

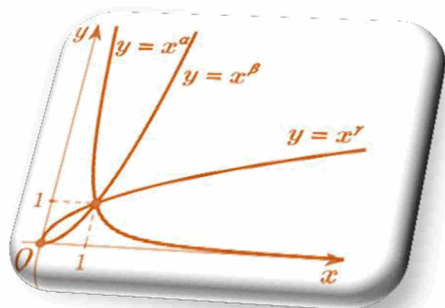
Giải tích

12



Chuyên đề 2

PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LOGARIT



. TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN TRONG ĐỀ THI SGD

**. TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN CHỌN LỌC CỦA TRƯỜNG
CHUYÊN TRONG NƯỚC**

Năm 2020 - 2021

Họ tên HS: _____

Trường: _____

Lớp: _____



MỤC LỤC

Chương 2. HÀM SỐ LŨY THỪA, HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT _____ 1

§1 – LŨY THỪA _____ 1

- (A) LÝ THUYẾT CẦN NHỚ 1
- (B) CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP 2
 - Dạng 1. Tính giá trị biểu thức 2
 - Dạng 2. Rút gọn biểu thức liên quan đến lũy thừa 3
 - Dạng 3. So sánh hai lũy thừa 4
- (C) BÀI TẬP TỰ LUYỆN 6

§2 – HÀM SỐ LŨY THỪA _____ 11

- (A) LÝ THUYẾT CẦN NHỚ 11
- (B) CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP 11
 - Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số lũy thừa 11
 - Dạng 2. Tìm đạo hàm của hàm số lũy thừa 14
 - Dạng 3. Đồ thị của hàm số lũy thừa 16
- (C) BÀI TẬP TỰ LUYỆN 17

§3 – LÔGARIT _____ 22

- (A) LÝ THUYẾT CẦN NHỚ 22
- (B) CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN 23
 - Dạng 1. So sánh hai lôgarit 23
 - Dạng 2. Công thức, tính toán lôgarit 24
 - Dạng 3. Phân tích biểu thức lôgarit theo các lo-ga-rit cho trước 26
 - Dạng 4. Xác định một số nguyên dương có bao nhiêu chữ số 27
 - Dạng 5. Tổng hợp biến đổi lôgarit nâng cao 28
- (C) BÀI TẬP TỰ LUYỆN 33

§4 – HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT _____ 46

- (A) LÝ THUYẾT CẦN NHỚ 46
- (B) CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN 48
 - Dạng 1. Tìm tập xác định 48
 - Dạng 2. Tính đạo hàm 50
 - Dạng 3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất 53
 - Dạng 4. Các bài toán liên quan đến đồ thị 53

(C)	BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	57
§5 –	PHƯƠNG TRÌNH MŨ, PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN	66
(A)	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ.....	66
(B)	CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP.....	66
	Dạng 1. Giải phương trình mũ cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số.....	66
	Dạng 2. Giải phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ.....	68
	Dạng 3. Giải phương trình mũ bằng phương pháp lôgarít hóa.....	71
	Dạng 4. Giải phương trình lôgarit cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số.....	72
	Dạng 5. Giải phương trình lôgarít bằng phương pháp đặt ẩn phụ.....	74
	Dạng 6. Giải phương trình mũ và lôgarít bằng phương pháp hàm số.....	76
(C)	BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	80
§6 –	BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN	96
(A)	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ.....	96
(B)	CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP.....	97
	Dạng 1. Giải bất phương trình mũ cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số.....	97
	Dạng 2. Giải bất phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ.....	99
	Dạng 3. Giải bất phương trình logarit cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số.....	102
	Dạng 4. Giải bất phương trình lôgarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ.....	104
	Dạng 5. Bài toán lãi kép.....	105
(C)	BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	108
§7 –	PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LOGARIT CÓ CHỨA THAM SỐ	116
(A)	CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP.....	116
	Dạng 1. Phương trình có nghiệm đẹp – Định lý Viét.....	116
	Dạng 2. Phương trình không có nghiệm đẹp – Phương pháp hàm số.....	121
	Dạng 3. Bất phương trình – Phương pháp hàm số.....	125
(B)	BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	129
§8 –	ĐỀ TỔNG ÔN	143
(A)	ĐỀ SỐ 1.....	143
(B)	ĐỀ SỐ 2.....	152

HÀM SỐ LŨY THỪA, HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT

BÀI 1. LŨY THỪA

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Lũy thừa với số mũ nguyên

✓ Lũy thừa với số mũ nguyên dương: Cho $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*$, khi đó: $a^n = \underbrace{a.a.a \dots a}_{n \text{ thừa số}}$.

✓ Lũy thừa với số mũ nguyên âm: Cho $a \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$, khi đó: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.



① Với $a \neq 0$, ta quy ước $a^0 = 1$.

② 0^0 và 0^{-n} ($n \in \mathbb{N}^*$) không có nghĩa.

2. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

✓ Cho $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$; trong đó $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Khi đó: $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

3. Lũy thừa với số mũ vô tỉ

✓ Cho $a > 0, \alpha \in \mathbb{R}, (r_n)$ là dãy số hữu tỉ sao cho $\lim_{n \rightarrow +\infty} r_n = \alpha$. Khi đó: $a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n} = a^{r_n}$.

4. Công thức biến đổi lũy thừa cần nhớ

✓ Công thức cần nhớ: Cho cơ số $a, b > 0$ và hai số thực x, y . Khi đó, ta có:

- | | | |
|-------------------------------|--|---|
| ① $a^0 = 1; a^1 = a$. | ② $a^{-1} = \frac{1}{a}; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. | ③ $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}; \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$. |
| ④ $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$. | ⑤ $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$. | ⑥ $a^{m \cdot n} = (a^m)^n = (a^n)^m$. |
| ⑦ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$. | ⑧ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$. | ⑨ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$. |

✓ So sánh hai lũy thừa: Cho cơ số $a > 0$ và hai số thực x, y . Khi đó, ta có:

- | | |
|---|---|
| ① Nếu $a > 1$ thì $a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$. | ② Nếu $0 < a < 1$ thì $a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$. |
|---|---|

B

CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Tính giá trị biểu thức

❖ Ví dụ 1. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}}$.

- (A) 1. (B) $6^{-\sqrt{5}}$. (C) 18. (D) 9.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 2. Tính giá trị của biểu thức $A = \left(\frac{1}{625}\right)^{-\frac{1}{4}} + 16^{\frac{3}{4}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{3}}$

- (A) 11. (B) 14. (C) 12. (D) 10.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 3. Biết rằng $3^x = 2$. Tính giá trị của biểu thức $A = 3^{2x-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} + 9^{x+1}$.

- (A) $A = \frac{81}{2}$. (B) $A = 37$. (C) $A = \frac{45}{2}$. (D) $A = 25$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{(4+2\sqrt{3})^{2016} \cdot (1-\sqrt{3})^{2014}}{(1+\sqrt{3})^{2018}}$.

- (A) -2^{2015} . (B) -2^{2017} . (C) 2^{2014} . (D) 2^{2016} .

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 5.** Cho $4^x + 4^{-x} = 14$. Khi đó biểu thức $M = \frac{2 + 2^x + 2^{-x}}{7 - 2^x - 2^{-x}}$ có giá trị bằng

(A) $\frac{1}{2}$. (B) 3. (C) $\frac{3}{2}$. (D) 2.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Rút gọn biểu thức liên quan đến lũy thừa

- ✔ Biến đổi về **cùng cơ số** hoặc **cùng số mũ**;
- ✔ Chú ý công thức $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

❖ **Ví dụ 6.** Cho α là một số thực dương. Viết $\alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\alpha}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

(A) $\alpha^{\frac{7}{3}}$. (B) $\alpha^{\frac{7}{6}}$. (C) $\alpha^{\frac{5}{3}}$. (D) $\alpha^{\frac{1}{3}}$.

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 7.** Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

(A) $P = x^{\frac{1}{8}}$. (B) $P = x^{\frac{2}{9}}$. (C) $P = \sqrt{x}$. (D) $P = x^2$.

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 8.** Cho đẳng thức $\frac{\sqrt[3]{a^2 \sqrt{a}}}{a^3} = a^\alpha, 0 < a \neq 1$. Khi đó α thuộc khoảng nào?

(A) $(-1; 0)$. (B) $(0; 1)$. (C) $(-2; -1)$. (D) $(-3; -2)$.

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 9.** Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$. Rút gọn biểu thức P được kết quả

(A) $P = a^3$. (B) $P = a^5$. (C) $P = a$. (D) $P = a^4$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^8} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^5 \cdot \sqrt[4]{a^{-3}}}$ ($a > 0$), ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $3m^2 - 2n = 0$. (B) $m^2 + n^2 = 25$. (C) $m^2 - n^2 = 25$. (D) $2m^2 + n^2 = 10$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Cho hai số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$.

- (A) $A = \sqrt[6]{ab}$. (B) $A = \sqrt[3]{ab}$. (C) $A = \frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$. (D) $A = \frac{1}{\sqrt[6]{ab}}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 12. Biểu thức thu gọn của $P = \left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 2}{a + 2a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - 2}{a - 1} \right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}}}$ (với $a > 0, a \neq \pm 1$) có dạng $P = \frac{m}{a+n}$. Tính $m - n$.

- (A) -1 . (B) 1 . (C) -3 . (D) 3 .

📁 Dạng 3. So sánh hai lũy thừa

❖ Ví dụ 13. Cho $\pi^\alpha > \pi^\beta$ với $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- (A) $\alpha > \beta$. (B) $\alpha < \beta$. (C) $\alpha = \beta$. (D) $\alpha \leq \beta$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 14. Cho $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n$. Khi đó

- (A) $m > n$. (B) $m \neq n$. (C) $m < n$. (D) $m = n$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 15. Tìm điều kiện của m để $(m - 1)^{-2\sqrt{3}} > (m - 1)^{-3\sqrt{2}}$.

- (A) $0 < m < 1$. (B) $m > 1$. (C) $1 < m < 2$. (D) $m > 2$.

💬 Lời giải.



