

TRƯỜNG THPT TRIỆU SƠN 1

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - LẦN 3



NĂM HỌC: 2019 - 2020

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 50 câu trắc nghiệm - 06 trang



Họ và tên: SBD:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$. Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{u} = (2; -2; -1)$. B. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. C. $\vec{u} = (-2; -1; 5)$. D. $\vec{u} = (2; -2; 1)$.

Câu 2: Giải bất phương trình $\log x > 1$

- A. $x \in [10; +\infty)$. B. $x \in [1; +\infty)$. C. $x \in (10; +\infty)$. D. $x \in (0; +\infty)$.

Câu 3: Cho $z = 2 - 3i$; $w = 1 + 2i$. Hãy tìm $|z + w|$

- A. 3. B. $\sqrt{10}$. C. 4. D. $\sqrt{26}$.

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ được tính bằng công thức

- A. $S = \int_1^2 f^2(x) dx$. B. $S = \int_1^2 |f(x)| dx$. C. $S = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$. D. $S = \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm nào

- A. Điểm $(0; -1)$. B. Điểm $(-1; 0)$. C. Điểm $(0; 1)$. D. Điểm $(2; 0)$.

Câu 6: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 1$

- A. Trục tung. B. Đường thẳng $x = 2$.
C. Trục hoành. D. Đường thẳng $x = -1$.

Câu 7: Cho cấp số nhân có $u_1 = 4$, $q = 3$. Hãy tính giá trị của u_3 .

- A. $u_3 = -2$. B. $u_3 = 7$. C. $u_3 = 10$. D. $u_3 = 36$.

Câu 8: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là :

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 9: Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 1)$ bán kính $R = 4$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Câu 10: Hình trụ tròn xoay có bán kính đáy là r , chiều cao là h có diện tích toàn phần là:

- A. $S = \pi r(h + 2r)$. B. $S = 4\pi r(h + 2r)$.
C. $S = 2\pi rh$. D. $S = 2\pi r(h + 2r)$.

Câu 11: Nghiệm của bất phương trình $4^{x-1} < 16$ là :

- A. $x > 3$. B. $x < 3$. C. $x < 10$. D. $x < 4$.

Câu 12: Tính giá trị của biểu thức $M = \log_2 \sqrt{2\sqrt{32}}$.

- A. $M = 1,7$. B. $M = \frac{7}{4}$. C. $M = \frac{4}{7}$. D. $M = 17,5$.

Câu 13: Diện tích của một mặt cầu có thể tích $V = \frac{32\pi a^3}{3}$ là

- A. $S = 32\pi a^2$. B. $S = 8\pi a^2$. C. $S = 16\pi a^2$. D. $S = 16a^2$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; -1; 0)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. -2 . B. -5 . C. -3 . D. -1 .

Câu 15: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Hãy tìm góc tạo bởi hai đường thẳng AB và CD .

- A. $(AB, CD) = 0^\circ$. B. $(AB, CD) = 90^\circ$. C. $(AB, CD) = 45^\circ$. D. $(AB, CD) = 60^\circ$.

Câu 16: Hàm số nào sau đây đồng biến trên R ?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^2 + x$. C. $y = x^2 - x$. D. $y = x^3 + 3x$.

Câu 17: Giải phương trình $\log_3(x-2) = 2$.

- A. $x = 10$. B. $x = 13$. C. $x = 8$. D. $x = 11$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A. $x + 2y + 3z = 0$. B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$. D. $6x - 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 19: Điểm biểu diễn số phức $z = (3 + 2i)^2$ là:

- A. $M(9; 4)$. B. $M(12; 5)$. C. $M(3; 2)$. D. $M(5; 12)$.

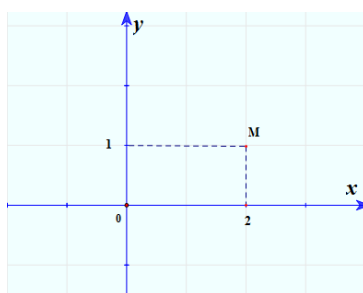
Câu 20: Khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ và khoảng cách từ đỉnh của khối chóp đến mặt phẳng đáy bằng $3a$ có thể tích bằng:

- A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $3a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(2; 0; 1)$. B. $(2; -2; 0)$. C. $(0; -2; 1)$. D. $(0; 0; 1)$.

Câu 22: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức z là



- A. $1-2i$. B. $1+2i$. C. $2-i$. D. $2+i$.

Câu 23: Cho $z_1 = 4-2i$. Hãy tìm phần ảo của số phức $z_2 = (1-2i)^2 + \bar{z}_1$.

- A. $-2i$. B. -2 . C. 2 . D. $2i$.

Câu 24: Véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ là

- A. $\vec{u}(-2; 2; 1)$. B. $\vec{u}(1; 0; 2)$. C. $\vec{u}(2; 2; 1)$. D. $\vec{u}(2; 2; -1)$.

Câu 25: Điều kiện của m để phương trình $2^{2x-4} = m+2$ có nghiệm là

- A. $m > 2$. B. $m \geq -2$. C. $m > -2$. D. $m > 0$.

Câu 26: Tìm nguyên hàm $F(x) = \int \sin 2x dx$

- A. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $F(x) = 2 \cos 2x + C$.
C. $F(x) = -2 \cos 2x + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 27: Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} + e^x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $g(x) = x^2 + e^x$. B. $g(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$. C. $g(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. D. $g(x) = 3x^2 + e^x$.

