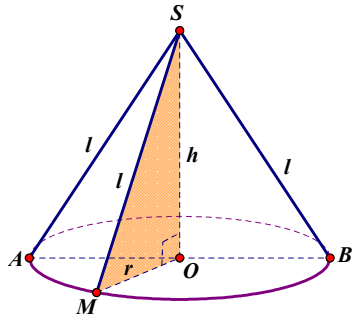
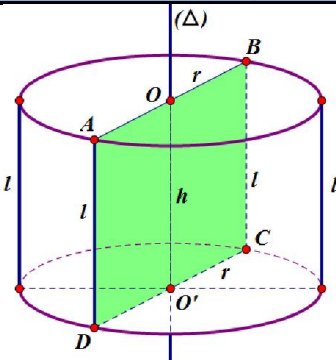
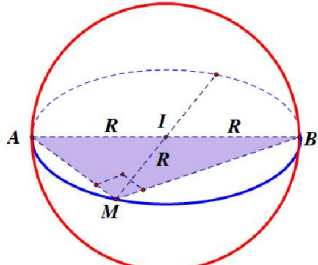
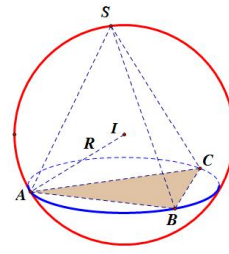
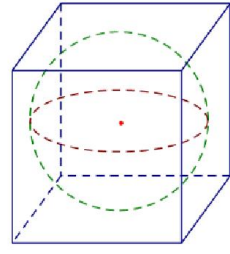


MẶT TRỤ, MẶT NÓN – MẶT CẦU		
MẶT NÓN	Các yếu tố mặt nón:	Một số công thức:
 Hình thành: Quay Δ vuông SOM quanh trục SO, ta được mặt nón như hình bên với: $\begin{cases} h = SO \\ r = OM \end{cases}$	- Đường cao: $h = SO$. (SO cũng được gọi là trục của hình nón). - Bán kính đáy: $r = OA = OB = OM$. - Đường sinh: $l = SA = SB = SM$. - Góc ở đỉnh: $\widehat{ASB}$. - Thiết diện qua trục: ΔSAB cân tại S. - Góc giữa đường sinh và mặt đáy: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SMO}$.	- Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. - Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. - Thể tích: $V = \frac{1}{3}h.S_d = \frac{1}{3}h.\pi r^2$. (liên tưởng đến thể tích khối chóp). - Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl$. - Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi rl + \pi r^2$.
MẶT TRỤ	Các yếu tố mặt trụ:	Một số công thức:
 Hình thành: Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường trung bình OO', ta có mặt trụ như hình bên.	- Đường cao: $h = OO'$. - Đường sinh: $l = AD = BC$. Ta có: $l = h$. - Bán kính đáy: $r = OA = OB = O'C = O'D$. - Trục (Δ) là đường thẳng đi qua hai điểm O, O'. - Thiết diện qua trục: Là hình chữ nhật $ABCD$.	- Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. - Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. - Thể tích khối trụ: $V = h.S_d = h.\pi r^2$. - Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi r.h$. - Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi r.h + 2\pi r^2$.
MẶT CẦU	Một số công thức:	Mặt cầu ngoại tiếp đa diện Mặt cầu nội tiếp đa diện
 Hình thành: Quay đường tròn tâm I, bán kính $R = \frac{AB}{2}$ quanh trục AB, ta có mặt cầu như hình vẽ.	- Tâm I, bán kính $R = IA = IB = IM$. - Đường kính $AB = 2R$. - Thiết diện qua tâm mặt cầu: Là đường tròn tâm I, bán kính R. - Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$. - Thể tích khối cầu: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.	 Mặt cầu ngoại tiếp đa diện là mặt cầu đi qua tất cả đỉnh của đa diện đó.  Mặt cầu nội tiếp đa diện là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của đa diện đó.

CÂU HỎI MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

- Câu 1.** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng
A. $4\pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** πrl . **D.** $\frac{1}{3}\pi rl$.
- Câu 2.** Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. 16π . **B.** 48π . **C.** 36π . **D.** 4π .
- Câu 3.** Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng
A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 8π . **C.** 16π . **D.** 4π .
- Câu 4.** Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng
A. $4\pi rl$. **B.** πrl . **C.** $\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** $2\pi rl$.
- Câu 5.** Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính r là
A. $S = \pi r^2$. **B.** $S = \frac{4}{3}\pi r^3$. **C.** $S = \frac{3}{4}\pi r^2$. **D.** $S = 4\pi r^2$.
- Câu 6.** Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r , chiều cao h và đường sinh l . Kết luận nào sau đây **sai**?
A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$. **C.** $h^2 = r^2 + l^2$. **D.** $S_{xq} = \pi rl$.
- Câu 7.** Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là
A. $S_{xq} = \pi rh$. **B.** $S_{xq} = \pi rl$. **C.** $S_{xq} = 2\pi rl$. **D.** $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.
- Câu 8.** Cho khối nón có bán kính đáy $R=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. 3π . **B.** 9π . **C.** $3\pi\sqrt{3}$. **D.** $\pi\sqrt{3}$.
- Câu 9.** Thể tích khối cầu bán kính 6 cm bằng
A. 144π (cm³) **B.** 288π (cm³) **C.** 162π (cm³) **D.** 864π (cm³)
- Câu 10.** Tìm độ dài đường cao của hình trụ biết hình trụ có diện tích xung quanh là S_{xq} và bán kính r ?
A. $\frac{S_{xq}}{2\pi r}$. **B.** $\frac{S_{xq}}{\pi r}$. **C.** $\frac{2\pi r}{S_{xq}}$. **D.** $\frac{\pi r}{S_{xq}}$.
- Câu 11.** Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính r bằng
A. $4\pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** πrl . **D.** $\frac{1}{3}\pi rl$.
- Câu 12.** Cho hình trụ (T) có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
A. $2\pi a^2$. **B.** $\frac{\pi a^2}{2}$. **C.** πa^2 . **D.** $\frac{3\pi a^2}{2}$.
- Câu 13.** Cho khối nón có chiều cao $h=6$ và bán kính đáy bằng r . Biết bán kính đáy r bằng một nửa chiều cao h . Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. 18π . **B.** 54π . **C.** 36π . **D.** 12π .
- Câu 14.** Diện tích của một mặt cầu bằng 16π (cm²). Bán kính của mặt cầu đó là
A. ± 2 cm. **B.** 2 cm. **C.** 4 cm. **D.** $2\sqrt{3}$ cm.
- Câu 15.** Diện tích xung quanh của hình trụ có diện tích một đáy là S và độ dài đường sinh l bằng?

- A. $2l\sqrt{\pi S}$. B. $2Sl$. C. $2\pi l\sqrt{\frac{\pi}{S}}$. D. $l\sqrt{\pi S}$.
- Câu 16.** Cho khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy bằng r . Biết thể tích của khối nón đã cho $V = 8\pi$. Tính bán kính đáy.
- A. $r = 2$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 4 .
- Câu 17.** Thể tích khối cầu có đường kính $2a$ bằng
- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{32\pi a^3}{3}$. D. $4\pi a^2$.
- Câu 18.** Cho hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính r . Nếu độ dài đường sinh khối trụ tăng lên 3 lần, diện tích đáy không đổi thì thể tích của khối trụ sẽ tăng lên
- A. 3 lần. B. $\frac{1}{3}$ lần. C. 9 lần. D. 27 lần.
- Câu 19.** Diện tích toàn phần của hình nón có độ dài đường sinh l và đường kính đáy $2r$ bằng
- A. πrl . B. $2\pi rl + 4\pi r^2$. C. $\pi rl + \pi r^2$. D. $\frac{1}{3}\pi rl$.
- Câu 20.** Bán kính r của khối cầu có thể tích $V = 36\pi (\text{cm}^3)$ là
- A. $r = 3(\text{cm})$. B. $r = \sqrt{27}(\text{cm})$. C. $r = \sqrt[3]{48}(\text{cm})$. D. $r = \sqrt[3]{9}(\text{cm})$.
- Câu 21.** Tìm bán kính r của hình nón biết hình nón có diện tích xung quanh là S_{xq} và độ dài đường sinh l ?
- A. $\frac{S_{xq}}{\pi l}$. B. $\frac{S_{xq}}{2\pi l}$. C. $\frac{\pi l}{S_{xq}}$. D. $\frac{2\pi l}{S_{xq}}$.
- Câu 22.** Trong không gian cho tam giác vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .
- A. $l = a\sqrt{2}$. B. $l = 2a$. C. $l = a$. D. $l = a\sqrt{3}$.
- Câu 23.** Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 2$ và đường sinh $l = 6$ bằng
- A. 24π . B. 12π . C. 4π . D. 8π .
- Câu 24.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 1, góc giữa đường sinh và trục của hình nón bằng 30° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$. B. $\sqrt{3}\pi$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$. D. 2π .
- Câu 25.** Cho khối trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và diện tích thiết diện qua trục của khối trụ bằng 16. Thể tích khối trụ đã cho bằng
- A. 64π . B. $\frac{64\pi}{3}$. C. $16\sqrt{2}\pi$. D. $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.
- Câu 26.** Hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng 20cm. Thể tích của khối trụ tương ứng bằng:
- A. $800\pi \text{ cm}^3$. B. $8000\pi \text{ cm}^3$. C. $400\pi \text{ cm}^3$. D. $2000\pi \text{ cm}^3$.

CÂU HỎI MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

- Câu 27.** Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = a$, $AC = 2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $4\pi a^2$. B. $\frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\pi a^2}{\sqrt{3}}$. D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

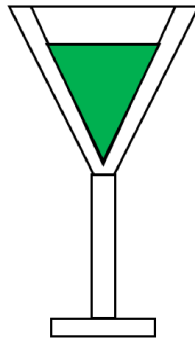
Câu 28. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh hình nón đó bằng

- A. $5\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2\sqrt{5}\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.

Câu 29. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 18π . B. 36π . C. 54π . D. 27π .

Câu 30. Cho một chiếc cốc hình nón chứa đầy trà như hình vẽ. Người X uống một phần trà sao cho chiều cao của nó giảm đi $\frac{1}{3}$ so với chiều cao của trà trong cốc. Người Y uống phần trà còn lại trong cốc. Khi đó khẳng định nào đúng.

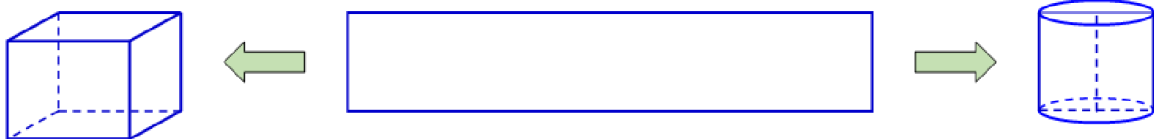


- A. Người X uống lượng trà bằng 5,75 lần lượng trà của người Y uống.
 B. Hai người X và Y uống lượng trà bằng nhau.
 C. Người X uống lượng trà bằng 2,375 lần lượng trà của người Y uống.
 D. Người X uống lượng trà bằng một nửa lượng trà của người Y uống.

Câu 31. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 2cm được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16cm^2 . Thể tích của (T) là

- A. $32\pi(\text{cm}^3)$. B. $16\pi(\text{cm}^3)$. C. $64\pi(\text{cm}^3)$. D. $8\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 32. Cho hai tấm tôn hình chữ nhật đều có kích thước $1,5\text{m} \times 8\text{m}$. Tấm tôn thứ nhất được chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, không nắp, có thiết diện ngang là một hình vuông (mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình hộp và cắt các mặt bên của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình vuông) và có chiều cao $1,5\text{m}$; còn tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình trụ không đáy, không nắp và cũng có chiều cao $1,5\text{m}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của khối hộp chữ nhật và thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



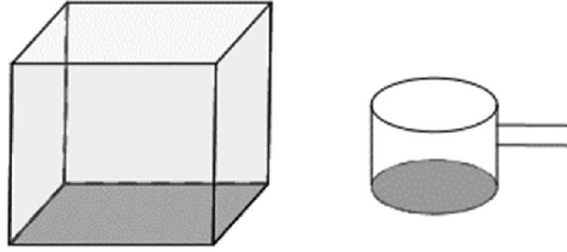
- A. $\frac{V_1}{V_2} = \pi$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{4}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{2}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{3}$.

Câu 33. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5a$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7a$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$. Diện tích của thiết diện được tạo nên bằng

- A. $56a^2$. B. $35a^2$. C. $21a^2$. D. $70a^2$.

Câu 34. Cho một cái bể nước hình hộp chữ nhật có ba kích thước $2\text{m}, 3\text{m}, 2\text{m}$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của lòng trong đựng nước của bể. Hàng ngày nước ở trong bể được lấy ra bởi một

cái gáo hình trụ có chiều cao là 5cm và bán kính đường tròn đáy là 4cm . Trung bình một ngày được múc ra 170 gáo nước để sử dụng (Biết mỗi lần múc là múc đầy gáo). Hỏi sau bao nhiêu ngày thì bể hết nước biết rằng ban đầu bể đầy nước?



- A. 280 ngày. B. 282 ngày. C. 281 ngày. D. 283 ngày.

Câu 35. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = 2a$ và $AC = 3a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $BCDA$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $6\sqrt{5}\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $4\sqrt{5}\pi a^2$. D. $20\pi a^2$.

Câu 36. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$ và $AC = 3a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích toàn phần của hình nón đó bằng

- A. $3\sqrt{13}\pi a^2$. B. $3\sqrt{13}\pi a^2 + 4\pi a^2$. C. $3\sqrt{13}\pi a^2 + 9\pi a^2$. D. $42\pi a^2$.

Câu 37. Cho hình trụ (T) có thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có diện tích bằng 48 và chu vi bằng 28. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T) . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 96π . B. 48π . C. 24π . D. 32π .

Câu 38. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Thiết diện của hình trụ tạo bởi mặt phẳng song song và cách trục một khoảng bằng a có diện tích bằng $8a^2\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ là

- A. $16\pi a^2$. B. $16\pi a^3$. C. $32\pi a^3$. D. $\frac{16\pi a^3}{3}$.

Câu 39. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$. Biết rằng khi cắt khối nón đó bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một tam giác đều. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $6\sqrt{3}\pi$. B. 36π . C. 18π . D. 9π .

Câu 40. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3a$ và $BC = 5a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh hình nón đó bằng

- A. $20a^2$. B. $15\pi a^2$. C. $20\pi a^2$. D. $80\pi a^2$.

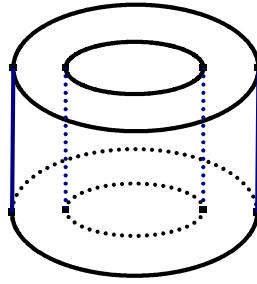
Câu 41. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $\pi a^2\sqrt{2}$. B. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. C. πa^2 . D. $\frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 42. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $5a$ và đường cao bằng $4a$. Thể tích khối nón bằng

- A. $\frac{80\pi a^3}{3}$. B. $15\pi a^3$. C. $12\pi a^3$. D. $36\pi a^3$.

Câu 43. Một chi tiết máy là phần còn lại của một khối trụ có bán kính đáy r sau khi đã đục bỏ phần bên trong là một khối trụ có bán kính đáy $\frac{r}{2}$ (tham khảo hình vẽ).



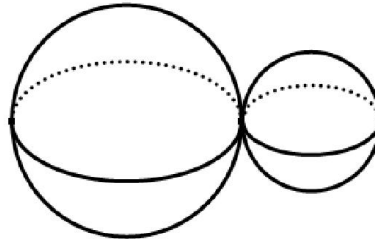
Biết thể tích khối trụ nhỏ bị đục bỏ bằng $20(\text{cm}^3)$. Thể tích của khối chi tiết máy đó là

- A. $40(\text{cm}^3)$. B. $60(\text{cm}^3)$. C. $80(\text{cm}^3)$. D. $70(\text{cm}^3)$.

Câu 44. Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều SAB cạnh a . Thể tích khối nón bằng

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{\pi a^3}{24}$. C. $\frac{\pi a^3}{12}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Câu 45. Một khối đồ chơi gồm hai khối cầu $(H_1), (H_2)$ tiếp xúc với nhau, lần lượt có bán kính tương ứng là r_1, r_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1$ (tham khảo hình vẽ).



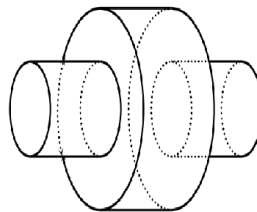
Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 180cm^3 . Thể tích của khối cầu (H_1) bằng

- A. 90cm^3 B. 120cm^3 C. 160cm^3 D. 135cm^3

Câu 46. Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác SAB vuông tại S với cạnh $SA = a$. Thể tích khối nón bằng

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{12}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

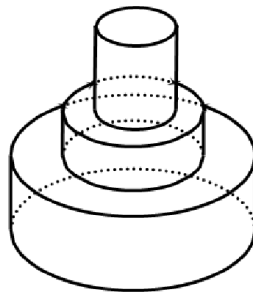
Câu 47. Một chi tiết máy gồm 3 khối trụ có cùng chiều cao h gắn với nhau (như hình vẽ).



Khối trụ lớn có bán kính đáy r lớn gấp đôi bán kính đáy của hai khối trụ nhỏ (hai khối trụ nhỏ bằng nhau). Biết thể tích của cả khối chi tiết máy đó bằng 90cm^3 . Tính thể tích của khối trụ lớn ở giữa.

- A. 30cm^3 . B. 45cm^3 . C. 70cm^3 . D. 60cm^3 .

Câu 48. Một chiếc bánh sinh nhật gồm ba khối trụ $(H_1), (H_2), (H_3)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là $r_1, h_1; r_2, h_2; r_3, h_3$ thỏa mãn $r_1 = 2r_2 = 3r_3, h_1 = 2h_2 = h_3$ (tham khảo hình vẽ).



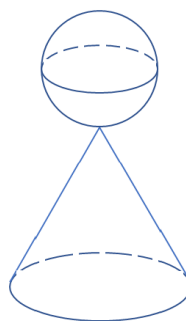
Biết rằng thể tích của khối (H_3) bằng 80cm^3 . Thể tích của toàn bộ chiếc bánh sinh nhật bằng

- A. 890cm^3 . B. 980cm^3 . C. 900cm^3 . D. 800cm^3 .

Câu 49. Cho khối nón có thể tích bằng $\sqrt{3}\pi a^3$ và đường cao bằng $a\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của khối nón đã cho bằng

- A. $a\sqrt{6}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. a .

Câu 50. Một khối đồ chơi gồm một hình cầu (H_1) bán kính R và một hình nón (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và đường sinh là r, l thỏa mãn $r = \frac{1}{2}l$ và $l = \frac{3}{2}R$. (hình vẽ).



Biết tổng diện tích mặt cầu (H_1) và diện tích toàn phần của hình nón (H_2) là 91cm^2 . Tính diện tích của khối cầu (H_1) .

- A. 16cm^2 . B. $\frac{104}{5}\text{cm}^2$. C. 64cm^2 . D. $\frac{26}{5}\text{cm}^2$.

Câu 51. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 1cm . Một mặt phẳng qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

- A. $8\pi\text{cm}^3$. B. $2\pi\text{cm}^3$. C. $\frac{16\pi}{3}\text{cm}^3$. D. 16cm^3 .

Câu 52. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là:

- A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 53. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 54. Trong không gian cho tứ giác $ABCD$ là một nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $CD = 2a$. Khi quay tứ giác $ABCD$ quanh cạnh AB thì tạo thành một khối tròn xoay. Thể tích khối tròn xoay đó bằng

- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $\frac{5}{4}\pi a^3$. D. $\frac{3}{2}\pi a^3$.

Câu 55. Cho một hình nón có góc ở đỉnh 60° , bán kính đáy bằng a . Diện tích toàn phần hình nón đó là

A. πa^2 . B. $3\pi a^2$. C. $2\pi a^2$. D. $\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 56. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Thể tích khối cầu có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng $A'C$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. D. $\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 57. Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng a , diện tích mỗi mặt bên bằng a^2 . Thể tích khối nón đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{15}}{24}\pi a^3$. B. $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi a^3$. C. $\frac{\sqrt{15}}{12}\pi a^3$. D. $\frac{\sqrt{15}}{18}\pi a^3$.