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

❖ Câu 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

- ☐ A $\sqrt[3]{-27} = -3$.
 ☐ B $(-8)^{\frac{1}{3}} = 2$.
 ☐ C $6^{\frac{1}{2}} \cdot 24^{\frac{3}{2}} = 288$.
 ☐ D $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} = 3$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 2. Cho a là số thực dương. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- ☐ A $a^{x+y} = a^x + a^y$.
 ☐ B $(a^x)^y = a^{xy}$.
 ☐ C $(a^x)^y = a^x \cdot a^y$.
 ☐ D $a^{x-y} = a^x - a^y$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 3. Điều nào sau đây đúng?

- ☐ A $a^m < a^n \Leftrightarrow m < n$.
 ☐ B Nếu $a < b$ thì $a^m < a^n \Leftrightarrow m > 0$.
☐ C $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$.
 ☐ D $0 < a < 1, a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 4. Cho a, b là các số thực dương khác 1 và x, y là các số thực. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- ☐ A $a^x a^y = a^{x+y}$.
 ☐ B $\frac{a^x}{a^y} = a^{\frac{x}{y}}$.
 ☐ C $a^x b^y = (ab)^{x+y}$.
 ☐ D $(a^x)^y = a^{x+y}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 5. Tìm số nhỏ hơn 1 trong các số sau:

- ☐ A $(0,7)^{2017}$.
 ☐ B $(0,7)^{-2017}$.
 ☐ C $(1,7)^{2017}$.
 ☐ D $(2,7)^{2017}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 6. Cho $(0,25\pi)^\alpha > (0,25\pi)^\beta$. Kết luận nào sau đây đúng?

- ☐ A $\alpha \cdot \beta = 1$.
 ☐ B $\alpha > \beta$.
 ☐ C $\alpha + \beta = 0$.
 ☐ D $\alpha < \beta$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 7. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}}$.

(A) 1.

(B) $6^{-\sqrt{5}}$.

(C) 18.

(D) 9.

💬 Lời giải.

❖ Câu 8. Giả sử a là số thực dương, khác 1. Biểu thức $\sqrt{a^3/a}$ được viết dưới dạng a^α . Khi đó giá trị α bằng bao nhiêu?

(A) $\alpha = \frac{2}{3}$.

(B) $\alpha = \frac{11}{6}$.

(C) $\alpha = \frac{1}{6}$.

(D) $\alpha = \frac{5}{3}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 9. Cho $x > 0$. Biểu thức $P = x^{\sqrt[5]{x}}$ bằng

(A) $x^{\frac{11}{10}}$.

(B) $x^{\frac{6}{5}}$.

(C) $x^{\frac{1}{5}}$.

(D) $x^{\frac{4}{5}}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 10. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

(A) $P = x^{\frac{1}{8}}$.

(B) $P = x^2$.

(C) $P = \sqrt{x}$.

(D) $P = x^{\frac{2}{3}}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 11. Rút gọn biểu thức $Q = \frac{b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[5]{b}}$ với $b > 0$.

(A) $Q = b^{\frac{1}{15}}$.

(B) $Q = b^{-\frac{2}{15}}$.

(C) $Q = b^{\frac{2}{15}}$.

(D) $Q = b^{\frac{5}{3}}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 12. Biến đổi $\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[4]{x}$, ($x > 0$) thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ ta được

(A) $x^{\frac{20}{3}}$.

(B) $x^{\frac{23}{12}}$.

(C) $x^{\frac{21}{12}}$.

(D) $x^{\frac{12}{5}}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 13. Viết biểu thức $A = \sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} : a^{\frac{11}{6}}$ ($a > 0$) dưới dạng số mũ lũy thừa hữu tỉ.

(A) $A = a^{-\frac{23}{24}}$.

(B) $A = a^{\frac{21}{24}}$.

(C) $A = a^{\frac{23}{24}}$.

(D) $A = a^{-\frac{1}{12}}$.

Lời giải.

❖ **Câu 14.** Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x^5 \sqrt[5]{x^3}}} : x^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P = x^{\frac{14}{15}}$.

(B) $P = x^{\frac{31}{15}}$.

(C) $P = x^{-\frac{7}{5}}$.

(D) $P = x^{-\frac{14}{15}}$.

Lời giải.

❖ **Câu 15.** Hãy viết biểu thức $L = \sqrt[3]{7 \cdot \sqrt[3]{7}}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

(A) $7^{\frac{1}{2}}$.

(B) $7^{\frac{1}{18}}$.

(C) $7^{\frac{4}{9}}$.

(D) $7^{\frac{1}{27}}$.

Lời giải.

❖ **Câu 16.** Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

(A) $Q = b^2$.

(B) $Q = b^{\frac{5}{9}}$.

(C) $Q = b^{-\frac{4}{3}}$.

(D) $Q = b^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải.

❖ **Câu 17.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x^5}}{x \sqrt{x}}$ với $x > 0$.

(A) $P = \sqrt{x}$.

(B) $P = x^{-\frac{1}{3}}$.

(C) $P = \sqrt[3]{x^2}$.

(D) $P = x^{-\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

❖ **Câu 18.** Tính giá trị của biểu thức $L = (\sqrt{11} - 2\sqrt{3})^{2017} (\sqrt{11} + 2\sqrt{3})^{2016}$.

(A) $L = \sqrt{11} + 2\sqrt{3}$.

(B) $L = (\sqrt{11} - 2\sqrt{3})^{2016}$.

(C) $L = (\sqrt{11} + 2\sqrt{3})^{2016}$.

(D) $L = \sqrt{11} - 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

❖ **Câu 19.** Cho biểu thức $P = \sqrt[5]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $P = x^{\frac{23}{30}}$.

(B) $P = x^{\frac{37}{15}}$.

(C) $P = x^{\frac{53}{30}}$.

(D) $P = x^{\frac{31}{10}}$.

Lời giải.

❖ Câu 20. Cho $a^{2b} = 5$. Tính $2.a^{6b}$.

(A) 120.

(B) 250.

(C) 15.

(D) 125.

❖ Câu 21. Cho hai số dương a và b thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}} = 3$, $b^{\frac{1}{3}} = 2$. Tính giá trị của tổng $S = a + b$.

(A) 5.

(B) 13.

(C) 17.

(D) 31.

💬 Lời giải.

❖ Câu 22. Biết $2^x + 2^{-x} = m$ với $m \geq 2$. Tính giá trị của biểu thức $M = 4^x + 4^{-x}$.

(A) $M = m - 2$.

(B) $M = m^2 + 2$.

(C) $M = m^2 - 2$.

(D) $M = m + 2$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 23. Nếu $(a - 2)^{-\frac{1}{4}} \leq (a - 2)^{-\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $a > 3$.

(B) $a < 3$.

(C) $2 < a < 3$.

(D) $a > 2$.

❖ Câu 24. Cho $a > 1 > b > 0$, khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $a^2 < b^2$.

(B) $a^{-\sqrt{3}} < b^{-\sqrt{3}}$.

(C) $b^{-2} > b^{-e}$.

(D) $a^{-2} < a^{-3}$.

❖ Câu 25. Cho $(a + 1)^{-\frac{2}{3}} < (a + 1)^{-\frac{1}{3}}$. Kết luận nào sau đây đúng?

(A) $a > 0$.

(B) $-1 < a < 0$.

(C) $a \geq -1$.

(D) $a \geq 0$.

❖ Câu 26. Biết biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}}b^{-\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}$ có thu gọn là $a^m b^n$ (với $a, b > 0$ và m, n là các số hữu tỉ). Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $m - 2n = 0$.

(B) $m + n = 0$.

(C) $2m - 3n = 0$.

(D) $m - n = 0$.

❖ Câu 27. Cho $x > 0, y > 0$ và biểu thức $K = (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})^2 \cdot \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}}\right)^{-1}$. Hãy xác định mệnh đề đúng.

(A) $K = 2x$.

(B) $K = x + 1$.

(C) $K = x - 1$.

(D) $K = x$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 28.** Tích $(2017!) \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \cdots \left(1 + \frac{1}{2017}\right)^{2017}$ được viết dưới dạng a^b , khi đó $(a; b)$ là cặp nào trong các cặp sau?

- (A) (2018; 2017). (B) (2019; 2018). (C) (2015; 2014). (D) (2016; 2015).

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 29.** Bạn Nam là học sinh của một trường đại học, Nam muốn vay ngân hàng với lãi xuất ưu đãi để trang trải việc học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học Nam vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi xuất hàng năm là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm biết rằng trong 4 năm đó ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

- (A) 46.794.000 đồng. (B) 44.163.000 đồng. (C) 42.465.000 đồng. (D) 41.600.000 đồng.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 30.** Tính đến đầu năm 2011, dân số toàn thành phố A đạt xấp xỉ 905.300 người. Mỗi năm dân số thành phố tăng thêm 1,37%. Để thành phố A thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi đều vào lớp 1 thì đến năm học 2024 – 2025 số phòng học cần chuẩn bị cho học sinh lớp 1 (mỗi phòng 35 học sinh) gần nhất với số nào sau đây; biết rằng sự di cư đến, đi khỏi thành phố và số trẻ tử vong trước 6 tuổi đều không đáng kể, ngoài ra trong năm sinh của lứa học sinh lớp 1 đó toàn thành phố có 2400 người chết?

- (A) 322. (B) 321. (C) 459. (D) 458.

💬 **Lời giải.**

—HẾT—

BÀI 2. HÀM SỐ LŨY THỪA



LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Khái niệm

✓ Hàm số $y = x^\alpha$, với $\alpha \in \mathbb{R}$ được gọi là hàm lũy thừa.

✓ Điều kiện xác định của hàm $y = x^\alpha$ tùy thuộc vào α , cụ thể như sau:

- ① α nguyên dương, khi đó x tùy ý.
- ② α nguyên âm hoặc bằng 0, khi đó $x \neq 0$.
- ③ α không nguyên, khi đó $x > 0$.

✓ Công thức đạo hàm:

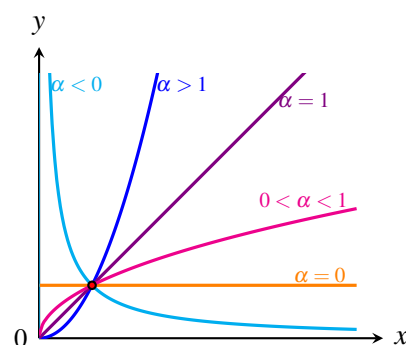
① $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$;

② Hàm hợp: $(u^\alpha)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'$.

