SỞ GD&ĐT LÂM ĐỒNG
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)
Ngày thi : 18/01/2019

KỲ THI CHỌN HSG CẤP TỈNH LỚP 12
NĂM HỌC 2018 - 2019
MÔN: TOÁN – Hệ : THPT
Thời gian: 180 phút

Họ và tên:..**SBD:**.. .

Câu 1: ***(2,0 điểm)***

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+3x^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1+4x_2=0$.

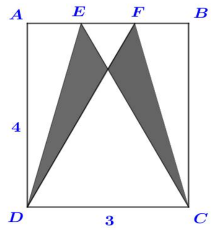
Câu 2: ***(4,0 điểm)***

2.1. Cho $a=\log_5 6$ và $b=\log_6 12$. Tính $\log_3 60$ theo a và b

2.2. Giải phương trình $\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}=2-\dfrac{x^2}{4}$.

Câu 3: ***(2,0 điểm)***

Một biển quảng cáo có dạng hình chữ nhật $ABCD$ được sơn trang trí như hình bên. Chi phí để sơn phần tô đậm là 250.000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 160.000 đồng/ m^2. Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên là bao nhiêu?
Biết $AD=4m$, $DC=3m$ và $AE=EF=FB$.



Câu 4: ***(2,0 điểm)***

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;3)$, $B(-3;1;3)$, $C(1;5;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng Oxy sao cho biểu thức $T=2|\overrightarrow{MA}|+|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$ có giá trị nhỏ nhất.

Câu 5: ***(2,0 điểm)***

Tính tổng $S=2^2C_{2019}^2-3^2C_{2019}^3+...+(-1)^k k^2C_{2019}^k+...-2019^2C_{2019}^{2019}$.

Câu 6: ***(4,0 điểm)***

6.1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD và H là giao điểm của CN và DM. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC bằng $\dfrac{2a}{3}$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $SHMC$.

6.2. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABCA'B'C'$ có $AB=2\sqrt{3}, AA'=3$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C'$, và BC. Tính côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP).

Câu 7: ***(2,0 điểm)***

Tìm tất cả giá trị của tham số m để hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y+4=2xy \\ 2^{x+y}=m\left(x+y+\sqrt{x^2+x+y^2+y+5}\right) \end{cases}$$

có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $x\ge 1,\ y\ge 1$.

Câu 8: ***(2,0 điểm)***

Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $x\ge y\ge z$ và $x^2+y^2+z^2=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$.

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT LÂM ĐỒNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: ***(2,0 điểm)***

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+3x^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1+4x_2=0$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+6x+3\left(m^2-1\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1-m\\x=1+m\end{array}\right.$$

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq 0$.

+) TH1: $\begin{cases}x_1=1-m\\x_2=1+m\end{cases}$

Khi đó $x_1+4x_2=0\Leftrightarrow 1-m+4\left(1+m\right)=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{5}{3}$ (TM).

+) TH2: $\begin{cases}x_1=1+m\\x_2=1-m\end{cases}$,

Khi đó $x_1+4x_2=0\Leftrightarrow 1+m+4\left(1-m\right)=0\Leftrightarrow m=\dfrac{5}{3}$ (TM).

Vậy $m=\pm\dfrac{5}{3}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 2: ***(4,0 điểm)***

2.1. Cho $a=\log_5 6$ và $b=\log_6 12$. Tính $\log_3 60$ theo a và b

2.2. Giải phương trình $\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}=2-\dfrac{x^2}{4}$.

Lời giải

2.1. Cho $a=\log_5 6$ và $b=\log_6 12$. Tính $\log_3 60$ theo a và b.

Ta có: $\begin{cases}\log_5 6=a\\\log_6 12=b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log_5 6=a\\\log_6 2=b-1\\\log_5 12=a.b\\\log_5 2=a\left(b-1\right)\end{cases}$.

$$\log_3 60=\frac{\log_5 60}{\log_5 3}=\frac{1+\log_5 12}{\log_5 6-\log_5 2}=\frac{1+ab}{a-a\left(b-1\right)}=\frac{1+ab}{a\left(2-b\right)}.$$

NHÓM TOÁN VD – VDC

2.2. Giải phương trình $\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}=2-\frac{x^2}{4}$.

Điều kiện: $-1\le x\le 1$.