Câu 58. Cho hai khối cầu có bán kính lần lượt bằng a và $2a$. Tỉ số giữa thể tích của khối cầu nhỏ với thể tích của khối cầu lớn bằng

A. $\frac{1}{4}$. B. 4. C. $\frac{1}{8}$. D. 8.

Câu 59. Cho hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng 5 cm. Mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo một thiết diện có chu vi bằng 26 cm. Khoảng cách từ (α) đến trục của hình trụ bằng

A. 4 cm. B. 5 cm. C. 2 cm. D. 3 cm.

Câu 60. Cho tam giác vuông cân ABC có $AB = BC = a\sqrt{2}$. Khi quay tam giác ABC quanh đường thẳng đi qua B và song song với AC ta thu được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $2\pi a^3$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. πa^3 .

Câu 61. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 64π và thiết diện qua trục của hình trụ này là một hình vuông. Thể tích hình trụ đó bằng

A. 512π . B. 128π . C. 64π . D. 256π .

Câu 62. Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy góc 60° . Hình nón (N) có đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$. Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng

A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{4}$. B. $\frac{2\pi a^2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. D. $\frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 63. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = a$, $AC = 2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$. C. $4\pi a^2$. D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 64. Cho hình nón có đường cao a . Biết rằng khi cắt hình nón đã cho một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng $\frac{a}{3}$, thiết diện thu được tạo thành một tam giác vuông. Thể tích khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{5\pi a^3}{12}$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{9}$. D. $\frac{5\pi a^3}{9}$.

Câu 65. Khối tròn xoay sinh bởi một tam giác đều cạnh a (kể cả điểm trong) khi quay quanh một đường thẳng chứa một cạnh của tam giác đó có thể tích bằng

A. $\frac{\pi a^3}{8}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{\pi a^3}{4}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

- Câu 66.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = a$, cạnh bên hợp với đáy góc 45° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S với đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông bằng
- A. $\frac{\pi a^2}{2}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{\pi a^2}{4}$. D. $2\pi a^2$.
- Câu 67.** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:
- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $\pi a^2 \sqrt{2}$.
- Câu 68.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AC = 2a\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành hình trụ. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ là
- A. $S_{tp} = 16\pi a^2$. B. $S_{tp} = 10\pi a^2$. C. $S_{tp} = 12\pi a^2$. D. $S_{tp} = 8\pi a^2$.
- Câu 69.** Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AC .
- A. $l = a\sqrt{2}$. B. $l = 2a$. C. $l = a$. D. $l = a\sqrt{3}$.
- Câu 70.** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$, $AC = 5$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{TP} của hình trụ đó.
- A. $S_{TP} = 8\pi$. B. $S_{TP} = \frac{33}{2}\pi$. C. $S_{TP} = \frac{81}{2}\pi$. D. $S_{TP} = 24\pi$.
- Câu 71.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.
- A. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.
- Câu 72.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên SA và mặt phẳng đáy bằng 30° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.
- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{6}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{6}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{12}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{12}$.
- Câu 73.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng 30° . Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{36}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{108}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{72}$.
- Câu 74.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 5. Tính thể tích V của khối nón nội tiếp tứ diện $ABCD$.
- A. $V = \frac{\pi 25\sqrt{6}}{108}$. B. $V = \frac{\pi 125\sqrt{3}}{108}$. C. $V = \frac{\pi 125\sqrt{6}}{108}$. D. $V = \frac{\pi 25\sqrt{6}}{36}$.
- Câu 75.** Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiều cao của tứ diện đều $ABCD$.
- A. $S_{xq} = 2\sqrt{3}\pi a^2$. B. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi a^2$. C. $S_{xq} = \sqrt{3}\pi a^2$. D. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi a^2$.
- Câu 76.** Cho một lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và đỉnh là trong tâm của tam giác $A'B'C'$.
- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{36}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{36}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{6}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{6}$.

Câu 77. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là một tam giác vuông tại A , $AB = a$, cạnh AA' hợp với $B'C$ góc 60° . Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{18}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $AC = a, BC = 2a$, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác SAB vuông cân tại S . Tính thể tích của khối nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{5}}{24}$. B. $V = \frac{\pi a^3 5\sqrt{5}}{12}$. C. $V = \frac{\pi a^3 5\sqrt{5}}{24}$. D. $V = \frac{\pi a^3 3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác SBC đều cạnh a , góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là 30° . Tính thể tích V của khối trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và chiều cao bằng khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$.

Câu 80. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Mặt phẳng $AB'C'$ tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và chiều cao bằng chiều cao của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $S_{xq} = \frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. B. $S_{xq} = \frac{3\sqrt{3}\pi a^2}{12}$. C. $S_{xq} = \frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$. D. $S_{xq} = \sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 81. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = 2a, AD = a$, AC cắt BD tại O , góc $\widehat{A'BA} = 60^\circ$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh là O và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $A'B'C'D'$.

A. $V = \frac{\pi a^3 5\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3 5\sqrt{5}}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3 5\sqrt{3}}{2}$.

CÂU HỎI MỨC ĐỘ VẬN DỤNG - VDC

Câu 82. Cho hình nón có tâm đáy là I . Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $3\sqrt{3}$, đồng thời cắt đường tròn đáy tại hai điểm. A, B thì $\widehat{AIB} = 120^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $8\pi\sqrt{3}$. B. $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$. C. $4\pi(1+\sqrt{3})$. D. $4\pi\sqrt{3}$.

Câu 83. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Gọi B, C là 2 điểm thuộc đường tròn đáy sao cho ΔSBC vuông tại S và có chu vi bằng $10+5\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng:

A. $7\sqrt{2}\pi$. B. $21\sqrt{2}\pi$. C. $43\sqrt{2}\pi$. D. $14\sqrt{2}\pi$.

Câu 84. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. B. 32π . C. $32\sqrt{5}\pi$. D. 96π .

Câu 85. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $54\pi a^3$. D. $108\pi a^3$.

- Câu 86.** Cho hình trụ có bán kính đáy là 4 cm, một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6$ cm (hình vẽ). Biết diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2 . Tính chiều cao của hình trụ đã cho.
A. $6\sqrt{2}$ cm. **B.** $4\sqrt{3}$ cm. **C.** $8\sqrt{2}$ cm. **D.** $5\sqrt{3}$ cm.
- Câu 87.** Khi cắt một hình trụ bởi hai mặt phẳng cùng song song với trục. Với mặt phẳng thứ nhất cách trục một khoảng bằng a , thiết diện thu được là một hình vuông. Còn mặt phẳng thứ hai cách trục một khoảng bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$, thiết diện thu được là một hình chữ nhật có diện tích bằng $2a^2\sqrt{2}$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng
A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $8\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $4\pi a^3$.
- Câu 88.** Cho hình nón đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O và có đường kính bằng $4a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O . Biết khoảng cách từ D đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$. Tính thể tích khối nón.
A. $2a^3\pi$. **B.** $\frac{2a^3\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{13}a^3\pi}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\pi}{3}$.
- Câu 89.** Cho hình nón đỉnh S có đường tròn đáy tâm O bán kính $R = a\sqrt{2}$. Trên đường tròn đáy lấy hai điểm A và B sao cho tam giác OAB đều. Biết diện tích tam giác SAB bằng $2\sqrt{2}a$. Thể tích hình nón đã cho bằng:
A. $\sqrt{58}a^3\pi$. **B.** $\sqrt{29}a^3\pi$. **C.** $\frac{\sqrt{29}a^3\pi}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{58}a^3\pi}{3}$.
- Câu 90.** Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn (O) và (O') , chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy a . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài $a\sqrt{2}$. Góc tạo bởi mặt phẳng (α) với mặt đáy gần với giá trị nào nhất.
A. 50° . **B.** 51° . **C.** 39° . **D.** 41° .
- Câu 91.** Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng $2a$. Từ tâm của đáy, dựng đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Trên Δ lấy điểm S sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{12}{7}a$. Khi đó thể tích khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC bằng
A. $\frac{4a^3\pi}{9}$. **B.** $\frac{16a^3\pi}{3}$. **C.** $\frac{16a^3\pi}{9}$. **D.** $\frac{4a^3\pi}{3}$.
- Câu 92.** Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3, AC = 4, BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng
A. $\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$. **B.** $\frac{7\sqrt{21}}{2}\pi$. **C.** $\frac{29\sqrt{29}}{6}\pi$. **D.** $\frac{4\sqrt{17}}{3}\pi$.
- Câu 93.** Cho hình nón có chiều cao bằng a . Biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng bằng $\frac{a}{3}$, thiết diện thu được là một tam giác vuông. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng
A. $\frac{4\pi a^3}{9}$. **B.** $\frac{5\pi a^3}{9}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{5\pi a^3}{12}$.

Câu 94. Một khối trụ có bán kính đáy $r = 2a$. O, O' lần lượt là tâm đường tròn đáy. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục $\frac{a\sqrt{15}}{2}$, cắt đường tròn (O') tại hai điểm A, B . Biết thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ bằng $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. Độ dài đường cao của hình trụ bằng

- A. a . B. $6a$. C. $3a$. D. $2a$.

Câu 95. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a; BC = a$. Gọi M là trung điểm BB' . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}a}{8}$. B. $\frac{\sqrt{13}a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}a}{6}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H đối xứng với B qua AC . Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) $= 45^\circ$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{2\pi a^2}{3}$. C. $5\pi a^2$. D. $\frac{5\pi a^2}{4}$.

Câu 97. Cho hai khối nón có chung trục $SS' = 3r$. Khối nón thứ nhất có đỉnh S đáy là hình tròn tâm S' bán kính r . Khối nón thứ hai có đỉnh S' đáy là hình tròn tâm S bán kính $2r$. Thể tích phần chung của hai khối nón bằng

- A. $\frac{4\pi r^3}{27}$. B. $\frac{\pi r^3}{9}$. C. $\frac{4\pi r^3}{9}$. D. $\frac{4\pi r^3}{3}$.

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = \sqrt{3}$, $AC = 2$ và $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC . Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCNM$ là

- A. $R = 2$. B. $R = \sqrt{13}$. C. $R = 1$. D. $R = \sqrt{2}$.

Câu 99. Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón đôi một tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy khối nón. Biết khối cầu vừa đủ

ngập trong nước và tổng lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{24}$ (lit). Thể tích nước ban đầu trong bể thuộc

khoảng nào dưới đây? (tính theo đơn vị lít).

- A. (150;151) B. (151;152) C. (139;140) D. (138;139).

Câu 100. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. $216\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $54\pi a^3$. D. $108\pi a^3$.

Câu 101. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình chữ nhật có diện tích $48a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. $216\pi a^3$. B. $180\pi a^3$. C. $54\pi a^3$. D. $150\pi a^3$.

Câu 102. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Nếu ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$ thì bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{43}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{43}}{8}$. C. $\frac{a\sqrt{43}}{12}$. D. $\frac{a\sqrt{43}}{6}$.

- Câu 103.** Cho hình chóp $ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . Biết SA vuông góc với $ABCD$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E bằng
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. a .
- Câu 104.** Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có AB, CD là hai dây cung của hai đường tròn đáy và mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng.
- A. $\frac{5a^2}{4}$. B. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{4}$. C. $5a^2$. D. $\frac{5a^2}{2}$.
- Câu 105.** Cho ba hình cầu có bán kính lần lượt là R_1, R_2, R_3 đôi một tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Các tiếp điểm của ba hình cầu với mặt phẳng (P) lập thành một tam giác có độ dài các cạnh lần lượt là $2; 3; 4$. Tính tổng $R_1 + R_2 + R_3$:
- A. $\frac{61}{12}$. B. $\frac{67}{12}$. C. $\frac{53}{12}$. D. $\frac{59}{12}$.
- Câu 106.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, các cạnh bên của hình chóp bằng $\sqrt{6} \text{ cm}$, $AB = 4 \text{ cm}$. Khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$.
- A. $12\pi \text{ cm}^2$. B. $4\pi \text{ cm}^2$. C. $9\pi \text{ cm}^2$. D. $36\pi \text{ cm}^2$.
- Câu 107.** Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = 2(\text{cm})$, $AB = 2\sqrt{3}(\text{cm})$, $AD = 6(\text{cm})$. Quay các tam giác ABC và ABD (bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng
- A. $\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}\pi(\text{cm}^3)$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi(\text{cm}^3)$ D. $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$.
- Câu 108.** Huyền có một tấm bìa như hình vẽ, Huyền muốn biến đường tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán OA, OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?
- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$
- Câu 109.** Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A, B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') . Biết $AB = 2a$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Bán kính đáy bằng
- A. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{14}}{9}$.
- Câu 110.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 3a\sqrt{2}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $72\sqrt{18}\pi a^3$. B. $18\sqrt{18}\pi a^3$. C. $6\sqrt{18}\pi a^3$. D. $24\sqrt{18}\pi a^3$.

Câu 111. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , D trên đường tròn tâm O' lấy điểm B , C sao cho $AB \parallel CD$ và AB không cắt OO' . Tính AD để thể tích khối chóp $O'.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $AD = 2\sqrt{2}a$ B. $AD = 4a$ C. $AD = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$ D. $AD = \sqrt{2}a$

Câu 112. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và điểm $A(-1; 1; 1)$ nằm trong khoảng giữa hai mặt phẳng này. Gọi (S) là mặt cầu đi qua A và tiếp xúc với cả (P) và (Q) . Biết khi (S) thay đổi thì tâm I của nó luôn thuộc đường tròn (C) cố định. Diện tích hình tròn giới hạn bởi (C) là

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{4\pi}{9}$. C. $\frac{16\pi}{9}$. D. $\frac{8\pi}{9}$.

Câu 113. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông với cạnh đáy AD, BC . $AD = 3CB = 3a$, $AB = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AI}$, M là trung điểm SD , H là giao điểm của AM và SI . Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC . Tính thể tích V của khối nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH và đỉnh thuộc mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{5\sqrt{5}}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{2\sqrt{5}}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{\sqrt{5}}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{10\sqrt{5}}$.

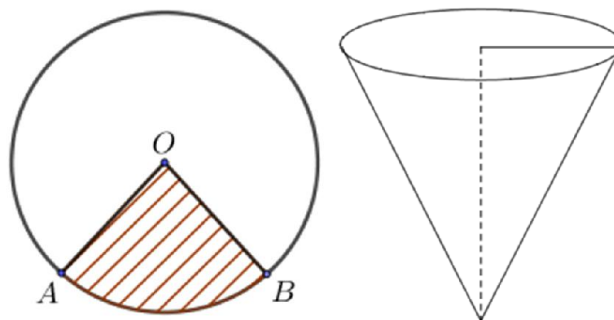
Câu 114. Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 50 cm. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là:

- A. $10\sqrt{2}$ (cm). B. $50\sqrt{2}$ (cm). C. 20 (cm). D. 25 (cm).

Câu 115. Cho hình nón (N) có đường cao $SO = h$ và bán kính đáy bằng R , gọi M là điểm trên đoạn SO , đặt $OM = x$, $0 < x < h$. (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M , với hình nón (N) . Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

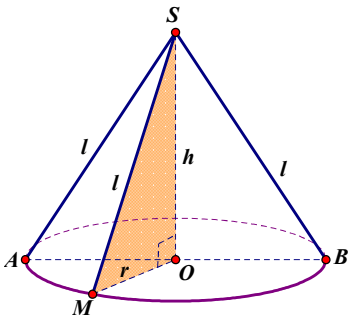
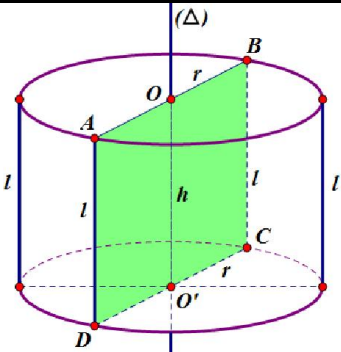
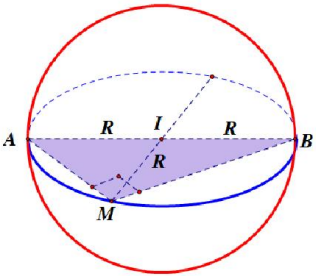
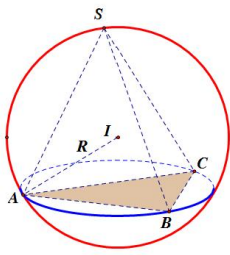
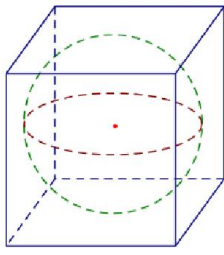
- A. $\frac{h}{2}$. B. $\frac{h\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{h}{3}$.

Câu 116. Bạn Hoàn có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Hoàn muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Hoàn phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau (diện tích chỗ dán nhỏ không đáng kể). Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?



- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. D. $\frac{\pi}{2}$.

----- HẾT -----

MẶT TRỤ, MẶT NÓN – MẶT CẦU		
MẶT NÓN	Các yếu tố mặt nón:	Một số công thức:
 Hình thành: Quay Δ vuông SOM quanh trục SO, ta được mặt nón như hình bên với: $\begin{cases} h = SO \\ r = OM \end{cases}$	- Đường cao: $h = SO$. (SO cũng được gọi là trục của hình nón). - Bán kính đáy: $r = OA = OB = OM$. - Đường sinh: $l = SA = SB = SM$. - Góc ở đỉnh: $\widehat{ASB}$. - Thiết diện qua trục: ΔSAB cân tại S. - Góc giữa đường sinh và mặt đáy: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SMO}$.	- Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. - Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. - Thể tích: $V = \frac{1}{3}h.S_d = \frac{1}{3}h.\pi r^2$. (liên tưởng đến thể tích khối chóp). - Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl$. - Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi rl + \pi r^2$.
MẶT TRỤ	Các yếu tố mặt trụ:	Một số công thức:
 Hình thành: Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường trung bình OO', ta có mặt trụ như hình bên.	- Đường cao: $h = OO'$. - Đường sinh: $l = AD = BC$. Ta có: $l = h$. - Bán kính đáy: $r = OA = OB = O'C = O'D$. - Trục (Δ) là đường thẳng đi qua hai điểm O, O'. - Thiết diện qua trục: Là hình chữ nhật $ABCD$.	- Chu vi đáy: $p = 2\pi r$. - Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$. - Thể tích khối trụ: $V = h.S_d = h.\pi r^2$. - Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi r.h$. - Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi r.h + 2\pi r^2.$
MẶT CẦU	Một số công thức:	Mặt cầu ngoại tiếp đa diện Mặt cầu nội tiếp đa diện
 Hình thành: Quay đường tròn tâm I, bán kính $R = \frac{AB}{2}$ quanh trục AB, ta có mặt cầu như hình vẽ.	- Tâm I, bán kính $R = IA = IB = IM$. - Đường kính $AB = 2R$. - Thiết diện qua tâm mặt cầu: Là đường tròn tâm I, bán kính R. - Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$. - Thể tích khối cầu: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.	 Mặt cầu ngoại tiếp đa diện là mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của đa diện đó.  Mặt cầu nội tiếp đa diện là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của đa diện đó.

CÂU HỎI MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

- Câu 1.** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng
- A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình nón.

- Câu 2.** Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A. 16π . B. 48π . C. 36π . D. 4π .

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 3 = 16\pi$.

- Câu 3.** Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng
- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 8π . C. 16π . D. 4π .

Lời giải

Chọn C

$$S = 4\pi R^2 = 16\pi$$

- Câu 4.** Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng
- A. $4\pi rl$. B. πrl . C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ $S = 2\pi rl$.

- Câu 5.** Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính r là
- A. $S = \pi r^2$. B. $S = \frac{4}{3}\pi r^3$. C. $S = \frac{3}{4}\pi r^2$. D. $S = 4\pi r^2$.

Lời giải

Chọn D

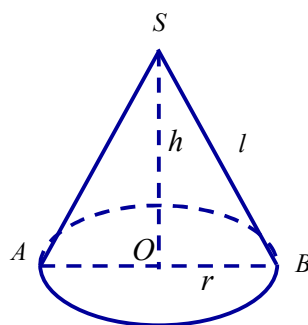
Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính r là $S = 4\pi r^2$.

- Câu 6.** Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r , chiều cao h và đường sinh l . Kết luận nào sau đây **sai**?

- A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2$. C. $h^2 = r^2 + l^2$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Lời giải

Chọn C



Ta có tam giác SOB vuông tại O nên: $h^2 + r^2 = l^2 \Rightarrow h^2 = l^2 - r^2$.

Câu 7. Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A. $S_{xq} = \pi r h$. B. $S_{xq} = \pi r l$. C. $S_{xq} = 2\pi r l$. D. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là $S_{xq} = \pi r l$.

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $R = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 3π . B. 9π . C. $3\pi\sqrt{3}$. D. $\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3 \cdot 3 = 3\pi$.

Câu 9. Thể tích khối cầu bán kính 6 cm bằng

- A. 144π (cm³) B. 288π (cm³) C. 162π (cm³) D. 864π (cm³)

Lời giải

Chọn B

Vì thể tích cần tìm là $V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 = 288\pi$ (cm³).

