bình hành)

Suy ra $(SAB) \cap (SCD) = Sx$ sao cho $Sx \parallel AB \parallel CD$.

b) Trong mặt phẳng (SCD) : $Sx \cap DE = K$.

$\left. \begin{array}{l} K \in DE \\ K \in Sx \subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow DE \cap (SAB) = K$.

c) Kéo dài AF cắt CD tại M, suy ra M là trung điểm CD .

Xét tam giác SCD có $SE = EC, DM = MC$ suy ra EM là đường trung bình tam giác SCD suy ra $EM \parallel SD$.

$$\left. \begin{array}{l} EM \parallel SD \\ EM \subset (AEF) \\ SD \not\subset (AEF) \end{array} \right\} \Rightarrow SD \parallel (AEF)$$

Bài 5.

Với $n = 1 \Rightarrow 11^2 + 12 = 133 : 133$ (đúng)

Mệnh đề đúng với $n = 1$.

Giả sử mệnh đề đúng với $n = k$, nghĩa là $(11^{k+1} + 12^{2k-1}) : 133$.

Ta cần chứng minh mệnh đề đúng với $n = k + 1$, nghĩa là $(11^{k+2} + 12^{2k+1}) : 133$.

$$\text{Thật vậy } 11^{k+2} + 12^{2k+1} = 11 \cdot 11^{k+1} + 12^{2k-1} \cdot 144 = 11(11^{k+1} + 12^{2k-1}) + 133 \cdot 12^{2k-1}$$

Nhận thấy $11(11^{k+1} + 12^{2k-1}) : 133$ (giả thiết quy nạp)

$133 \cdot 12^{2k-1} : 133$ (hiển nhiên)

Như vậy $(11^{k+2} + 12^{2k+1}) : 133$. Mệnh đề đúng với $n = k + 1$.

Vậy mệnh đề đúng với mọi số nguyên dương n

Lưu ý: làm tròn vẹn bài toán mới được 0,5 điểm, còn lại không có điểm thành phần)