

Mã đề thi
001

Họ và tên thí sinh :
Số báo danh :

Câu 1: Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với 2 điểm $A(3;1;2)$ và $B(-1;-1;8)$ là :

A. $4x + 2y - 6z + 13 = 0$

B. $2x + y - 3z - 13 = 0$

C. $x - 2y - 3z + 1 = 0$

D. $2x + y - 3z + 13 = 0$

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, BC, BD vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Góc giữa CD và (ABD) là góc $\widehat{CBD}$.

B. Góc giữa AC và (BCD) là góc $\widehat{ACB}$.

C. Góc giữa AD và (ABC) là góc $\widehat{ADB}$.

D. Góc giữa AC và (ABD) là góc $\widehat{CBA}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm của tam giác ABC với $A(1;2;3), B(1;3;4), C(1;4;5)$. Giá trị của tổng $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. 27

B. 26.

C. 38

D. 10

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 16$ trên đoạn $[-1;3]$ là:

A. 15.

B. 22.

C. 18.

D. 25.

Câu 5: Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh có cạnh bằng $2R$. Diện tích toàn phần của khối trụ bằng:

A. $8\pi R^2$.

B. $2\pi R^2$.

C. $6\pi R^2$.

D. $4\pi R^2$.

Câu 6: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tính $A = |z_1|^2 + |z_2|^2 - 3z_1 z_2$

A. $A = -10$

B. $A = 10$

C. $A = -9$

D. $A = -8$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình trên.

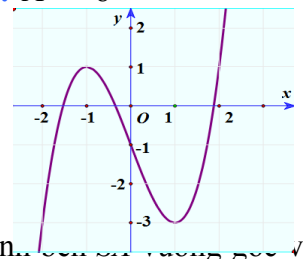
Phương trình $f(\cos x) = m$ có ít nhất một nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ khi và chỉ khi

A. $m \in [-3; -1)$.

B. $m \in [-1; 1]$.

C. $m \in (-1; 1]$.

D. $m \in [-1; 1)$.



Câu 8: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA tạo với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

C. $V = \sqrt{2}a^3$

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có cực đại ?

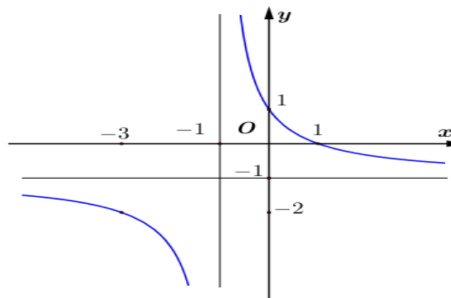
A. $y = \frac{x-2}{-x^2-2}$

B. $y = \sqrt{x^2-2x}$

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$

D. $y = x^4 + x^2 + 1$

Câu 10: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$

B. $y = \frac{-x}{x+1}$

C. $y = \frac{-x+1}{x+1}$

D. $y = \frac{-x+2}{x+1}$

Câu 11: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$, $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $M(0;1;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với d_1, d_2 có phương trình là:

- A. $x+3y+5z-1=0$. B. $-x-3y-5z-13=0$. C. $x+3y+5z-13=0$. D. $x-3y+5z-7=0$.

Câu 12: Tính $z = \frac{2+3i}{4-5i}$

- A. $z = -\frac{3}{43} + \frac{23}{43}i$ B. $z = -\frac{7}{41} + \frac{22}{41}i$ C. $z = \frac{3}{43} + \frac{23}{43}i$ D. $z = \frac{7}{41} + \frac{22}{41}i$

Câu 13: Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - 2x + 1$ luôn đồng biến trên tập xác định khi:

- A. Không có giá trị m B. $-8 \leq m \leq 1$ C. $m > 2\sqrt{2}$ D. $m < -2\sqrt{2}$

Câu 14: Cho hàm số $(C): y = x^3 - 3x + m + 1$. Giá trị của m để đồ thị hàm số (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt là:

- A. $-1 \leq m \leq 3$ B. $-1 < m < 3$ C. $m \geq -3$ D. $-3 < m < 1$

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là:

- A. $f'(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 2$ B. $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \lg 2$ C. $f'(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \lg 2$ D. $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 2$

Câu 16: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính bằng a , tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

- A. $l = 3a$. B. $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}$. C. $l = 2\sqrt{2}a$. D. $l = \frac{3a}{2}$.

Câu 17: Trong không gian Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$?

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$ B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$ C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$ D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$

Câu 18: Một hình trụ (T) có diện tích toàn phần là $120\pi (cm^2)$ và có bán kính đáy bằng 6cm. Chiều cao của (T) là:

- A. 5cm B. 3cm C. 4cm D. 6cm

Câu 19: Hàm số $y = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số có đạo hàm $y' = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ B. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 20: Tìm môđun của số phức $z = (2-i)(1-3i)$

- A. $|z| = 2\sqrt{5}$ B. $|z| = 2\sqrt{7}$ C. $|z| = 4\sqrt{2}$ D. $|z| = 5\sqrt{2}$

Câu 21: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 61$. Điểm nào dưới đây thuộc (S)?

- A. $M(1; -2; 3)$ B. $N(-2; 2; -3)$ C. $P(-1; 2; -3)$ D. $Q(2; -2; 3)$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai vectơ $\vec{a} = (m; 3; 4)$, $\vec{b} = (4; m; -7)$. Với giá trị nào của m thì $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 23: Cho hàm số $(C): y = 2x^2 - x^4$. Chọn phát biểu sai trong các phát biểu dưới đây:

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0; 0)$
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1. D. Hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 24: Phương trình: $\log_2(\log_4 x) = 1$ có nghiệm là

- A. 4 B. 16 C. 2 D. 8

Câu 25: Cho cấp số nhân (u_n) , biết: $u_1 = -2, u_2 = 8$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng.

- A. $q = -12$. B. $q = -4$. C. $q = 10$. D. $q = 4$.

Câu 26: Một tổ học sinh có 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng dọc thì số các cách xếp khác nhau là:

A. 10!

B. 5!·5!

C. 5.5!

D. 40

Câu 27: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng đó quanh trục Ox , được cho bởi công thức:

A. $\pi \left(\int_0^1 e^x dx \right)^2$.

B. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$.