Câu 10. Tìm độ dài đường cao của hình trụ biết hình trụ có diện tích xung quanh là S_{xq} và bán kính r ?

- A. $\frac{S_{xq}}{2\pi r}$. B. $\frac{S_{xq}}{\pi r}$. C. $\frac{2\pi r}{S_{xq}}$. D. $\frac{\pi r}{S_{xq}}$.

Lời giải

Chọn A

Bằng công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ: (đường cao hình trụ h bằng đường sinh l).

$$S_{xq} = 2\pi r h \Rightarrow h = \frac{S_{xq}}{2\pi r}.$$

Câu 11. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính r bằng

- A. $4\pi r l$. B. $2\pi r l$. C. $\pi r l$. D. $\frac{1}{3}\pi r l$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ ta có

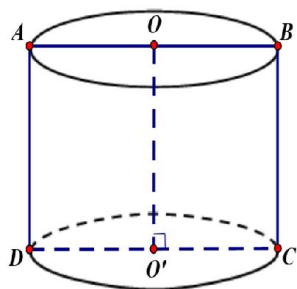
$$S_{xq} = 2\pi r l$$

Câu 12. Cho hình trụ (T) có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2}{2}$. C. πa^2 . D. $\frac{3\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a .

Ta có: $l = AD = a$; $r = OA = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi a^2$.

Câu 13. Cho khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy bằng r . Biết bán kính đáy r bằng một nửa chiều cao h . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. 18π . B. 54π . C. 36π . D. 12π .

Lời giải

Chọn A

Bán kính đáy: $r = \frac{h}{2} = \frac{6}{2} = 3$

Ta có công thức thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9 \cdot 6 = 18\pi$.

Câu 14. Diện tích của một mặt cầu bằng $16\pi (cm^2)$. Bán kính của mặt cầu đó là

- A. $\pm 2cm$. B. $2cm$. C. $4cm$. D. $2\sqrt{3}cm$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $4\pi R^2 = 16\pi \Leftrightarrow R^2 = 4 \Rightarrow R = 2(cm)$.

Câu 15. Diện tích xung quanh của hình trụ có diện tích một đáy là S và độ dài đường sinh l bằng?

- A. $2l\sqrt{\pi S}$. B. $2Sl$. C. $2\pi l\sqrt{\frac{\pi}{S}}$. D. $l\sqrt{\pi S}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích 1 đáy là: $S = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$.

Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ:

$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \sqrt{\frac{S}{\pi}} \cdot l = 2l\sqrt{\pi S}$.

Câu 16. Cho khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy bằng r . Biết thể tích của khối nón đã cho $V = 8\pi$. Tính bán kính đáy.

- A. $r = 2$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. 4 .

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 8\pi}{\pi \cdot 6}} = 2$.

Câu 17. Thể tích khối cầu có đường kính $2a$ bằng

- A.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\frac{32\pi a^3}{3}$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 18. Cho hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính r . Nếu độ dài đường sinh khối trụ tăng lên 3 lần, diện tích đáy không đổi thì thể tích của khối trụ sẽ tăng lên

- A.** 3 lần. **B.** $\frac{1}{3}$ lần. **C.** 9 lần. **D.** 27 lần.

Lời giải

Chọn A

Ta có: đường cao hình trụ h bằng đường sinh l .

Thể tích khối trụ ban đầu: $V = B.h$ (B là diện tích đáy; h là chiều cao).

Gọi $V' = B'.h'$, với $B' = B, h' = 3h$ là thể tích sau khi tăng chiều cao của khối trụ lên 3 lần.

$\Rightarrow V' = B'.h' = B.3h = 3.B.h = 3V$.

Câu 19. Diện tích toàn phần của hình nón có độ dài đường sinh l và đường kính đáy $2r$ bằng

- A.** $\pi r l$. **B.** $2\pi r l + 4\pi r^2$. **C.** $\pi r l + \pi r^2$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r l$.

Lời giải

Chọn C

Vì đường kính đáy $2r$ nên bán kính đáy là r . Theo công thức tính diện tích toàn phần của hình nón ta có

$$S_{TP} = \pi r l + \pi r^2$$

Câu 20. Bán kính r của khối cầu có thể tích $V = 36\pi (\text{cm}^3)$ là

- A.** $r = 3(\text{cm})$. **B.** $r = \sqrt{27}(\text{cm})$. **C.** $r = \sqrt[3]{48}(\text{cm})$. **D.** $r = \sqrt[3]{9}(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu được tính theo công thức:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow r^3 = \frac{3V}{4\pi} \Leftrightarrow r^3 = 27 \Leftrightarrow r = 3(\text{cm}).$$

Câu 21. Tìm bán kính r của hình nón biết hình nón có diện tích xung quanh là S_{xq} và độ dài đường sinh l ?

- A.** $\frac{S_{xq}}{\pi l}$. **B.** $\frac{S_{xq}}{2\pi l}$. **C.** $\frac{\pi l}{S_{xq}}$. **D.** $\frac{2\pi l}{S_{xq}}$.

Lời giải

Chọn A

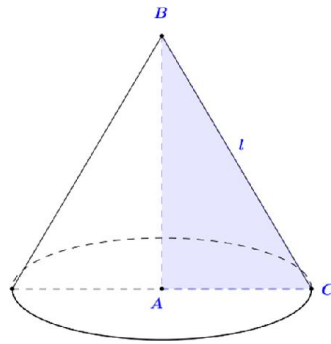
Bằng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi r l \Rightarrow r = \frac{S_{xq}}{\pi l}$.

Câu 22. Trong không gian cho tam giác vuông tại A , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB .

- A.** $l = a\sqrt{2}$. **B.** $l = 2a$. **C.** $l = a$. **D.** $l = a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB , ta có:

Chiều cao $h = AB = a$; bán kính $R = AC = a\sqrt{3}$.

Đường sinh $l = \sqrt{h^2 + R^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

- Câu 23.** Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 2$ và đường sinh $l = 6$ bằng
- A. 24π . B. 12π . C. 4π . D. 8π .

Lời giải

Chọn A

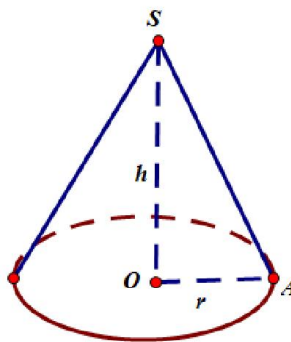
Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi rl = 2\pi \cdot 2 \cdot 6 = 24\pi$

- Câu 24.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 1, góc giữa đường sinh và trục của hình nón bằng 30° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$. B. $\sqrt{3}\pi$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$. D. 2π .

Lời giải

Chọn D



Ta có $\sin 30^\circ = \frac{r}{l} \Rightarrow l = 2r$.

$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = 2\pi r^2 = 2\pi$.

- Câu 25.** Cho khối trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và diện tích thiết diện qua trục của khối trụ bằng 16. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. 64π . B. $\frac{64\pi}{3}$. C. $16\sqrt{2}\pi$. D. $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích thiết diện qua trục của khối trụ là $S = \frac{1}{2}R \cdot 2R = R^2$.

Theo giả thiết, ta có $R^2 = 16 \Rightarrow R = 4 \Rightarrow h = 4$.

Thể tích của khối trụ bằng $V = h\pi R^2 = 64\pi$.

Câu 26. Hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông có cạnh bằng 20cm. Thể tích của khối trụ tương ứng bằng:

- A. $800\pi \text{ cm}^3$. B. $8000\pi \text{ cm}^3$. C. $400\pi \text{ cm}^3$. D. $2000\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng 20cm, do đó bán kính của hình trụ $r = 20 \text{ cm}$, chiều cao của hình trụ $h = 20 \text{ cm}$. Suy ra $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 10^2 \cdot 20 = 2000\pi \text{ cm}^3$.

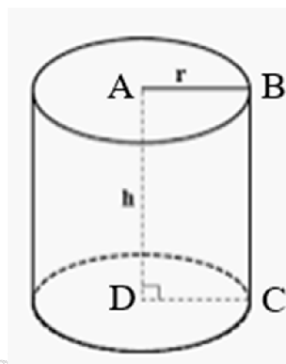
CÂU HỎI MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 27. Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = a$, $AC = 2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $4\pi a^2$. B. $\frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\pi a^2}{\sqrt{3}}$. D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



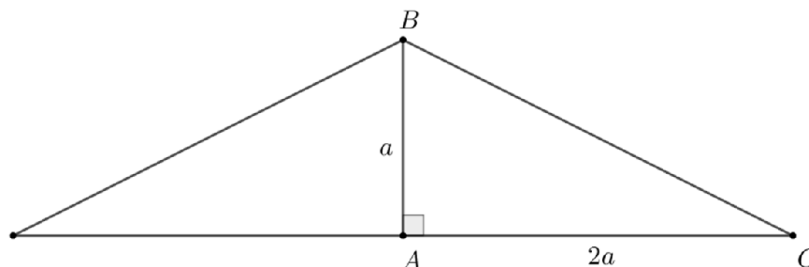
Hình trụ được tạo thành có $h = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$, $r = a$ nên $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi\sqrt{3}a^2$.

Câu 28. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh hình nón đó bằng

- A. $5\pi a^2$. B. $\sqrt{5}\pi a^2$. C. $2\sqrt{5}\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{5}.$$

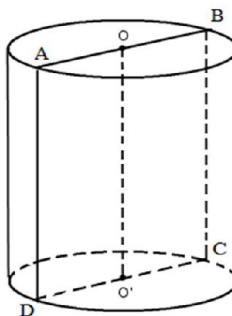
Diện tích xung quanh hình nón cần tìm là $S = \pi \cdot AC \cdot BC = \pi \cdot 2a \cdot a\sqrt{5} = 2\sqrt{5}\pi a^2$.

Câu 29. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 18π . B. 36π . C. 54π . D. 27π .

Lời giải

Chọn B

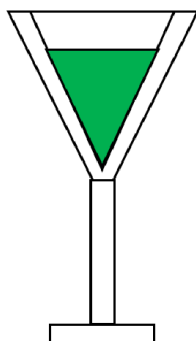


Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết ta có bán kính đáy của hình trụ $r = 3 \Rightarrow h = AD = DC = 2r = 6 = l$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi$.

- Câu 30.** Cho một chiếc cốc hình nón chứa đầy trà như hình vẽ. Người X uống một phần trà sao cho chiều cao của nó giảm đi $\frac{1}{3}$ so với chiều cao của trà trong cốc. Người Y uống phần trà còn lại trong cốc. Khi đó khẳng định nào đúng.



- A. Người X uống lượng trà bằng 5,75 lần lượng trà của người Y uống.
 B. Hai người X và Y uống lượng trà bằng nhau.
 C. Người X uống lượng trà bằng 2,375 lần lượng trà của người Y uống.
 D. Người X uống lượng trà bằng một nửa lượng trà của người Y uống.

Lời giải

Chọn C

Gọi $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ là thể tích trà có trong chiếc cốc hình nón đó (với R là bán kính đáy hình nón và h là chiều cao hình nón).

Sau khi người X uống thì lượng trà còn lại người Y uống là $V_Y = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{2R}{3}\right)^2 \cdot \frac{2h}{3} = \frac{8}{81}\pi R^2 h$.

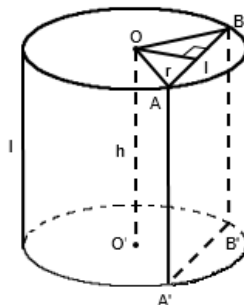
Khi đó người X đã uống một lượng trà bằng $V_X = V - V_Y = \frac{19}{81}\pi R^2 h$.

Vậy $\frac{V_X}{V_Y} = \frac{19}{8} = 2,375$.

- Câu 31.** Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2cm$ được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16cm^2$. Thể tích của (T) là
- A. $32\pi(cm^3)$. B. $16\pi(cm^3)$. C. $64\pi(cm^3)$. D. $8\pi(cm^3)$.

Lời giải

Chọn A



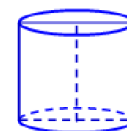
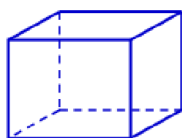
Giả sử thiết diện là hình vuông $ABB'A'$ như hình vẽ.

Với $OI = 2\text{cm}$ và $S_{ABB'A'} = AB^2 = 16 \Leftrightarrow AB = 4\text{cm}$.

$$\text{Ta có } r = OA = \sqrt{OI^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 2\sqrt{2}\text{cm}.$$

$$\text{Mà } h = AA' = 4 \Rightarrow V_T = S_d \cdot h = \pi r^2 h = \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 4 = 32\pi (\text{cm}^3).$$

- Câu 32.** Cho hai tấm tôn hình chữ nhật đều có kích thước $1,5\text{m} \times 8\text{m}$. Tấm tôn thứ nhất được chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, không nắp, có thiết diện ngang là một hình vuông (mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình hộp và cắt các mặt bên của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình vuông) và có chiều cao $1,5\text{m}$; còn tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình trụ không đáy, không nắp và cũng có chiều cao $1,5\text{m}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của khối hộp chữ nhật và thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2} = \pi$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{2}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thiết diện ngang của hình hộp chữ nhật là hình vuông nên hình hộp có đáy là hình vuông cạnh là $\frac{8}{4} = 2(\text{m})$, chiều cao là $1,5(\text{m}) \Rightarrow V_1 = 2^2 \cdot 1,5 = 6(\text{m}^3)$.

Hình trụ có đáy là hình tròn có chu vi là $8(\text{m})$. Suy ra bán kính hình tròn đáy là $\frac{4}{\pi}$.

$$\text{Thể tích khối trụ là } V_2 = \pi \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \cdot 1,5 = \frac{24}{\pi}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{\frac{24}{\pi}} = \frac{\pi}{4}.$$

- Câu 33.** Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5a$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7a$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$. Diện tích của thiết diện được tạo nên bằng

A. $56a^2$.

B. $35a^2$.

C. $21a^2$.

D. $70a^2$.

Lời giải

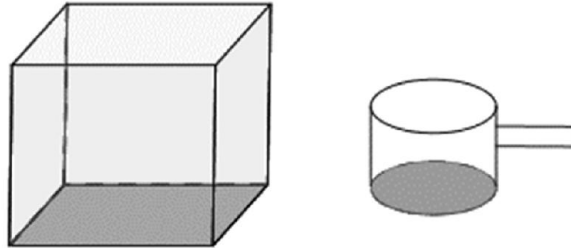
Chọn A

Theo đề $AA' = BB' = 7a$; $OA = r = 5a$; $OI = 3a$.

Áp dụng định lý Py-ta-go tính $IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = 4a$ suy ra $AB = 8a$.

Diện tích hình chữ nhật $ABB'A' = 8a \cdot 7a = 56a^2$.

- Câu 34.** Cho một cái bể nước hình hộp chữ nhật có ba kích thước $2m, 3m, 2m$ lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của lòng trong đựng nước của bể. Hàng ngày nước ở trong bể được lấy ra bởi một cái gáo hình trụ có chiều cao là $5cm$ và bán kính đường tròn đáy là $4cm$. Trung bình một ngày được múc ra 170 gáo nước để sử dụng (Biết mỗi lần múc là mức đầy gáo). Hỏi sau bao nhiêu ngày thì bể hết nước biết rằng ban đầu bể đầy nước?



- A. 280 ngày. B. 282 ngày. C. 281 ngày. D. 283 ngày.

Lời giải

Chọn C

Thể tích nước được đựng đầy trong bể là $V = 2 \cdot 3 \cdot 2 = 12 (m^3)$.

Thể tích nước đựng đầy trong gáo là $V_g = \pi \cdot 4^2 \cdot 5 = 80\pi (cm^3) = \frac{\pi}{12500} (m^3)$.

Một ngày bể được múc ra 170 gáo nước tức là trong một ngày lượng nước được lấy ra bằng:

$$V_m = 170 \cdot V_g = \frac{17}{1250} \pi (m^3).$$

$$\text{Ta có } \frac{V}{V_m} = \frac{12}{\frac{17}{1250} \pi} \approx 280,8616643 \Rightarrow \text{sau 281 ngày bể sẽ hết nước.}$$

- Câu 35.** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = 2a$ và $AC = 3a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $BCDA$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $6\sqrt{5}\pi a^2$. B. $12\pi a^2$. C. $4\sqrt{5}\pi a^2$. D. $20\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $BCDA$ tạo thành một hình trụ có chiều cao $h = AB = 2a$, đáy là hình tròn bán kính $r = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{5}$,

Khi đó diện tích xung quanh của là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2a \cdot a\sqrt{5} = 4\sqrt{5}\pi a^2$.

- Câu 36.** Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$ và $AC = 3a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích toàn phần của hình nón đó bằng

- A. $3\sqrt{13}\pi a^2$. B. $3\sqrt{13}\pi a^2 + 4\pi a^2$. C. $3\sqrt{13}\pi a^2 + 9\pi a^2$. D. $42\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón có bán kính đường tròn đáy là $r = AC = 3a$, đường sinh

$$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{13}.$$

Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 3\sqrt{13}\pi a^2$.

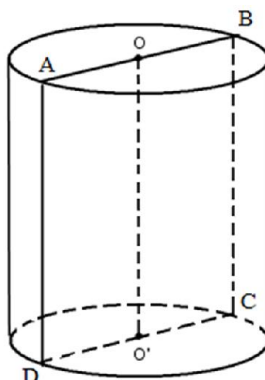
Khi đó diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = 3\sqrt{13}\pi a^2 + 9\pi a^2$.

Câu 37. Cho hình trụ (T) có thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có diện tích bằng 48 và chu vi bằng 28. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T) . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 96π .B. 48π .C. 24π .D. 32π .

Lời giải

Chọn B



Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật $ABCD$.

Gọi l và r là độ dài đường sinh và bán kính đáy của hình trụ, $l > 2r > 0$ (*).

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2rl = 48 \\ 2(2r + l) = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2r(14 - 2r) = 48 \\ l = 14 - 2r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r^2 - 7r + 12 = 0 \\ l = 14 - 2r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 3; l = 8 (t/m(*)) \\ r = 4; l = 6 (\text{loại}) \end{cases}$$

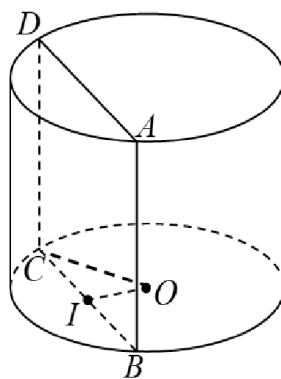
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 8 = 48\pi$.

Câu 38. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Thiết diện của hình trụ tạo bởi mặt phẳng song song và cách trục một khoảng bằng a có diện tích bằng $8a^2\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ là

A. $16\pi a^2$.B. $16\pi a^3$.C. $32\pi a^3$.D. $\frac{16\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi R là bán kính đáy hình trụ, do thiết diện qua trục là một hình vuông nên $l = 2R$.

Thiết diện của hình trụ tạo bởi mặt phẳng song song và cách trục một khoảng bằng a là hình chữ nhật $ABCD$ khi đó $OI = a$ với I là trung điểm BC ta có

$$IC = \sqrt{R^2 - a^2} \Rightarrow BC = 2\sqrt{R^2 - a^2}.$$

$$\text{Diện tích hình chữ nhật là } S_{ABCD} = AB \cdot BC = 4R\sqrt{R^2 - a^2} = 8a^2\sqrt{3}.$$

$$\Leftrightarrow R^4 - R^2a^2 - 12a^2 = 0 \Leftrightarrow (R^2 - 4a^2)(R^2 + 3a^2) = 0 \Leftrightarrow R = 2a \text{ từ đó } h = l = 2R = 4a.$$

$$\text{Thể tích khối trụ là } V = \pi R^2 h = 16\pi a^3.$$

Câu 39. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$. Biết rằng khi cắt khối nón đó bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một tam giác đều. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $6\sqrt{3}\pi$.

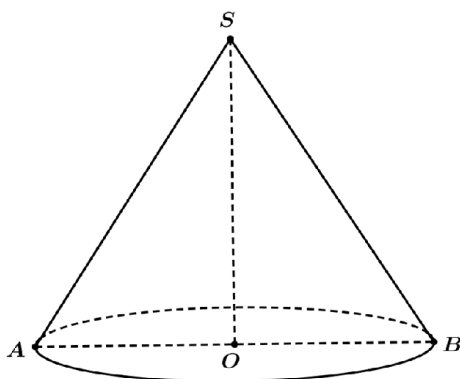
B. 36π .