Câu 28: Trong không gian Oxyz, hình chiếu của điểm $M(-2; 1; 2)$ lên mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $H(2; -1; -2)$. B. $H(2; -1; 0)$. C. $H(2; -1; 2)$. D. $H(-2; 1; 0)$.

Câu 29: Tính tích phân $I = \int_{-10}^{10} (x^5 + 4x^3 + 2x) dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = -32$. C. $I = 248$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 30: Hình chóp có diện tích đáy là S , có thể tích là V thì có chiều cao là :

- A. $h = \frac{3S}{V}$. B. $h = \frac{V}{3S}$. C. $h = \frac{3V}{S}$. D. $h = \frac{V}{S}$.

Câu 31: Trong không gian Oxyz, cho $A(1; 0; 1), B(-2; -1; 2), C(0; 1; 0)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; 1\right)$. B. $G\left(0; \frac{1}{3}; 1\right)$. C. $G\left(-\frac{1}{3}; 0; 1\right)$. D. $G\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -1\right)$.

Câu 32: Đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ có bao nhiêu điểm chung với trục hoành?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 33: Nghiệm của phương trình $2^x = 8$ là:

- A. $x = 0$. B. $x = 4$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho $A(1; 2; 1), B(2; 1; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua $M(2; -1; -2)$ và vuông góc với AB .

- A. $x - y - z - 5 = 0$. B. $x + y - z - 3 = 0$. C. $x + y + z + 1 = 0$. D. $x - y + z - 1 = 0$.

Câu 35: Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = x^3$

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 36: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(-\infty; 1)$ là

- A. $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C$. B. $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C$. C. $x + 3\ln(x-1) + C$. D. $x + 3\ln(1-x) + C$.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 4)$.

- A. 4035. B. 4036. C. 4037. D. 4038.

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, BC, BD vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Góc giữa CD và (ABD) là góc CBD . B. Góc giữa AC và (BCD) là góc ACB .
C. Góc giữa AD và (ABC) là góc ADB . D. Góc giữa AC và (ABD) là góc CBA .

Câu 39: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông là a . Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. D. $2\pi a^2$.

Câu 40: Tập nghiệm của bất phương trình $5.4^x + 2.25^x \leq 7.10^x$ là

- A. $0 \leq x \leq 2$. B. $1 \leq x \leq 2$. C. $0 \leq x \leq 1$. D. $0 < x \leq 1$.

Câu 41: Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $6^a = 9^b = 24^c$. Tính $T = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$.

- A. -3. B. 3. C. 2. D. $\frac{11}{12}$.

Câu 42: Hai xạ thủ cùng bắn vào mục tiêu, mỗi người bắn một phát với xác suất bắn trượt lần lượt là 0,4 và 0,6. Tính xác suất để mục tiêu bị trúng đạn

- A. $P = 0,576$. B. $P = 0,24$. C. $P = 0,48$. D. $P = 0,76$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại B, C ; $AB = 3a$, $BC = CD = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 30° . Gọi M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AM = \frac{2}{3}AB$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng

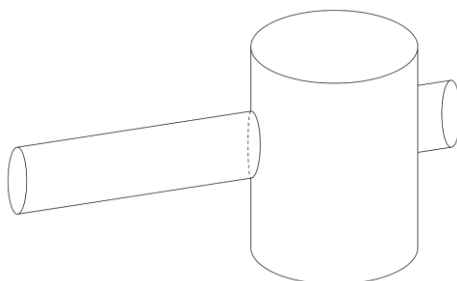
- A. $\frac{3a\sqrt{370}}{37}$. B. $\frac{a\sqrt{370}}{37}$. C. $\frac{3a\sqrt{37}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{37}}{13}$.

Câu 44: Với giá trị thực nào của tham số m thì hàm số $y = (m-3)x^3 + 2\sqrt{3}x^2 + mx - 5$ có hai điểm cực trị?

- A. $m \in (-1; 4) \setminus \{3\}$. B. $m \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty) \cup \{3\}$.
C. $m \in (-1; 4)$. D. $m \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

- Câu 45:** Diện tích phần hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x^3 + x^2 - x - 1$ được xác định bởi công thức $S = \int_{-1}^1 (ax^3 + bx^2 + cx + d) dx$. Giá trị của $a + 2b - 3c + d$ bằng
- A. -1. B. -3. C. 5. D. 0.

- Câu 46:** Một cái búa hình trụ có bán kính R , cán búa hình trụ có bán kính r , $r < R$. Cán búa được lắp xuyên qua búa sao cho trục của cán và trục của búa cắt nhau và vuông góc với nhau. Tính thể tích phần chung của cán búa và búa.



- A. $V = 8 \int_0^r \sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)} dx$. B. $V = 4\pi \int_0^r \sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)} dx$.
- C. $V = 16 \int_0^r \sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)} dx$. D. $V = 8\pi \int_0^r \sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)} dx$.
- Câu 47:** Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị là (C) , đường thẳng $(d): y = x + m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi $k_1; k_2$ lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến của (C) tại A, B . Tìm m để tổng giá trị $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.
- A. $m = -5$. B. $m = -1$. C. $m = -3$. D. $m = -2$.