Đặt $t=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\Rightarrow \frac{t^2-2}{2}=\sqrt{1-x^2}$, với $\sqrt{2}\le t\le \sqrt{2}$.

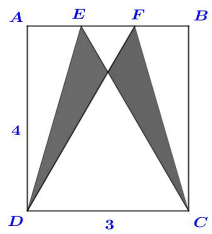
Phương trình theo t có dạng: $t=\frac{7+\left(\frac{t^2-2}{2}\right)^2}{4}\Leftrightarrow (t-2)^2\left(t^2+4t+8\right)=0\Leftrightarrow t=2$

$\Leftrightarrow \sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}=2\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2}=1\Leftrightarrow x=0$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=0$.

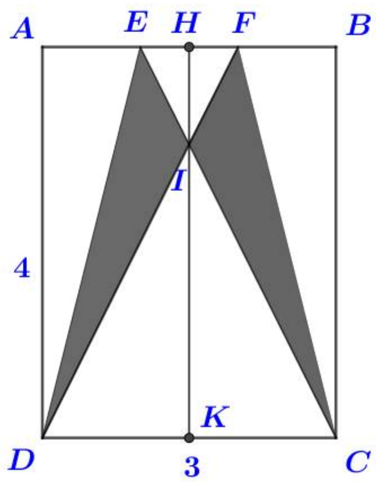
Câu 3*: (2,0 điểm)*

Một biển quảng cáo có dạng hình chữ nhật $ABCD$ được sơn trang trí như hình bên. Chi phí để sơn phần tô đậm là 250.000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 160.000 đồng/ m^2. Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên là bao nhiêu?
Biết $AD=4m$, $DC=3m$ và $AE=EF=FB$.



Lời giải

Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB và CD; I là giao điểm của CE và DF.



Ta có: $\begin{cases} EH=\frac{1}{2}EF \\ EF=\frac{2}{3}KC \end{cases}\Rightarrow EH=\frac{1}{3}KC\ \Rightarrow IH=\frac{1}{4}HK=1\ (m)$,

$IK=3\ (m)$.

Ta có: $S_{ABCD}=3.4=12\ \ (m^2)$.

$S_{ADE}=S_{BCF}=\frac{1}{2}.1.4=2\,(m^2)$.

$S_{IEF}=\frac{1}{2}IH.EF=\frac{1}{2}.1.1=\frac{1}{2}\ (m^2)$.

$S_{ICD}=\frac{1}{2}IK.CD=\frac{1}{2}.3.3=\frac{9}{2}\ (m^2)$.

Gọi S_1 là diện tích phần tô đậm và S_2 là diện tích phần còn lại.

Ta có: $S_2=S_{ADE}+S_{BCF}+S_{IEF}+S_{ICD}=9\,(m^2)$.

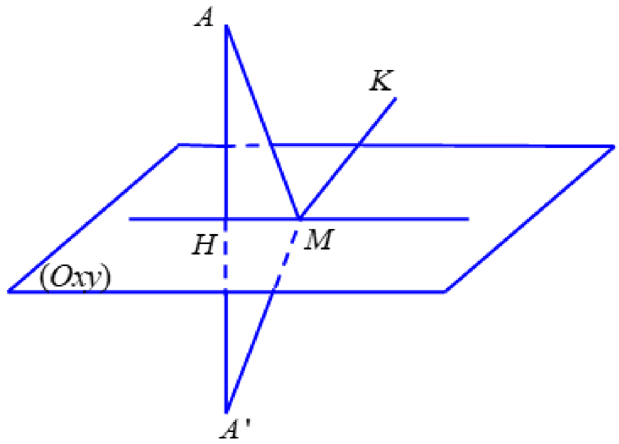
Suy ra: $S_1=S_{ABCD}-S_2=3\ (m^2)$.