C. $\pi^2 \int_0^1 e^x dx$.

D. $\left(\pi \int_0^1 e^x dx \right)^2$.

Câu 28: Bán kính đáy hình trụ bằng 4cm, chiều cao bằng 6cm. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng:

A. $\sqrt{52}$ cm.

B. 6cm.

C. 8cm.

D. 10cm.

Câu 29: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 6$ và trục hoành là:

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

Câu 30: Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{2} - 1)^x > (\sqrt{2} + 1)^{x^2 - 1}$ là:

A. $0 < x < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < x < 0$.

C. $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < x < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

D. $x > \frac{1 + \sqrt{5}}{2}; x < \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$.

Câu 31: Tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6 - x}$ là:

A. $\mathbb{R}$

B. $l = 2\sqrt{2}a$.

C. $l = \frac{3a}{2}$.

D. $l = 3a$.

Câu 32: Biết rằng $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $a < 5$

B. $b > 4$

C. $a^2 + b^2 > 50$

D. $a + b < 1$

Câu 33: Mặt cầu (S) có diện tích bằng $100\pi (cm^2)$ thì có bán kính là:

A. 5(cm)

B. 4(cm)

C. $\sqrt{5}$ (cm)

D. 3(cm)

Câu 34: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = iz - \bar{z}$?

A. i

B. 1

C. -1

D. 4

Câu 35: Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là:

A. (2;-3)

B. (2;3)

C. (-2;3)

D. (-2;-3)

Câu 36: Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = e^{2x}$

B. $f(x) = x^2 \cdot e^{x^2} - 1$

C. $f(x) = 2xe^{x^2}$

D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$

Câu 37: Có 12 học sinh giỏi gồm 3 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 924

B. 900

C. 508

D. 805

Câu 38: Cho $\int_2^5 f(x) dx = 10$. Khi đó $\int_2^5 [2 - 4f(x)] dx$ bằng:

A. -34

B. 36

C. -36

D. 34

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

vẽ.

Câu 40: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x+1) > \log_{0,2}(3-x)$ là:

A. $S = (-\infty; 3)$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = (1; 3)$.

D. $S = (-1; 1)$.

Câu 41: Cho $\frac{\log a}{p} = \frac{\log b}{q} = \frac{\log c}{r} = \log x \neq 0$; $\frac{b^2}{ac} = x^y$. Tính y theo p, q, r .

A. $y = q^2 - pr$.

B. $y = \frac{p+r}{2q}$.

C. $y = 2q - p - r$.

D. $y = 2q - pr$.

Câu 42: Cho hình chóp S.ABC có đáy là $\triangle ABC$ vuông tại B, $AB = BC = 2a$, $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAC) \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm đoạn AB, mặt phẳng (α) qua SM và $(\alpha) \parallel BC$ cắt AC tại N, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABC) = 60^\circ$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN.

A. $\frac{2a\sqrt{156}}{13}$

B. $\frac{a\sqrt{13}}{156}$

C. $\frac{a\sqrt{156}}{13}$

D. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$

Câu 43: Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$

A. $T = \frac{12}{25}$.

B. $T = +\infty$.

C. $T = \frac{4}{25}$.

D. $T = -\infty$.

Câu 44: Cho hàm số: $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C), M là điểm di động trên (C) có hoành độ $x_M > 1$. Tiếp tuyến của (C) tại M lần lượt cắt hai đường tiệm cận của (C) tại A và B. Gọi S là diện tích tam giác OAB. Tìm giá trị nhỏ nhất của S.

A. $\text{Min}S = 1 + \sqrt{2}$

B. $\text{Min}S = 1$

C. $\text{Min}S = 2 + 2\sqrt{2}$

D. $\text{Min}S = 2$

Câu 45: Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và 1,5m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. 1,8 m.

B. 2,1 m.

C. 2,5 m.

D. 1,6 m.

Câu 46: Cho hình trụ có bán kính đáy và trục OO' cùng có độ dài bằng 1. Một mặt phẳng (P) thay đổi đi qua O, tạo với đáy của hình trụ một góc 60° và cắt hai đáy của hình trụ đã cho theo hai dây cung AB và CD (AB qua O). Tính diện tích của tứ giác ABCD.

A. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$.

B. $2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \cdot f(\cos^2 x) dx = 1$, $\int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{4}}^2 \frac{f(2x)}{x} dx$.

A. $I = 1$.

B. $I = 4$.

C. $I = 3$.

D. $I = 2$.

Câu 48: Số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn bất phương trình: $3 \log_3 (1 + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) > 2 \log_2 \sqrt{x}$ là số có bốn chữ số dạng $\overline{abcd}$ khi đó giá trị $a + b + c + d$ bằng:

A. 4

B. 18

C. 20

D. 19

Câu 49: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có đáy ABCD là hình chữ nhật có diện tích bằng $\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối hộp biết $CC' = \sqrt{7}$, các mặt phẳng $(ABB'A')$ & $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy ABCD các góc 45° và 60° .

A. $V = 3$

B. $V = 7\sqrt{3}$

C. $V = \sqrt{21}$

D. $V = 3\sqrt{7}$

Câu 50: Trên đồ thị của hàm số $y = \frac{3x}{x-2}$ có điểm $M(x_0; y_0)$, $(x_0 < 0)$ sao cho tiếp tuyến tại đó cùng với

các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{3}{4}$. Khi đó $x_0 + 2y_0$ bằng:

A. $-\frac{1}{2}$

B. -1

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ (8 MÃ) - MÔN TOÁN

CÂU	001	002	003	004	005	006	007	008
1	D	C	B	D	B	D	B	C
2	B	B	A	C	D	A	A	A
3	B	B	D	B	B	C	D	B
4	D	A	B	C	B	A	C	C
5	C	A	B	D	A	A	C	B
6	A	D	D	A	A	C	A	D
7	D	A	A	B	D	B	A	B
8	B	A	D	A	C	A	D	D
9	A	A	D	B	C	D	B	D
10	C	D	B	C	A	C	B	D
11	C	C	B	B	D	C	C	A
12	B	A	C	A	C	B	D	A
13	A	D	A	D	A	D	D	C
14	D	A	D	C	B	D	C	D
15	A	C	A	B	D	B	A	C
16	A	B	B	A	A	C	A	D
17	B	D	A	C	B	A	C	A
18	C	D	A	B	D	D	B	B
19	D	B	B	D	C	C	D	D
20	A	A	D	D	D	C	D	C
21	B	B	A	D	D	D	D	B
22	C	C	D	C	D	B	A	A
23	D	B	C	D	D	A	A	B
24	B	D	C	B	C	A	B	C
25	B	B	B	D	B	B	C	A
26	A	D	D	B	B	B	C	A
27	B	C	C	C	C	D	B	B
28	D	C	B	A	B	D	C	C
29	C	C	D	A	A	C	A	D
30	C	C	B	D	C	A	B	A
31	C	B	C	B	A	A	D	C
32	C	A	A	D	C	D	B	B
33	A	A	C	B	B	C	A	B
34	B	B	C	C	A	B	B	A
35	A	C	A	A	A	B	A	B
36	C	D	A	A	A	A	C	D
37	D	C	D	A	C	D	D	D
38	A	D	C	C	C	B	D	C
39	D	B	C	C	B	B	C	A
40	D	D	C	A	D	C	B	C
41	C	B	D	A	C	B	A	B
42	C	B	A	C	A	C	A	D
43	C	D	C	A	B	C	D	D
44	C	D	B	B	A	B	B	A
45	A	A	C	D	B	D	C	C
46	D	B	C	C	D	D	C	C
47	B	B	B	D	D	A	D	C
48	B	C	A	B	D	C	B	B
49	A	C	D	D	C	A	A	A
50	D	A	B	B	D	C	A	C

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.D	5.B	6.A	7.D	8.B	9.A	10.C
11.C	12.B	13.A	14.D	15.A	16.A	17.B	18.C	19.D	20.D
21.B	22.C	23.D	24.B	25.B	26.A	27.B	28.D	29.C	30.C
31.C	32.C	33.A	34.B	35.A	36.C	37.D	38.A	39.D	40.D
41.C	42.C	43.C	44.C	45.A	46.D	47.B	48.B	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với hai điểm $A(3;1;2)$ và $B(-1;-1;8)$ là

A. $4x + 2y - 6z + 13 = 0$.

B. $2x + y - 3z - 13 = 0$.

C. $x - 2y - 3z + 1 = 0$.

D. $2x + y - 3z + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB qua trung điểm $I(1;0;5)$ của đoạn thẳng AB và nhận $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; 6) = -2(2; 1; -3)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$2(x-1) + (y-0) - 3(z-5) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3z + 13 = 0.$$

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, BC, BD vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Góc giữa CD và (ABD) là góc CBD .

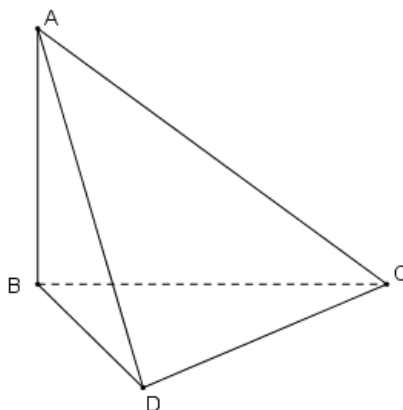
B. Góc giữa AC và (BCD) là góc ACB .

C. Góc giữa AD và (ABC) là góc ADB .

D. Góc giữa AC và (ABD) là góc CBA .

Lời giải

Chọn B



Ta thấy góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) là góc ở đỉnh giao của $d \cap (\alpha)$. Vì vậy loại A, C, D.

Kiểm tra lại phương án B:

Do $AB \perp (BCD)$ nên B là hình chiếu của A trên (BCD) .

$$(AC, (BCD)) = (AC, CB) = ACB.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác ABC với $A(1; 2; 3), B(1; 3; 1), C(1; 4; 5)$. Giá trị của tổng $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

- A. 27 B. 19 C. 38 D. 10

Lời giải

Chọn B

$G(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác ABC , suy ra $G(1; 3; 3) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 1^2 + 3^2 + 3^2 = 19$.

Câu 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 16$ trên đoạn $[-1; 3]$ là

- A. 15 B. 22 C. 18 D. 25

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2(L) \\ x = 2 \end{cases}$$

Khi đó $y(-1) = 9, y(0) = 16, y(2) = 0, y(3) = 25$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 16$ trên đoạn $[-1; 3]$ là 25.

Câu 5. Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông có cạnh bằng $2R$. Diện tích toàn phần của khối trụ bằng

- A. $4\pi R^2$. B. $6\pi R^2$. C. $8\pi R^2$. D. $2\pi R^2$.

Lời giải.

Chọn B

Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông có cạnh bằng $2R$ nên

$$l = 2R \Rightarrow S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = 2\pi R \cdot 2R + 2\pi R^2 = 6\pi R^2.$$

Câu 6. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Tính $A = |z_1^2| + |z_2^2| - 3z_1z_2$.

- A. -10 B. 10 C. -9 D. -8

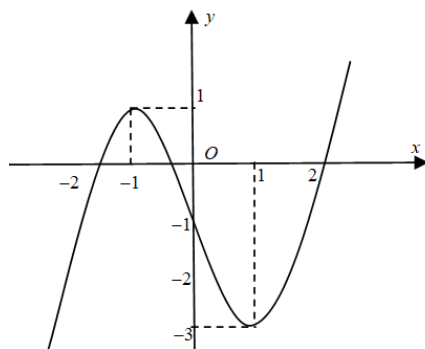
Lời giải.

Chọn A

Ta có $z^2 - 2z + 10 = 0 \Rightarrow z_1 = 1 - 3i; z_2 = 1 + 3i$.

Khi đó $A = |z_1^2| + |z_2^2| - 3z_1z_2 = |-8 - 6i| + |-8 + 6i| - 3(1 - 3i)(1 + 3i) = 10 + 10 - 3 \cdot 10 = -10$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ

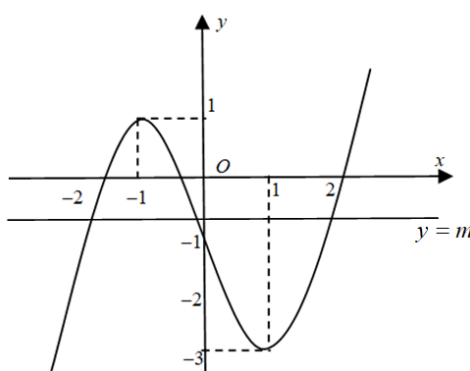


Phương trình $f(\cos x) = m$ có ít nhất một nghiệm thuộc $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ khi và chỉ khi

- A. $m \in [-3; -1)$. B. $m \in [-1; 1]$. C. $m \in (-1; 1]$. **D. $m \in [-1; 1)$.**

Lời giải

Chọn D



Ta có: số nghiệm của phương trình $f(\cos x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(\cos x)$ và đường thẳng $y = m$.