2. Đồ thị hàm lũy thừa

✓ Xét đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khi đó:

- ① Nếu $\alpha > 0$ và $\alpha \neq 1$ thì hàm số đồng biến.
- ② Nếu $\alpha = 1$ thì hàm số có đồ thị là đường thẳng.
- ③ Nếu $\alpha = 0$ thì hàm số là hàm hằng.
- ④ Nếu $\alpha < 0$ hàm số thì hàm số nghịch biến.



✓ Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ luôn đi qua điểm $(1; 1)$



CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số lũy thừa

Xét hàm số dạng $y = [f(x)]^\alpha$, với α là số thực cho trước. Để tìm tập xác định của hàm số này, tùy thuộc vào số mũ α ta có ba trường hợp sau:

- ① Nếu α nguyên dương ($\alpha = 1; 2; \dots$) thì ta chỉ cần tìm điều kiện để $f(x)$ có nghĩa.
- ② Nếu α nguyên âm hoặc bằng 0 ($\alpha = \dots; -2; -1; 0$) thì $f(x) \neq 0$.
- ③ Nếu α không nguyên ($\alpha = \frac{1}{2}; \sqrt{2}; \dots$) thì $f(x) > 0$.

❖ Ví dụ 1. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

(A) $\mathbb{R}$.

(B) $(0; +\infty)$.

(C) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(D) $[0; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 2. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(B) $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (-1; 1)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 3. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 + x - 2)^{-3}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(C) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 4. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2x - 1)^\pi$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

(C) $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Tập xác định của hàm số $y = (x + 2)^{\frac{3}{2}} - \sqrt{3 - x}$ là

(A) $\mathcal{D} = (-2; 3]$.

(B) $\mathcal{D} = (-2; 3)$.

(C) $\mathcal{D} = (-2; +\infty) \setminus \{3\}$.

(D) $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 6. Tập xác định của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{3}}$ là

(A) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

(B) $(-2; 2)$.

(C) $(-\infty; -2)$.

(D) $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 7. Tìm tập xác định của hàm số $y = [x^2(x+3)]^{\sqrt{3}}$.

(A) $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = (-3; +\infty) \setminus \{0\}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 8. Tìm tập xác định của hàm số $y = (1 - \sin x)^{\sqrt{3}}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 9. Tìm tập xác định của hàm số $y = (1 + \sqrt{x-1})^{\sqrt{5}}$.

(A) $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 10. Cho hàm số $y = (x^2 - 2x - m + 1)^{\sqrt{2020}}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $(-2020; 2020)$ để hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$?

(A) 2018.

(B) 2019.

(C) 2020.

(D) 2021.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Cho hàm số $y = \left(\sqrt{m^2 x^4 - mx^2 + 20x - m^2 + m + 20} \right)^{2021}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-2020; 2020)$ để hàm số có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 2020.

(D) 2021.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Tìm đạo hàm của hàm số lũy thừa

Cho $\alpha \in \mathbb{R}$. Ta có các công thức sau:

① $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$.

② Hàm hợp: $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$.

③ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

④ $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$.

❖ Ví dụ 12. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ tại điểm $x = -8$.

(A) $\frac{1}{21}$.

(B) $-\frac{1}{12}$.

(C) Không tồn tại.

(D) $\frac{1}{12}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 13. Tìm đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}$.

(A) $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$.

(B) $y' = \frac{2}{3}x$.

(C) $y' = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x}$.

(D) $y' = \frac{2}{3x^3}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 14. Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$ với $k \in \mathbb{R}$. Tìm k để $f'(1) = \frac{3}{2}$.

(A) $k = 3$.

(B) $k = 1$.

(C) $k = \frac{9}{2}$.

(D) $k = -3$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 15. Đạo hàm của hàm số $y = (1 + 3x)^{\frac{1}{3}}$ là

(A) $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$.

(B) $y' = -\frac{1}{3\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$.

(C) $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$.

(D) $y' = \frac{3}{\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 16. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

(A) $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$.

(B) $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

(C) $\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}}$.

(D) $\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 17. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^{2017}(x+1)$ là

(A) 2017.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 18. Hàm số $y = x - 3\sqrt[3]{x^2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 2.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 8.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 3. Đồ thị của hàm số lũy thừa

⇒ Ví dụ 19.

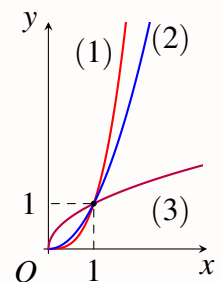
Cho các hàm số lũy thừa $y = x^a, y = x^b, y = x^c$ có đồ thị là các đường (1), (2), (3) như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.

(A) $c < b < a$.

(B) $a < b < c$.

(C) $c < a < b$.

(D) $a < c < b$.



💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 20.

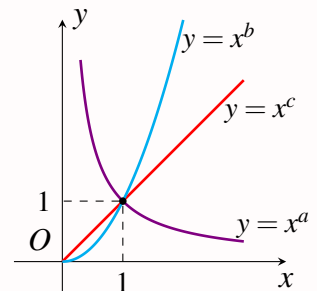
Cho đồ thị các hàm số $y = x^a, y = x^b, y = x^c$ trên miền $(0; +\infty)$ (hình vẽ bên cạnh). Chọn khẳng định đúng.

(A) $a > b > c$.

(B) $b > c > a$.

(C) $c > b > a$.

(D) $a > c > b$.



💬 Lời giải.



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

❖ Câu 1. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = x^{2017}$.

(A) $(-\infty; 0)$.

(B) $\mathbb{R}$.

(C) $(0; +\infty)$.

(D) $[0; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}$.

(A) $[0; +\infty)$.

(B) $(0; +\infty)$.

(C) $(-\infty; 0)$.

(D) $\mathbb{R}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 3. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 + 1)^{-2}$.

(A) $(-\infty; 0)$.

(B) $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

(C) $[0; +\infty)$.

(D) $\mathbb{R}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 + x - 12)^{-3}$ là

(A) $\mathcal{D} = (-4; 3)$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 3\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus (-4; 3)$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 5. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{2}}$.

(A) $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$.

(D) $\mathcal{D} = (0; 1)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 6. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

(B) $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (1; 2)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 7.** Tìm đạo hàm của hàm số $y = (5 - x)^{\sqrt{3}}$.

(A) $y' = -(5 - x)^{\sqrt{3}} \ln|5 - x|.$

(B) $y' = \frac{\sqrt{3}(5 - x)^{\sqrt{3}}}{x - 5}.$

(C) $y' = \frac{\sqrt{3}}{(x - 5)^{\sqrt{3}-1}}.$

(D) $y' = \sqrt{3}(5 - x)^{\sqrt{3}-1}.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 1)^{-25}$ là

(A) $\mathbb{R}.$

(B) $(1; +\infty).$

(C) $(0; +\infty).$

(D) $\mathbb{R} \setminus \pm 1.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{5}}$ có tập xác định là

(A) $(-2; 2).$

(B) $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty).$

(C) $\mathbb{R}.$

(D) $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Hàm số $y = (1 - x^2)^{\cos(2019\pi)}$ có tập xác định là

(A) $(-1; 1).$

(B) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty).$

(C) $\mathbb{R}.$

(D) $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$.

(A) $\mathcal{D} = (-\infty; 1).$

(B) $\mathcal{D} = (1; +\infty).$

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}.$

(B) $\mathcal{D} = (0; +\infty).$

(C) $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty).$

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}.$

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số $y = (1 - \cos x)^{\sqrt{2021}}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 + x - 2)^{-\frac{2}{3}}$ là

(A) $[-2; 1]$.

(B) $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

(C) $(-2; 1)$.

(D) $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.

❖ Câu 15. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 2x + 1)^{\frac{1}{3}}$.

(A) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(C) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\pi}$ là

(A) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

(B) $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

(C) $(1; 2)$.

(D) $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$.

(A) $y' = \frac{1}{3\sqrt{x^3}}$.

(B) $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

(C) $y' = -\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

(D) $y' = \frac{1}{3}\sqrt[3]{x^4}$.

❖ Câu 18. Cho hàm số $y = \sqrt[3]{2x^2 - x + 1}$. Tính $f'(0)$.

(A) 4.

(B) 2.

(C) $-\frac{1}{3}$.

(D) $\frac{1}{3}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y = (2x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$.

(A) $y' = \frac{4x - 3}{3\sqrt[3]{(2x^2 - 3x + 2)^2}}$.

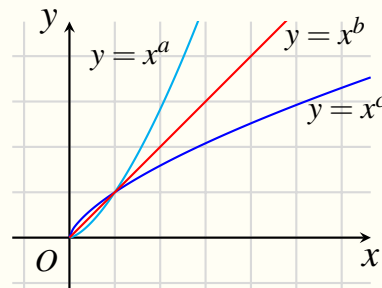
(B) $y' = \frac{4x - 3}{3\sqrt{(2x^2 - 3x + 2)^2}}$.

C $y' = \frac{4x-3}{3\sqrt[3]{2x^2-3x+2}}.$

D $y' = \frac{4x-3}{\sqrt[3]{(2x^2-3x+2)^2}}.$

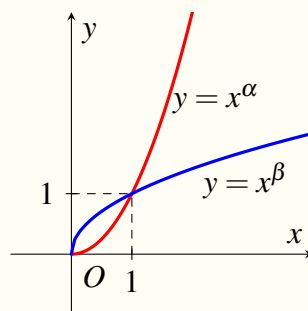
❖ **Câu 20.** Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = x^a$, $y = x^b$, $y = x^c$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A** $a > b > c.$
B $a < b < c.$
C $b < a < c.$
D $c < a < b.$



❖ **Câu 21.** Cho α, β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A** $\alpha < 0 < 1 < \beta.$
B $\beta < 0 < 1 < \alpha.$
C $0 < \alpha < 1 < \beta.$
D $0 < \beta < 1 < \alpha.$



❖ **Câu 22.** Hàm số $y = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A** 1. **B** 2. **C** 3. **D** 0.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 23.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2-2}$. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x) \leq f(x)$.

- A** $S = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (2; +\infty).$ **B** $S = [-1; 2].$
C $S = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup [2; +\infty).$ **D** $S = (-\infty; -\sqrt{2}] \cup [2; +\infty).$

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 24.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = (x^2 - 2mx + m^2 - 3m)^{\frac{1}{5}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(A) $m < 0$.

