

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (3 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị © của hàm số.
- Dựa vào đồ thị ©, tìm các giá trị của m để phương trình $\frac{1}{3}x^3 + x^2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị © tại điểm có tung độ bằng -15.

Câu 2. (1 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x + 2)e^{x-1}$ trên đoạn $[-2 ; 1]$.

Câu 3. (1 điểm)

Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy tính giá trị của biểu thức:

$$A = (\log_{28} 85 - \log_{28} 17) \cdot (\log_5 2 + \log_5 \sqrt{7})$$

Câu 4. (2 điểm) Giải các phương trình sau:

- $2^{x-1} - 4 \cdot 2^{1-x} = 3$
- $\log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5$

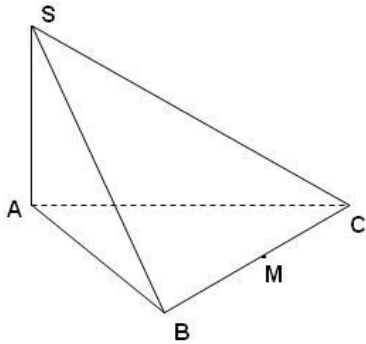
Câu 5. (3 điểm) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác cân, $AB = AC = 2a$, trung tuyến $AM = a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SB hợp với đáy một góc 45° .

- Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a .
- Quay đường gấp khúc SCA quanh cạnh SA ta được hình tròn xoay, tính theo a diện tích xung quanh của hình tròn xoay và thể tích khối tròn xoay tương ứng.
- Xác định tâm và tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐIỂM

CÂU	LỜI GIẢI	ĐIỂM														
1.a	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$	0.25 0.25 0.25 0.25														
	Sự biến thiên: $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$															
	$y_{\text{CD}} = y(-2) = 5$ $y_{\text{CT}} = y(0) = 1$ Bảng biến thiên															
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td><td colspan="2">-</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td colspan="2"></td></tr></table>		x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'	+		-		+	y		
	x		$-\infty$	-2	0	$+\infty$										
y'	+		-		+											
y																
Đồ thị: (Học sinh tự vẽ)																
1.b	Biến đổi: $\frac{1}{3}x^3 + x^2 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 + 1 = 3m + 1$	0.5														
	Suy ra số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của © và đường thẳng $y = 3m + 1$	0.25														
	Dựa vào đồ thị suy ra: $1 < 3m + 1 < 5 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{4}{3}$	0.25														
1.c	Từ phương trình: $x^3 + 3x^2 + 1 = -15 \Leftrightarrow x = -4$ Suy ra tiếp điểm có tọa độ $(-4 ; -15)$ Tiếp tuyến: $y = 24x + 81$	0.5 0.5														
	2	$y' = (x + 3)e^{x-1} = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \notin [-2; 1]$ $y(-2) = 0$ $y(1) = 3$ Vậy GTLN là 3, GTNN là 0	0.5 0.25 0.25													
3	$A = (\log_{28} 85 - \log_{28} 17) \cdot (\log_5 2 + \log_5 \sqrt{7})$ $= \log_{28} \frac{85}{17} \cdot \log_5 2\sqrt{7} = \log_{28} 5 \cdot \log_5 2\sqrt{7}$	0.5														

	$= \log_{28} 2\sqrt{7} = \log_{28} \sqrt{28} = \log_{28} (28)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$	0.5
4.a	Đặt $t = 2^{x-1}$ ($t > 0$). Phương trình trở thành: $t^2 - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 & (n) \\ t = -1 & (l) \end{cases}$ Với $t = 4$ suy ra $x = 3$ là nghiệm của phương trình.	0.25 0.5 0.25
4.b	ĐK: $\begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \neq 1 \end{cases}$ $\log_3 \frac{2x-1}{(x-1)^2} = 3x^2 - 8x + 5$ $\Leftrightarrow \log_3 (2x-1) - \log_3 (x-1)^2 = 3(x-1)^2 - (2x-1) + \log_3 3$ $\Leftrightarrow \log_3 (2x-1) + (2x-1) = 3(x-1)^2 + \log_3 (x-1)^2 + \log_3 3$ $\Leftrightarrow \log_3 (2x-1) + (2x-1) = \log_3 3(x-1)^2 + 3(x-1)^2$ Xét hàm số: $f(t) = \log_3 t + t$ ($t > 0$). Hàm này đồng biến trên $(0; +\infty)$ $f(2x-1) = f(3(x-1)^2)$ Phương trình đã cho có dạng: $\Leftrightarrow 2x-1 = 3(x-1)^2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = 2 \end{cases}$	0.5 0.25 0.25
5.a	 Góc tạo bởi SB và mặt đáy là góc $SBA = 45^\circ$ nên tam giác SAB vuông cân tại A, suy ra $SA = AB = 2a$ Tam giác ABM vuông tại M nên: $BC = 2BM = 2\sqrt{AB^2 - AM^2} = 2a\sqrt{2}$ Thể khối hình chóp: $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{4}{3} a^3$	0.25 0.25 0.25 0.25

5.b	Quay đường gấp khúc SCA quanh SA ta được hình nón. Ta có $SC = 2a\sqrt{2}$ Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2a\sqrt{2} \cdot 2a\pi = 4\pi\sqrt{2}a^2$ Thể tích: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 4a^2 \cdot 2a = \frac{8}{3}\pi a^3$	0.5 0.5
5.c	Ta thấy $MA = MB = MC$. Qua M kẻ đường thẳng d vuông góc với (ABC), suy ra $d \parallel SA$ Gọi I là trung điểm của SA. Trong mặt phẳng (SA,d) kẻ đường thẳng đi qua I cắt d tại O, suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. Từ đó suy ra bán kính $AO = a\sqrt{3}$	0.5 0.5