- Câu 48:** Cho hàm số $f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ là hàm số chẵn trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ và $f(x) + f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{1 + \sin 2x}$. Tính
- $$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$
- A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = -1$. D. $I = 0$.

- Câu 49:** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ (C). Tính khoảng cách lớn nhất giữa hai tiếp tuyến của đồ thị (C) .
- A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. $4\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{6}$.

- Câu 50:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = 1$, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Ba góc phẳng ở đỉnh S đều bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $\frac{2\sqrt{6} - \sqrt{3}}{14}$. B. $\frac{2\sqrt{6} + \sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{14}$. D. $\frac{2\sqrt{6} - \sqrt{3}}{7}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.B	5.A	6	7.D	8.C	9.C	10.A
11.B	12.B	13.C	14.C	15.B	16.D	17.D	18.C	19.D	20.B
21.B	22.D	23.B	24.A	25.C	26.A	27.A	28.D	29.A	30.C
31.C	32.D	33.C	34.D	35.D	36.D	37.D	38.B	39.B	40.C
41.B	42.D	43.B	44.A	45.A	46.D	47.B	48.A	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$. Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{u} = (2; -2; -1)$. B. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. C. $\vec{u} = (-2; -1; 5)$. D. $\vec{u} = (2; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{u} = (2; -2; -1)$.

Câu 2: Giải bất phương trình $\log x > 1$

- A. $x \in [10; +\infty)$. B. $x \in [1; +\infty)$. C. $x \in (10; +\infty)$. D. $x \in (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log x > 1 \Leftrightarrow x > 10$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x \in (10; +\infty)$.

Câu 3: Cho $z = 2 - 3i$; $w = 1 + 2i$. Hãy tìm $|z + w|$

- A. 3. B. $\sqrt{10}$. C. 4. D. $\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z + w = 2 - 3i + 1 + 2i = 3 - i$.

Vậy $|z + w| = |3 - i| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$.

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ được tính bằng công thức

- A. $S = \int_1^2 f^2(x) dx$. B. $S = \int_1^2 |f(x)| dx$. C. $S = \pi \int_1^2 f^2(x) dx$. D. $S = \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ là: $S = \int_1^2 |f(x)| dx$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm nào

- A. Điểm $(0; -1)$. B. Điểm $(-1; 0)$. C. Điểm $(0; 1)$. D. Điểm $(2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Trục Oy: $x = 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$.

Câu 6: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 1$

- A. Trục tung. B. Đường thẳng $x = 2$.
C. Trục hoành. D. Đường thẳng $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 1$ là hàm chẵn nên đồ thị hàm số nhận Ox làm trục đối xứng.

Câu 7: Cho cấp số nhân có $u_1 = 4$, $q = 3$. Hãy tính giá trị của u_3 .

- A. $u_3 = -2$. B. $u_3 = 7$. C. $u_3 = 10$. D. $u_3 = 36$.

Lời giải

Chọn D

Có $u_3 = u_1 q^2 = 4.3^2 = 36$.

Câu 8: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là :

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-1}{x+2} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x-1}{x+2} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x-1}{x+2} = -\infty$ nên

đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang và đứng lần lượt là các đường thẳng $y = 1$ và $x = -2$.

Câu 9: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ bán kính $R = 4$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ bán kính $R = 4$ có phương trình là

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16.$$

Câu 10: Hình trụ tròn xoay có bán kính đáy là r , chiều cao là h có diện tích toàn phần là:

- A. $S = \pi r(h + 2r)$. B. $S = 4\pi r(h + 2r)$.

C. $S = 2\pi rh$.

D. $S = 2\pi r(h + 2r)$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích toàn phần được tính bằng tổng của diện tích xung quang và diện tích hai mặt đáy:
 $S = \pi rh + 2\pi r^2 = \pi r(h + 2r)$.

Câu 11: Nghiệm của bất phương trình $4^{x-1} < 16$ là :

A. $x > 3$.

B. $x < 3$.

C. $x < 10$.

D. $x < 4$.

Lời giải

Chọn B

$$4^{x-1} < 16 \Leftrightarrow 4^{x-1} < 4^2 \Leftrightarrow x-1 < 2 \Leftrightarrow x < 3.$$

Câu 12: Tính giá trị của biểu thức $M = \log_2 \sqrt{2\sqrt{32}}$.

A. $M = 1,7$.

B. $M = \frac{7}{4}$.

C. $M = \frac{4}{7}$.

D. $M = 17,5$.

Lời giải

Chọn B

$$M = \log_2 \sqrt{2\sqrt{32}} = \log_2 \sqrt{2\sqrt{2^5}} = \log_2 \sqrt{2 \cdot 2^{\frac{5}{2}}} = \log_2 \sqrt{2^{\frac{9}{2}}} = \log_2 2^{\frac{9}{4}} = \frac{9}{4}.$$

Câu 13: Diện tích của một mặt cầu có thể tích $V = \frac{32\pi a^3}{3}$ là

A. $S = 32\pi a^2$.

B. $S = 8\pi a^2$.

C. $S = 16\pi a^2$.

D. $S = 16a^2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Thể tích khối cầu là } V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{32\pi a^3}{3} \Rightarrow r = 2a.$$

$$\text{Diện tích mặt cầu là } S = 4\pi r^2 = 4\pi (2a)^2 = 16\pi a^2.$$

Câu 14: Trong không gian Oxyz, cho các vector $\vec{a} = (-2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; -1; 0)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. -2 .