(B) $m < 1$.

(C) $m > 2$.

(D) $m < -1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 25.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = (2x^2 + mx + 2)^{\frac{3}{2}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

(A) 5.

(B) 9.

(C) 7.

(D) 4.

💬 **Lời giải.**

—HẾT—

BÀI 3. LÔGARIT

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Định nghĩa và tính chất

✓ **Định nghĩa:** Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$.

$$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b.$$

✓ **Tính chất:** Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$, ta có tính chất sau:

① $\log_a 1 = 0.$

② $\log_a a = 1.$

③ $a^{\log_a b} = b.$

④ $\log_a a^\alpha = \alpha.$

2. Các công thức lôgarit cần nhớ

Cho các số dương $a, b, b_1, b_2, \dots, b_n$ với $a \neq 1$, ta có các quy tắc sau:

✓ **Công thức biến đổi tích thương.**

① $\log_a (b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2;$

② $\log_a (b_1 b_2 \cdots b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + \cdots + \log_a b_n.$

③ $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b.$

④ $\log_a \left(\frac{b_1}{b_2} \right) = \log_a b_1 - \log_a b_2.$

✓ **Công thức biến đổi số mũ.**

① $\log_a b^m = m \cdot \log_a b.$

② $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b.$

③ $\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b.$

④ $\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b; \log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b.$

⚠ Với điều kiện $b \neq 0$ thì $\log_a b^{2n} = 2n \cdot \log_a |b|.$

✓ **Công thức đổi cơ số.**

① $\log_a b = \frac{1}{\log_b a},$ với $b \neq 1$

② $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},$ với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1, c \neq 1$

③ $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c,$ với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1, b \neq 1$

3. Lôgarít thập phân và lôgarit tự nhiên

✓ Lôgarit cơ số 10 gọi là lôgarit thập phân.

✓ $\log_{10} N, (N > 0)$ được viết là $\log N$ hay $\lg N.$

✓ Lôgarit cơ số e gọi là lôgarit tự nhiên.

✓ $\log_e N, (N > 0)$ được viết là $\ln N.$

B

CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

BUỔI SỐ 1

Dạng 1. So sánh hai lôgarit

- ✓ Khi $a > 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c > 0$.
- ✓ Khi $0 < a < 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow 0 < b < c$.

❖ **Ví dụ 1.** Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- A** $\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} y \Leftrightarrow x > y > 0$.
- B** $\log x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.
- C** $\log_5 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.
- D** $\log_4 x^2 > \log_2 y \Leftrightarrow x > y > 0$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 2.** Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Chọn khẳng định **sai**.

- A** $\ln a > \ln b$.
- B** $\log_{\frac{1}{2}}(a.b) < 0$.
- C** $\log_a b > \log_b a$.
- D** $\log_a b < \log_b a$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 3.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A** $\log_3 5 > 0$.
- B** $\log_{2+x^2} 2016 < \log_{2+x^2} 2017$.
- C** $\log_{0,3} 0,8 < 0$.
- D** $\log_3 4 > \log_4 \left(\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.

Dạng 2. Công thức, tính toán lôgarit

❖ Ví dụ 4. Giá trị của $a^{8\log_a 7}$, ($0 < a \neq 1$) bằng

(A) 7^4 .

(B) 7^2 .

(C) 7^{16} .

(D) 7^8 .

Lời giải.

❖ Ví dụ 5. Tính $P = \log_{2^{2018}} 4 - \frac{1}{1009} + \ln e^{2018}$.

(A) 2000.

(B) 1009.

(C) 1000.

(D) 2018.

Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_a \frac{1}{a^2}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.

(A) $A = -2$.

(B) $A = -\frac{1}{2}$.

(C) $A = 2$.

(D) $A = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Cho $P = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $P = -\frac{7}{3}$.

(B) $P = \frac{7}{3}$.

(C) $P = \frac{5}{3}$.

(D) $P = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

(A) $P = 31$.

(B) $P = 13$.

(C) $P = 30$.

(D) $P = 108$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 9. Với điều kiện $a > 0$ và $a \neq 1$, giá trị của $M = \log_a \left(a^5 \sqrt{a^3 \sqrt{a\sqrt{a}}} \right)$ bằng

(A) $\frac{7}{10}$.

(B) $\frac{10}{7}$.

(C) $\frac{13}{10}$.

(D) $\frac{10}{13}$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P = 9 \log_a b$.

(B) $P = 27 \log_a b$.

(C) $P = 15 \log_a b$.

(D) $P = 6 \log_a b$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

(A) $I = \frac{1}{2}$.

(B) $I = 2$.

(C) $I = -\frac{1}{2}$.

(D) $I = -2$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 12. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính $\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} (\sqrt[3]{b} \cdot a)$.

(A) $-\frac{10}{9}$.

(B) $\frac{2}{3}$.

(C) $\frac{2}{15}$.

(D) $-\frac{2}{9}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 13. Giá trị của $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$ bằng

(A) 5.

(B) 4.

(C) 6.

(D) 3.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 14. Giá trị của $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ là

(A) 48.

(B) 36.

(C) 56.

(D) $8 \cdot \log_2 256$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 15. Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

(A) $P = \frac{7}{12}$.

(B) $P = \frac{1}{12}$.

(C) $P = 12$.

(D) $P = \frac{12}{7}$.

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 16.** Cho $a > 0, b > 0$ và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

(A) 16.

(B) 12.

(C) 10.

(D) 18.

❖ **Ví dụ 17.** Cho ba số $a + \log_2 3, a + \log_4 3, a + \log_8 3$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân đó bằng

(A) 1.

(B) $\frac{1}{4}$.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) $\frac{1}{3}$.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 3. Phân tích biểu thức lôgarit theo các lo-ga-rit cho trước

☑ Chú ý công thức đổi cơ số

☑ Bấm máy tính:

Giả sử phân tích (tính) $\log_a X$ theo $\log_b Y$ và $\log_c Z$. Ta thực hiện các thao tác:

① Gán $\log_b Y$ và $\log_c Z$ cho hai biến A, B .

② Bấm $\log_a X - \text{ĐÁP ÁN}$, nếu ĐÁP ÁN nào kết quả là 0 thì ta được phương án đúng.

❖ **Ví dụ 18.** Biết $\log_{12} 27 = a$. Tính $\log_6 16$ theo a .

(A) $\frac{4(3-a)}{3+a}$.

(B) $\frac{4(3+a)}{3-a}$.

(C) $\frac{3-a}{4(3+a)}$.

(D) $\frac{3+a}{4(3-a)}$.

💬 **Lời giải.**

⇒ Ví dụ 19. Đặt $\log_2 3 = a; \log_2 5 = b$. Hãy biểu diễn $P = \log_3 240$ theo a và b .

- (A) $P = \frac{2a+b+4}{a}$. (B) $P = \frac{2a-b+3}{a}$. (C) $P = \frac{a-b+3}{a}$. (D) $P = \frac{a+b+4}{a}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 20. Đặt $a = \log_2 3; b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_{20} 12$ theo a, b .

- (A) $\log_{20} 12 = \frac{ab+1}{b-2}$. (B) $\log_{20} 12 = \frac{a+b}{b+2}$. (C) $\log_{20} 12 = \frac{a+2}{ab+2}$. (D) $\log_{20} 12 = \frac{a+1}{b-2}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 21. Với $\log_{27} 5 = a, \log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

- (A) $\frac{(3a+b)c}{1+b}$. (B) $\frac{(3a+b)c}{1+c}$. (C) $\frac{(3a+b)c}{1+a}$. (D) $\frac{(3b+a)c}{1+c}$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 4. Xác định một số nguyên dương có bao nhiêu chữ số

✓ Kí hiệu $[X]$ là phần nguyên của số X . Ví dụ $\sqrt{300} = 17.320508...$ nên $[\sqrt{300}] = 17$.

✓ Cho A là số nguyên dương. Khi đó số chữ số của A được đếm theo công thức $n = [\log A] + 1$.

⇒ Ví dụ 22. Người ta sử dụng $\log x$ để tìm xem một số nguyên dương có bao nhiêu chữ số. Ví dụ số A là số nguyên dương có n chữ số thì $n = [\log A] + 1$ với $[X]$ là phần nguyên của số X . Hỏi $A = 2018^{2017}$ có bao nhiêu chữ số?

- (A) 6669. (B) 6668. (C) 6666. (D) 6667.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 23. Có 2017^{2018} khi viết thành số tự nhiên có bao nhiêu chữ số?

- (A) 6666 chữ số. (B) 6668 chữ số. (C) 6667 chữ số. (D) 6669 chữ số.

💬 Lời giải.

BUỔI SỐ 2

Dạng 5. Tổng hợp biến đổi lôgarit nâng cao

❖ Ví dụ 24. Cho $\log_a b = 5$. Khi đó giá trị của $\log_{\sqrt{a}} (b^4 \sqrt[3]{a})$ bằng

(A) $\frac{122}{3}$.

(B) $\frac{131}{6}$.

(C) $\frac{21}{6}$.

(D) $\frac{20}{6}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 25. Đặt $a = \ln 3$, $b = \ln 5$. Tính $I = \ln \frac{3}{4} + \ln \frac{4}{5} + \ln \frac{5}{6} + \dots + \ln \frac{124}{125}$ theo a và b .

(A) $I = a - 2b$.

(B) $I = a + 3b$.

(C) $I = a + 2b$.

(D) $I = a - 3b$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 26. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

(B) $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.

(C) $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.

(D) $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 27. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x+3y)}$.

(A) $M = \frac{1}{4}$.

(B) $M = 1$.

(C) $M = \frac{1}{2}$.

(D) $M = \frac{1}{3}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 28. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a^{\log_3^2 7} + b^{\log_7^2 11} + c^{\log_{11}^2 25}$.

(A) $T = 469$.

(B) $T = 3141$.

(C) $T = 2017$.

(D) $T = 76 + \sqrt{11}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 29. Cho các số thực x, y, z khác 0 thỏa mãn $3^x = 4^y = 12^{-z}$. Tính giá trị của biểu thức $P = xy + yz + zx$.

(A) $P = 12$.

(B) $P = 144$.

(C) $P = 0$.

(D) $P = 1$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 30. Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5}$, $\log_{\sqrt[3]{5}} x = \frac{15}{y}$. Tính giá trị của $P = y^2 + x^2$.