Phương trình $f(\cos x) = m$ có ít nhất một nghiệm $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ thì

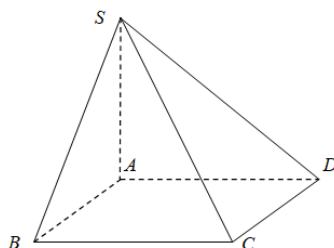
$$\cos x \in (-1; 0] \Leftrightarrow f(\cos x) \in [-1; 1) \Leftrightarrow m \in [-1; 1).$$

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.** C. $V = \sqrt{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \sqrt{2}a \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$$

Câu 9. Hàm số nào sau đây có cực đại

A. $y = \frac{x-2}{-x^2-2}$

B. $y = \sqrt{x^2-2x}$

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$

D. $y = x^4 + x^2 + 1$

Lời giải

Chọn A

Xét các đáp án:

Đáp án A: $y = \frac{x-2}{-x^2-2}$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = \frac{x^2-4x-1}{(-x^2-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2-\sqrt{5} \\ x = 2+\sqrt{5} \end{cases}. \text{ Ta thấy } y' \text{ đổi dấu từ dương sang âm khi qua } x = 2-\sqrt{5}.$$

Nên hàm số đạt cực trị tại $x = 2-\sqrt{5}$

Đáp án B: $y = \sqrt{x^2-2x}$. Tập xác định $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

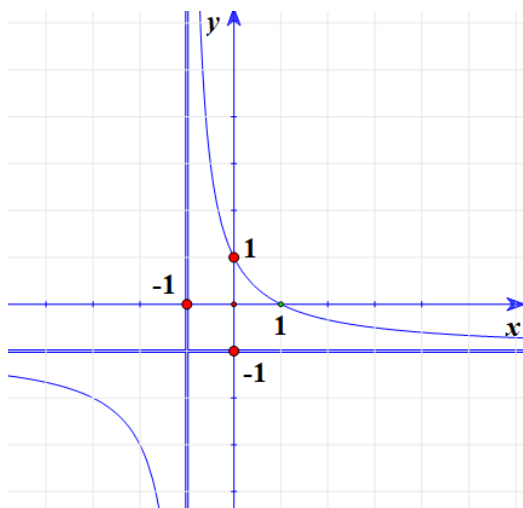
$$y' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}} = 0 \Leftrightarrow x = 1(l). \text{ Vậy hàm số không có cực trị.}$$

Đáp án C: $y = \frac{x-1}{x+2}$ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$y' = \frac{3}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2. \text{ Vậy hàm số đã cho không có điểm cực đại.}$$

Đáp án D: $y = x^4 + x^2 + 1$ Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta thấy $\begin{cases} a.b = 1.1 > 0 \\ a = 1 > 0 \end{cases}$ nên hàm số đã cho có cực tiểu.

Câu 10. Đồ thị hình bên là của hàm số nào



A. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$

B. $y = \frac{-x}{x+1}$

C. $y = \frac{-x+1}{x+1}$

D. $y = \frac{-x+2}{x+1}$

Lời giải

Chọn C

Quan sát hàm số ta thấy đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.

Ta thấy tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị lần lượt là $y = -1$ và $x = -1$. **Nên loại A.**

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tung độ là 1. **Nên loại D và B.**

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$; $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ và điểm $M(0;1;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và song song với d_1, d_2 có phương trình là

A. $x+3y+5z-1=0$.

B. $-x-3y-5z-13=0$.

C. $x+3y+5z-13=0$.

D. $x-3y+5z-7=0$.

Lời giải

Chọn C

Hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$; $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ có VTCP $\vec{u}_1 = (2;1;-1)$ và $\vec{u}_2 = (1;-2;1)$.

Ta có (P) song song với d_1, d_2 nên VTPT $\vec{n}_p = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-1;-3;-5)$.

Vậy phương trình Mặt phẳng (P) đi qua M và có VTPT $\vec{n} = (1;3;5)$ là:

$$1(x-0)+3(y-1)+5(z-2)=0 \Leftrightarrow x+3y+5z-13=0.$$

Câu 12. Tính $z = \frac{2+3i}{4-5i}$.

A. $z = -\frac{3}{43} + \frac{23}{43}i$.

B. $z = -\frac{7}{41} + \frac{22}{41}i$.

C. $z = \frac{3}{43} + \frac{23}{43}i$.

D. $z = \frac{7}{41} + \frac{22}{41}i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } z = \frac{2+3i}{4-5i} = \frac{(2+3i)(4+5i)}{4^2+5^2} = -\frac{7}{41} + \frac{22}{41}i.$$

Câu 13. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - 2x + 1$ luôn đồng biến trên tập xác định khi:

A. Không có giá trị của m .

B. $-8 \leq m \leq 1$.

C. $m > 2\sqrt{2}$.

D. $m < -2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - 2x + 1 \Rightarrow y' = x^2 - mx - 2$$

Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} - 2x + 1$ luôn đồng biến trên tập xác định khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx - 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 8 \leq 0 \text{ (Vô nghiệm)}.$$

Câu 14. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + m + 1$ có đồ thị là (C) . Giá trị của m để đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt là:

A. $-1 \leq m \leq 3$.

B. $-1 < m < 3$.

C. $m \geq -3$.

D. $-3 < m < 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là :

$$x^3 - 3x + m + 1 = 0 \Leftrightarrow m + 1 = -x^3 + 3x = f(x) \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

BBT:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			2	$-\infty$

Từ BBT suy ra: Đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$y_{CT} < m + 1 < y_{CD} \Leftrightarrow -2 < m + 1 < 2 \Leftrightarrow -3 < m < 1.$$

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

A. $f'(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \ln 2.$

B. $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \lg 2.$

C. $f'(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \lg 2.$

D. $f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \ln 2.$

Lời giải

Chọn A

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow f'(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot \ln 2.$$

Câu 16. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính bằng a , tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = 3a.$

B. $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}.$

C. $l = 2\sqrt{2}a.$

D. $l = \frac{3a}{2}.$

Lời giải

Chọn A

$$S_{xq} = \pi r \cdot l \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{3\pi a^2}{a} = 3a.$$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$?