B. -5 .

C. -3 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = (-2) \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 = -3.$$

Câu 15: Cho tứ diện đều ABCD cạnh a . Hãy tìm góc tạo bởi hai đường thẳng AB và CD.

A. $(AB, CD) = 0^\circ$.

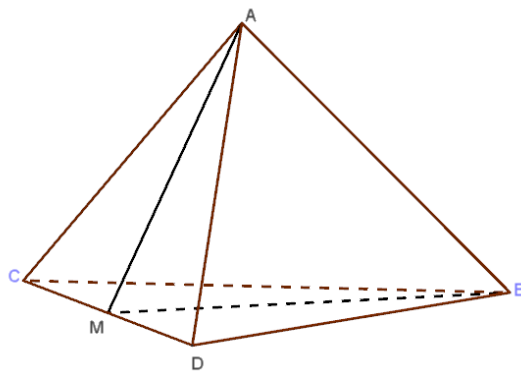
B. $(AB, CD) = 90^\circ$.

C. $(AB, CD) = 45^\circ$.

D. $(AB, CD) = 60^\circ$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của CD . Tứ diện $ABCD$ đều nên $\triangle ACD$ và $\triangle BCD$ là các tam giác đều

$$\Rightarrow \begin{cases} AM \perp CD \\ BM \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABM) \Rightarrow CD \perp AB.$$

Vậy $(AB, CD) = 90^\circ$.

Câu 16: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = x^2 + x$.

C. $y = x^2 - x$.

D. $y = x^3 + 3x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^3 + 3x$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 17: Giải phương trình $\log_3(x-2) = 2$.

A. $x = 10$.

B. $x = 13$.

C. $x = 8$.

D. $x = 11$.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x > 2$.

Ta có: $\log_3(x-2) = 2 \Leftrightarrow x-2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 11$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $x + 2y + 3z = 0$.

B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.

C. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

D. $6x - 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 19: Điểm biểu diễn số phức $z = (3+2i)^2$ là:

A. $M(9;4)$.

B. $M(12;5)$.

C. $M(3;2)$.

D. $M(5;12)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z = (3+2i)^2 = 5+12i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z = (3+2i)^2$ là $M(5;12)$.

Câu 20: Khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ và khoảng cách từ đỉnh của khối chóp đến mặt phẳng đáy bằng $3a$ có thể tích bằng:

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

C. $3a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{2} \cdot 3a = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(2;0;1)$.

B. $(2;-2;0)$.

C. $(0;-2;1)$.

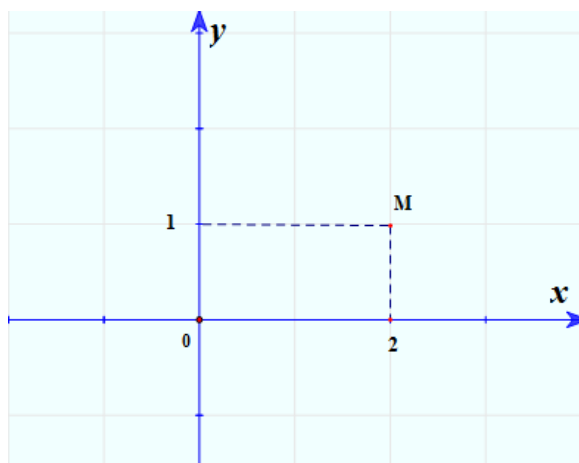
D. $(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm có tọa độ $(2;-2;0)$

Câu 22: Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức z là



A. $1-2i$.

B. $1+2i$.

C. $2-i$.

D. $2+i$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình vẽ ta có số phức $z = 2+i$.

Câu 23: Cho $z_1 = 4-2i$. Hãy tìm phần ảo của số phức $z_2 = (1-2i)^2 + \overline{z_1}$.

A. $-2i$.

B. -2 .

C. 2 .

D. $2i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_2 = (1-2i)^2 + \overline{z_1} = -3-4i+4+2i = 1-2i$.

Câu 24: Véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ là

- A. $\vec{u}(-2; 2; 1)$. B. $\vec{u}(1; 0; 2)$. C. $\vec{u}(2; 2; 1)$. D. $\vec{u}(2; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(-2; 2; 1)$.

Câu 25: Điều kiện của m để phương trình $2^{2x-4} = m+2$ có nghiệm là

- A. $m > 2$. B. $m \geq -2$. C. $m > -2$. D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn C

Để phương trình có nghiệm thì $m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -2$

Câu 26: Tìm nguyên hàm $F(x) = \int \sin 2x dx$

- A. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $F(x) = 2 \cos 2x + C$.
C. $F(x) = -2 \cos 2x + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x) = \int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$

Câu 27: Hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} + e^x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $g(x) = x^2 + e^x$. B. $g(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$. C. $g(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. D. $g(x) = 3x^2 + e^x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ nếu $f'(x) = g(x)$.

Mà $f(x) = \frac{x^3}{3} + e^x \Rightarrow f'(x) = \left(\frac{x^3}{3} + e^x \right)' = x^2 + e^x$.

Do đó hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} + e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = x^2 + e^x$.