C. 18π .

D. 9π .

Lời giải

Chọn C



Giả sử thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều SAB .

Gọi l là độ dài đường sinh của hình nón.

Ta có: $r = OA = 3$; $l = SA = \frac{OA}{\sin 30^\circ} = \frac{3}{1/2} = 6$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 3 \cdot 6 = 18\pi$.

Câu 40. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3a$ và $BC = 5a$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh hình nón đó bằng

A. $20a^2$.

B. $15\pi a^2$.

C. $20\pi a^2$.

D. $80\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón có bán kính đường tròn đáy là $r = AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4a$, đường sinh $l = BC = 5a$. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 20\pi a^2$.

Câu 41. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

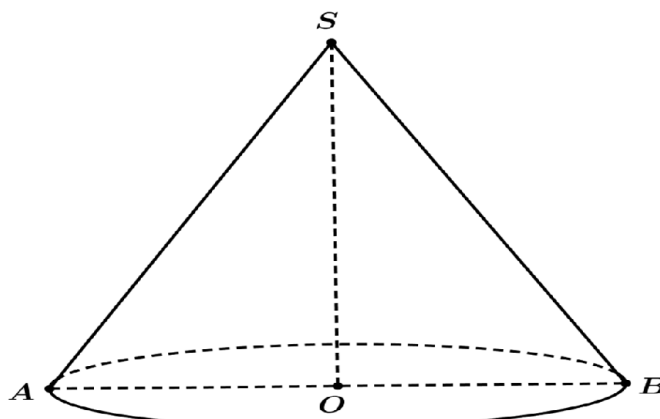
B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. πa^2 .

D. $\frac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử thiết diện qua trục của hình nón là tam giác SAB vuông cân đỉnh S .

Gọi l và r lần lượt là độ dài đường sinh và bán kính đáy của hình nón.

Ta có: $l = SA = a$; $r = OA = SA \cdot \sin 45^\circ = a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 42. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $5a$ và đường cao bằng $4a$. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{80\pi a^3}{3}$.

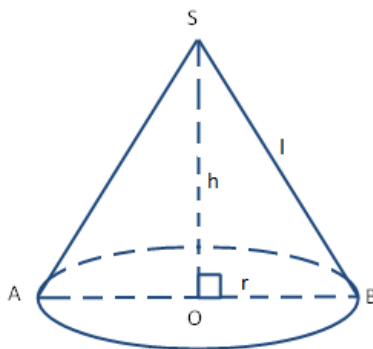
B. $15\pi a^3$.

C. $12\pi a^3$.

D. $36\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C

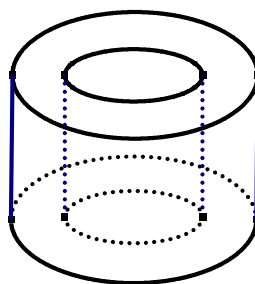


Theo giả thiết: $l = 5a, h = 4a \Rightarrow r = \sqrt{l^2 - h^2} = 3a$

Suy ra $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (3a)^2 4a = 12\pi a^3$.

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (2a)^2 2a = \frac{8\pi a^3}{3}.$$

Câu 43. Một chi tiết máy là phần còn lại của một khối trụ có bán kính đáy r sau khi đã đục bỏ phần bên trong là một khối trụ có bán kính đáy $\frac{r}{2}$ (tham khảo hình vẽ).



Biết thể tích khối trụ nhỏ bị đục bỏ bằng $20(\text{cm}^3)$. Thể tích của khối chi tiết máy đó là

A. $40(\text{cm}^3)$.

B. $60(\text{cm}^3)$.

C. $80(\text{cm}^3)$.

D. $70(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn B

☐ Gọi chiều cao khối trụ là h .

☐ Thể tích khối chi tiết máy: $V = \pi r^2 h - 20$

☐ Mà thể tích khối trụ nhỏ bên trong là $\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 h = \frac{1}{4} \pi r^2 h = 20 \Rightarrow \pi r^2 h = 80$

☐ Vậy $V = 80 - 20 = 60(\text{cm}^3)$

Câu 44. Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều SAB cạnh a . Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

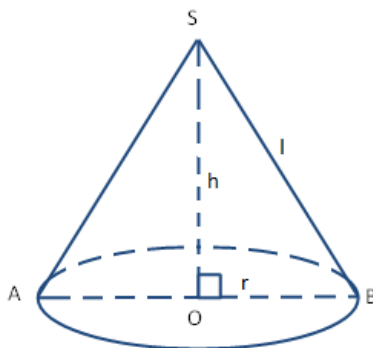
B. $\frac{\pi a^3}{24}$.

C. $\frac{\pi a^3}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

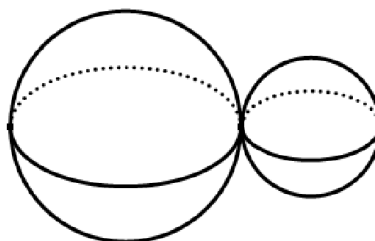
Lời giải

Chọn D



Tam giác SAB đều cạnh a nên: $OB = \frac{a}{2}$, $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Câu 45. Một khối đồ chơi gồm hai khối cầu $(H_1), (H_2)$ tiếp xúc với nhau, lần lượt có bán kính tương ứng là r_1, r_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1$ (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 180cm^3 . Thể tích của khối cầu (H_1) bằng

A. 90 cm^3

B. 120 cm^3

C. 160 cm^3

D. 135 cm^3

Lời giải

Chọn C

□ Thể tích khối (H_1) là $V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3$

□ Thể tích khối (H_2) là $V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3$

□ Tổng thể tích 2 khối là $V = V_1 + V_2 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4}{3}\pi r_2^3 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 + \frac{4}{3}\pi \left(\frac{1}{2}r_1\right)^3 = \frac{9}{8}\left(\frac{4}{3}\pi r_1^3\right) = \frac{9}{8}V_1$

□ Suy ra $\frac{9}{8}V_1 = 180 \Rightarrow V_1 = 160$

Câu 46. Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác SAB vuông tại S với cạnh $SA = a$. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$.

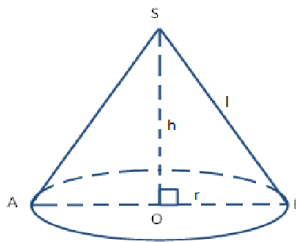
B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A

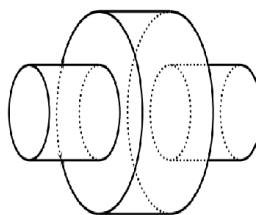


Theo tính chất của hình nón ta có $SA = SB = l$.

Vậy tam giác SAB vuông cân tại S suy ra $SA = SB = a$, $AB = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}.$$

Câu 47. Một chi tiết máy gồm 3 khối trụ có cùng chiều cao h gắn với nhau (như hình vẽ).



Khối trụ lớn có bán kính đáy r lớn gấp đôi bán kính đáy của hai khối trụ nhỏ (hai khối trụ nhỏ bằng nhau). Biết thể tích của cả khối chi tiết máy đó bằng 90 cm^3 . Tính thể tích của khối trụ lớn ở giữa.

A. 30 cm^3 .

B. 45 cm^3 .

C. 70 cm^3 .

D. 60 cm^3 .

Lời giải

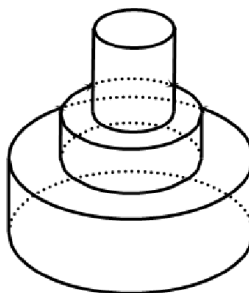
Chọn D

□ Thể tích khối trụ lớn ở giữa: $V_1 = \pi r^2 h$

□ Tổng thể tích chi tiết máy: $V = \pi r^2 h + 2\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 h = \frac{3}{2}\pi r^2 h = \frac{3}{2}V_1$

□ Suy ra: $\frac{3}{2}V_1 = 90$. Do đó: $V_1 = 60$

Câu 48. Một chiếc bánh sinh nhật gồm ba khối trụ $(H_1), (H_2), (H_3)$ xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là $r_1, h_1; r_2, h_2; r_3, h_3$ thỏa mãn $r_1 = 2r_2 = 3r_3, h_1 = 2h_2 = h_3$ (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng thể tích của khối (H_3) bằng 80 cm^3 . Thể tích của toàn bộ chiếc bánh sinh nhật bằng

A. 890 cm^3 .

B. 980 cm^3 .

C. 900 cm^3 .

D. 800 cm^3 .

Lời giải

Chọn A

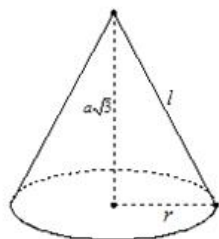
- Thể tích khối (H_3) là $V_3 = \pi r_3^2 h_3 = 80$
- Thể tích khối (H_2) là $V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi \left(\frac{3}{2} r_3\right)^2 \left(\frac{1}{2} h_3\right) = \frac{9}{8} V_3$
- Thể tích khối (H_1) là $V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi (3r_3)^2 h_3 = 9V_3$
- Thể tích toàn bộ chiếc bánh sinh nhật bằng: $V_1 + V_2 + V_3 = 9V_3 + \frac{9}{8} V_3 + V_3 = \frac{89}{8} V_3 = 890$

Câu 49. Cho khối nón có thể tích bằng $\sqrt{3}\pi a^3$ và đường cao bằng $a\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của khối nón đã cho bằng

- A.** $a\sqrt{6}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a .

Lời giải

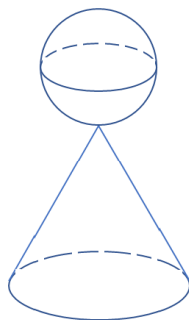
Chọn A



Bán kính đáy của hình nón: $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{\pi a\sqrt{3}}} = a\sqrt{3}$.

Độ dài đường sinh của khối nón là: $l = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (a\sqrt{3})^2} = a\sqrt{6}$.

Câu 50. Một khối đồ chơi gồm một hình cầu (H_1) bán kính R và một hình nón (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và đường sinh là r, l thỏa mãn $r = \frac{1}{2}l$ và $l = \frac{3}{2}R$. (hình vẽ).



Biết tổng diện tích mặt cầu (H_1) và diện tích toàn phần của hình nón (H_2) là 91cm^3 . Tính diện tích của khối cầu (H_1) .

- A.** 16cm^3 . **B.** $\frac{104}{5}\text{cm}^3$. **C.** 64cm^3 . **D.** $\frac{26}{5}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích toàn bộ khối đồ chơi là

$$\begin{aligned}
 S &= S_{(H_1)} + S_{\text{tp}(H_2)} = 4\pi \cdot R^2 + \pi \cdot r \cdot l + \pi \cdot r^2 \\
 &= 4\pi \cdot R^2 + \pi \cdot \left(\frac{3}{4}R\right) \cdot \left(\frac{3}{2}R\right) + \pi \cdot \left(\frac{3}{4}R\right)^2 = \frac{91}{64} \cdot S_{(H_1)} \\
 \Rightarrow S_{(H_1)} &= 64(\text{cm}^3).
 \end{aligned}$$

Câu 51. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 1 cm. Một mặt phẳng qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. $8\pi \text{ cm}^3$.

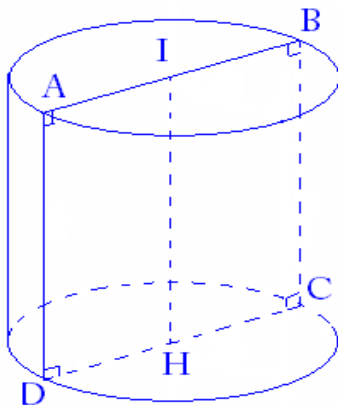
B. $2\pi \text{ cm}^3$.

C. $\frac{16\pi}{3} \text{ cm}^3$.

D. 16 cm^3 .

Lời giải

Chọn B



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$.

Khi đó ta có: $AB = 2r = 2.1 = 2\text{ cm}$, $h = l = AD = AB = 2\text{ cm}$.

Vậy thể tích của khối trụ đã cho là: $V = \pi r^2 h = \pi.1^2.2 = 2\pi \text{ cm}^3$.

Câu 52. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là:

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

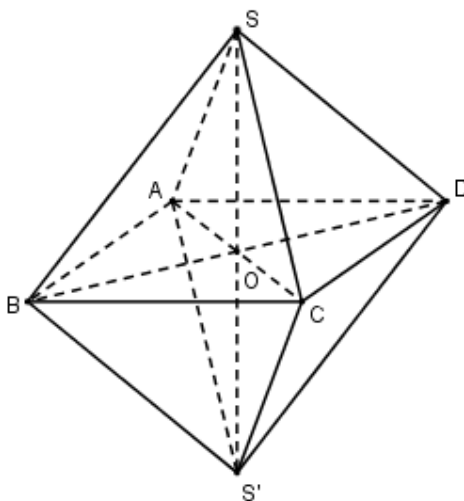
C. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Xét khối bát diện đều:



Khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có tâm O , bán kính $R = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = a \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 53. Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$.

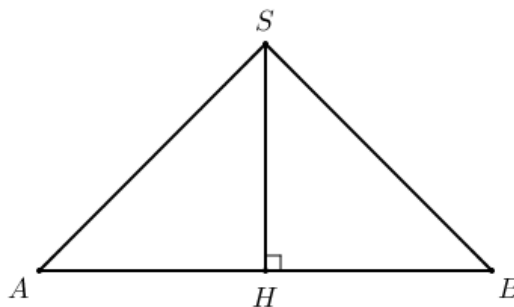
B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA = SB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = a \Rightarrow S_{xq} = \pi \cdot HB \cdot SB = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

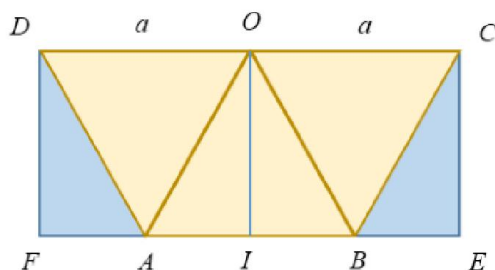
Câu 54. Trong không gian cho tứ giác $ABCD$ là một nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $CD = 2a$. Khi quay tứ giác $ABCD$ quanh cạnh AB thì tạo thành một khối tròn xoay. Thể tích khối tròn xoay đó bằng

- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $\frac{5}{4}\pi a^3$. D. $\frac{3}{2}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C

Vẽ hình chữ nhật $DFEC$.



Gọi V_1 là thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $DFEC$ quanh cạnh FE .

V_2 là thể tích khối nón tròn xoay sinh ra khi quay hình tam giác vuông DFA quanh cạnh FA .

Khi đó, thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = V_1 - 2V_2$

Ta có $DF = OI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AF = AI = \frac{a}{2}$.

$V_1 = \pi r^2 2a = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 2a = \frac{3\pi a^3}{2}$, $V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{8}$.

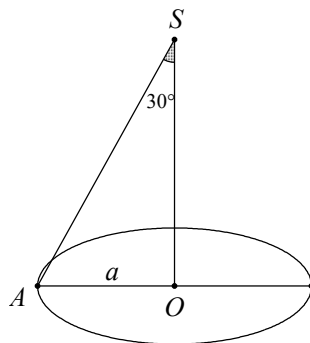
$V = V_1 - 2V_2 = \frac{3\pi a^3}{2} - 2 \frac{\pi a^3}{8} = \frac{5\pi a^3}{4}$.

Câu 55. Cho một hình nón có góc ở đỉnh 60° , bán kính đáy bằng a . Diện tích toàn phần hình nón đó là

- A. πa^2 . B. $3\pi a^2$. C. $2\pi a^2$. D. $\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi S, O lần lượt là đỉnh và tâm đáy của hình nón, A là điểm trên đường tròn đáy, theo giả

thiết ta có: $\sin \widehat{ASO} = \frac{AO}{SA} = \sin 30^\circ \Rightarrow SA = \frac{a}{\frac{1}{2}} = 2a$

$$S_{tp} = \pi \cdot OA \cdot SA + \pi \cdot OA^2 = \pi(a \cdot 2a + a^2) = 3\pi a^2$$

Câu 56. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Thể tích khối cầu có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng $A'C$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

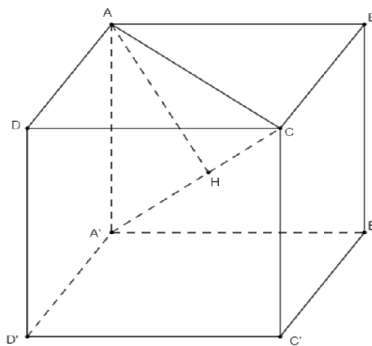
B. $\frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

D. $\sqrt{6}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Kẻ $AH \perp A'C$, khi đó AH là bán kính mặt cầu tâm A tiếp xúc với đường thẳng $A'C$. Trong tam giác vuông $A'AC$, ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{4}{3}\pi AH^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^3 = \frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$$

Câu 57. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , diện tích mỗi mặt bên bằng a^2 . Thể tích khối nón đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{15}}{24}\pi a^3$.

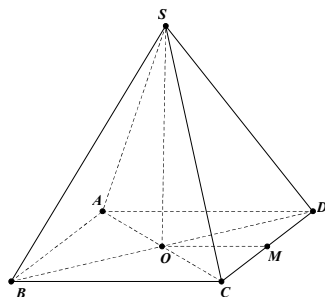
B. $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi a^3$.

C. $\frac{\sqrt{15}}{12}\pi a^3$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{18}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm CD.

$$h = SO$$

$$S_{SCD} = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot CD = \frac{1}{2} \sqrt{SO^2 + OM^2} \cdot CD = \frac{1}{2} \sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}} \cdot a = a^2 \Leftrightarrow h^2 + \frac{a^2}{4} = 4a^2$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{15}}{2} a$$

Đường tròn đáy nội tiếp hình vuông ABCD nên bán kính là $R = \frac{a}{2}$.

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{2} a = \frac{\sqrt{15}}{24} \pi a^3$$

Câu 58. Cho hai khối cầu có bán kính lần lượt bằng a và $2a$. Tỉ số giữa thể tích của khối cầu nhỏ với thể tích của khối cầu lớn bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. 4.

C. $\frac{1}{8}$.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối cầu nhỏ có bán kính a là: $V_1 = \frac{4}{3} \pi R_1^3 = \frac{4}{3} \pi (a)^3 = \frac{4}{3} \pi a^3$.

Thể tích của khối cầu lớn có bán kính $2a$ là: $V_2 = \frac{4}{3} \pi R_2^3 = \frac{4}{3} \pi (2a)^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 8a^3 = \frac{32}{3} \pi a^3$.

Tỉ số giữa thể tích của khối cầu nhỏ với thể tích của khối cầu lớn bằng: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3} \pi a^3}{\frac{32}{3} \pi a^3} = \frac{1}{8}$.

Câu 59. Cho hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng 5 cm. Mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo một thiết diện có chu vi bằng 26 cm. Khoảng cách từ (α) đến trục của hình trụ bằng

A. 4 cm.

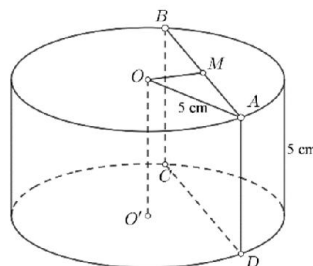
B. 5 cm.

C. 2 cm.

D. 3 cm.

Lời giải

Chọn D



Gọi O và O' là tâm của hai đường tròn đáy của hình trụ.

Vì mặt phẳng (α) song song với trục OO' nên (α) cắt hình trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật, gọi là $ABCD$ với AB là dây cung của đường tròn (O) , CD là dây cung của đường tròn (O') .

Hình chữ nhật $ABCD$ có chu vi bằng 26 cm và có $AD = 5$ cm nên $AB = 8$ cm.

Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó $OM \perp AB$ và $OM \perp AD$ nên $OM \perp (\alpha)$.

Do đó $d(OO', (\alpha)) = OM = \sqrt{OA^2 - MA^2} = 3$ cm.

Câu 60. Cho tam giác vuông cân ABC có $AB = BC = a\sqrt{2}$. Khi quay tam giác ABC quanh đường thẳng đi qua B và song song với AC ta thu được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $2\pi a^3$.

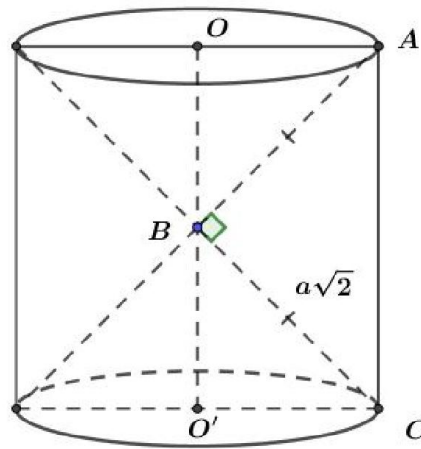
B. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. πa^3 .