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}.$

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}.$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$ nên d có vector chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2; -3; 4)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; -3)$, có vector chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (2; -3; 4)$ có phương trình chính tắc là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$.

Câu 18. Một hình trụ (T) có diện tích toàn phần là $120\pi (cm^2)$ và có bán kính đáy bằng $6cm$. Chiều cao của (T) là:

A. $5cm$.

B. $3cm$.

C. $4cm$.

D. $6cm$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích toàn phần của hình trụ là:

$$S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2$$

$$\Leftrightarrow 120\pi = 2.\pi.6.l + 2.\pi.6^2$$

$$\Leftrightarrow 120\pi = 12.\pi l + 72.\pi$$

$$\Leftrightarrow 120 = 12l + 72$$

$$\Leftrightarrow l = 4(cm)$$

Chiều cao của khối trụ là: $h = l = 4cm$.

Câu 19. Hàm số $y = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số có đạo hàm $y' = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$.

B. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{ĐK: } x + \sqrt{1+x^2} > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}$$

$$\text{Ta có } y' = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + x \frac{(x + \sqrt{1+x^2})'}{x + \sqrt{1+x^2}} - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + x \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x + \sqrt{1+x^2}} - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$= \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$$

$$\text{Có } y' = 0 \Leftrightarrow \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \sqrt{1+x^2} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{1+x^2} = 1-x \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 1+x^2 = (1-x)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

Bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Đôi chiếu với đáp án thấy đáp án D sai

Câu 20. Tìm môđun của số phức $z = (2-i)(1-3i)$

A. $|z| = 2\sqrt{5}$.

B. $|z| = 2\sqrt{7}$.

C. $|z| = 4\sqrt{2}$.

D. $|z| = 5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = (2-i)(1-3i) = -1-7i$

Môđun của số phức z là: $|z| = |-1-7i| = 5\sqrt{2}$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 61$. Điểm nào dưới đây thuộc (S) ?

A. $M(1; -2; 3)$.

B. $N(-2; 2; -3)$.

C. $P(-1; 2; -3)$.

D. $Q(2; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{61}$

Khi đó ta kiểm tra lần lượt các điểm và xét điểm $N(-2; 2; -3)$. Ta có $\overrightarrow{IN} = (-3; 4; -6)$. Ta suy ra $IN = \sqrt{9+16+36} = \sqrt{61} = R$. Do đó điểm $N(-2; 2; -3)$ thuộc mặt cầu (S) .

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (m; 3; 4)$, $\vec{b} = (4; m; -7)$. Với giá trị nào của m thì $\vec{a}$ vuông với $\vec{b}$?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Để $\vec{a}$ vuông với $\vec{b}$ thì tích vô hướng của chúng bằng 0.

Do đó ta có: $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 4m + 3m - 28 = 0 \Leftrightarrow 7m = 28 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 23. Cho hàm số (C): $y = 2x^2 - x^4$. Chọn phát biểu sai trong các phát biểu dưới đây :

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0; 0)$.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.

D. Hàm số có hai điểm cực trị.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 4x - 4x^3.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								

Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 24. Phương trình $\log_2(\log_4 x) = 1$ có nghiệm là

A. 4.

B. 16.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(\log_4 x) = 1 \Leftrightarrow \log_4 x = 2 \Leftrightarrow x = 16.$$

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) biết: $u_1 = -2, u_2 = 8$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng

A. $q = -12$.

B. $q = -4$.

C. $q = 10$.

D. $q = 4$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } q = \frac{u_2}{u_1} = -4.$$

Câu 26. Một tổ học sinh có 5 nam và 5 nữ xếp thành một hàng dọc thì số các cách sắp xếp khác nhau là

A. $10!$.

B. $5! \cdot 5!$.

C. $5 \cdot 5!$.

D. 40.

Lời giải

Chọn A

Xếp 10 người khác nhau có $10!$ cách sắp xếp.

Câu 27. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng đó quanh trục Ox , được cho bởi công thức:

A. $\pi \left(\int_0^1 e^x dx \right)^2$.

B. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$.

C. $\pi \int_0^1 e^x dx$.

D. $\left(\pi \int_0^1 e^x dx \right)^2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 28. Bán kính đáy hình trụ bằng $4cm$, chiều cao bằng $6cm$. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng:

A. $\sqrt{52}cm$.

B. $6cm$.

C. $8cm$.

D. $10cm$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $ABCD$ là thiết diện qua trục của hình trụ, trong đó AB là đường kính đáy.

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10cm$$

Câu 29. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 6$ và trục hoành là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - x^2 - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \\ x^2 = -2 \end{cases}$$

Với $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$.

Với $x^2 = -2 \Leftrightarrow x \in \{\emptyset\}$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là 2.

Câu 30. Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{2}-1)^x > (\sqrt{2}+1)^{x^2-1}$

A. $0 < x < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2} < x < 0$

C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

D. $x > \frac{-1+\sqrt{5}}{2}; x < \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$(\sqrt{2}-1)^x > (\sqrt{2}+1)^{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)^{-x} > (\sqrt{2}+1)^{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow -x > x^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 31. Tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$ là:

A. $\mathbb{R}$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 6)$.

D. $(6; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hàm số xác định khi $\frac{1}{6-x} > 0 \Leftrightarrow 6-x > 0 \Leftrightarrow x < 6$

Vậy tập xác định của hàm số $D = (-\infty; 6)$.

Câu 32. Biết rằng $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $a < 5$.

B. $b > 4$.

C. $a^2 + b^2 > 50$.

D. $a + b < 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = \int_0^1 \left(-2 + \frac{7}{2-x} \right) dx = -2x \Big|_0^1 - 7 \ln |2-x| \Big|_0^1 = -2 + 7 \ln 2$

Vậy $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \ln 2 + b \Rightarrow a = 7; b = -2$

Khi đó $a^2 + b^2 = 7^2 + (-2)^2 = 53 > 50$.