(A) $P = 17$.

(B) $P = 50$.

(C) $P = 51$.

(D) $P = 40$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 31. Cho hai số thực dương m, n thỏa mãn $\log_4 \left(\frac{m}{2} \right) = \log_6 n = \log_9 (m+n)$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{m}{n}$.

(A) $P = 2$.

(B) $P = 1$.

(C) $P = 4$.

(D) $P = \frac{1}{2}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 32. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{25} \frac{x}{2} = \log_{15} y = \log_9 \frac{x+y}{4}$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $a + b$.

(A) $a + b = 14$.

(B) $a + b = 3$.

(C) $a + b = 21$.

(D) $a + b = 34$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 33. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng

(A) 247.

(B) 248.

(C) 229.

(D) 290.

 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 34. Cho ba số thực dương x, y, z theo thứ tự lập thành cấp số nhân, đồng thời mỗi số thực dương $a, (a \neq 0)$ thì $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x}.$$

(A) $\frac{2019}{2}$.

(B) 60.

(C) 2019.

(D) 4038.

 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 35.** Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x - y$.

(A) 4.

(B) -4.

(C) $2\sqrt{3}$.

(D) $\frac{10\sqrt{3}}{3}$.

🗨️ Lời giải.

⇒ **Ví dụ 36.** Cho biểu thức $P = \log_{a^3} \frac{a^2}{\sqrt{b}} - \log_b a^6$ (với a, b là các số thực dương lớn hơn 1). Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $P_{\min} = -\frac{11}{2}$.

(B) $P_{\max} = -\frac{4}{3}$.

(C) $P_{\min} = -\frac{4}{3}$.

(D) $P_{\max} = -\frac{11}{2}$.

🗨️ Lời giải.

⇒ **Ví dụ 37.** Xét các số thực dương x, y thoả $2019^{2(x^2-y+2)} - \frac{4x+y+2}{(x+2)^2} = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2y - 4x$.

(A) 2018.

(B) 2019.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) 2.

💬 **Lời giải.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

❖ **Câu 1.** Cho a là số thực dương khác 1. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- (A) $\log_a 2 \cdot \log_2 a = 1$. (B) $\log_a 1 = 0$. (C) $\log_a a = 1$. (D) $\log_a 2 = \frac{1}{\log_a 2}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 2.** Cho các số thực $a, b > 1$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) $\log_a \frac{a}{b} = \log_b a$. (B) $\log_a \frac{a}{b} = 1 + \log_a b$. (C) $\log_a \frac{a}{b} = \log_a b$. (D) $\log_a \frac{a}{b} = 1 - \log_a b$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 3.** Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\log_2 a = \log_a 2$. (B) $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$. (C) $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$. (D) $\log_2 a = -\log_a 2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Với a, b, c là các số thực dương khác 1, mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

- (A) $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$. (B) $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$. (C) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. (D) $\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 5.** Cho $a, b > 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- (A) $\ln \frac{a}{b} = \ln a + \ln \frac{1}{b}$. (B) $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$. (C) $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. (D) $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln \frac{1}{b}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Giá trị của biểu thức $A = 4^{\log_2 7}$ bằng

- (A) 14. (B) 28. (C) 2. (D) 49.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 7.** Biết $\log_6 a = 2$ ($0 < a \neq 1$). Tính $I = \log_a 6$.

(A) $I = 36$.

(B) $I = \frac{1}{2}$.

(C) $I = 64$.

(D) $I = \frac{1}{4}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Cho $\log_2 5 = a$. Khi đó $P = \log_4 500$ được tính theo a là

(A) $3a + 2$.

(B) $\frac{3a+2}{2}$.

(C) $2(5a + 4)$.

(D) $6a - 2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Tính giá trị của biểu thức $I = a \cdot \log_2 \sqrt{8}$.

(A) $I = \frac{2}{3}$.

(B) $I = \frac{3a}{2}$.

(C) $I = \frac{2a}{3}$.

(D) $I = \frac{3}{2}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Biết rằng $\log_6 \sqrt{a} = 2$. Tính $\log_6 a$.

(A) $\log_6 a = 36$.

(B) $\log_6 a = 4$.

(C) $\log_6 a = 6$.

(D) $\log_6 a = 1296$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Biết $a = \frac{\log_2(\log_2 10)}{\log_2 10}$. Giá trị của 10^a là:

(A) 4.

(B) 1.

(C) 2.

(D) $\log_2 10$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Tính giá trị của biểu thức $N = \log_a \sqrt{a\sqrt{a}}$ với $0 < a \neq 1$.

(A) $N = \frac{-3}{4}$.

(B) $N = \frac{4}{3}$.

(C) $N = \frac{3}{2}$.

(D) $N = \frac{3}{4}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 13.** Biểu thức $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_2 \left(2 \cos \frac{\pi}{12} \right)$ có giá trị bằng

(A) -2 .

(B) -1 .

(C) 1 .

(D) $\log_2 \sqrt{3} - 1$.

 Lời giải.

❖ Câu 14. Cho $a > 0$, $a \neq 1$ giá trị của biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$ là

(A) $-\frac{3}{7}$.

(B) $\frac{7}{3}$.

(C) $\frac{3}{7}$.

(D) $-\frac{7}{3}$.

 Lời giải.

❖ Câu 15. Cho $\log_c a = 2$ và $\log_c b = 4$. Tính $P = \log_a b^4$.

(A) $P = 8$.

(B) $P = \frac{1}{32}$.

(C) $P = \frac{1}{8}$.

(D) $P = 32$.

 Lời giải.

❖ Câu 16. Cho $\log_a b = 5$, $\log_a c = -3$. Giá trị biểu thức $\log_a \left(\frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^2} \right)$ là

(A) $-\frac{1}{3}$.

(B) -40 .

(C) 40 .

(D) $\frac{35}{3}$.

 Lời giải.

❖ Câu 17. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Giá trị của $a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$ bằng?

(A) 9 .

(B) $\sqrt{3}$.

(C) 6 .

(D) 3 .

 Lời giải.

❖ Câu 18. Cho a, b là hai số thực dương, khác 1. Đặt $\log_a b = 2$, tính giá trị của $P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$.

(A) $\frac{13}{4}$.

(B) -4 .

(C) $\frac{1}{4}$.

(D) -2 .

 Lời giải.

❖ **Câu 19.** Biết $\log_2 x = a$, tính theo a giá trị của biểu thức $P = \log_2 4x^2$.

- (A) $P = 2 + a$. (B) $P = 4 + 2a$. (C) $P = 4 + a$. (D) $P = 2 + 2a$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 20.** Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính giá trị của $P = \log_a (x^2 y^3)$.

- (A) $P = -14$. (B) $P = 3$. (C) $P = 10$. (D) $P = 65$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 21.** Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- (A) $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$. (B) $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$.
(C) $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$. (D) $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 22.** Nếu $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$ thì

- (A) $\log_{30} 1350 = a + 2b + 1$. (B) $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$.
(C) $\log_{30} 1350 = a + 2b + 2$. (D) $\log_{30} 1350 = 2a + b + 2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 23.** Cho $\log_2 7 = a$, $\log_3 7 = b$ khi đó $\log_6 7$ bằng

- (A) $\frac{1}{a+b}$. (B) $a^2 + b^2$. (C) $a + b$. (D) $\frac{ab}{a+b}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 24.** Cho $a = \log_3 15$, $b = \log_3 10$. Tính $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b .

- (A) $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a + b - 1)$. (B) $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a + b + 1)$.
(C) $\log_{\sqrt{3}} 50 = a + b - 1$. (D) $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a + b + 1)$.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 25. Cho $\log_2 6 = a; \log_2 7 = b$. Tính $\log_3 7$ theo a và b .

- (A) $\log_3 7 = \frac{b}{a-1}$. (B) $\log_3 7 = \frac{a}{b-1}$. (C) $\log_3 7 = \frac{b}{1-a}$. (D) $\log_3 7 = \frac{a}{1-b}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 26. Đặt $a = \ln 2; b = \ln 5$. Hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b .

- (A) $I = -2(a+b)$. (B) $I = 2(a+b)$. (C) $I = -2(a-b)$. (D) $I = 2(a-b)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 27. Đặt $a = \log_{12} 6, b = \log_{12} 7$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b .

- (A) $\frac{b}{a+1}$. (B) $\frac{b}{1-a}$. (C) $\frac{a}{b-1}$. (D) $\frac{a}{b+1}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 28. Cho $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Tính $\log_{24} 600$ theo a, b

- (A) $\log_{24} 600 = \frac{2ab+a-3b}{a+3b}$. (B) $\log_{24} 600 = \frac{2+a+b}{a+b}$.
(C) $\log_{24} 600 = \frac{2ab+a+3b}{a+3b}$. (D) $\log_{24} 600 = \frac{2ab+1}{3a+b}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 29. Năm 1992, người ta đã biết số $p = 2^{756839} - 1$ là một số nguyên tố (số nguyên tố lớn nhất được biết đến cho đến lúc đó). Hãy tìm số các chữ số của p khi viết trong hệ thập phân.

- (A) 227830 chữ số. (B) 227834 chữ số. (C) 227832 chữ số. (D) 227831 chữ số.

💬 Lời giải.

❖ Câu 30. Số chữ số của số tự nhiên 3^{2017} là

- (A) 962. (B) 963. (C) 964. (D) 961.

💬 Lời giải.

—HẾT—

❖ Câu 1. Đặt $a = \log_2 3$; $b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_{20} 12$ theo a, b .

- (A) $\log_{20} 12 = \frac{ab+1}{b-2}$. (B) $\log_{20} 12 = \frac{a+b}{b+2}$. (C) $\log_{20} 12 = \frac{a+2}{ab+2}$. (D) $\log_{20} 12 = \frac{a+1}{b-2}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 2. Tính giá trị của biểu thức $P = \ln(\tan 1^\circ) + \ln(\tan 2^\circ) + \ln(\tan 3^\circ) + \dots + \ln(\tan 89^\circ)$.