Lời giải

Chọn A



Ta có $AC = 2a$ và $OA = a$.

Thể tích khối trụ khi quay $OACO'$ quanh OO' là $V_1 = \pi OA^2 \cdot AC = 2\pi a^3$.

Thể tích khối nón khi quay OAB quanh OB là $V_2 = \frac{1}{3} \pi OA^2 \cdot OB = \frac{\pi a^3}{3}$.

Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh OO' là $V = V_1 - 2V_2 = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 61. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 64π và thiết diện qua trục của hình trụ này là một hình vuông. Thể tích hình trụ đó bằng

A. 512π .

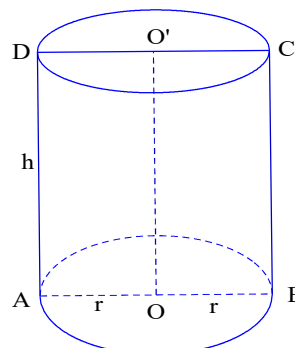
B. 128π .

C. 64π .

D. 256π .

Lời giải

Chọn B



Gọi r , h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao hình trụ.

Vì thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên ta có $h = 2r$.

Ta có $S_{xq} = 64\pi \Leftrightarrow 2\pi rh = 64\pi \Leftrightarrow 2\pi \cdot r \cdot 2r = 64\pi \Leftrightarrow 4\pi \cdot r^2 = 64\pi \Leftrightarrow r^2 = 16 \Leftrightarrow r = 4$.

Với $r = 4$ suy ra $h = 2r = 2 \cdot 4 = 8$.

Vậy thể tích của hình trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 128\pi$. Chọn B

Câu 62. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy góc 60° . Hình nón (N) có đỉnh S , đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$. Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng

A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{4}$.

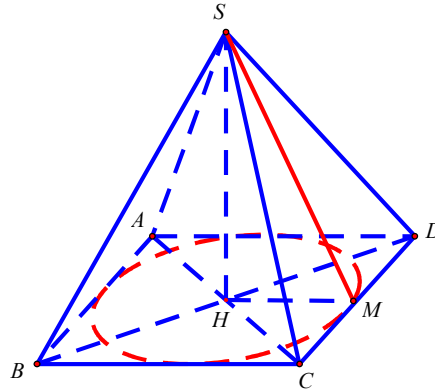
B. $\frac{2\pi a^2}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$.

D. $\frac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mà $SH \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SA, (ABCD))} = \widehat{SAH} = 60^\circ$.

Suy ra $SH = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Bán kính hình nón (N) là $R = HM = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$

Do đó đường sinh $l = SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh hình nón (N) là: $S_{xq} = \pi Rl = \frac{\sqrt{7}\pi a^2}{4}$.

Câu 63. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = a$, $AC = 2a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^2}{\sqrt{3}}$.

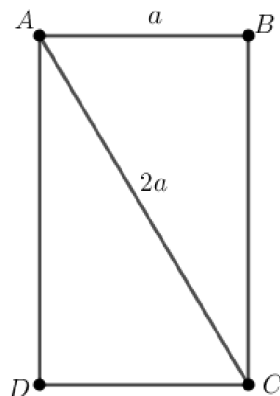
B. $\frac{2\pi a^2}{\sqrt{3}}$.

C. $4\pi a^2$.

D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ có:

Bán kính đáy: $R = AB = a$.

Chiều cao: $h = AD = \sqrt{AC^2 - DC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3}a$.

$\Rightarrow$ Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 64. Cho hình nón có đường cao a . Biết rằng khi cắt hình nón đã cho một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng $\frac{a}{3}$, thiết diện thu được tạo thành một tam giác vuông. Thể tích khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{5\pi a^3}{12}$.

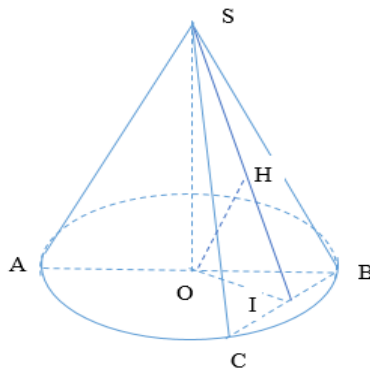
B. $\frac{\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{9}$.

D. $\frac{5\pi a^3}{9}$.

Bài giải

Chọn A



Gọi B, C là giao điểm của mặt phẳng và đường tròn đáy, I là trung điểm của BC và OH là khoảng cách từ tâm O đến (SBC) .

$$\text{Ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{\left(\frac{a}{3}\right)^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{a^2} \Leftrightarrow OI = \frac{\sqrt{2}a}{4}.$$

$$SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \frac{3\sqrt{2}a}{4} \Rightarrow BC = 2SI = \frac{3\sqrt{2}a}{2} \Rightarrow r = OB = \sqrt{OI^2 + IB^2} = \frac{\sqrt{5}a}{2}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{5}a}{2}\right)^2 a = \frac{5\pi a^3}{12}.$$

Câu 65. Khối tròn xoay sinh bởi một tam giác đều cạnh a (kể cả điểm trong) khi quay quanh một đường thẳng chứa một cạnh của tam giác đó có thể tích bằng

A. $\frac{\pi a^3}{8}$.

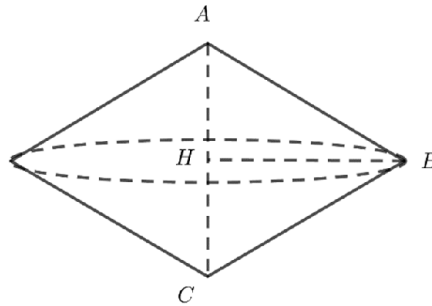
B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{\pi a^3}{4}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử tam giác ABC đều cạnh a có H là trung điểm AC .

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được khối tròn xoay có thể tích bằng 2 lần thể tích hình nón tạo thành khi quay tam giác AHB quanh trục AH , do đó thể tích cần tìm bằng

$$2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi BH^2 \cdot AH = \frac{2\pi}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{4}.$$

Câu 66. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = a$, cạnh bên hợp với đáy góc 45° . Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S với đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$.

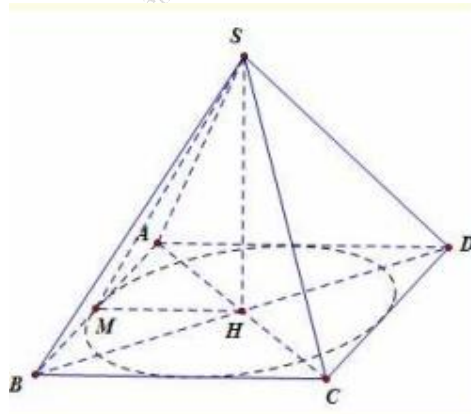
B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{\pi a^2}{4}$.

D. $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $r = \frac{a}{2}$, $HD = SH = h = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$S = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Câu 67. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

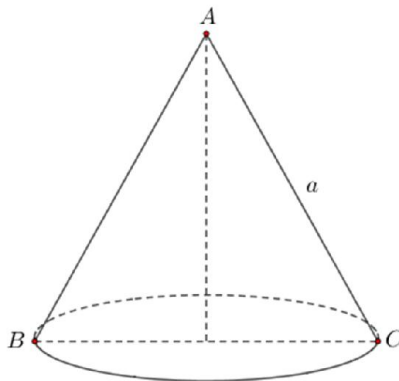
B. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

D. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Thiết diện qua trục hình nón là $\triangle ABC \Rightarrow \triangle ABC$ vuông cân tại A .

$$\text{Do đó } l = AC = a; r = \frac{BC}{2} = \frac{AC\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Diện tích xung quanh hình nón là } S = \pi r l = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}.$$

Câu 68. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AC = 2a\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành hình trụ. Diện tích toàn phần S_p của hình trụ là

- A. $S_p = 16\pi a^2$. B. $S_p = 10\pi a^2$. C. $S_p = 12\pi a^2$. **D. $S_p = 8\pi a^2$.**

Lời giải

Chọn D

Hình chữ nhật $ABCD$ có $AC = 2a\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$ nên nó là hình vuông.

$$\Rightarrow AB = BC = CD = DA = 2a.$$

Khi quay hình chữ nhật quanh cạnh AB ta được hình trụ có chiều cao $h = AB = 2a$ và bán kính đáy là $r = BC = 2a$.

$$S_p = 2\pi r l = 2\pi r h = 8\pi a^2.$$

Câu 69. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AC .

- A. $l = a\sqrt{2}$. **B. $l = 2a$.** C. $l = a$. D. $l = a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Khi quay tam giác ABC quanh trục AC thì cạnh huyền BC tạo thành đường sinh, có độ dài

$$l = BC = \frac{AB}{\cos B} = \frac{a}{\cos 60^\circ} = 2a.$$

Câu 70. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$, $AC = 5$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{TP} của hình trụ đó.

- A. $S_{TP} = 8\pi$. **B. $S_{TP} = \frac{33}{2}\pi$.** C. $S_{TP} = \frac{81}{2}\pi$. D. $S_{TP} = 24\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $AB = 4$; $AC = 5 \Rightarrow BC = 3$.

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN ta được hình trụ có: $r = \frac{AD}{2} = \frac{BC}{2} = \frac{3}{2}$.

Chiều cao hình trụ $h = AB = 4$.

$$\text{Vậy } S_{tp} = 2\pi r(r+l) = 2\pi r(r+h) = 2\pi \cdot \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2} + 4 \right) = \frac{33\pi}{2}.$$

Câu 71. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. **B.** $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. **C.** $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn A.

Tam giác BCD đều cạnh 4 có diện tích: $S_{BCD} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$.

Áp dụng công thức tính nhanh thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{16}{3}\sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ Độ dài đường cao khối tứ diện: $h = \frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Bán kính đáy đường tròn nội tiếp tam giác BCD : $r = \frac{S}{p} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

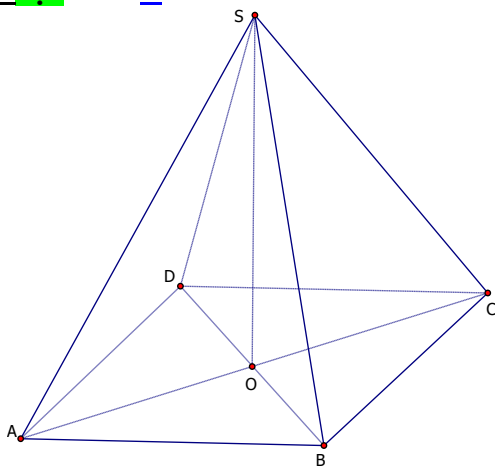
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Câu 72. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên SA và mặt phẳng đáy bằng 30° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp $S.ABCD$.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{6}}{6}$. **B.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$. **C.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{6}}{12}$. **D.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó $SO \perp (ABCD)$, $AC = a\sqrt{2}$.

Góc giữa SA và mặt phẳng đáy bằng $30^\circ \Rightarrow \widehat{SAO} = 30^\circ$.

$$SO = AO \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Vậy chiều cao của hình trụ là $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Bán kính của đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ cạnh a là $r = \frac{a}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \frac{a}{2} \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{\pi a^2 \sqrt{6}}{6}$.

Câu 73. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng 30° . Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{36}$.

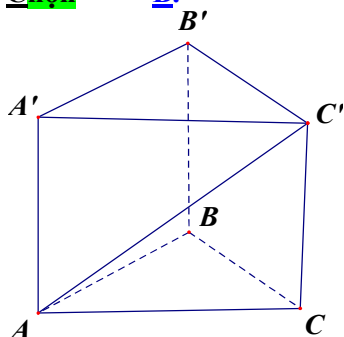
C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{108}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{72}$.

Lời giải

Chọn

B.



Độ dài đường trung tuyến trong tam giác đều cạnh a là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a là $r = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Góc giữa AC' và (ABC) bằng 30° nên $C'AC = 30^\circ$, $\Rightarrow C'C = AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao của khối trụ là $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Thể tích khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{6} \right)^2 \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{36}$.

Câu 74. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 5. Tính thể tích V của khối nón nội tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $V = \frac{\pi 25 \sqrt{6}}{108}$.

B. $V = \frac{\pi 125 \sqrt{3}}{108}$.

C. $V = \frac{\pi 125 \sqrt{6}}{108}$.

D. $V = \frac{\pi 25 \sqrt{6}}{36}$.

Lời giải

Chọn

C.

Tam giác đều cạnh 5 có độ dài đường cao là $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Bán kính đáy đường tròn nội tiếp tam giác cạnh 5 là $r = \frac{1}{3} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$.

Độ dài đường cao khối tứ diện là $h = \sqrt{5^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2} \right)^2} = \sqrt{25 - \frac{25}{3}} = \sqrt{\frac{50}{3}} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích của khối nón nội tiếp tứ diện đều cạnh 5 là:

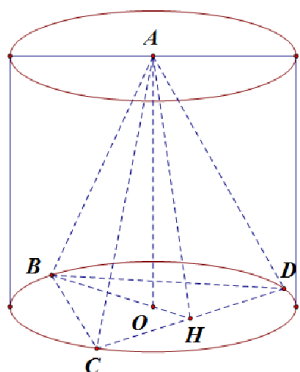
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{5\sqrt{3}}{6} \right)^2 \frac{5\sqrt{6}}{3} = \frac{\pi 125 \sqrt{6}}{108}.$$

Câu 75. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiều cao của tứ diện đều $ABCD$.

- A. $S_{xq} = 2\sqrt{3}\pi a^2$. B. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi a^2$. C. $S_{xq} = \sqrt{3}\pi a^2$. D. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D.



Độ dài đường trung tuyến trong tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$ là $\frac{a\sqrt{3}\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$.

Bán kính đáy đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD là $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a}{2} = a$.

Độ dài đường cao khối tứ diện là $h = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

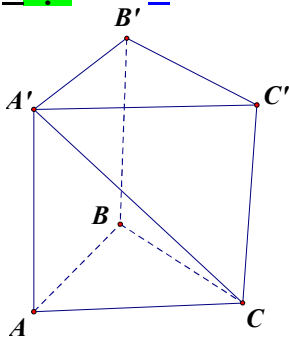
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot a \cdot a\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 76. Cho một lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và đỉnh là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{36}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{36}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{6}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{111}}{6}$.

Lời giải

Chọn A.



Độ dài đường trung tuyến trong tam giác đều cạnh a là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a là $r = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° nên $\widehat{A'CA} = 60^\circ$.

$\Rightarrow AA' = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$. Chiều cao của hình nón là $h = a\sqrt{3}$,

$$\Rightarrow l = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \sqrt{3a^2 + \frac{3a^2}{36}} = \frac{a\sqrt{111}}{6}$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón là } S_{xq} = \pi r l = \pi \frac{a\sqrt{3}}{6} \frac{a\sqrt{111}}{6} = \frac{\pi a^2 \sqrt{333}}{36}.$$

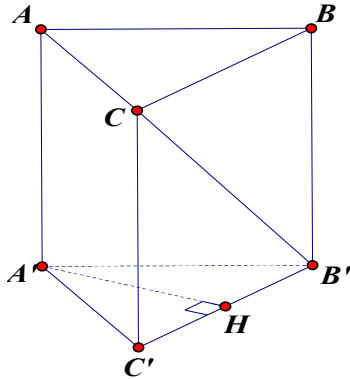
Câu 77. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là một tam giác vuông tại C , $AB = a$, cạnh AA' hợp với $B'C$ góc 60° . Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{18}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn

B.



Gọi H là trung điểm của $B'C' \Rightarrow H$ là tâm của đường tròn ngoại tiếp $\triangle A'B'C'$.

$$\text{Bán kính của đường tròn ngoại tiếp } \triangle A'B'C' \text{ là } r = A'H = \frac{B'C'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Cạnh AA' hợp với $B'C$ góc 60° , vì $BB' \parallel AA'$ nên $\widehat{BB'C} = 60^\circ$.

$$\Rightarrow BB' = \frac{BC}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \text{ Chiều cao của khối trụ là } h = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$$V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}.$$

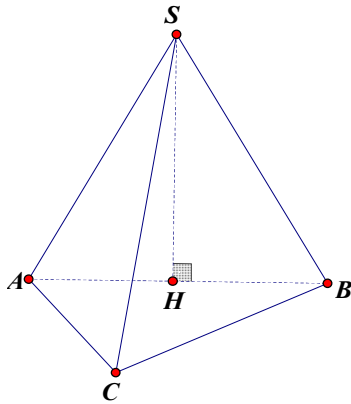
Câu 78. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $AC = a, BC = 2a$, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác SAB vuông cân tại S . Tính thể tích của khối nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{5}}{24}$. B. $V = \frac{\pi a^3 5\sqrt{5}}{12}$. C. $V = \frac{\pi a^3 5\sqrt{5}}{24}$. D. $V = \frac{\pi a^3 3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn

C.



$\triangle ABC$ là tam giác vuông tại C nên $AB = \sqrt{CA^2 + CB^2} = a\sqrt{5}$.

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow H$ là tâm của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và $SH \perp (ABC)$.

Bán kính của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $r = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Tam giác SAB vuông cân tại S nên $SH = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Thể tích của khối nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a\sqrt{5}}{2} \right)^2 \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{\pi a^3 5\sqrt{5}}{24}.$$

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác SBC đều cạnh a , góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là 30° . Tính thể tích V của khối trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và chiều cao bằng khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

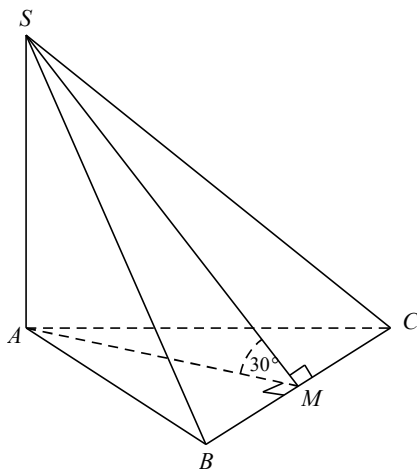
B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{16}$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi M là trung điểm của BC .

Từ giả thiết $\Rightarrow M$ là tâm của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và $\widehat{SMA} = 30^\circ$.

$$SM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = SM \cdot \sin 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Bán kính của khối trụ $r = \frac{a}{2}$, chiều cao của khối trụ $h = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

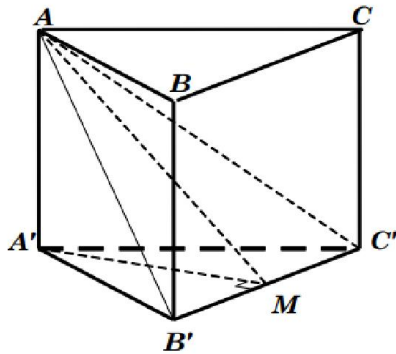
Thể tích của khối trụ có một đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và chiều cao bằng khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) là $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$.

Câu 80. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Mặt phẳng $AB'C'$ tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và chiều cao bằng chiều cao của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A.** $S_{xq} = \frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. **B.** $S_{xq} = \frac{3\sqrt{3}\pi a^2}{12}$. **C.** $S_{xq} = \frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$. **D.** $S_{xq} = \sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn **A.**



Gọi M là trung điểm của $B'C'$, $A'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Từ giả thiết $\widehat{AMA'} = 60^\circ \Rightarrow AA' = A'M \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và chiều cao bằng chiều cao của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

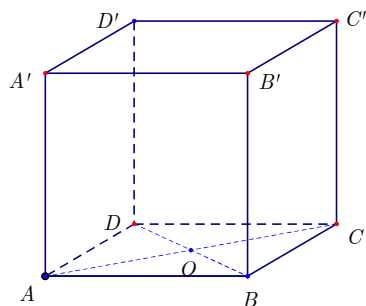
$$S_{xq} = 2\pi R h = 2\pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}.$$

Câu 81. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = 2a, AD = a$, AC cắt BD tại O , góc $\widehat{A'BA} = 60^\circ$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh là O và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $A'B'C'D'$.