Câu 33. Mặt cầu (S) có diện tích bằng $100(\text{cm}^2)$ thì có bán kính là

A. $5(\text{cm})$.

B. $4(\text{cm})$.

C. $\sqrt{5}(\text{cm})$.

D. $3(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4\pi R^2 = 100\pi \Leftrightarrow R = 5(\text{cm})$

Vậy bán kính của (S) là: $5(\text{cm})$

Câu 34. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = iz - \bar{z}$?

A. i .

B. 1 .

C. -1 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $w = iz - \bar{z} = i(3 - 2i) - (3 + 2i) = -1 + i$

Vậy phần ảo của số phức w là 1

Câu 35. Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là

A. $(2; -3)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(-2; 3)$.

D. $(-2; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là $(2; -3)$.

Câu 36. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = e^{2x}$.

B. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$.

C. $f(x) = 2xe^{x^2}$.

D. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (e^{x^2})' = 2xe^{x^2}$.

Câu 37. Có 12 học sinh giỏi gồm 3 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất một học sinh?

A. 924.

B. 900.

C. 508.

D. 805.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 6 học sinh trong 12 học sinh là C_{12}^6

Số cách chọn 6 học sinh mà không có học sinh khối 10 là C_7^6

Số cách chọn 6 học sinh mà không có học sinh khối 11 là C_8^6

Số cách chọn 6 học sinh mà không có học sinh khối 12 là C_9^6

Suy ra số cách chọn 6 học sinh để mỗi khối có ít nhất một học sinh là

$$C_{12}^6 - (C_7^6 + C_8^6 + C_9^6) = 805.$$

Câu 38. Cho $\int_2^5 f(x)dx = 10$. Khi đó $\int_2^5 [2 - 4f(x)]dx$ bằng

A. -34.

B. 36.

C. -36.

D. 34.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_2^5 [2 - 4f(x)]dx = 2 \int_2^5 dx - 4 \int_2^5 f(x)dx = 6 - 40 = -34.$$

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y			2

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' > 0 \forall x \neq -1$ và hàm số $y = f(x)$ không xác định tại $x = -1$. Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1), (-1; +\infty)$. Do đó, đáp án D đúng.

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x+1) > \log_{0,2}(3-x)$ là:

- A. $S = (-\infty; 3)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = (1; 3)$. **D. $S = (-1; 1)$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_{0,2}(x+1) > \log_{0,2}(3-x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 3-x > 0 \\ x+1 < 3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < 3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-1; 1)$.

Câu 41. Cho $\frac{\log a}{p} = \frac{\log b}{q} = \frac{\log c}{r} = \log x \neq 0$; $\frac{b^2}{ac} = x^y$. Tính y theo p, q, r .

- A. $y = q^2 - pr$. B. $y = \frac{p+r}{2q}$. **C. $y = 2q - p - r$.** D. $y = 2q - pr$.

Lời giải

Chọn C

$$+) \text{ Ta có } \frac{b^2}{ac} = x^y \Rightarrow y \log x = \log x^y = \log \frac{b^2}{ac} = \log b^2 - \log ac = 2 \log b - \log a - \log c$$

$$\Rightarrow y = \frac{2 \log b}{\log x} - \frac{\log a}{\log x} - \frac{\log c}{\log x} \text{ (vì } \log x \neq 0 \text{)}.$$

$$+) \text{ Từ đó suy ra } y = 2q - p - r.$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = BC = 2a$, $(SAB) \perp (ABC)$, $(SAC) \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm AB , mặt phẳng (α) qua SM và (α) song song BC cắt

AC tại N, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN.

A. $\frac{2a\sqrt{156}}{13}$.

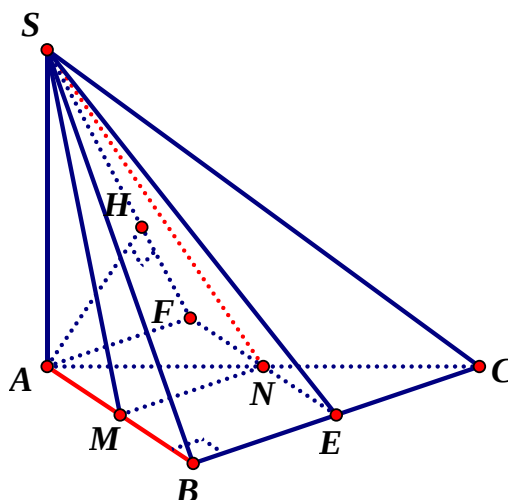
B. $\frac{a\sqrt{13}}{156}$.

C. $\frac{a\sqrt{156}}{13}$.

D. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải

Chọn C



+) Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC).$

+) $\begin{cases} SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \\ BC \perp BA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$

+) $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AB \perp BC, AB \subset (ABC) \Rightarrow \text{góc giữa hai mặt phẳng } (SBC) \text{ và } (ABC) \text{ là} \\ SB \perp BC, SB \subset (SBC) \end{cases}$

$(SB; AB) \Rightarrow SBA = 60^\circ$. Suy ra $SA = \tan 60^\circ \cdot 2a = 2a\sqrt{3}$.

+) Trong mặt phẳng (ABC), qua N, kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC tại E, kẻ đường thẳng qua A song song với BC, cắt NE, tại F. Khi đó ABEF là hình chữ nhật.

+) Ta có $\begin{cases} AB \parallel EF \Rightarrow AB \parallel (SEF) \\ SN \subset (SEF) \end{cases} \Rightarrow d(AB; SN) = d(AB; (SEF)) = d(A; (SEF)).$

+) Vì ABEF là hình chữ nhật nên $(SAF) \perp (SEF)$, trong mặt phẳng (SAF), kẻ $AH \perp SF, H \in SF \Rightarrow d(A; (SEF)) = AH$.

+) Ta có $AF = BE = a \Rightarrow AH = \frac{AS \cdot AF}{\sqrt{AS^2 + AF^2}} = \frac{2a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{12a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{156}}{13}$.

Câu 43. Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6}$.