- (A) $P = \frac{1}{2}$. (B) $P = 1$. (C) $P = 2$. (D) $P = 0$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 3. Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

- (A) $P = 6$. (B) $P = -6$. (C) $P = -\frac{1}{6}$. (D) $P = \frac{1}{6}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 4. Cho a là số thực dương khác 1. Biểu thức $P = \log_a 2018 + \log_{\sqrt{a}} 2018 + \log_{\sqrt[3]{a}} 2018 + \dots + \log_{2018\sqrt{a}} 2018$ bằng

- (A) 2017^{2018} . (B) $2018 \cdot 2019 \cdot \log_a 2018$.
(C) $1009 \cdot 2019 \cdot \log_a 2018$. (D) $2019 \cdot \log_a 2018$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 5. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 98ab$. Tính $P = \ln\left(\frac{a+b}{10}\right)$.

- (A) $P = 2\ln(ab)$. (B) $P = 2\ln(10ab)$. (C) $P = \frac{1}{2}\ln(10ab)$. (D) $P = \frac{1}{2}\ln(ab)$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 6.** Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 9b^2 = 10ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\log(a+b) + \log b = 1$.

(B) $\log \frac{a+3b}{4} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

(C) $3\log(a+3b) = \log a - \log b$.

(D) $2\log(a+3b) = 2\log a + \log b$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 7.** Cho $0 < a \neq 1; x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $\log_a 3 = x; \log_a 5 = y$. Khi đó $(x+y)\log_{15} a$ là

(A) $2(x+y)$.

(B) $x+y$.

(C) 1.

(D) $(x+y)^2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Biết rằng m, n là các số nguyên thỏa mãn $\log_{360} 5 = 1 + m\log_{360} 2 + n\log_{360} 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $3m + 2n = 0$.

(B) $m^2 + n^2 = 25$.

(C) $mn = 4$.

(D) $m + n = -5$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{210}{\log_3 x}$ đúng với mọi $x > 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

(A) $P = 32$.

(B) $P = 40$.

(C) $P = 43$.

(D) $P = 23$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Cho a, b, c, x, y, z là các số dương khác 1. Biết $\log_x a, \log_y b, \log_z c$ theo thứ tự lập thành 1 cấp số cộng. Hãy biểu diễn $\log_b y$ theo $\log_a x, \log_c z$.

(A) $\log_b y = \frac{\log_a x \log_c z}{\log_a x + \log_c z}$.

(B) $\log_b y = \frac{2(\log_a x + \log_c z)}{\log_a x \log_c z}$.

(C) $\log_b y = \frac{(\log_a x + \log_c z)}{2\log_a x \log_c z}$.

(D) $\log_b y = \frac{2\log_a x \log_c z}{\log_a x + \log_c z}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Cho x và y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\frac{(2 + \log_6 y)(1 + \log_3 2)}{\log_5 x} = \log_3 5$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

(A) $\frac{x}{y} = \log_6 5$.

(B) $\frac{x}{y} = 36$.

(C) $\frac{x}{y} = \frac{1}{36}$.

(D) $\frac{x}{y} = \log_5 6$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Cho $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

(A) 2^9 .

(B) 8 .

(C) 2^{18} .

(D) 2 .

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 13.** Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log(a + b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

(B) $\log(a + b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.

(C) $\log(a + b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

(D) $\log(a + b) = 1 + \log a + \log b$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 14.** Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

- (A) $P = 23$. (B) $P = 41$. (C) $P = 43$. (D) $P = 32$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 15.** Số nguyên dương lớn nhất không vượt quá số $a = \frac{2^{2018}}{3^{1272}}$ là số nào sau đây?

- (A) 1. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 16.** Cho biết $a, b > 0$ và các số $\log(a^3 b^7)$, $\log(a^5 b^{12})$, $\log(a^8 b^{15})$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Công sai của cấp số cộng này là $n \log b$. Tìm n .

- (A) $n = 7$. (B) $n = 9$. (C) $n = 8$. (D) $n = 6$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 17.** Cho $a \log_{2019} 9 + b \log_{2019} 673 = 2018$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

- (A) $b = 2a$. (B) $b = a^2$. (C) $a = b^2$. (D) $a = 2b$.

💬 **Lời giải.**

- ❖ **Câu 18.** Cho $x = 2018!$. Tính giá trị của biểu thức $A = -\frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{\log_3 x} - \dots - \frac{1}{\log_{2018} x}$.
- (A) 1. (B) -1. (C) 2018. (D) -2018.

💬 Lời giải.

- ❖ **Câu 19.** Cho dãy (u_n) là một cấp số nhân có tất cả các số hạng đều dương và có công bội q . Xét dãy (v_n) với $v_n = \log_a u_n$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$), trong đó $0 < a \neq 1$. Xác định công sai d của cấp số cộng (v_n) .
- (A) $d = \log_a \frac{1}{q}$. (B) $d = \log_a 2q$. (C) $d = \log_a q$. (D) $d = \log_a q^2$.

💬 Lời giải.

- ❖ **Câu 20.** Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy + 1}{bxy + cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $S = a + 2b + 3c$.
- (A) $S = 4$. (B) $S = 19$. (C) $S = 10$. (D) $S = 15$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 21.** Cho a, b, c là ba số thực dương, khác 1 và $abc \neq 1$. Biết $\log_a 3 = 2$, $\log_b 3 = \frac{1}{4}$ và $\log_{abc} 3 = \frac{2}{15}$. Khi đó, giá trị của $\log_c 3$ bằng bao nhiêu?

☐ A $\log_c 3 = \frac{1}{3}$.

☐ B $\log_c 3 = 2$.

☐ C $\log_c 3 = \frac{1}{2}$.

☐ D $\log_c 3 = 3$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 22.** Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $a = b^c$, $b = c^a$, $c = a^b$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

☐ A $abc = 1$.

☐ B $abc = a + b + c$.

☐ C $abc = \frac{a+b+c}{3}$.

☐ D $abc = \frac{3}{a+b+c}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 23.** Cho $\log_{27} |a| + \log_9 b^2 = 5$ và $\log_{27} |b| + \log_9 a^2 = 7$. Giá trị của $|a| - |b|$ bằng

☐ A 0.

☐ B 1.

☐ C 27.

☐ D 702.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 24.** Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z + 1$. Giá trị của $a + b$ bằng

A $\frac{31}{2}$.

B $\frac{29}{2}$.

C $-\frac{31}{2}$.

D $-\frac{25}{2}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 25.** Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{3}, b > 1$. Khi biểu thức $\log_{3a} b + \log_b (a^4 - 9a^2 + 81)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a + b$ bằng

A $9 + 2\sqrt{3}$.

B $3 + 9\sqrt{2}$.

C $3 + 3\sqrt{2}$.

D $2 + 9\sqrt{2}$.

💬 **Lời giải.**

—HẾT—

BÀI 4. HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Hàm số mũ

☑ Dạng: $y = a^x$, trong đó $0 < a \neq 1$.

☑ Đạo hàm:

① $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$.

③ $(e^x)' = e^x$.

② Hàm hợp: $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$.

④ Hàm hợp: $(e^u)' = u' \cdot e^u$.

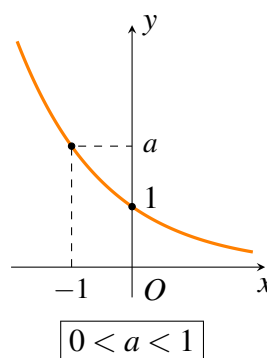
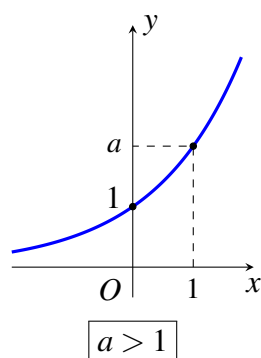
☑ Đồ thị hàm số $y = a^x$:

① Hàm số đồng biến khi $a > 1$.

② Hàm số nghịch biến khi $0 < a < 1$.

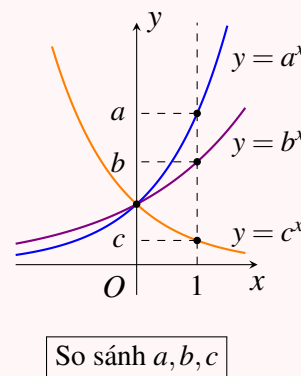
③ Đồ thị luôn qua $(0; 1)$ và luôn nằm phía trên trục hoành.

④ Đồ thị nhận đường thẳng $y = 0$ làm tiệm cận ngang.



Giả sử ta có đồ thị ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ như hình bên. Để so sánh a , b và c ta làm như sau:

- ① Nhìn đồng biến, nghịch biến sẽ suy ra được điều kiện của các cơ số. Cụ thể như hình vẽ bên thì $a, b > 1$ và $0 < c < 1$.
- ② Vẽ đường thẳng $x = 1$ cắt các đồ thị tại các điểm tương ứng. Nhìn tung độ giao điểm sẽ so sánh được a, b, c với nhau. Cụ thể như hình vẽ bên thì $c < b < a$.



2. Hàm số lôgarit

☑ Dạng: $y = \log_a x$, trong đó $0 < a \neq 1$ và $x > 0$.

☑ Đạo hàm:

① $(\log_a |x|)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$, với $x \neq 0$.

③ $(\ln |x|)' = \frac{1}{x}$, với $x \neq 0$.

② Hàm hợp: $(\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$.

④ Hàm hợp: $(\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$.

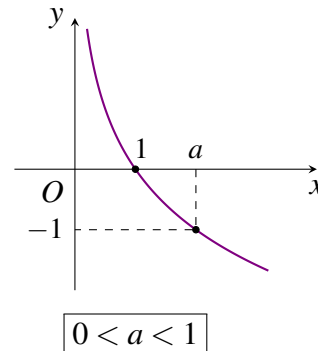
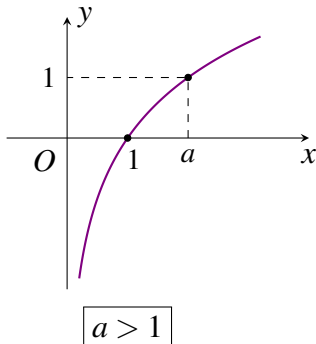
☑ Đồ thị hàm số $y = \log_a x$.

① Hàm số đồng biến khi $a > 1$.

② Hàm số nghịch biến khi $0 < a < 1$.

③ Đồ thị luôn qua $(1; 0)$ và luôn nằm bên phải trục tung.