- A.** $V = \frac{\pi a^3 5\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3 5\sqrt{5}}{6}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3 5\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn **A.**



Ta có $A'C' = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

Bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $A'B'C'D'$ là $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Từ giả thiết $\widehat{A'BA} = 60^\circ \Rightarrow AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối nón có đỉnh là O và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $A'B'C'D'$:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 2a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 5\sqrt{3}}{6}.$$

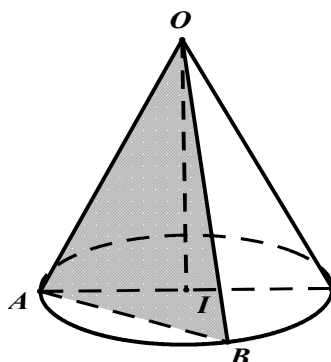
CÂU HỎI MỨC ĐỘ VẬN DỤNG - VDC

Câu 82. Cho hình nón có tâm đáy là I . Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $3\sqrt{3}$, đồng thời cắt đường tròn đáy tại hai điểm A, B thì $\widehat{AIB} = 120^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $8\pi\sqrt{3}$. B. $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$. C. $4\pi(1+\sqrt{3})$. D. $4\pi\sqrt{3}$.

Chọn D

Lời giải



Gọi O là đỉnh hình nón, thiết diện là tam giác đều OAB .

$$S_{\triangle OAB} = \frac{OA^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow OA^2 = \frac{4S_{\triangle OAB}}{\sqrt{3}} = \frac{4 \cdot 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 12 \Rightarrow l = OA = AB = 2\sqrt{3}.$$

Tam giác IAB cân có góc $\widehat{AIB} = 120^\circ$ nên

$$AB^2 = IA^2 + IB^2 - 2IA \cdot IB \cdot \cos 120^\circ = 3IA^2 = 12$$

Suy ra $R = IA = 2$.

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón là } S_{xq} = \pi \cdot Rl = \pi \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\pi\sqrt{3}.$$

Câu 83. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Gọi B, C là 2 điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $\triangle SBC$ vuông tại S và có chu vi bằng $10 + 5\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng:

A. $7\sqrt{2}\pi$.

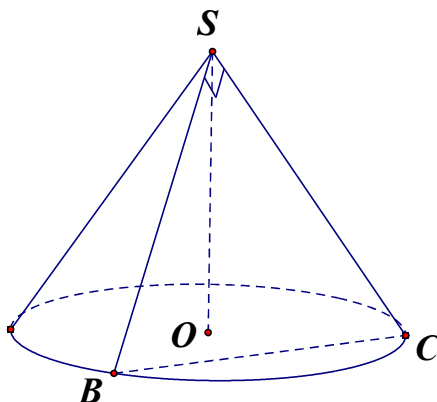
B. $21\sqrt{2}\pi$.

C. $43\sqrt{2}\pi$.

D. $14\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Gọi độ dài đường sinh $SB = SC = x (x > 0)$.

Xét $\triangle SBC$ vuông cân tại S , suy ra: $BC = x\sqrt{2}$.

$$\text{Có: } SB + SC + BC = 10 + 5\sqrt{2} \Leftrightarrow x + x + x\sqrt{2} = 10 + 5\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow (2 + \sqrt{2})x = 10 + 5\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 5.$$

$$\text{Xét } \triangle SOB: R = OC = \sqrt{SB^2 - SO^2} = \sqrt{5^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}.$$

$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{7})^2 \cdot 3\sqrt{2} = 7\sqrt{2}\pi \text{ (đvtt)}.$$

Câu 84. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.

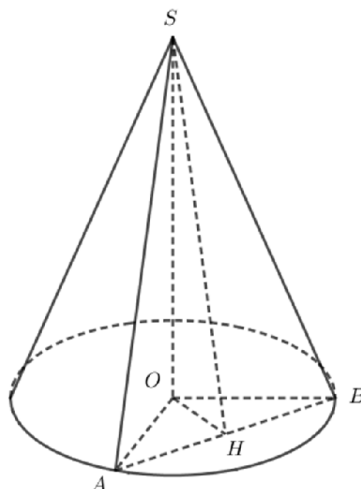
B. 32π .

C. $32\sqrt{5}\pi$.

D. 96π .

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết tam giác SAB đều, $S_{\triangle SAB} = 9\sqrt{3}$ và $SO = 2\sqrt{5}$.

$$S_{\Delta SAB} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow AB = 6.$$

$\triangle SAB$ đều $SA = AB = 6$.

Xét $\triangle SOA$ vuông tại O , theo định lý Pytago ta có: $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4$.

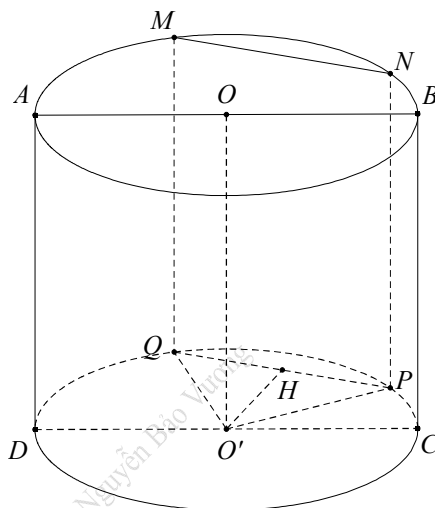
Thể tích hình nón bằng $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi . OA^2 . SO = \frac{1}{3} \pi 4^2 . 2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}}{3} \pi$.

Câu 85. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A.** $216\pi a^3$. **B.** $150\pi a^3$. **C.** $54\pi a^3$. **D.** $108\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Lấy 2 điểm M , N lần lượt nằm trên đường tròn tâm O sao cho $MN = 6a$.

Từ M , N lần lượt kẻ các đường thẳng song song với trục OO' , cắt đường tròn tâm O' tại Q , P .

Thiết diện ta thu được là hình vuông $MNPQ$ có cạnh bằng $6a$.

Gọi H là trung điểm của PQ . Suy ra $OH \perp PQ$.

Vì $OO' \parallel (MNPQ)$ nên ta có $d(OO', (MNPQ)) = d(O', (MNPQ)) = O'H$.

Từ giả thiết, ta có $O'H = 3a$. Do đó $\Delta O'HP$ là tam giác vuông cân tại H .

Suy ra bán kính đường tròn đáy của hình trụ là $O'P = \sqrt{O'H^2 + HP^2} = 3a\sqrt{2}$.

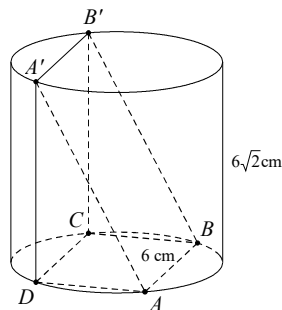
Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là: $V = 6a.\pi.(3a\sqrt{2})^2 = 108\pi a^3$.

Câu 86. Cho hình trụ có bán kính đáy là 4 cm, một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6$ cm (hình vẽ). Biết diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2 . Tính chiều cao của hình trụ đã cho.

- A.** $6\sqrt{2}$ cm. **B.** $4\sqrt{3}$ cm. **C.** $8\sqrt{2}$ cm. **D.** $5\sqrt{3}$ cm.

Lời giải

Chọn A



Dựng đường sinh $B'C$ và $A'D$, ta có tứ giác $A'B'CD$ là hình chữ nhật nên $CD \parallel A'B'$ và $CD = A'B' = 6 \text{ cm}$. Vậy $CD \parallel AB$ và $CD = AB = 6 \text{ cm}$. Do đó tứ giác $ABCD$ là hình bình hành và nội tiếp được nên là hình chữ nhật. Từ đó $AB \perp BC$, mặt khác $AB \perp B'C$ nên $AB \perp (BCB') \Rightarrow AB \perp BB'$.

Vậy $ABB'C'$ là hình bình hành có một góc vuông nên là hình chữ nhật. Ta có

$$S_{ABB'A'} = AB \cdot BB' \text{ nên } BB' = \frac{60}{6} = 10 \text{ cm. Xét tam giác } BB'C \text{ vuông tại } C \text{ có}$$

$$B'C^2 = BB'^2 - BC^2 \text{ mà } BC^2 = AC^2 - AB^2 = 64 - 36 = 28 \text{ nên}$$

$$B'C^2 = 100 - 28 = 72 \Rightarrow B'C = 6\sqrt{2} \text{ cm.}$$

Vậy chiều cao hình trụ là $6\sqrt{2} \text{ cm}$.

- Câu 87.** Khi cắt một hình trụ bởi hai mặt phẳng cùng song song với trục. Với mặt phẳng thứ nhất cách trục một khoảng bằng a , thiết diện thu được là một hình vuông. Còn mặt phẳng thứ hai cách trục một khoảng bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$, thiết diện thu được là một hình chữ nhật có diện tích bằng $2a^2\sqrt{2}$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

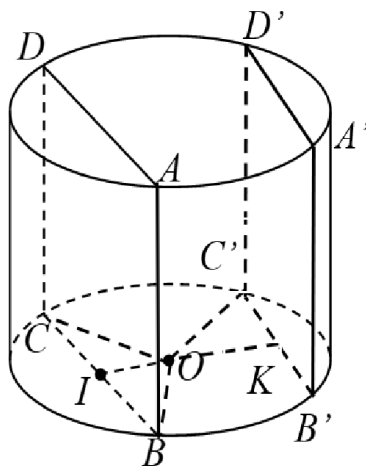
B. $8\pi a^3\sqrt{3}$.

C. $4a^3$.

D. $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi R là bán kính đáy hình trụ.

Giả sử cắt bởi mặt phẳng thứ nhất được hình vuông $ABCD$; khi đó $OI = a$ với I là trung điểm

$$BC \text{ ta có } h = l = BC = 2IB = 2\sqrt{R^2 - a^2}.$$

Cắt bởi mặt phẳng thứ hai được hình chữ nhật $A'B'C'D'$; khi đó $OK = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ với K là trung

điểm $B'C'$ ta có $B'C' = 2KB' = 2\sqrt{R^2 - \frac{6a^2}{4}}$.

Diện tích $S_{A'B'C'D'} = 2\sqrt{R^2 - a^2} \cdot 2\sqrt{R^2 - \frac{6a^2}{4}} = 4\sqrt{R^2 - a^2} \cdot \sqrt{R^2 - \frac{6a^2}{4}} = 2a^2\sqrt{2}$.

$$S_{A'B'C'D'} = 2\sqrt{R^2 - a^2} \cdot 2\sqrt{R^2 - \frac{6a^2}{4}} = 4\sqrt{R^2 - a^2} \cdot \sqrt{R^2 - \frac{6a^2}{4}} = 2a^2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{R}{a}\right)^4 - 5\left(\frac{R}{a}\right)^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{R}{a}\right)^2 = 2 \text{ hoặc } \left(\frac{R}{a}\right)^2 = \frac{1}{2} \text{ (loại do } R > a) \Leftrightarrow R = a\sqrt{2}.$$

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = 4\pi a^2$.

Câu 88. Cho hình nón đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O và có đường kính bằng $4a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O . Biết khoảng cách từ D đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$. Tính thể tích khối nón.

A. $2a^3\pi$.

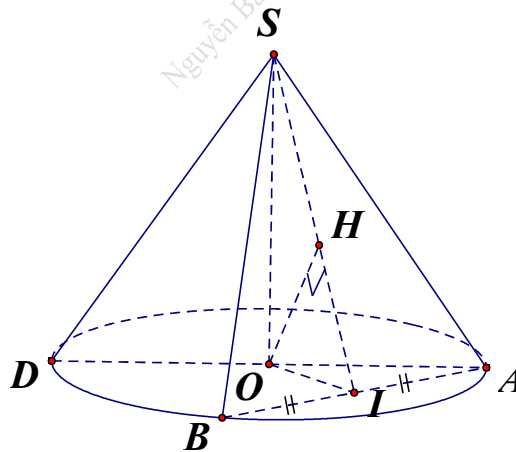
B. $\frac{2a^3\pi}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{13}a^3}{3}$.

D. $\frac{4a^3\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Theo đề bài, có $R = OA = 2a$.

Vì D là điểm đối xứng với A qua O nên O là trung điểm của AD .

$$\Rightarrow \frac{d(D, (SAB))}{d(O, (SAB))} = \frac{AD}{AO} = 2 \Leftrightarrow d(O, (SAB)) = \frac{d(D, (SAB))}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Gọi I là trung điểm AB , suy ra $OI \perp AB$.

Mà $AB \perp SO$ nên $AB \perp (SOI)$.

Kẻ $OH \perp SI$ ($H \in SI$) $\Rightarrow OH \perp AB \Rightarrow OH \perp (SAB)$.

$$\text{Do đó: } d(O, (SAB)) = OH = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Xét } \triangle OAI : OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a.$$

$$\text{Xét } \triangle SOI: \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow SO = \frac{1}{2}a.$$

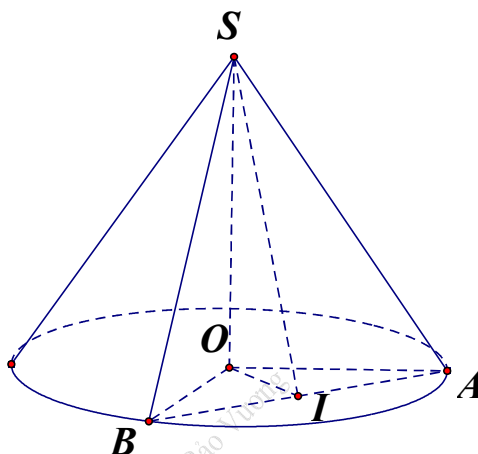
$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot (2a)^2 \cdot \frac{1}{2}a = \frac{2a^3\pi}{3} (\text{đvtt}).$$

Câu 89. Cho hình nón đỉnh S có đường tròn đáy tâm O bán kính $R = a\sqrt{2}$. Trên đường tròn đáy lấy hai điểm A và B sao cho tam giác OAB đều. Biết diện tích tam giác SAB bằng $2\sqrt{2}a$. Thể tích hình nón đã cho bằng:

- A. $\sqrt{58}\pi a^3$. B. $\sqrt{29}a^3\pi$. C. $\frac{\sqrt{29}a^3\pi}{3}$. D. $\frac{\sqrt{58}a^3\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Theo đề có $R = OA = a\sqrt{2}$.

$$\triangle OAB \text{ đều nên } S_{\triangle OAB} = \frac{(a\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 \text{ và } OI = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Ta có: $SO \perp (OAB)$ suy ra O là hình chiếu của S lên (OAB) .

Do đó: $\triangle OAB$ là hình chiếu $\triangle SAB$ lên mp (OAB) .

Áp dụng công thức: $S_{\triangle OAB} = S_{\triangle SAB} \cdot \cos \varphi$ ($\varphi = ((SAB), (OAB))$).

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle SAB}} = \frac{\sqrt{6}}{8}.$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} OI \perp AB \\ SI \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((SAB), (OAB)) = \widehat{SIO} = \varphi.$$

$$\text{Xét } \triangle SOI: \Rightarrow \cos \varphi = \frac{OI}{SI} = \frac{\sqrt{6}}{8} \Rightarrow SI = \frac{8OI}{\sqrt{6}} = 4a.$$

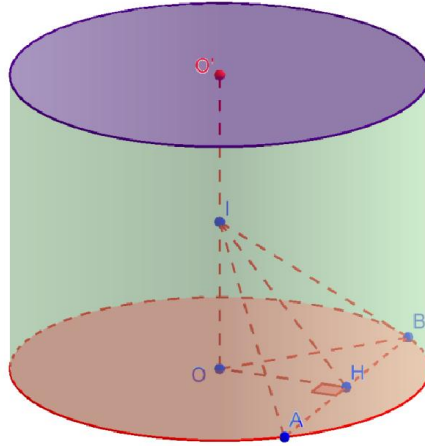
$$\Rightarrow SO = \sqrt{SI^2 - OI^2} = \frac{\sqrt{58}}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot (a\sqrt{2})^2 \cdot \frac{\sqrt{58}}{2} = \frac{\sqrt{58}a^3\pi}{3} (\text{đvtt}).$$

- Câu 90.** Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn (O) và (O') , chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy a . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài $a\sqrt{2}$. Góc tạo bởi mặt phẳng (α) với mặt đáy gần với giá trị nào nhất.
- A. 50° . B. 51° C. 39° . D. 41° .

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của OO' . Mặt phẳng thiết diện cắt đường tròn đáy theo dây cung AB .

Dựng $OH \perp AB \Rightarrow AB \perp (OIH) \Rightarrow (OIH) \perp (IAB)$.

Ta có O là hình chiếu của I lên mặt phẳng đáy. Do vậy góc giữa (α) và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{IHO}$

$$\text{Xét tam giác } OHB \text{ vuông tại } H \Rightarrow OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

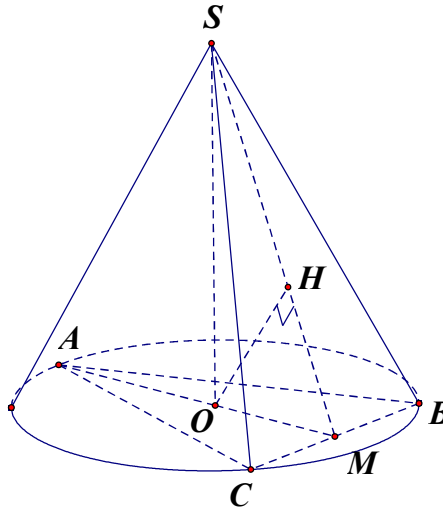
$$\text{Xét tam giác vuông } OIH \text{ vuông tại } O \Rightarrow \tan \widehat{IHO} = \frac{IO}{OH} = \frac{a\sqrt{3}}{2} : \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \widehat{IHO} = 50^\circ 46'$$

- Câu 91.** Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng $2a$. Từ tâm của đáy, dựng đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Trên Δ lấy điểm S sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{12}{7}a$. Khi đó thể tích khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC bằng

A. $\frac{4a^3\pi}{9}$. B. $\frac{16a^3\pi}{3}$. C. $\frac{16a^3\pi}{9}$. D. $\frac{4a^3\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của đáy, M là trung điểm của BC .

Vì $\triangle ABC$ đều nên: $R = OA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ và $OM = \frac{2a\sqrt{3}}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ (R bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$).

Mặt khác:

$$\text{Để thấy } d(A, (SBC)) = 3d(O, (SBC)) = \frac{12}{7}a \Rightarrow d(O, (SBC)) = \frac{4}{7}a.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp OM \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOM).$$

Trong (SOM) , kẻ $OH \perp SM$ ($H \in SM$) suy ra $OH \perp BC$ nên $OH \perp (SBC)$.

$$\Rightarrow OH = d(O, (SBC)) = \frac{4}{7}a.$$

$$\text{Xét } \triangle SOM: \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow SO = 4a.$$

$$\text{Suy ra thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot 4a = \frac{16a^3\pi}{9} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 92. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$.

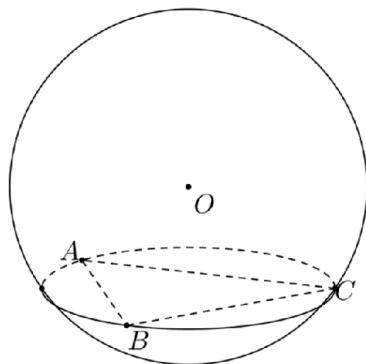
B. $\frac{7\sqrt{21}}{2}\pi$.

C. $\frac{29\sqrt{29}}{6}\pi$.

D. $\frac{4\sqrt{17}}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Từ $AB=3$, $AC=4$, $BC=5 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại $A \Rightarrow$ đường tròn (C) ngoại tiếp $\triangle ABC$ có bán kính $r = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$.

Lại có (C) là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt cầu (S) .

Suy ra $R^2 = d^2(O; (ABC)) + r^2 = \frac{29}{4} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{29}}{2}$ là bán kính mặt cầu (S) .

Vậy $V_{(S)} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{29\sqrt{29}}{6}\pi$.

Câu 93. Cho hình nón có chiều cao bằng a . Biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng bằng $\frac{a}{3}$, thiết diện thu được là một tam giác vuông. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{9}$.

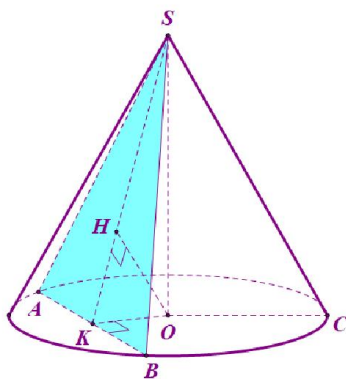
B. $\frac{5\pi a^3}{9}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{5\pi a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng bằng $\frac{a}{3}$ có thiết diện là tam giác vuông SAB như hình vẽ.