Câu 28: Trong không gian Oxyz, hình chiếu của điểm $M(-2; 1; 2)$ lên mặt phẳng (Oxy) là:

- A. $H(2; -1; -2)$. B. $H(2; -1; 0)$. C. $H(2; -1; 2)$. D. $H(-2; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của điểm $M(-2;1;2)$ lên mặt phẳng (Oxy) là: $H(-2;1;0)$

Câu 29: Tính tích phân $I = \int_{-10}^{10} (x^5 + 4x^3 + 2x) dx$.

A. $I = 0$.

B. $I = -32$.

C. $I = 248$.

D. $I = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Trên $[-10;10]$, hàm số $y = x^5 + 4x^3 + 2x$ là hàm lẻ nên $I = \int_{-10}^{10} (x^5 + 4x^3 + 2x) dx = 0$

Câu 30: Hình chóp có diện tích đáy là S , có thể tích là V thì có chiều cao là:

A. $h = \frac{3S}{V}$.

B. $h = \frac{V}{3S}$.

C. $h = \frac{3V}{S}$.

D. $h = \frac{V}{S}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V của khối chóp có chiều cao h , diện tích đáy là S là: $V = \frac{1}{3}Sh \Rightarrow h = \frac{3V}{S}$.

Câu 31: Trong không gian Oxyz, cho $A(1;0;1), B(-2;-1;2), C(0;1;0)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G\left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; 1\right)$.

B. $G\left(0; \frac{1}{3}; 1\right)$.

C. $G\left(-\frac{1}{3}; 0; 1\right)$.

D. $G\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trọng tâm $G\left(\frac{1-2}{3}; \frac{-1+1}{3}; \frac{1+2}{3}\right)$ hay $G\left(-\frac{1}{3}; 0; 1\right)$.

Câu 32: Đồ thị hàm số $y = x^3 + 1$ có bao nhiêu điểm chung với trục hoành?

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 = -1 \Leftrightarrow x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số và trục hoành có 1 điểm chung.

Câu 33: Nghiệm của phương trình $2^x = 8$ là:

A. $x = 0$.

B. $x = 4$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^x = 8 \Leftrightarrow 2^x = 2^3 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 3$.

Câu 34: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho $A(1;2;1)$, $B(2;1;2)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua $M(2;-1;-2)$ và vuông góc với AB .

- A. $x-y-x-5=0$. B. $x+y-z-3=0$. C. $x+y+z+1=0$. D. $x-y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn D

Do $d \perp AB$ nên VTPT của mặt phẳng cần tìm là: $\vec{n} = \overrightarrow{AB}(1;-1;1)$.

Mặt phẳng đi qua $M(2;-1;-2)$ và vuông góc với AB có phương trình:

$$(x-2)-(y+1)+z+2=0 \Leftrightarrow x-y+z-1=0.$$

Câu 35: Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = x^3$

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

Hàm số không có cực trị.

Câu 36: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(-\infty;1)$ là

- A. $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C$. B. $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C$. C. $x + 3\ln(x-1) + C$. D. $x + 3\ln(1-x) + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{x+2}{x-1} = 1 + \frac{3}{x-1}$$

$$\int f(x) dx = \int \left(1 + \frac{3}{x-1}\right) dx = x + 3\ln|x-1| + C$$

$$\text{Mà } x \in (-\infty;1) \Rightarrow \int f(x) dx = x + 3\ln(1-x) + C$$

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020;2020]$ để hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(1;4)$.

- A. 4035. B. 4036. C. 4037. D. 4038.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ có

$$y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1) = 6(x-m)(x-m-1);$$

Khi đó $y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > m+1 \\ x < m \end{cases}$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;4)$ thì

$$\begin{cases} m+1 \leq 1 \\ m \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq 0 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}, m \in [-2020; 2020]} m \in \{-2020; \dots; 0\} \\ m \geq 4 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}, m \in [-2020; 2020]} m \in \{4; \dots; 2020\} \end{cases}.$$

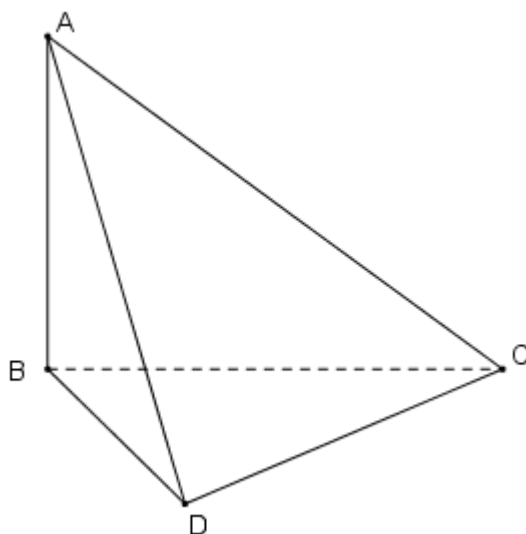
Vậy có 4038 giá trị của tham số m thỏa mãn.

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, BC, BD vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Góc giữa CD và (ABD) là góc CBD . B. Góc giữa AC và (BCD) là góc ACB .
C. Góc giữa AD và (ABC) là góc ADB . D. Góc giữa AC và (ABD) là góc CBA .