A. $T = \frac{12}{25}$.

B. $T = +\infty$.

C. $T = \frac{4}{25}$.

D. $T = -\infty$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10 \Rightarrow f(2) = 20$.

$$\begin{aligned} T &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x) + 5} - 5}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{6f(x) - 120}{(x-2)(x+3) \left[\sqrt[3]{(6f(x) + 5)^2} + 5\sqrt[3]{6f(x) + 5} + 25 \right]} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{6(f(x) - 20)}{(x-2)} \cdot \frac{1}{(x+3) \left[\sqrt[3]{(6f(x) + 5)^2} + 5\sqrt[3]{6f(x) + 5} + 25 \right]} \right] = 60 \cdot \frac{1}{375} = \frac{4}{25}. \end{aligned}$$

Câu 44. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) , M là điểm di động trên (C) có hoành độ $x_M > 1$. Tiếp tuyến của (C) tại M lần lượt cắt hai đường tiệm cận của (C) tại A, B . Gọi S là diện tích tam giác OAB . Tìm giá trị nhỏ nhất của S .

A. $\min S = 1 + \sqrt{2}$.

B. $\min S = 1$.

C. $\min S = 2 + 2\sqrt{2}$.

D. $\min S = 2$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là $d: y = \frac{-1}{(x_M - 1)^2} (x - x_M) + \frac{2x_M - 1}{x_M - 1}$.

$$d \cap TCD(x=1) = A\left(1; \frac{2x_M}{x_M - 1}\right); d \cap TCN(y=2) = B(2x_M - 1; 2).$$

Ta có: $\overrightarrow{OA}\left(1; \frac{2x_M}{x_M - 1}\right); \overrightarrow{OB}(2x_M - 1; 2) \rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \left| 2 - \frac{2x_M(2x_M - 1)}{x_M - 1} \right|$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \left(4x_M + \frac{2}{x_M - 1} \right) = \frac{1}{2} \left(4(x_M - 1) + \frac{2}{x_M - 1} + 4 \right) \geq \frac{1}{2} (4\sqrt{2} + 4) = 2 + 2\sqrt{2}$$

Dấu "=" $\Leftrightarrow 4(x_M - 1) = \frac{2}{x_M - 1} \Leftrightarrow x_M = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \min S = 2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 45. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,5m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. 1,8m.

B. 2,1m.

C. 2,5m.

D. 1,6m.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} V_1 = \pi r_1^2 h = \pi h \\ V_2 = \pi r_2^2 h = 2,25\pi h \Rightarrow 3,25\pi h = \pi r^2 h \Rightarrow r = \frac{\sqrt{13}}{2} m \approx 1,8m. \\ V = V_1 + V_2 = \pi r^2 h \end{cases}$$

Câu 46. Cho hình trụ có bán kính đáy và trục OO' cùng độ dài bằng 1. Một mặt phẳng (P) thay đổi đi qua O , tạo với đáy của hình trụ một góc 60° và cắt hai đáy của hình trụ đã cho theo hai dây cung AB và CD (AB qua O). Tính diện tích của tứ giác $ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$.

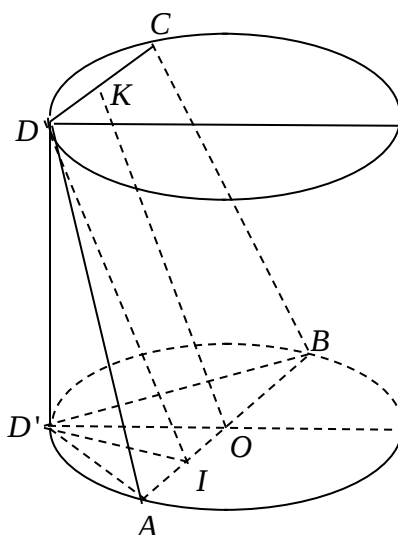
B. $2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Dễ thấy $ABCD$ là hình thang cân có $AB \parallel CD$ đáy lớn AB (hình vẽ).

Gọi D' là hình chiếu vuông góc của D trên mặt phẳng chứa đường tròn (O) . Dựng $D'I \perp AB \Rightarrow AB \perp (DID')$

Do đó $(ABCD); ((O)) = DID' = 60^\circ; AB = 2R = 2$.

$$\text{Suy ra } DI \sin 60^\circ = DD' \Rightarrow DI = \frac{2}{\sqrt{3}} DD' = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$D'I = \sqrt{DI^2 - DD'^2} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Ta có: } IA(2 - IA) = D'I^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow IA = \frac{3 - \sqrt{6}}{3} \text{ (Do } IA < R = 1) \quad CD = AB - 2AI = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Diện tích hình thang $ABCD$ là $S = \frac{AB+CD}{2} \cdot DI = \frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{3}$

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \cdot f(\cos^2 x) \cdot dx = 1$, $\int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} \cdot dx = 1$.

Tính tích phân $\int_{\frac{1}{4}}^2 \frac{f(2x)}{x} \cdot dx$.

A. $I = 1$.

B. $I = 4$.

C. $I = 3$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn B

Xét $A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \cdot f(\cos^2 x) \cdot dx = 1$.

Đặt $t = \cos^2 x \Rightarrow dt = 2 \cos x \cdot (-\sin x) \cdot dx \Rightarrow dt = -2 \cos^2 x \cdot \tan x \cdot dx \Rightarrow \tan x \cdot dx = -\frac{dt}{2t}$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{2}$.

Ta được $A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \cdot f(\cos^2 x) \cdot dx = \int_1^{\frac{1}{2}} f(t) \cdot \left(-\frac{dt}{2t}\right) = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(t)}{t} \cdot dt = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(x)}{x} \cdot dx$

$\Rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(x)}{x} \cdot dx = 2A = 2$.

Xét $B = \int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} \cdot dx = 1$

Đặt $t = \ln^2 x \Rightarrow dt = 2 \ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot dx \Rightarrow dt = 2 \ln^2 x \cdot \frac{1}{x \ln x} \cdot dx \Rightarrow \frac{1}{x \ln x} \cdot dx = \frac{dt}{2t}$.

Đổi cận $x = e \Rightarrow t = 1$; $x = e^2 \Rightarrow t = 4$.

Ta được $B = \int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} \cdot dx = \int_1^4 f(t) \cdot \frac{dt}{2t} = \frac{1}{2} \int_1^4 \frac{f(x)}{x} \cdot dx \Rightarrow \int_1^4 \frac{f(x)}{x} \cdot dx = 2B = 2$.

Mặt khác, ta có $\int_{\frac{1}{4}}^2 \frac{f(2x)}{x} \cdot dx$. Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$ và $x = \frac{t}{2}$.