Kẻ $OK \perp AB$; $OH \perp SK$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp OK \\ AB \perp SO \end{cases}$ suy ra $AB \perp (SOK) \Rightarrow AB \perp OH$ và $OH \perp SK$ nên $OH \perp (SAB)$. Do đó

$$d(O; (SAB)) = OH = \frac{a}{3}.$$

Xét tam giác vuông SOK có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} \Rightarrow OK = \frac{a}{2\sqrt{2}}; SK = \sqrt{SO^2 + OK^2} = \frac{3a}{2\sqrt{2}};$

Vì $OK \perp AB$ nên K là trung điểm của AB . Tam giác vuông SAB có $SK = KB = \frac{3a}{2\sqrt{2}}.$

Xét tam giác vuông OKB có: $OB = \sqrt{OK^2 + KB^2} = \frac{\sqrt{5}a}{2};$

Vậy thể tích khối nón cần tìm là: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot OB^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{5}a}{2}\right)^2 \cdot a = \frac{5\pi a^3}{12}.$

Câu 94. Một khối trụ có bán kính đáy $r = 2a$. O, O' lần lượt là tâm đường tròn đáy. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục $\frac{a\sqrt{15}}{2}$, cắt đường tròn (O') tại hai điểm A, B . Biết thể tích của khối tứ diện $OO'AB$ bằng $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. Độ dài đường cao của hình trụ bằng

A. a .

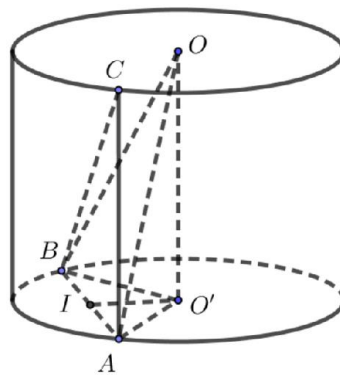
B. $6a$.

C. $3a$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn C



Vẽ đường sinh AC , khi đó mặt phẳng (ABC) song song với OO' và cách OO' một khoảng $\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Gọi I là trung điểm AB , ta có $d(OO', (ABC)) = d(O', (ABC)) = O'I = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Bán kính $O'A = 2a$ suy ra $BA = 2IA = 2\sqrt{O'A^2 - O'I^2} = 2\sqrt{4a^2 - \frac{15a^2}{4}} = a$.

Thể tích tứ diện $OO'AB$ bằng $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$ nên ta

có: $\frac{1}{6} \cdot OO' \cdot IO' \cdot AB = \frac{a^3\sqrt{15}}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{6} \cdot OO' \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{15}}{4} \Leftrightarrow OO' = 3a$.

Vậy hình trụ có chiều cao $OO' = 3a$.

Câu 95. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a; BC = a$. Gọi M là trung điểm BB' . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}a}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{13}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{21}a}{6}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải

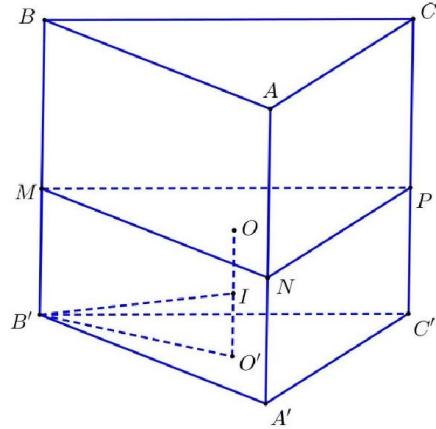
Chọn C

Gọi N, P lần lượt là trung điểm $AA'; CC'$ và O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ΔMNP và $\Delta A'B'C'$. Khi đó mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.A'B'C'$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ $MNP.A'B'C'$.

Gọi I là trung điểm OO' . Suy ra I là tâm mặt cầu cần tìm. Suy ra $IB' = R$. Ta có: $O'B' = \frac{2a\sqrt{3}}{3.2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$$\text{Và: } IO' = \frac{1}{2}OO' = \frac{1}{4}AA' = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Nên: } IB' = R = \sqrt{O'I^2 + O'B'^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$



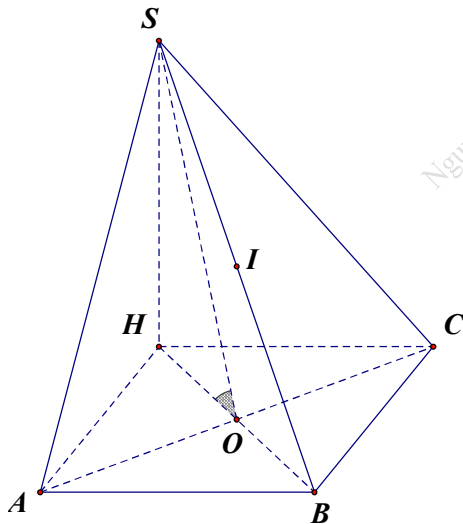
Chọn C

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H đối xứng với B qua AC . Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và $(ABC) = 45^\circ$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{2\pi a^2}{3}$. C. $5\pi a^2$. D. $\frac{5\pi a^2}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là trung điểm AC .

Ta có H là điểm đối xứng của B qua AC nên $ABCH$ là hình vuông.

$$\Rightarrow HB = AC = a \Rightarrow HO = \frac{HB}{2} = \frac{a}{2}.$$

Theo đề bài ta có: $((SAC); (ABC)) = (SO, HO) = \widehat{SOH} = 45^\circ$

Suy ra: ΔSHO vuông cân tại $H \Rightarrow SH = \frac{a}{2}$.

Ta có: $\begin{cases} \Delta SAB \text{ vuông tại } A \text{ (} AB \perp (SHA) \text{)} \\ \Delta SBC \text{ vuông tại } C \text{ (} BC \perp (SHC) \text{)} \end{cases}$

$\Rightarrow$ Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là trung điểm I của SB

Ta có: $SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a \Rightarrow R = SI = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{5}}{4}a$

Vậy diện tích mặt cầu cần tìm là: $4\pi \left(\frac{\sqrt{5}}{4}a \right)^2 = \frac{5\pi}{4}a^2$

Câu 97. Cho hai khối nón có chung trục $SS' = 3r$. Khối nón thứ nhất có đỉnh S đáy là hình tròn tâm S' bán kính r . Khối nón thứ hai có đỉnh S' đáy là hình tròn tâm S bán kính $2r$. Thể tích phần chung của hai khối nón bằng

A. $\frac{4\pi r^3}{27}$.

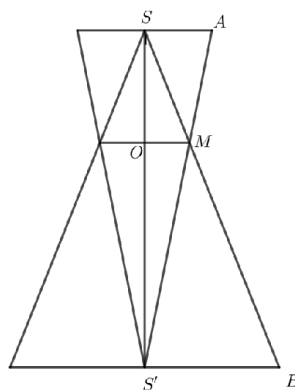
B. $\frac{\pi r^3}{9}$.

C. $\frac{4\pi r^3}{9}$.

D. $\frac{4\pi r^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có thể tích phần chung là tổng thể tích của khối chóp có đỉnh S , trục SO và đường tròn đáy có bán kính OM và khối chóp có đỉnh S' , trục $S'O$ và đường tròn đáy có bán kính OM .

Ta có: $\tan \widehat{OS'M} = \frac{OM}{OS'} = \frac{SA}{SS'} = \frac{r}{3r} = \frac{1}{3}$ và $\tan \widehat{OSM} = \frac{OM}{OS} = \frac{S'B}{SS'} = \frac{2r}{3r} = \frac{2}{3}$

Suy ra: $\frac{OM}{OS'} \cdot \frac{OS}{OM} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow OS' = 2OS \Rightarrow \begin{cases} OS = r \\ OS' = 2r \end{cases} \Rightarrow OM = \frac{2}{3}r$

Vậy $V = \frac{1}{3}\pi \cdot SO \cdot OM^2 + \frac{1}{3}\pi \cdot S'O \cdot OM^2 = \frac{1}{3}\pi \cdot SS' \cdot OM^2 = \frac{1}{3}\pi \cdot 3r \cdot \frac{4r^2}{9} = \frac{4\pi r^3}{9}$

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = \sqrt{3}$, $AC = 2$ và $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC . Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCNM$ là

A. $R = 2$.

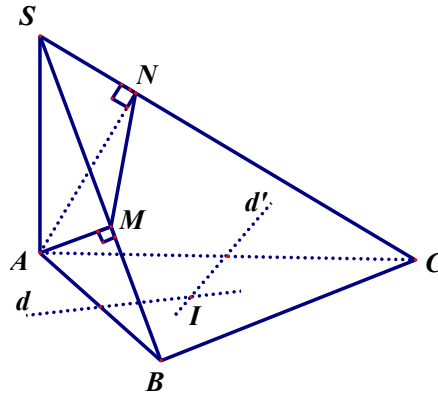
B. $R = \sqrt{13}$.

C. $R = 1$.

D. $R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



- Xét tam giác AMB vuông tại M nên tâm của tam giác AMB là trung điểm của cạnh AB . Khi đó, trong (ABC) kẻ đường trung trực d của AB thì tâm mặt cầu cần tìm nằm trên d .
 - Xét tam giác ANC vuông tại N nên tâm của tam giác ANC là trung điểm của AC . Khi đó, trong (ABC) , kẻ đường trung trực d' của AC thì tâm mặt cầu cần tìm nằm trên d' .
- $\Rightarrow$ Điểm $I = d \cap d'$ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCM$.
- Mà d và d' cùng nằm trong (ABC) nên I cũng chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Suy ra bán kính mặt cầu bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos A = 1 \Rightarrow BC = 1$$

- Áp dụng công thức hàm sin :

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2.\sin A} = \frac{1}{2.\sin 30^\circ} = 1.$$

Câu 99. Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón đôi một tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy khối nón. Biết khối

cầu vừa đủ ngập trong nước và tổng lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{24}$ (lit). Thể tích nước ban đầu trong bể thuộc khoảng nào dưới đây? (tính theo đơn vị lít).

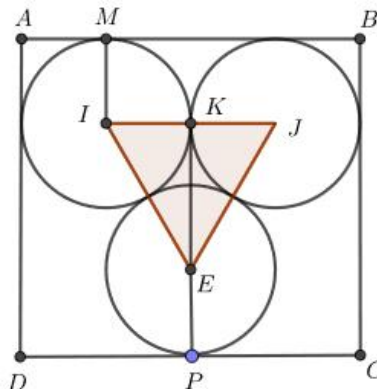
- A.** (150;151) **B.** (151;152) **C.** (139;140) **D.** (138;139).

Lời giải

Chọn B

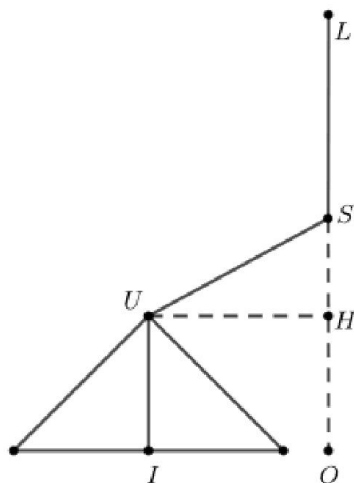
- Đầu tiên, ta quan tâm tới mặt phẳng đáy của hình hộp:

Dễ thấy tam giác IJE nội tâm của ba mặt cầu là một tam giác đều cạnh $2R$.



Dễ thấy $AB = 4R$ và $AD = MI + KE + EP = (2 + \sqrt{3})R$.

- Tiếp theo, ta quan tâm tới chiều cao của hình hộp:



Ta coi hình cầu có tâm S , chạm với khối nón có tâm đáy I tại U và bán kính cầu $SU = \frac{4R}{3}$.

Hạ SO vuông góc mặt phẳng đáy. Dễ thấy chân đường cao O là tâm tam giác đều IJE .

Dễ tính được $IO = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$, áp dụng định lý Pitago cho tam giác SHU , ta được $SH = \frac{2R}{3}$.

Chiều cao của hình hộp là $h = SH + HO + SL = \frac{2R}{3} + R + \frac{4R}{3} = \frac{5R}{3} = 3R$.

- Ta chỉ cần tính bán kính của mỗi hình nón nữa là xong. Dễ thấy thể tích nước tràn ra bằng thể tích các khối nón và cầu có trong hình hộp.

Như vậy, $\frac{337}{24}\pi = 3V_n + V_c = 3 \cdot \frac{1}{3}R \cdot \pi R^2 + \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{4}{3}R\right)^3 = \frac{337\pi}{81}R^3 \Rightarrow R^3 = \frac{81}{24} \Rightarrow R = \frac{3}{2} \text{ (dm)}$

- Vậy thể tích hình hộp bằng

$V = AB \cdot AD \cdot h = 4R \cdot (2 + \sqrt{3})R \cdot 3R = 12(2 + \sqrt{3})R^3 = \frac{81}{2}(2 + \sqrt{3}) \approx 151,14 \text{ (dm)}.$

Câu 100. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$.

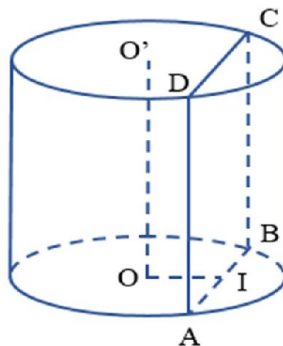
B. $150\pi a^3$.

C. $54\pi a^3$.

D. $108\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O và O' là tâm hai đáy của hình trụ.

Giả sử thiết diện thu được khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục là hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết ta có $AB = BC = OO' = 6a$.

Gọi I là trung điểm AB . Suy ra $OI \perp AB$ và $AI = \frac{1}{2}AB = 3a$.

Mà $OI \perp BC$ nên $OI \perp (ABCD)$.

Vì $OO' \parallel (ABCD)$ nên $d(OO'; (ABCD)) = d(O; (ABCD)) = OI = 3a$.

Xét tam giác AOI vuông tại I và có $OI = AI = 3a \Rightarrow OA = 3a\sqrt{2}$.

Thể tích khối trụ là:

$$V = \pi.R^2.h = \pi.OA^2.OO' = \pi.(3a\sqrt{2})^2.(6a) = 108\pi a^3.$$

Câu 101. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình chữ nhật có diện tích $48a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$.

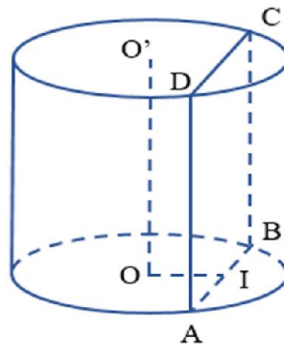
B. $180\pi a^3$.

C. $54\pi a^3$.

D. $150\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O và O' là tâm hai đáy của hình trụ.

Giả sử thiết diện thu được khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = BC = OO' = 6a$, $S_{ABCD} = 48a^2 \Rightarrow AB = 8a$

Gọi I là trung điểm AB . Suy ra $OI \perp AB$ và $AI = \frac{1}{2}AB = 4a$.

Mà $OI \perp BC$ nên $OI \perp (ABCD)$.

Vì $OO' \parallel (ABCD)$ nên $d(OO'; (ABCD)) = d(O; (ABCD)) = OI = 3a$.

Xét tam giác AOI vuông tại I và có $OI = 3a$, $AI = 4a \Rightarrow OA = 5a$.

Thể tích khối trụ là:

$$V = \pi.R^2.h = \pi.OA^2.OO' = \pi.(5a)^2.(6a) = 150\pi a^3.$$

Câu 102. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Nếu ABC là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$ thì bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{43}}{4}$.

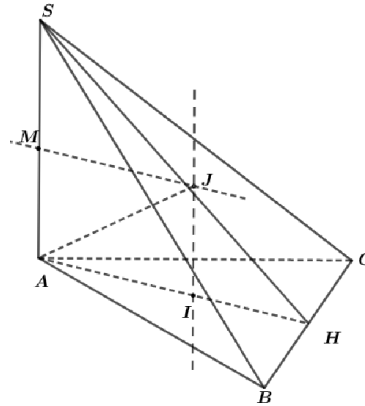
B. $\frac{a\sqrt{43}}{8}$.

C. $\frac{a\sqrt{43}}{12}$.

D. $\frac{a\sqrt{43}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB

$\Rightarrow AH \perp BC$ tại H

$\Rightarrow ((SAB), (ABC)) = \widehat{SHA} = 60^\circ$

$$AH = \frac{3a}{2} \Rightarrow SA = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$$

Gọi I là tâm của $\triangle ABC$

Dựng Δ đi qua I, $\Delta // SA$

Dựng Δ' là trung trực của SA

Gọi $J = \Delta \cap \Delta'$

Vì $J \in \Delta \Rightarrow JA = JB = JC$

$J \in \Delta' \Rightarrow JS = JA$

$\Rightarrow JA = JB = JC = JS$

$\Rightarrow J$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp SABC

Bán kính mặt cầu $R = JA$

Gọi M là trung điểm SA

Khi đó: $JA = \sqrt{MA^2 + MJ^2}$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{SA^2}{4} + AI^2} = \sqrt{\frac{\left(\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{43}}{4}.$$

Câu 103. Cho hình chóp ABCD có đáy là hình thang vuông tại A và D. Biết SA vuông góc với ABCD, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

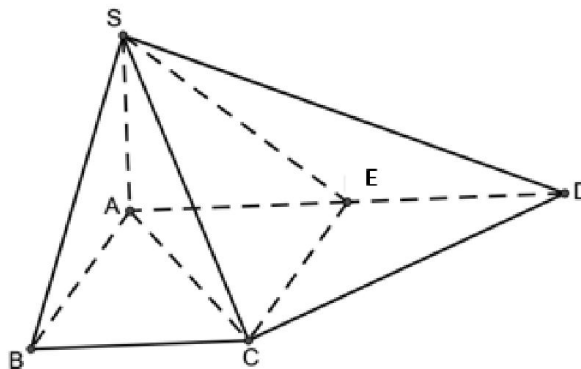
B. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. a .

Lời giải

Chọn D



Ta thấy các tam giác $\triangle SAC; \triangle SBC; \triangle SEC$ vuông tại A, C, E . Vậy các điểm S, A, B, C, E nằm trên mặt cầu đường kính $SC \Rightarrow R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = a$.

Câu 104. Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có AB, CD là hai dây cung của hai đường tròn đáy và mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng.

A. $\frac{5a^2}{4}$.

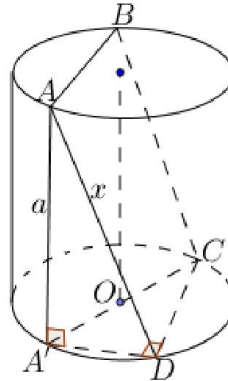
B. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{4}$.

C. $5a^2$.

D. $\frac{5a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ đường sinh $A'A$. Khi đó ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp A'A \end{cases} \Rightarrow CD \perp (A'AD) \Rightarrow CD \perp A'O \Rightarrow \angle A'DC = 90^\circ$.

Ta có $\angle A'DC$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow A'C = 2a$.

Đặt cạnh hình vuông $ABCD$ là x .

Ta có $\begin{cases} A'D^2 = AD^2 - A'A^2 = x^2 - a^2 \\ A'D^2 + DC^2 = A'C^2 \end{cases} \Rightarrow 2x^2 - a^2 = 4a^2 \Rightarrow x^2 = S_{ABCD} = \frac{5a^2}{2}$.

Câu 105. Cho ba hình cầu có bán kính lần lượt là R_1, R_2, R_3 đôi một tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Các tiếp điểm của ba hình cầu với mặt phẳng (P) lập thành một tam giác có độ dài các cạnh lần lượt là 2; 3; 4. Tính tổng $R_1 + R_2 + R_3$:

A. $\frac{61}{12}$.

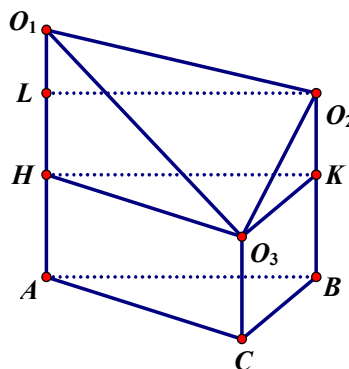
B. $\frac{67}{12}$.