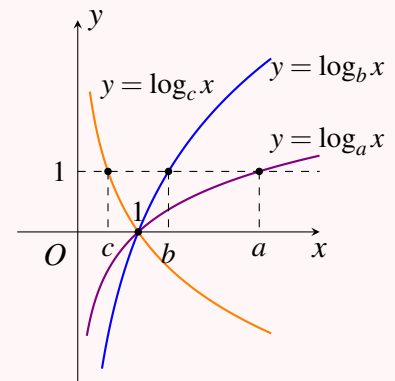
④ Đồ thị nhận đường thẳng $x = 0$ làm tiệm cận đứng.



Giả sử ta có đồ thị ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ như hình bên. Để so sánh a , b và c ta làm như sau:

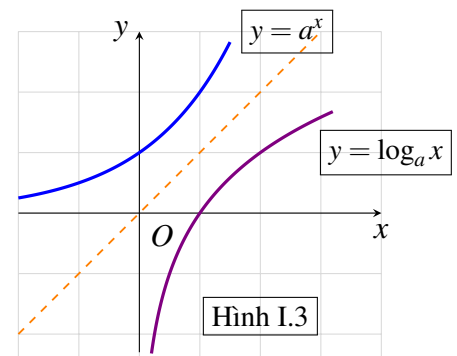
- ① Nhìn đồng biến, nghịch biến sẽ suy ra được điều kiện của các cơ số. Cụ thể như hình vẽ bên thì $a, b > 1$ và $0 < c < 1$.
- ② Vẽ đường thẳng $y = 1$ cắt các đồ thị tại các điểm tương ứng. Nhìn hoành độ giao điểm sẽ so sánh được a, b, c với nhau. Cụ thể như hình vẽ bên thì $c < b < a$.

So sánh a, b, c



3. Liên hệ đồ thị của hai hàm số

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất **Hình I.3**



B

CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

Dạng 1. Tìm tập xác định

✓ Đối với hàm số $y = a^{u(x)}$: Ta chỉ cần tìm điều kiện để $u(x)$ có nghĩa.

✓ Đối với hàm số $y = \log_a u(x)$: Ta tìm điều kiện để $u(x) > 0$.



① Với hàm số $y = \log_a b^{2n}$, ta chỉ cần điều kiện $b \neq 0$.

② Nếu cơ số a có chứa tham số, ta thêm điều kiện $0 < a \neq 1$.

⇨ Ví dụ 1. Tập xác định của hàm số $y = 7^{x^2+x-2}$ là

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; -2\}$.

(C) $\mathcal{D} = (-2; 1)$.

(D) $\mathcal{D} = [2; 1]$.

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 2. Tập xác định của hàm số $y = 3^{\frac{x+2}{x-1}}$ là

(A) $\mathbb{R}$.

(B) $(1; +\infty)$.

(C) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(D) $(-\infty; 1)$.

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 3. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2x+1)$ là

(A) $(-\infty; -\frac{1}{2})$.

(B) $(-\infty; \frac{1}{2})$.

(C) $(\frac{1}{2}; +\infty)$.

(D) $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 4. Tập xác định của hàm số $y = \ln(2^x - 2)$ là

(A) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

(C) $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = [2; +\infty)$.

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 5. Tập xác định của biểu thức $A = \log_{x+1}(2-x)$ là

(A) $(-\infty; 2)$.

(B) $(-1; 2) \setminus \{0\}$.

(C) $(-1; 2)$.

(D) $(-\infty; 2) \setminus \{0\}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Tập xác định của hàm số $y = \log_6 (2x - x^2)$ là

- (A) $\mathcal{D} = (0; 2)$. (B) $\mathcal{D} = (2; +\infty)$. (C) $\mathcal{D} = (-1; 1)$. (D) $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 7. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 (2 + x) + \log_2 (2 - x)$ là

- (A) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = [-2; 2]$. (C) $\mathcal{D} = (-2; 2)$. (D) $\mathcal{D} = [2; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Tập xác định của hàm số $y = \log (x^3 + x^2 + 3x)$ là

- (A) $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
(C) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. (D) $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 9. Hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ có nghĩa khi và chỉ khi

- (A) $x \neq 2$. (B) $x < -3$ hoặc $x > 2$. (C) $-3 \leq x < 2$. (D) $-3 < x < 2$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Hàm số $y = (x^2 - 16)^{-5} - \ln (24 - 5x - x^2)$ có tập xác định là

- (A) $(-8; -4) \cup (3; +\infty)$. (B) $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.
(C) $(-8; 3) \setminus \{-4\}$. (D) $(-4; 3)$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{3}{\log_2 x - 4}$ là

- (A) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{16\}$.
(C) $\mathcal{D} = (0; 16)$. (D) $\mathcal{D} = (0; 16) \cup (16; +\infty)$.

⇨ Ví dụ 12. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln x^2$ là

- ☐ A $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
☐ B $\mathcal{D} = (-\infty; 0)$.
☐ C $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.
☐ D $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 13. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2 (x^3 - 8)^{1000}$.

- ☐ A $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
☐ B $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.
☐ C $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.
☐ D $\mathcal{D} = (-2; +\infty) \cup (-\infty; 2)$.

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 14. Hàm số $y = \ln |1 - \sin x|$ có tập xác định là

- ☐ A $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
☐ B $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
☐ C $\mathbb{R} \setminus \{ \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.
☐ D $\mathbb{R}$.

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln (x^2 - 2x + m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

- ☐ A $m = 0$.
☐ B $0 < m < 3$.
☐ C $m < -1$ hoặc $m > 0$.
☐ D $m > 0$.

💬 Lời giải.

⇨ Ví dụ 16. Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_3 (x^2 - 2x + 3m)}}$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

- ☐ A $\left[\frac{2}{3}; +\infty \right)$.
☐ B $\left(\frac{2}{3}; +\infty \right)$.
☐ C $\left(\frac{1}{3}; +\infty \right)$.
☐ D $\left[\frac{2}{3}; 10 \right]$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Tính đạo hàm

⇨ Ví dụ 17. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{2x}$ bằng

(A) $y' = 3^{2x}$.

(B) $y' = \frac{3^{2x}}{\ln 3}$.

(C) $y' = 2 \cdot 3^{2x} \ln 3$.

(D) $y' = 3^{2x} \cdot \ln 3$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 18. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{1-2x}$.

(A) $y' = -2 \cdot 2^{1-2x}$.

(B) $y' = 2^{1-2x} \ln 2$.

(C) $y' = -2^{2-2x} \ln 2$.

(D) $y' = (1 - 2x)^{-2x}$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 19. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$.

(A) $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 3}$.

(B) $y' = \frac{1}{x}$.

(C) $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

(D) $y' = 3^x \cdot \ln 3$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 20. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + 1)$ là

(A) $y' = \frac{2x \ln 3}{x^2 + 1}$.

(B) $y' = \frac{\ln 3}{x^2 + 1}$.

(C) $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$.

(D) $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 3}$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 21. Cho hàm số $f(x) = x \ln^2 x$, ta có $f'(e)$ bằng

(A) 3.

(B) $\frac{2}{e}$.

(C) $2e + 1$.

(D) $2e$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 22. Cho hàm số $f(x) = \ln(3x - x^2)$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $f'(x) = 0$.

(A) $S = \emptyset$.

(B) $S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$.

(C) $S = \{0; 3\}$.

(D) $S = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải.

⇒ **Ví dụ 23.** Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = x \ln x^2$ tại điểm $x = 4$ có kết quả là $f'(4) = a \ln 2 + b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $P = a + 2^b$ bằng bao nhiêu?

(A) $P = 4$.

(B) $P = 8$.

(C) $P = 10$.

(D) $P = 16$.

⇒ **Ví dụ 24.** Cho hàm số $y = e^x(x^2 + mx)$. Biết $y'(0) = 1$. Tính $y'(1)$.

(A) $5e$.

(B) $3e$.

(C) $6e$.

(D) $4e$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 25.** Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

(A) $S = \ln 2018$.

(B) $S = 1$.

(C) $S = 2018$.

(D) $S = \frac{2018}{2019}$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 26.** Cho hàm số $y = \ln \left(\frac{7}{x+7} \right)$. Hệ thức nào sau đây là hệ thức đúng?

(A) $xy' + 7 = -e^y$.

(B) $xy' - 1 = e^y$.

(C) $xy' + 1 = e^y$.

(D) $xy' - 7 = e^y$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 27.** Cho hàm số $y = e^x \cos x$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

(A) $2y' - y'' = 2y$.

(B) $2y' - y'' = y$.

(C) $y - y' = y''$.

(D) $y'' - 2y' = y$.

💬 **Lời giải.**

Dạng 3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

❖ Ví dụ 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = e^{x^3-3x+3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- (A) e^2 . (B) e^3 . (C) e^5 . (D) e .

Lời giải.

❖ Ví dụ 29. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 2)$ trên đoạn $[1; 3]$

- (A) $\max_{[1;3]} y = \ln 14$. (B) $\max_{[1;3]} y = \ln 12$. (C) $\max_{[1;3]} y = \ln 4$. (D) $\max_{[1;3]} y = \ln 10$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(2 - \ln x)$ trên đoạn $[2; 3]$ là

- (A) $\max_{[2;3]} y = e$. (B) $\max_{[2;3]} y = -2 + 2 \ln 2$.
(C) $\max_{[2;3]} y = 4 - 2 \ln 2$. (D) $\max_{[2;3]} y = 1$.

Lời giải.

❖ Ví dụ 31. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$ là $M = \frac{m}{e^n}$, trong đó m, n là các số tự nhiên. Tính $S = m^2 + 2n^3$.

- (A) $S = 135$. (B) $S = 24$. (C) $S = 22$. (D) $S = 32$.

Lời giải.

Dạng 4. Các bài toán liên quan đến đồ thị

⇨ **Ví dụ 32.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

(A) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

(B) $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x$.

(C) $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

(D) $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 33.** Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

(A) $y = (\ln 2)^x$.

(B) $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.

(C) $y = \left(\frac{3}{2 + \sin 2018}\right)^x$.

(D) $y = (\sin 2018)^x$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 34.**

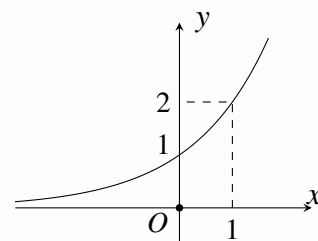
Đường cong trong hình sau là đồ thị hàm số nào?