Vậy tổng số tiền để làm là: $T=3.250000+9.160000=2190000$ (đồng).

Câu 4*: (2,0 điểm)*

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;3)$, $B(-3;1;3)$, $C(1;5;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng Oxy sao cho biểu thức $T=2|\overrightarrow{MA}|+|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$ có giá trị nhỏ nhất.

Lời giải



Gọi K là trung điểm của BC, ta có: $K(-1;3;2)$ và $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MK}$. Suy ra:

$T=2|\overrightarrow{MA}|+2|\overrightarrow{MK}| \ =2(MA+MK)$.

Nhận xét: A, K nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy). Gọi A' là điểm đối xứng của điểm A qua mặt phẳng (Oxy). Khi đó: $T=2(MA+MK)=2(MA'+MK)$

Suy ra : $T_{min} \Leftrightarrow (MA'+MK)_{min} \Leftrightarrow A', M, K$ thẳng hàng hay M là giao điểm của $A'K$ với mặt phẳng (Oxy).

Ta có: $H(1;0;0) \Rightarrow A'(1;0;-3) \Rightarrow \overrightarrow{A'K}=(-2;3;5)$. Do đó: Phương trình tham số của $A'K$ là

$$\begin{cases} x=1-2t \\ y=3t \\ z=-3+5t \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{5};\frac{9}{5};0\right)$$

Câu 5: ***(2,0 điểm)***

Tính tổng $S=2^2C_{2019}^2-3^2C_{2019}^3+...+(-1)^k k^2C_{2019}^k+...-2019^2C_{2019}^{2019}$.

Lời giải

- Trước hết ta chứng minh đẳng thức: $k^2C_n^k=n(n-1)C_{n-2}^{k-2}+nC_{n-1}^{k-1}$ (1) $\left(2\le k\le n,\ k,\ n\in\mathbb{N}^*\right)$.

Thật vậy: do $k^2C_n^k=k(k-1)C_n^k+kC_n^k$ (2).

Mà: $kC_n^k=k.\dfrac{n!}{k!.(n-k)!}=n.\dfrac{(n-1)!}{(k-1)!.(n-k)!}=n.\dfrac{(n-1)!}{(k-1)!.((n-1)-(k-1))!}=nC_{n-1}^{k-1}$ (3)

Áp dụng (3) hai lần ta được: $(k-1)kC_n^k=(k-1)nC_{n-1}^{k-1}=n.(k-1)C_{n-1}^{k-1}=n(n-1)C_{n-2}^{k-2}$ (4)

Từ (2), (3), (4) ta được (1).

- Áp dụng (1) ta được:

$$S=\sum_{k=2}^{2019}(-1)^k k^2C_{2019}^k=\sum_{k=2}^{2019}(-1)^k.\left(2019.2018.C_{2017}^{k-2}+2019.C_{2018}^{k-1}\right)$$

$$=2018.2019.\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^k.(-1)^k-2019\sum_{k=1}^{2018}C_{2018}^k(-1)^k$$

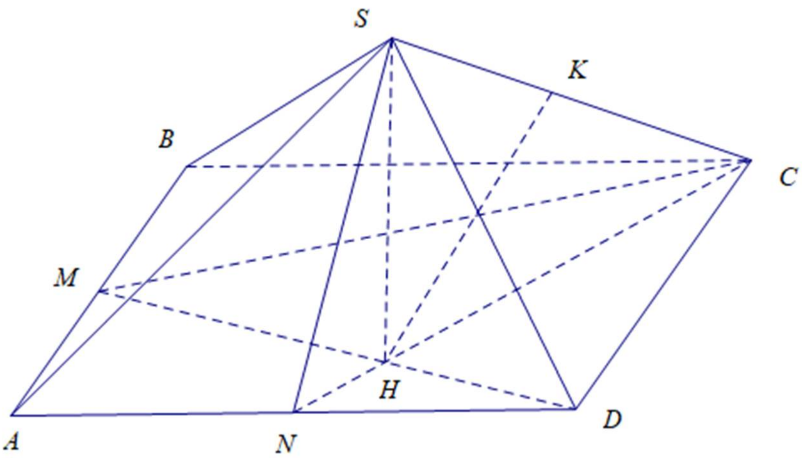
$$=2018.2019.(1-1)^{2017}-2019\left((1-1)^{2018}-1\right)=2019.$$

Vậy $S = 2019$.