C. $\frac{53}{12}$.

D. $\frac{59}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi tâm của ba mặt cầu lần lượt là O_1, O_2, O_3 và A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của O_1, O_2, O_3 lên (P) . Không mất tổng quát, giả sử $R_1 \geq R_2 \geq R_3$ và theo đó $AB > AC > BC$

Gọi L là hình chiếu vuông góc của O_2 lên O_1A và H, K lần lượt là hình chiếu của O_2 lên $O_1A; O_2B$

Ta có $O_1O_2 = R_1 + R_2; O_1L = R_1 - R_2$ và $O_2L^2 = (O_1O_2)^2 - (O_1L)^2$

$$\Leftrightarrow 4^2 = (R_1 + R_2)^2 - (R_1 - R_2)^2 = 4R_1R_2$$

Tương tự, ta có $3^2 = (R_1 + R_3)^2 - (R_1 - R_3)^2 = 4R_1R_3$; $2^2 = (R_2 + R_3)^2 - (R_2 - R_3)^2 = 4R_2R_3$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} R_1R_2 = 4 \\ R_2R_3 = 1 \\ R_1R_3 = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{R_1}{R_3} = 4 \\ R_1R_3 = \frac{9}{4} \\ R_1R_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_3 = \frac{3}{4} \\ R_1 = 3 \\ R_2 = \frac{4}{3} \end{cases} \text{ . Suy ra } R_1 + R_2 + R_3 = \frac{61}{12}.$$

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, các cạnh bên của hình chóp bằng $\sqrt{6} \text{ cm}$, $AB = 4 \text{ cm}$. Khi thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$.

A. $12\pi \text{ cm}^2$.

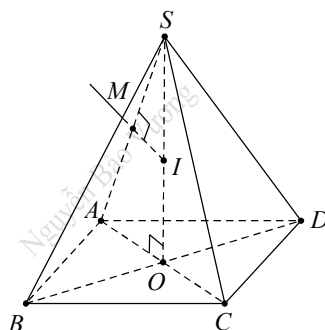
B. $4\pi \text{ cm}^2$.

C. $9\pi \text{ cm}^2$.

D. $36\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Ta có $\triangle SAC$ cân tại S nên $SO \perp AC$ và $\triangle SBD$ cân tại S nên $SO \perp BD$.

Khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Ta có: $\triangle SAO = \triangle SBO = \triangle SCO = \triangle SDO \Rightarrow OA = OB = OC = OD$

Vậy hình bình hành $ABCD$ là hình chữ nhật.

$$\text{Đặt } BC = x \Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + x^2} \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{16 + x^2}}{2}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAO \text{ vuông tại } O, \text{ ta có: } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{6 - \frac{16 + x^2}{4}} = \frac{\sqrt{8 - x^2}}{2}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{8 - x^2}}{2} \cdot 4x = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{8 - x^2} \cdot x$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức } ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2} \text{ ta có: } V = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{8 - x^2} \cdot x \leq \frac{2}{3} \cdot \frac{8 - x^2 + x^2}{2} = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{8 - x^2} = x \Leftrightarrow x = 2. \text{ Do đó: } BC = 2, SO = 1.$$

Gọi M là trung điểm của SA , trong (SAO) kẻ đường trung trực của SA cắt SO tại I .

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có tâm I và bán kính $R = IS$.

Vì $\Delta SMI \sim \Delta SOA(g.g)$ nên $\frac{SI}{SA} = \frac{SM}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SA^2}{2 \cdot SO} = \frac{6}{2 \cdot 1} = 3 \Rightarrow R = 3(cm)$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là: $4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi(cm^2)$.

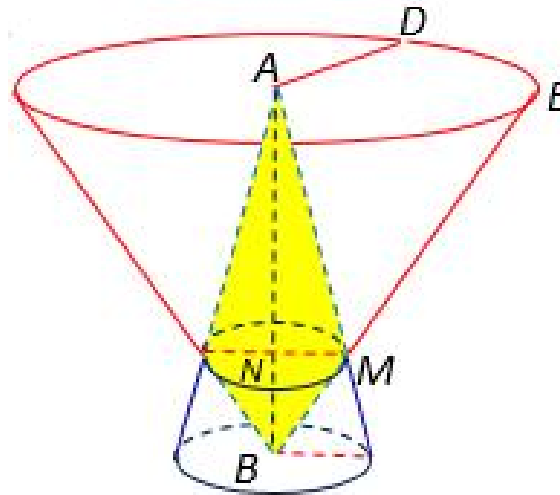
Câu 107. Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B . Biết $BC = 2(cm)$

, $AB = 2\sqrt{3}(cm)$, $AD = 6(cm)$. Quay các tam giác ABC và ABD (bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

- A. $\sqrt{3}\pi(cm^3)$ B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}\pi(cm^3)$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi(cm^3)$ D. $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi(cm^3)$.

Lời giải

Chọn C



Dễ thấy $AD \perp (ABC) \Rightarrow AD = R_1$

Gọi $\{M\} = BD \cap AC$ và N là hình chiếu của M trên AB. Dễ dàng chứng minh được tỉ lệ:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AB} \quad (1); \text{ và } \frac{MN}{AD} = \frac{BN}{AB} \quad (2) \Rightarrow \frac{(1)}{(2)} = \frac{AD}{BC} = \frac{AN}{BN} = 3 \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{3}{4}; \frac{BN}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow AN = \frac{3\sqrt{3}}{2}; BN = \frac{\sqrt{3}}{2}; MN = \frac{3}{2}$$

Phần thể tích chung của 2 khối tròn xoay là phần thể tích khi quay tam giác $\triangle AMB$ xung quanh trục AB. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác $\triangle BMN$ xung quanh AB

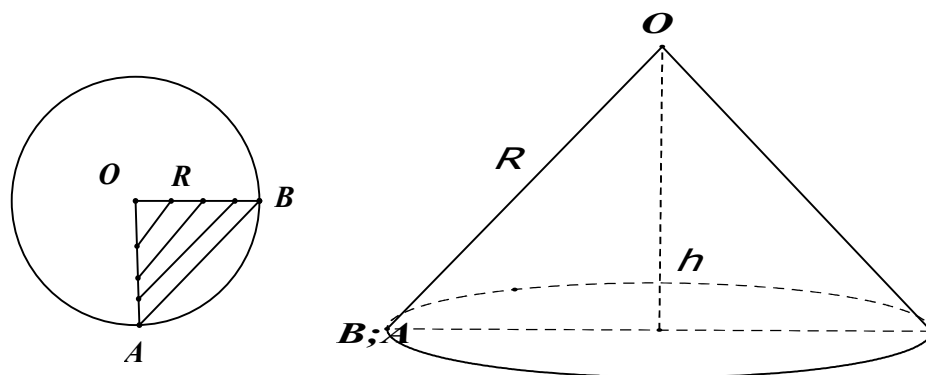
Và V_2 là thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác $\triangle AMN$ xung quanh AB

Dễ tính được: $V_1 = \frac{3\sqrt{3}\pi}{8}(dvtt)$ và $V_2 = \frac{9\sqrt{3}\pi}{8}(dvtt) \Rightarrow V_1 + V_2 = \frac{3\sqrt{3}\pi}{2}(dvtt)$. **Chọn C.**

Câu 108. Huyền có một tấm bìa như hình vẽ, Huyền muốn biến đường tròn đó thành một cái phễu hình nón. Khi đó Huyền phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán OA , OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích của hình phễu $S_{xq} = \frac{R^2 x}{2} \Rightarrow r = \frac{xR}{2\pi}$ là bán kính của đáy phễu; $\Rightarrow x = \frac{2\pi r}{R}$

$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi r^2 \sqrt{R^2 - r^2} = \frac{1}{3} \pi \sqrt{r^4 \cdot R^2 - r^6}$ là thể tích của phễu

Xét hàm số phụ $y = r^4 \cdot R^2 - r^6 \Rightarrow y' = 4r^3 \cdot R^2 - 6r^5$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2R^2 - 3r^2 = 0 \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3} R$$

r	0	$\frac{R\sqrt{6}}{3}$	R
$y'(r)$	+	0	-
$y(r)$			

Vậy y max thì V và V max khi $r = \frac{R\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi r}{R} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi R\sqrt{6}}{3R} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi\sqrt{6}}{3}$

Câu 109. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A, B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') . Biết $AB = 2a$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Bán kính đáy bằng

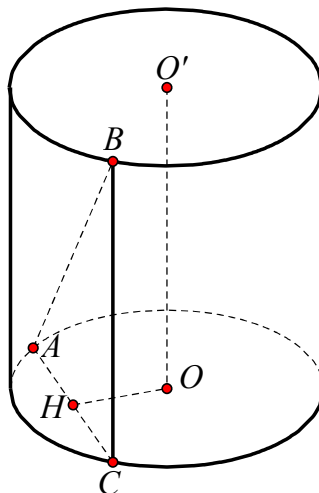
A. $\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{14}}{9}$.

Lời giải**Chọn C**



Dựng đường sinh BC gọi H là trung điểm của đoạn AB .

$$\text{Ta có } d(OO', AB) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Giả sử bán kính đáy của hình trụ là r , do thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông suy ra $BC = 2r$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - 4r^2},$$

mặt

khác

$$AC = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 2\sqrt{r^2 - \frac{3a^2}{4}} = \sqrt{4r^2 - 3a^2}$$

$$\text{Ta có phương trình } \sqrt{4a^2 - 4r^2} = \sqrt{4r^2 - 3a^2} \Rightarrow r = \frac{a\sqrt{14}}{4}.$$

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 3a\sqrt{2}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $72\sqrt{18}\pi a^3$.

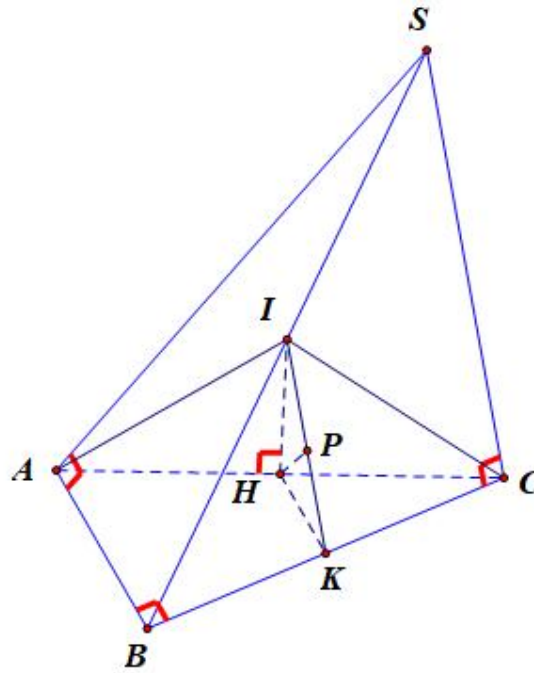
B. $18\sqrt{18}\pi a^3$.

C. $6\sqrt{18}\pi a^3$.

D. $24\sqrt{18}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I, H lần lượt là trung điểm của cạnh SB và AC

Mặt khác, theo giả thiết ta có $\triangle SAB, \triangle SCB$ lần lượt là các tam giác vuông tại A và C

$$\Rightarrow IA = IB = IC = IS$$

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Mặt khác: $\triangle ABC$ vuông tại $B \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$

$$\Rightarrow IH \perp (ABC)$$

$$\text{Ta có: } \frac{d(A; (SBC))}{d(H; (SBC))} = \frac{AC}{HC} = 2 \Rightarrow d(H; (SBC)) = a\sqrt{3}$$

Gọi K là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow HK \perp BC$ ($HK \parallel AB, AB \perp BC$)

Lại có: $BC \perp IH$ ($IH \perp (ABC)$) $\Rightarrow BC \perp (IHK)$

Mặt khác: $BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC) \perp (IHK)$ theo giao tuyến IK

Trong (IHK) , gọi $HP \perp IK \Rightarrow HP \perp (SBC)$ tại $P \Rightarrow HP = d(H; (SBC)) = a\sqrt{3}$

$$\text{Xét } \triangle IHK: \frac{1}{HP^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{\frac{AB^2}{4}} \Rightarrow HI = 3a$$

$$\text{Xét } \triangle IHB: IB = \sqrt{IH^2 + HB^2} = 3a\sqrt{2} = R. \text{ Vậy } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 24\sqrt{18}\pi a^3$$

Câu 111. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, D trên đường tròn tâm O' lấy điểm B, C sao cho $AB \parallel CD$ và AB không cắt OO' . Tính AD để thể tích khối chóp $O'.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $AD = 2\sqrt{2}a$ B. $AD = 4a$ C. $AD = \frac{4\sqrt{3}}{3}a$ D. $AD = \sqrt{2}a$

Lời giải

Tâm I của mặt cầu (S) nằm trên mặt cầu (S') có tâm A bán kính $R = IA = 1$

$$\text{Gọi } K \text{ là hình chiếu của } A \text{ trên } (R) \Rightarrow AK = d(A, (R)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 1 + 2 \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{1}{3}$$

Tâm I của mặt cầu (S) nằm trên đường tròn (C) là giao của mặt cầu (S') và mặt phẳng (R)

$$\text{có tâm } K \text{ và bán kính } r = KI = \sqrt{AI^2 - AK^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Diện tích hình tròn giới hạn bởi } (C) \text{ là: } \pi r^2 = \frac{8\pi}{9}.$$

Câu 113. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông với cạnh đáy AD, BC . $AD = 3CB = 3a$, $AB = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AI}$, M là trung điểm SD , H là giao điểm của AM và SI . Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC . Tính thể tích V của khối nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH và đỉnh thuộc mặt phẳng $(ABCD)$.

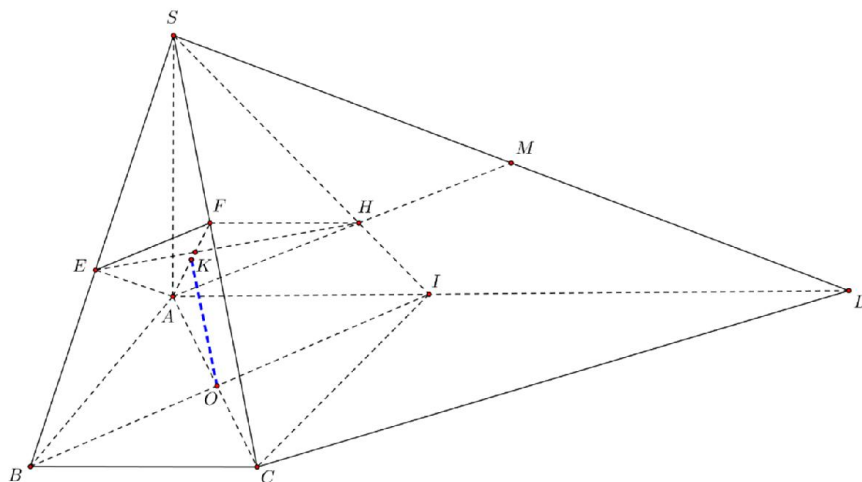
A. $V = \frac{\pi a^3}{5\sqrt{5}}$.

B. $V = \frac{\pi a^3}{2\sqrt{5}}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{\sqrt{5}}$.

D. $V = \frac{\pi a^3}{10\sqrt{5}}$.

Lời giải



Nhận xét: Tứ giác $ABCI$ là hình vuông. Để chứng minh $BC \perp (SAB)$ và $BI \perp SC$.

$$\begin{cases} EA \perp SB \\ EA \perp BC \end{cases} \Rightarrow EA \perp (SBC) \Rightarrow EA \perp SC.$$

$$\begin{cases} EA \perp SC \\ FA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AEF).$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAB \text{ có } \frac{SE}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Trong tam giác } SAD \text{ có } \frac{HS}{HI} \cdot \frac{AI}{AD} \cdot \frac{MD}{MS} = 1 \Rightarrow \frac{HS}{HI} = 3 \Rightarrow \frac{SH}{SI} = \frac{3}{4}.$$

$$\text{Trong tam giác } SBI \text{ có } \frac{SE}{SB} = \frac{SH}{SI} = \frac{3}{4} \Rightarrow EH \parallel BI. \text{ Do } BI \perp SC \text{ nên } EH \perp SC.$$

Suy ra các điểm A, E, F, H cùng thuộc mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC .

Gọi K là trung điểm AF .

Vì $\begin{cases} EA \perp EF \\ AH \perp FH \end{cases} \Rightarrow K$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle EFH$.

$$\text{Ta có: } AF = \frac{SA \cdot AC}{SC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Suy ra bán kính đáy của khối nón là } R = \frac{1}{2}AF = \frac{a\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}.$$

Gọi O là tâm hình vuông $ABCI$.

Do $\begin{cases} SC \perp (EFH) \\ OK \parallel SC \end{cases} \Rightarrow OK \perp (EFH) \Rightarrow O$ là đỉnh của khối nón.

$$\text{Chiều cao của khối nón là } h = \frac{1}{2}FC = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 - AF^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 - \frac{6}{5}a^2} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}\right)^2 \cdot \frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{\pi a^3}{10\sqrt{5}}.$$

Câu 114. Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 50 cm. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là:

- A. $10\sqrt{2}$ (cm). B. $50\sqrt{2}$ (cm). C. 20 (cm). D. 25 (cm).

Lời giải

Ta có diện tích miếng tôn là $S = \pi \cdot 2500$ (cm²).

Diện tích toàn phần của hình nón là: $S_p = \pi R^2 + \pi Rl$.

Thỏa mãn yêu cầu bài toán ta có: $\pi R^2 + \pi Rl = 2500\pi \Leftrightarrow R^2 + Rl = 2500 = A \Leftrightarrow l = \frac{A}{R} - R$.

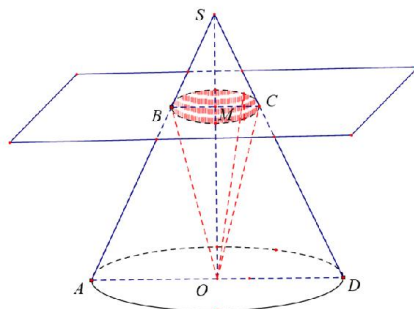
Thể tích khối nón là:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot \sqrt{l^2 - R^2} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{A}{R} - R\right)^2 - R^2} \\ &\Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot \sqrt{\frac{A^2}{R^2} - 2A} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot \sqrt{A^2 \cdot R^2 - 2A \cdot R^4} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot \sqrt{\frac{A^3}{8} - 2A \left(R^2 - \frac{A}{4}\right)^2} \\ &\Leftrightarrow V \leq \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{A}{2} \sqrt{\frac{A}{2}}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } R = \sqrt{\frac{A}{4}} = 25, \text{ vậy } V \text{ đạt GTLN khi } R = 25. \end{aligned}$$

Câu 115. Cho hình nón (N) có đường cao $SO = h$ và bán kính đáy bằng R , gọi M là điểm trên đoạn SO , đặt $OM = x$, $0 < x < h$. (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M , với hình nón (N) . Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

- A. $\frac{h}{2}$. B. $\frac{h\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{h}{3}$.

Lời giải



Ta có BM là bán kính đường tròn (C) .

$$\text{Do tam giác } \triangle SBM \sim \triangle SAO \text{ nên } \frac{BM}{AO} = \frac{SM}{SO} \Leftrightarrow BM = \frac{AO \cdot SM}{SO} \Leftrightarrow BM = \frac{R(h-x)}{h}.$$

Thể tích của khối nón đỉnh O đáy là (C) là:

$$V = \frac{1}{3} \pi BM^2 \cdot OM = \frac{1}{3} \pi \left[\frac{R(h-x)}{h} \right]^2 x = \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 x.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 x$, $(0 < x < h)$ ta có

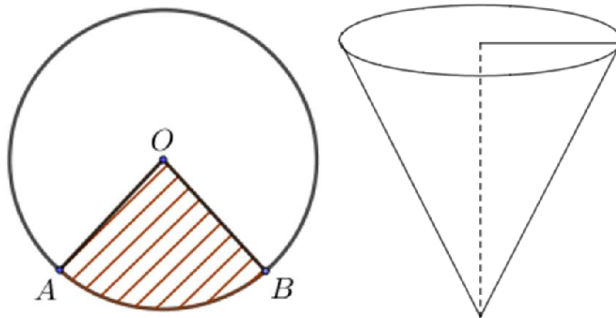
$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)(h-3x); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)(h-3x) \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}.$$

Lập bảng biến thiên ta có

x	0	$\frac{h}{3}$	h
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất khi $x = \frac{h}{3}$.

Câu 116. Bạn Hoàn có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Hoàn muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Hoàn phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau (diện tích chỗ dán nhỏ không đáng kể). Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?



A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ, độ dài cung AB lớn bằng Rx , bán kính hình nón $r = \frac{Rx}{2\pi}$

Đường cao của hình nón $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2 x^2}{4\pi^2}} = \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - x^2}$

Thể tích khối nón (phễu) $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{R^2 x^2}{4\pi^2} \cdot \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - x^2} = \frac{R^3}{24\pi^2} \sqrt{x^4 (4\pi^2 - x^2)}$

Theo Cauchy ta có $\frac{x^2}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \cdot (4\pi^2 - x^2) \leq \frac{(4\pi^2)^3}{27} \Rightarrow V \leq \frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{27}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{x^2}{2} = 4\pi^2 - x^2 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. Vậy thể tích phễu lớn nhất khi $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

HẾT