Lời giải

Chọn B



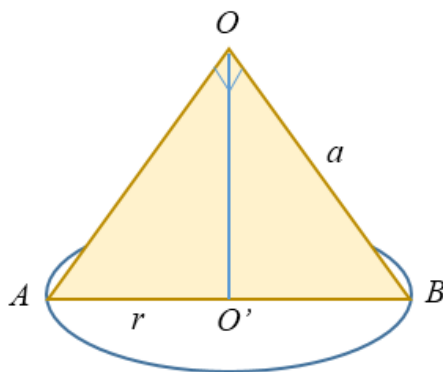
Ta thấy góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) là góc ở đỉnh giao của $d \cap (\alpha)$. Vì vậy loại A, C, D. Kiểm tra lại phương án B: $(AC, (BCD)) = (AC, CB) = ACB$. (Do $AB \perp (BCD)$ nên B là hình chiếu của A trên (BCD))

Câu 39: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông là a . Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$. D. $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $l = a$, $AB = a\sqrt{2} \Rightarrow r = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{xq} = \pi r l = \pi \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

- Câu 40:** Tập nghiệm của bất phương trình $5.4^x + 2.25^x \leq 7.10^x$ là
A. $0 \leq x \leq 2$. **B.** $1 \leq x \leq 2$. **C.** $0 \leq x \leq 1$. **D.** $0 < x \leq 1$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình tương đương $5.\left(\frac{4}{10}\right)^x + 2.\left(\frac{25}{10}\right)^x \leq 7 \Leftrightarrow 5.\left(\frac{2}{5}\right)^x + 2.\left(\frac{5}{2}\right)^x - 7 \leq 0$

Đặt $t = \left(\frac{2}{5}\right)^x > 0$ ta có bất phương trình $5t + \frac{2}{t} - 7 \leq 0 \Leftrightarrow 5t^2 - 7t + 2 \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{2}{5} \leq t \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2}{5} \leq \left(\frac{2}{5}\right)^x \leq 1 \Leftrightarrow 1 \geq x \geq 0$.

- Câu 41:** Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $6^a = 9^b = 24^c$. Tính $T = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$.

- A.** -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{11}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 6^a = 9^b = 24^c, (0 < t \neq 1)$.

$\Rightarrow \begin{cases} a = \log_6 t \\ b = \log_9 t \\ c = \log_{24} t \end{cases} \Rightarrow T = \frac{\log_6 t}{\log_9 t} + \frac{\log_6 t}{\log_{24} t} = \frac{\log_t 9}{\log_t 6} + \frac{\log_t 24}{\log_t 6} = \log_6 9 + \log_6 24 = 3$.

- Câu 42:** Hai xạ thủ cùng bắn vào mục tiêu, mỗi người bắn một phát với xác suất bắn trượt lần lượt là 0,4 và 0,6. Tính xác suất để mục tiêu bị trúng đạn
A. $P = 0,576$. **B.** $P = 0,24$. **C.** $P = 0,48$. **D.** $P = 0,76$.

Lời giải

Chọn D

Xác suất để mục tiêu không bị trúng đạn là: $0,4.0,6 = 0,24$.

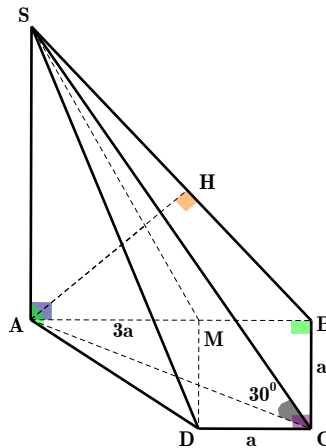
Vậy xác suất mục tiêu bị trúng đạn là: $1 - 0,24 = 0,76$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại B, C ; $AB = 3a$, $BC = CD = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 30° . Gọi M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AM = \frac{2}{3}AB$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng

- A. $\frac{3a\sqrt{370}}{37}$. B. $\frac{a\sqrt{370}}{37}$. C. $\frac{3a\sqrt{37}}{13}$. D. $\frac{a\sqrt{37}}{13}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $SA \perp (ABCD)$ suy ra $(SC, (ABCD)) = \angle SCA = 30^\circ$.

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{10} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{30}}{3}.$$

Mà $AM = \frac{2}{3}AB = 2a \Rightarrow MB = a \Rightarrow MBCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow DM \parallel BC \Rightarrow DM \parallel (SBC)$.

$$\text{Suy ra } d(SB, DM) = d(DM, (SBC)) = d(M, (SBC)) = \frac{1}{3}d(A, (SBC)).$$

$ABCD$ là hình thang vuông tại B, C $BC \perp AB$ mà $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$ theo giao tuyến SB .

$$\text{Kẻ } AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH = d(A, (SBC)).$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác, ta có } \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{9}{30a^2} + \frac{1}{9a^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{37}{90a^2} \\ \Leftrightarrow AH^2 &= \frac{90a^2}{37} \Leftrightarrow AH = \frac{3a\sqrt{370}}{37}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } d(SB, DM) = \frac{1}{3}d(A, (SBC)) = \frac{1}{3}AH = \frac{a\sqrt{370}}{37}.$$

Câu 44: Với giá trị thực nào của tham số m thì hàm số $y = (m-3)x^3 + 2\sqrt{3}x^2 + mx - 5$ có hai điểm cực trị?