Câu 6: ***(4,0 điểm)***

6.1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD và H là giao điểm của CN và DM. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC bằng $\frac{2a}{3}$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $SHMC$.

Lời giải



Theo giả thiết $ABCD$ là hình vuông, suy ra $\Delta ADM = \Delta DCN$ (c.g.c)

Từ đó suy ra $\widehat{ADH} = \widehat{DCN} \Rightarrow DM \perp CN$

Vậy có: $NC = \sqrt{DC^2 + DN^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$; $HC = \frac{CD^2}{CN} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$; $HD = \frac{DC.DN}{NC} = \frac{a}{\sqrt{5}}$;

$HM = MD - HD = \frac{a\sqrt{5}}{2} - \frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$ và $S_{\Delta HMC} = \frac{1}{2}HC.HM = \frac{1}{2}.\frac{2a}{\sqrt{5}}.\frac{3a\sqrt{5}}{10} = \frac{3a^2}{10}$

Mặt khác, ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp DM$

Theo chứng minh trên $DM \perp CN$, suy ra $DM \perp (SCN)$.

Kẻ $HK \perp SC$ thì HK là khoảng cách giữa DM và SC. Suy ra $HK = \frac{2a}{3}$.

Tam giác SHC vuông tại H, đường cao HK suy ra $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HC^2}$

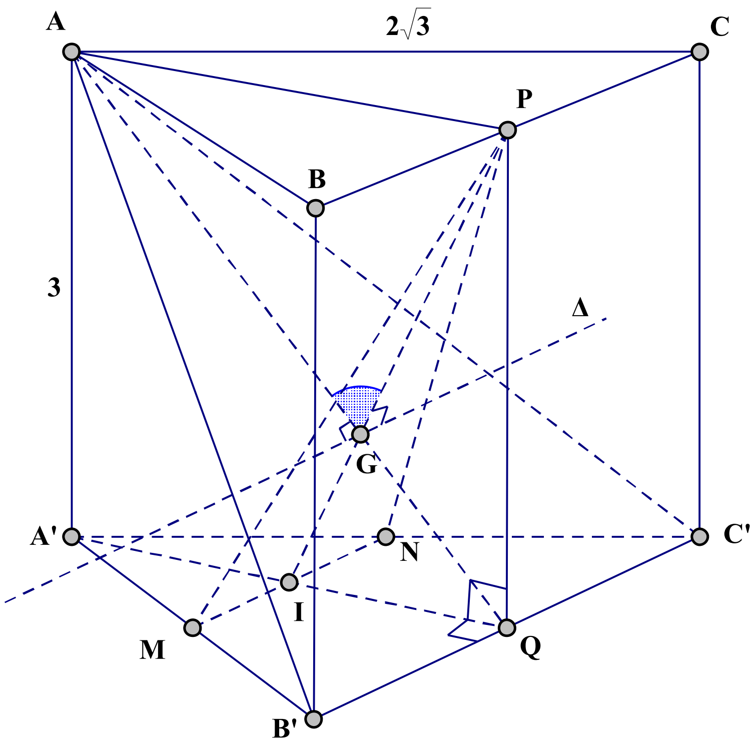
$$\Rightarrow \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{HK^2} - \frac{1}{HC^2} = \frac{1}{\left(\frac{2a}{3}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{2a}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow SH = a$$

Vậy $V_{SHMC} = \frac{1}{3}S_{\Delta HMC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{3a^2}{10}.a = \frac{a^3}{10}$

6.2. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABCA'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}, AA' = 3$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C'$, và BC. Tính côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP).