Đổi cận $x = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{2}$; $x = 2 \Rightarrow t = 4$.

Ta được $\int_{\frac{1}{4}}^2 \frac{f(2x)}{x} \cdot dx = \int_{\frac{1}{2}}^4 \frac{f(t)}{\frac{t}{2}} \cdot \frac{dt}{2} = \int_{\frac{1}{2}}^4 \frac{f(x)}{x} \cdot dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(x)}{x} \cdot dx + \int_1^4 \frac{f(x)}{x} \cdot dx = 2 + 2 = 4$.

Vậy $\int_{\frac{1}{4}}^2 \frac{f(2x)}{x} \cdot dx = 4$.

- Câu 48.** Số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn bất phương trình $3\log_3(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}) > 2\log_2\sqrt{x}$ là số có bốn chữ số dạng $\overline{abcd}$ khi đó giá trị $a+b+c+d$ bằng
- A. 4. B. 18. C. 20. D. 19.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Đặt } t = \log_2 \sqrt[6]{x} \Rightarrow \sqrt[6]{x} = 2^t \Rightarrow x = (2^t)^6.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \sqrt{x} = 8^t \\ \sqrt[3]{x} = 4^t \end{cases}. \text{ Ta được bất phương trình } 3\log_3(1+8^t+4^t) > 2.3t \Leftrightarrow \log_3(1+8^t+4^t) > 2t$$

$$\Leftrightarrow 1+8^t+4^t > 3^{2t} \Leftrightarrow 1+8^t+4^t > 9^t \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^t + \left(\frac{8}{9}\right)^t + \left(\frac{4}{9}\right)^t > 1 \quad (1).$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \left(\frac{1}{9}\right)^t + \left(\frac{8}{9}\right)^t + \left(\frac{4}{9}\right)^t \text{ có } f'(t) = \left(\frac{1}{9}\right)^t \cdot \ln \frac{1}{9} + \left(\frac{8}{9}\right)^t \cdot \ln \frac{8}{9} + \left(\frac{4}{9}\right)^t \cdot \ln \frac{4}{9} < 0, \forall t.$$

$$\text{Nên hàm số } f(t) = \left(\frac{1}{9}\right)^t + \left(\frac{8}{9}\right)^t + \left(\frac{4}{9}\right)^t \text{ nghịch biến.}$$

$$\text{Lại có } (1) \Leftrightarrow f(t) > f(2) \Leftrightarrow t < 2.$$

$$\text{Suy ra } \log_2 \sqrt[6]{x} < 2 \Leftrightarrow 0 < \sqrt[6]{x} < 4 \Leftrightarrow 0 < x < 4096.$$

Vậy số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn bất phương trình là 4095 nên

$$a=4, b=0, c=9, d=5.$$

$$\text{Suy ra } a+b+c+d=18.$$

- Câu 49.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có diện tích bằng $\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối hộp biết $CC' = \sqrt{7}$, các mặt phẳng $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với mặt đáy $(ABCD)$ các góc 45° và 60° .

A. $V=3$.

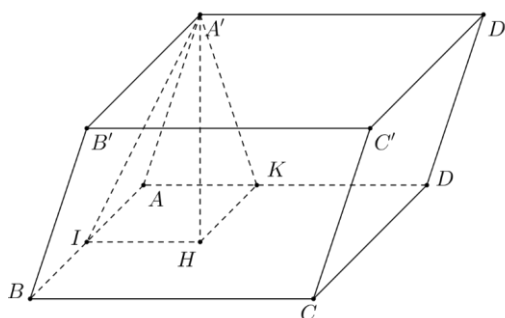
B. $V=7\sqrt{3}$.

C. $V=\sqrt{21}$.

D. $V=3\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của điểm A' lên mặt phẳng $(ABCD)$, I , K lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AB và AD .

Khi đó, ta xác định được $((ABB'A'); (ABCD)) = A'IH = 45^\circ$,
 $((ADD'A'); (ABCD)) = A'KH = 60^\circ$.

Đặt $A'H = x > 0$,

Ta có $\tan A'IH = \frac{A'H}{IH} = 1 \Rightarrow A'H = IH = x$, $\tan A'KH = \frac{A'H}{HK} = \sqrt{3} \Rightarrow HK = \frac{x}{\sqrt{3}}$.

Lại có $AH^2 = IH^2 + HK^2 = x^2 + \frac{x^2}{3} = \frac{4x^2}{3}$.

Xét $\triangle AA'H$ có $AA'^2 = A'H^2 + AH^2 \Leftrightarrow 7 = x^2 + \frac{4x^2}{3} \Leftrightarrow 21 = 7x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD.ABCD'} = S_{ABCD} \cdot A'H = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$.

Câu 50. Trên đồ thị của hàm số $y = \frac{3x}{x-2}$ có điểm $M(x_0; y_0)$ ($x_0 < 0$) sao cho tiếp tuyến tại điểm đó cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{3}{4}$. Khi đó $x_0 + 2y_0$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. -1 .

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1 .

Lời giải

Chọn D

Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{3x}{x-2}$, $M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow y_0 = \frac{3x_0}{x_0-2}$,

$$y'(x_0) = \frac{-6}{(x_0-2)^2}.$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(x_0; y_0)$ là $\Delta: y = \frac{-6}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + \frac{3x_0}{x_0-2}$.

Gọi $A = \Delta \cap Ox \Rightarrow -6x + 6x_0 + 3x_0^2 - 6x_0 = 0 \Rightarrow x = \frac{x_0^2}{2} \Rightarrow A\left(\frac{x_0^2}{2}; 0\right)$,

$B = \Delta \cap Oy \Rightarrow y = \frac{6x_0}{(x_0-2)^2} + \frac{3x}{x_0-2} = \frac{3x_0^2}{(x_0-2)^2}$.

Ta có $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_0^2}{2} \cdot \frac{3x_0^2}{(x_0-2)^2} = \frac{3}{4}$

$$\Leftrightarrow x_0^4 = (x_0-2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 = x_0-2 & (VN) \\ x_0^2 = -x_0+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = -2 \end{cases}.$$

Do $x_0 < 0$ nên nhận $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = \frac{3}{2}$.

Vậy $x_0 + 2y_0 = 1$.

----- HẾT -----