- A. $m \in (-1; 4) \setminus \{3\}$. B. $m \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty) \cup \{3\}$.
C. $m \in (-1; 4)$. D. $m \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = (m-3)x^3 + 2\sqrt{3}x^2 + mx - 5 \Rightarrow y' = 3(m-3)x^2 + 4\sqrt{3}x + m$.

Hàm số đã cho có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(m-3) \neq 0 \\ (2\sqrt{3})^2 - 3(m-3)m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ -3m^2 + 9m + 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ -1 < m < 4 \end{cases}.$$

Vậy $m \in (-1; 4) \setminus \{3\}$.

Câu 45: Diện tích phần hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x^3 + x^2 - x - 1$ được xác định bởi công thức $S = \int_{-1}^1 (ax^3 + bx^2 + cx + d) dx$. Giá trị của $a + 2b - 3c + d$ bằng

A. -1.

B. -3.

C. 5.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị hàm số đã cho là

$$x^3 - x = x^3 + x^2 - x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

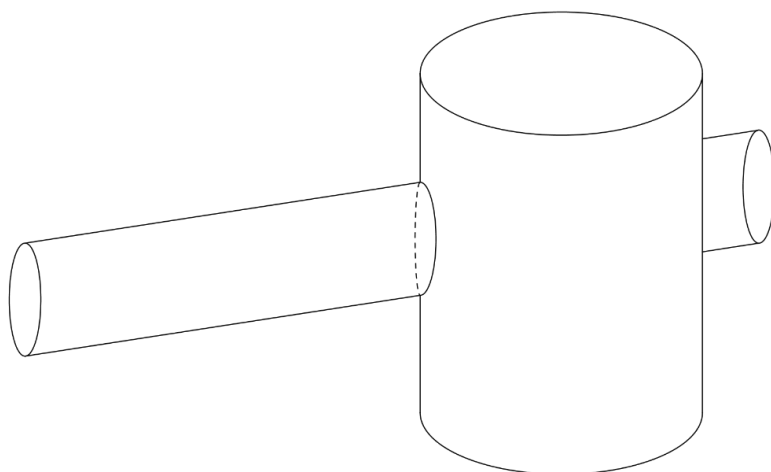
Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số đã cho là

$$S = \int_{-1}^1 |x^2 - 1| dx = \int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx.$$

Suy ra $a = 0, b = -1, c = 0, d = 1$.

Vậy $a + 2b - 3c + d = -1$.

Câu 46: Một cái búa hình trụ có bán kính R , cán búa hình trụ có bán kính $r, r < R$. Cán búa được lắp xuyên qua búa sao cho trục của cán và trục của búa cắt nhau và vuông góc với nhau. Tính thể tích phần chung của cán búa và búa.



A. $V = 8 \int_0^r \sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)} dx.$

B. $V = 4\pi \int_0^r \sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)} dx.$

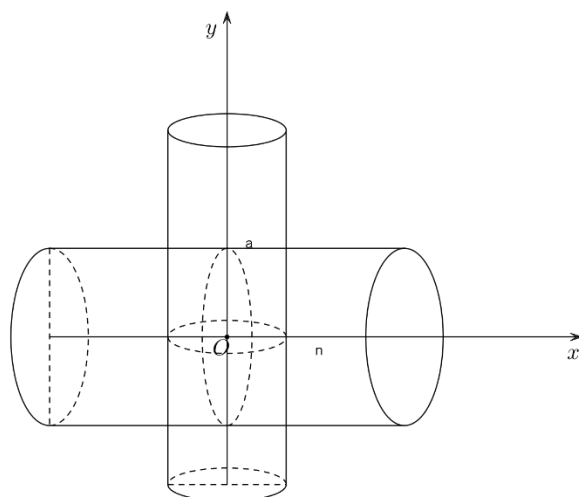
C. $V = 16 \int_0^r \sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)} dx.$

D. $V = 8\pi \int_0^r \sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)} dx.$

Lời giải

Chọn D

Ta gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Với trục Ox trùng với trục của cái búa và trục Oy trùng với trục cán búa.

Thiết diện khi cắt bởi một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm $x \in [-r; r]$ là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh lần lượt là $2\sqrt{R^2 - x^2}$ và $2\sqrt{r^2 - x^2}$.

Suy ra $S(x) = 4\sqrt{(R^2 - x^2)(r^2 - x^2)}.$

Do đó $V = \int_{-r}^r S(x) dx = 2 \int_0^r S(x) dx$ (do $S(x)$ là hàm số chẵn)

Vậy $V = 8 \int_0^r \sqrt{(r^2 - x^2)(R^2 - x^2)} dx.$

Câu 47: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị là (C) , đường thẳng $(d): y = x + m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Gọi $k_1; k_2$ lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến của (C) tại A, B . Tìm m để tổng giá trị $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = -5.$

B. $m = -1.$

C. $m = -3.$

D. $m = -2.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -\frac{1}{(2x-1)^2}.$

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có:

$$\frac{-x+1}{2x-1} = x+m, \forall x \neq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0; \forall x \neq \frac{1}{2}.$$

Ta có: $\begin{cases} \Delta' = m^2 + 2m + 2 > 0; \forall m \in \mathbb{R} \\ -\frac{1}{2} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow d \text{ cắt } (C) \text{ tại hai điểm phân biệt } A, B \text{ với } \forall m \in \mathbb{R}.$

Hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B của đồ thị (C) lần lượt là:

$$k_1 = -\frac{1}{(2x_A - 1)^2}; k_2 = -\frac{1}{(2x_B - 1)^2}.$$

$$\begin{aligned} k_1 + k_2 &= \frac{-1}{(2x_A - 1)^2} + \frac{-1}{(2x_B - 1)^2} = -\frac{(2x_A - 1)^2 + (2x_B - 1)^2}{((2x_A - 1)(2x_B - 1))^2} = -\frac{4(x_A^2 + x_B^2) - 4(x_A + x_B) + 2}{(4x_A x_B - 2(x_A + x_B) + 1)^2} \\ &= -\frac{4(x_A + x_B)^2 - 8x_A x_B - 4(x_A + x_B) + 2}{(4x_A x_B - 2(x_A + x_B) + 1)^2} = -\frac{4m^2 + 4(m+1) + 4m + 2}{(-2(m+1) + 2m + 1)^2} = -(4m^2 + 8m + 6) \\ &= -4(m+1)^2 - 2 \leq -2; \forall m \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

$k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất bằng -2 khi và chỉ khi $m = -1$.

Câu 48: Cho hàm số $f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ là hàm số chẵn trên $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ và $f(x) + f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{1 + \sin 2x}$. Tính

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$

A. $I = 1$.

B. $I = 2$.

C. $I = -1$.

D. $I = 0$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x) + f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \right] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \sin 2x} dx \Leftrightarrow I + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx = 2.$$

$$\text{Do hàm số } f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \text{ là hàm số chẵn trên } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \text{ nên } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx.$$

$$\text{Vậy } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) d\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) dt = I. \text{ Suy ra } I = 1.$$

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}(C)$. Tính khoảng cách lớn nhất giữa hai tiếp tuyến của đồ thị (C) .

A. $2\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $4\sqrt{6}$.

D. $3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A\left(a; \frac{a+1}{a-2}\right); B\left(b; \frac{b+1}{b-2}\right) (a \neq b)$. Do tiếp tuyến tại A và B song song với nhau nên

$$y'(a) = y'(b) \Leftrightarrow \frac{-3}{(a-2)^2} = \frac{-3}{(b-2)^2} \Rightarrow a = 4-b$$

Gọi $I(2;1)$ là tâm đối xứng của đồ thị và cũng là tâm đối xứng của A và B

Phương trình tiếp tuyến tại A là: $y = \frac{-3}{(a-2)^2}(x-a) + \frac{a+1}{a-2} (\Delta)$

Khoảng cách giữa 2 tiếp tuyến:

$$\begin{aligned} d = 2d(I; \Delta) &= 2 \cdot \frac{\left|1 + \frac{3}{(a-2)^2} \cdot (2-a) - \frac{a+1}{a-2}\right|}{\sqrt{\frac{9}{(a-2)^4} + 1}} = 2 \cdot \frac{\left|1 - \frac{3}{a-2} - \frac{a+1}{a-2}\right|}{\sqrt{\frac{9}{(a-2)^4} + 1}} \\ &= \frac{12}{(a-2)\sqrt{\frac{9}{(a-2)^4} + 1}} = \frac{12}{\sqrt{\frac{9}{(a-2)^2} + a-2}} \leq \frac{12}{\sqrt{2\sqrt{9}}} = 2\sqrt{6}. \end{aligned}$$

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = 1$, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

Ba góc phẳng ở đỉnh S đều bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2\sqrt{6} - \sqrt{3}}{14}$.

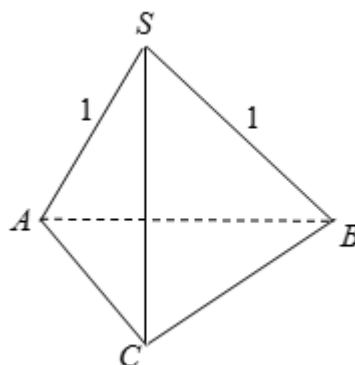
B. $\frac{2\sqrt{6} + \sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{14}$.

D. $\frac{2\sqrt{6} - \sqrt{3}}{7}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $AC = BC = x$; I là trung điểm của AB. Suy ra $CI = \sqrt{x^2 - \frac{1}{4}}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác SAC ta có: $x^2 = 1 + SC^2 - 2.SC.\cos 60^\circ$ (1)

Áp dụng pytago trong tam giác vuông SCI vuông tại I ta có: $x^2 - \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = SC^2$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được:

$$x^2 = 1 + x^2 - \frac{1}{2} - 2.\sqrt{x^2 + \frac{1}{2}}.\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + \frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

Diện tích toàn phần khối đa diện là:

$$S = S_{SAB} + S_{ABC} + S_{SAC} + S_{SBC} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2}.1.\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{1}{2}.1.\frac{3}{2}.\sin 60^\circ + \frac{1}{2}.1.\frac{3}{2}.\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{6} + 4\sqrt{3}}{4}.$$

$$V_{SABC} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}.1.\frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{8}.$$

$$\text{Bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp } S.ABC \quad r = \frac{3V}{S} = \frac{3.\frac{\sqrt{2}}{8}}{\frac{\sqrt{6} + 4\sqrt{3}}{4}} = \frac{2\sqrt{6} - \sqrt{3}}{14}.$$

----- HẾT -----