Lời giải

Cách 1:



Gọi I, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh MN và $B'C'$, khi đó $AQ = 3\sqrt{2}, PI = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$.

Giả sử $PI \cap AQ = \{G\}$. $\Rightarrow G \in (AB'C') \cap (MNP)$.

Hơn nữa $\begin{cases} MN \subset (MNP), B'C' \subset (AB'C') \\ MN \parallel B'C' \end{cases}$ nên giao tuyến của mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) là đường thẳng Δ đi qua G và song song với MN và $B'C'$.

Ta có $B'C' \perp (AA'QP) \Rightarrow AG \perp \Delta$. Chứng minh tương tự ta có $PG \perp \Delta$.

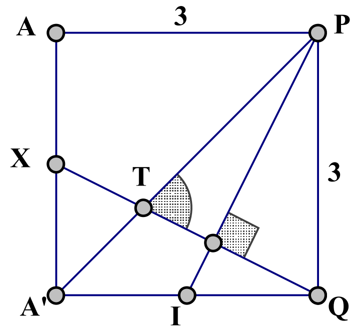
Do đó $\widehat{((AB'C'),(MNP))} = \widehat{(AG, PG)}$. Mặt khác $IQ \parallel AP$, theo định lý Ta-lét có

$\dfrac{GQ}{GA} = \dfrac{GI}{GP} = \dfrac{IQ}{AP} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow GA = 2GQ = \dfrac{2}{3}AQ = 2\sqrt{2}$; $GP = 2GI = \dfrac{2}{3}PI = \sqrt{5}$.

Xét tam giác AGP có $cos\widehat{AGP} = \dfrac{GA^2 + GP^2 - AP^2}{2GA.GP} = \dfrac{\left(2\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 - 3^2}{2\sqrt{2}.\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$

Vậy $\cos\left(\widehat{(AB'C'),(MNP)}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

Cách 2



Gọi I, Q, X lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN, B'C'$ và AA'.

Ta có $AP = PQ = QA' = A'A = 3$ và $\widehat{A'AP} = 90^0 \Rightarrow$ tứ giác $APQA'$ là hình vuông.

$\Delta IPQ = \Delta XQA'(c-g-c) \Rightarrow \widehat{IPQ} = \widehat{XQA'} \Rightarrow PI \perp QX \quad (1)$

Ta có $B'C' \perp (APQA') \Rightarrow B'C' \perp QX$, mà $MN \parallel B'C' \Rightarrow MN \perp QX \;\; (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow QX \perp (MNP)$.

Chứng minh tương tự ta có $A'P \perp (AB'C')$.

Do đó $\widehat{((AB'C'),(MNP))} = \widehat{(A'P, QX)}$.

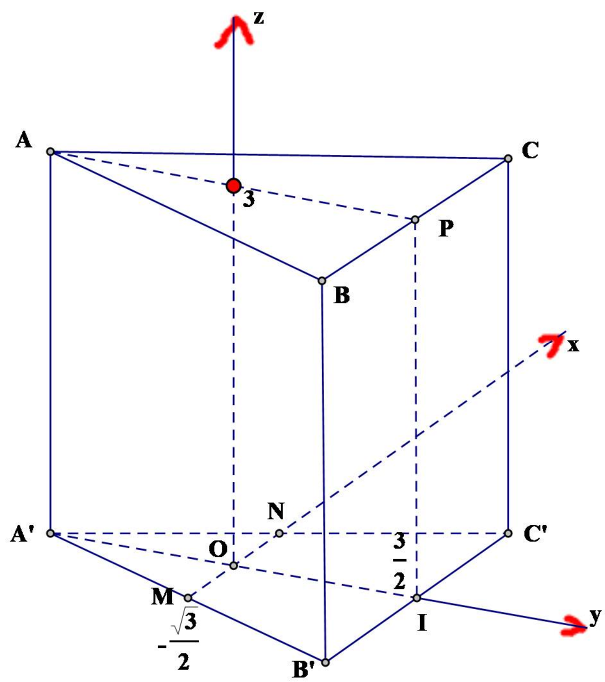
Ta có $XA \parallel PQ$, theo định lý Ta-lét có $\dfrac{TP}{TA} = \dfrac{TQ}{TX} = \dfrac{PQ}{AX} = 2$.

Từ đó ta được $TP = 2\sqrt{2}, XQ = \sqrt{5}$. Xét tam giác PTQ, theo định lý côsin ta có

$$cos\widehat{PTQ} = \frac{TP^2 + TQ^2 - PQ^2}{2TP.TQ} = \frac{\left(2\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 - 3^2}{2\sqrt{2}.\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

Vậy $\cos\left((AB'C'),(MNP)\right) = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$.

Cách 3



Gọi I, O, J lần lượt là trung điểm của các cạnh $B'C', MN$ và AP . Ta có $MN \parallel B'C'$ và $A'I \perp B'C' \Rightarrow MN \perp A'I$. Đặt hình lăng tru tam giác đều $ABC.A'B'C'$ trong hệ trục tọa độ

NHÓM TOÁN VD – VDC

$(Oxyz)$ với gốc tọa độ $O(0;0;0)$, chiều dương Ox trùng với tia ON, chiều dương Oy trùng với tia OI , chiều dương Oz trùng với tia OJ . Khi đó ta có :

$A\left(0;-\frac{3}{2};3\right), B'\left(-\sqrt{3};\frac{3}{2};0\right), C'\left(\sqrt{3};\frac{3}{2};0\right), M\left(-\frac{3}{2};0;0\right), N\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right),\ P\left(0;\frac{3}{2};0\right)$

Gọi $\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}$ lần lượt là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP).

Ta có $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AC'}\right]=(0;2;2)$, $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(0;-2;1)$.

Gọi θ là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP).

Khi đó $cos\theta=\left|cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{|0-4+2|}{\sqrt{0^2+2^2+2^2}.\sqrt{0^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Vậy $\cos\left(\widehat{(AB'C'),(MNP)}\right)=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Câu 7: ***(2,0 điểm)***

Tìm tất cả giá trị của tham số m để hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y+4=2xy \\ 2^{x+y}=m\left(x+y+\sqrt{x^2+x+y^2+y+5}\right) \end{cases}$$

có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $x\ge 1,\ y\ge 1$.

Lời giải

Xét hệ $\begin{cases} x+y+4=2xy & (1) \\ 2^{x+y}=m\left(x+y+\sqrt{x^2+x+y^2+y+5}\right) & (2) \end{cases}$ (với $x,\ y\ge 1$)

Từ (1) ta có $x+y=2xy-4$

Thế vào (2) ta được $2^{x+y}=m\left(x+y+\sqrt{x^2+2xy+y^2+1}\right)$

$\Leftrightarrow 2^{x+y}=m\left[x+y+\sqrt{(x+y)^2+1}\right]\quad (*)$

Đặt $t=x+y\ge 2$ và $x+y+4=2xy\le\frac{(x+y)^2}{2}\Rightarrow x+y\ge 4\Rightarrow t\ge 4$.

Do $x\ge 1,\ y\ge 1$ nên $(x-1)(y-1)\ge 0\Rightarrow xy-x-y+1\ge 0\Rightarrow xy\ge x+y-1\Rightarrow 2xy\ge 2(x+y)-2$

$\Rightarrow x+y+4\ge 2(x+y)-2\Rightarrow x+y\le 6$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow 2^t=m\left(t+\sqrt{t^2+1}\right)\Leftrightarrow m=2^t\left(\sqrt{t^2+1}-t\right)$.

Hệ đã cho có nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $x\ge 1,\ y\ge 1$ khi và chỉ khi phương trình $\Leftrightarrow m=2^t\left(\sqrt{t^2+1}-t\right)$ có nghiệm $t\in[4;6]$.

Xét hàm số $f(t)=2^t\left(\sqrt{t^2+1}-t\right)$ với $4\le t\le 6$. Có $f'(t)=2^t\left(\sqrt{t^2+1}-t\right)\left(\ln 2-\frac{1}{\sqrt{t^2+1}}\right)$.

Mà $\sqrt{t^2+1}>|t|>t$ và $\sqrt{t^2+1}\geq 1\Rightarrow -\dfrac{1}{\sqrt{t^2+1}}\geq -1$ nên $f'(t)>0$ với $4\leq t\leq 6$.

Suy ra $f(t)$ là hàm số đồng biến. Do đó $f(4)\leq m\leq f(6)\Leftrightarrow 16\left(\sqrt{17}-4\right)\leq 64\left(\sqrt{37}-6\right)$.

Câu 8: ***(2,0 điểm)***

Cho x,y,z là các số thực thỏa mãn $x\geq y\geq z$ và $x^2+y^2+z^2=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(x-y)(y-z)(z-x)(xy+yz+zx)$.

Lời giải

Cách 1

Đặt $Q=(x-y)(y-z)(x-z)(xy+yz+zx)$ ta có $Q=-P$.

+ $xy+yz+zx<0$ ta có $Q<0$.

+ $xy+yz+zx\geq 0$ đặt $t=xy+yz+zx\geq 0$.

Áp dụng BĐT Côsi ta có $(x-y)(y-z)(x-z)\leq\left(\dfrac{x-y+y-z}{2}\right)^2(x-z)=\dfrac{(x-z)^3}{4}(1)$

Mà $4\left(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx\right)=2(x-z)^2+2(x-y)^2+2(y-z)^2$

$\geq 2(x-z)^2+\left[(x-y)+(y-z)\right]^2=3(x-z)^2$ hay $4\left(5-t\right)\geq 3(x-z)^2\geq 0$ $(2)\Rightarrow t\leq 5$

Từ (1) và (2) suy ra $Q\leq\dfrac{1}{4}t.\sqrt{\left(\dfrac{4}{5}(5-t)\right)^3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{9}\sqrt{t^2(5-t)^3}$.

Xét hàm số $f(t)=t^2(5-t)^3$ trên $0\leq t\leq 5$ ta có $f'(t)=t(5-t)^2(10-5\text{t}),f'(t)=0\Leftrightarrow t=2$ hoặc $t=5$

$f(0)=0,\ f(5)=0,\ f(0)=0,\ f(2)=108.$

Do đó $Q\leq 4$ nên GTLN của Q là 4 khi $x=2,y=1,z=0.$

Suy ra $P\geq -4$ nên GTNN của P là -4 khi $x=2,y=1,z=0.$

Cách 2:

Đặt $t=xy+yz+zx\leq x^2+y^2+z^2\Rightarrow t\leq 5$.

Giả thiết: $10=2x^2+2y^2+2z^2=(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2+2t\Rightarrow(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2=10-2t$

Mà $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\geq\dfrac{1}{2}(x-y+y-z)^2+(z-x)^2=\dfrac{3}{2}(z-x)^2\Rightarrow\dfrac{(z-x)^2}{4}\leq\dfrac{5-t}{3}$

$(x-y)(y-z)\leq\left(\dfrac{x-y+y-z}{2}\right)^2=\dfrac{(x-z)^2}{4}\Rightarrow(x-y)^2(y-z)^2\leq\dfrac{(x-z)^4}{16}\leq\left(\dfrac{5-t}{3}\right)^2$

Ta có: $P^2=(x-y)^2(y-z)^2(z-x)^2.(xy+yz+zx)^2\le\left(\frac{5-t}{3}\right)^2\frac{20-4t}{3}.t^2=\frac{4}{27}(5-t)^3t^2$.

Xét hàm số suy ra $P^2\le16\Rightarrow\min P=-4$ tại $t=2\Rightarrow(x;y;z)=(2;1;0)$.