(A) $y = 2^x$.

(B) $y = (\sqrt{2})^x$.

(C) $y = \log_2(2x)$.

(D) $y = \frac{1}{2}x + 1$.



💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 35.**

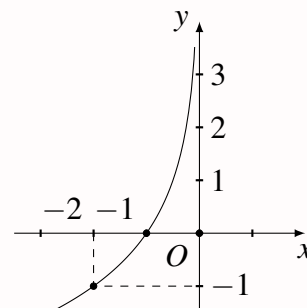
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

(A) $y = -2^{-x}$.

(B) $y = 2^{-x}$.

(C) $y = \log_2(-x)$.

(D) $y = -\log_2(-x)$.

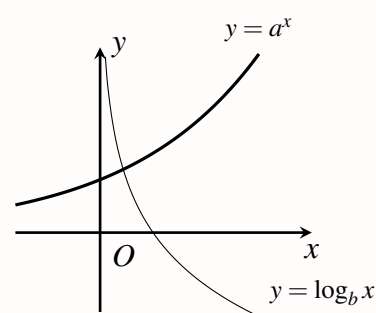


💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 36.**

Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được xác định như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- ☐ A $a > 1; 0 < b < 1$.
☐ B $0 < a < 1; b > 1$.
☐ C $0 < a < 1; 0 < b < 1$.
☐ D $a > 1; b > 1$.

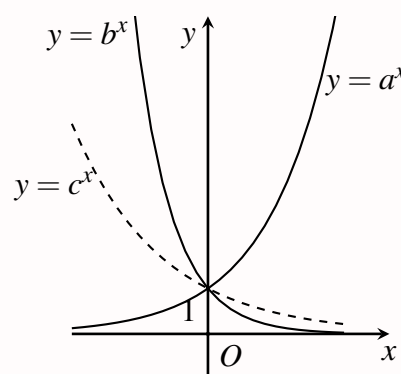


Lời giải.

Ví dụ 37.

Trên hình vẽ, đồ thị của ba hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ (a, b, c là ba số dương khác 1 cho trước) được vẽ trong cùng một mặt phẳng tọa độ. Dựa vào đồ thị và các tính chất của lũy thừa, hãy so sánh ba số a, b và c .

- ☐ A $c > b > a$. ☐ B $b > c > a$. ☐ C $a > c > b$. ☐ D $a > b > c$.

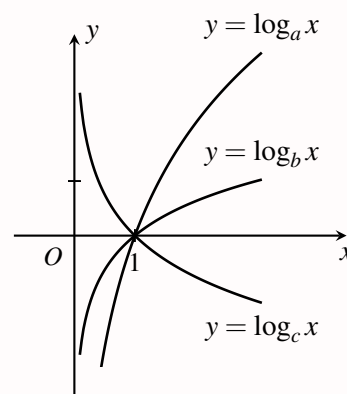


Lời giải.

Ví dụ 38.

Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- ☐ A $a > c > b$. ☐ B $b > c > a$.
☐ C $b > a > c$. ☐ D $a > b > c$.

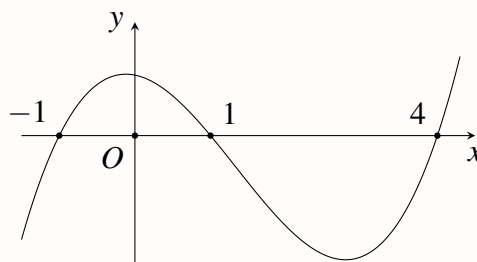


Lời giải.

Ví dụ 39.

Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = e^{2f(x)+1} + 5f(x)$.

- (A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.



Lời giải.

Ví dụ 40. Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^2 + \ln(x + m + 2)$ đồng biến trên tập xác định của nó. Biết $S = (-\infty; a + \sqrt{b}]$. Tính tổng $K = a + b$ là

- (A) $K = -5$. (B) $K = 5$. (C) $K = 0$. (D) $K = 2$.

Lời giải.



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

❖ Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

☐ A $[0; +\infty)$.

☐ B $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

☐ C $\mathbb{R}$.

☐ D $(0; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 2. Hàm số nào trong các hàm số sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

☐ A $y = \log_2 x$.

☐ B $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

☐ C $y = \tan x$.

☐ D $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 3. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_{2018}(2x-1)$ là

☐ A $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

☐ B $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

☐ C $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

☐ D $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2 \sqrt{6-x}$.

☐ A $D = \mathbb{R} \setminus \{6\}$.

☐ B $D = (-\infty; 6)$.

☐ C $D = (6; +\infty)$.

☐ D $D = (-\infty; 6]$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \ln |4-x^2|$ là

☐ A $\mathbb{R} \setminus [-2; 2]$.

☐ B $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

☐ C $\mathbb{R}$.

☐ D $(-2; 2)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\ln(5-x)}$ là

A $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.

B $[-1; 5) \setminus \{4\}$.

C $(-1; 5)$.

D $[-1; 5]$.

Lời giải.

Câu 7. Hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$ có tập xác định là

A $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

B $\mathcal{D} = (0; 4)$.

C $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

D $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 8. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log(x^2 + 2x + 3)$.

A $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$.

B $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

C $\mathcal{D} = \emptyset$.

D $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 9. Cho hàm số $y = 3^{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A $y'(1) = \frac{9}{\ln 3}$.

B $y'(1) = 3 \ln 3$.

C $y'(1) = 9 \ln 3$.

D $y'(1) = \frac{3}{\ln 3}$.

Lời giải.

Câu 10. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \ln x$ là

A $y'' = \frac{1}{x^2}$.

B $y'' = \frac{-1}{x^2}$.

C $y'' = \frac{1}{x}$.

D $y'' = \frac{-1}{x}$.

Lời giải.

Câu 11. Đạo hàm y' của hàm $y = e^{x^2+x}$ là hàm số nào?

A $y' = (2x+1)e^{x^2+x}$.

B $y' = (2x+1)e^x$.

C $y' = (x^2+x)e^{2x+1}$.

D $y' = (2x+1)e^{2x+1}$.

Lời giải.

Câu 12. Cho hàm số $y = \ln(4 - x^2)$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \leq 0$ là

A $(0; 2]$.

B $[0; 2]$.

C $[0; 2)$.

D $(0; 2)$.

Lời giải.

❖ Câu 13. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

(B) $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e}\right)^x$.

(C) $y = \log_7(x^4 + 5)$.

(D) $y = \left(\frac{\sqrt{2018} - \sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \pi^{\cos x}, x \in \mathbb{R}$.

(A) $M = \pi, m = \frac{1}{\pi}$.

(B) $M = \sqrt{\pi}, m = 1$.

(C) $M = \pi, m = 1$.

(D) $M = \pi, m = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - \ln x + 7$ là

(A) 7.

(B) 8.

(C) 1.

(D) không có.

💬 Lời giải.

❖ Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^2 e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$.

☐ A $\max_{[-1;1]} f(x) = e.$

☐ B $\max_{[-1;1]} f(x) = 0.$

☐ C $\max_{[-1;1]} f(x) = 2e.$

☐ D $\max_{[-1;1]} f(x) = \frac{1}{e}.$

💬 Lời giải.

❖ Câu 17. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(2 - \ln x)$ trên đoạn $[2; 3]$ là

☐ A $\max_{[2;3]} y = 4 - \ln 2.$

☐ B $\max_{[2;3]} y = 6 - 3 \ln 3.$

☐ C $\max_{[2;3]} y = e.$

☐ D $\max_{[2;3]} y = 4 - 2 \ln 2.$

💬 Lời giải.

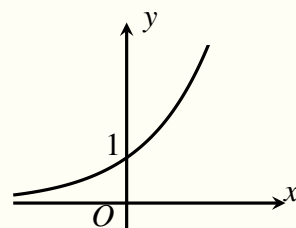
❖ Câu 18. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

☐ A $y = 2^x.$

☐ B $y = \log_{\frac{1}{2}} x.$

☐ C $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x.$

☐ D $y = \log_2 x.$



💬 Lời giải.

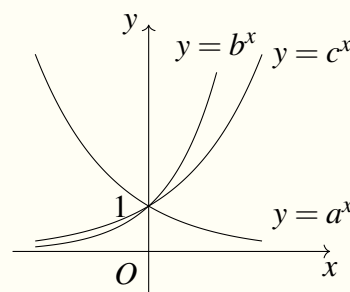
❖ Câu 19. Cho a, b, c là các số thực dương, khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

☐ A $1 < a < c < b.$

☐ B $a < 1 < c < b.$

☐ C $a < 1 < b < c.$

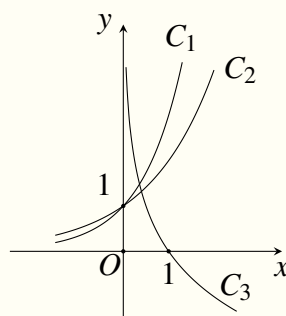
☐ D $1 < a < b < c.$



💬 Lời giải.

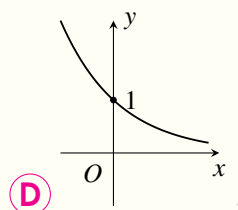
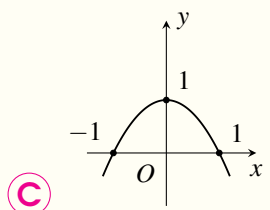
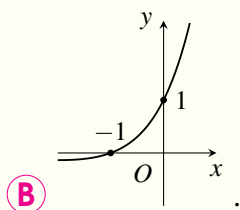
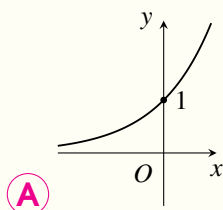
❖ **Câu 20.** Cho ba hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$ lần lượt có đồ thị $(C_1), (C_2), (C_3)$ như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $a > b > c$. (B) $b > a > c$. (C) $c > b > a$. (D) $c > a > b$.



💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 21.** Cho hàm số $y = f(x) = x \cdot e^x$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là một trong bốn hình sau đây. Hỏi đó là hình nào?



❖ **Câu 22.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-25; 25]$ để hàm số $y = 16^x - 4^{x+2} - 2mx + 2018$ đồng biến trên khoảng $(1; 4)$?

- (A) 3. (B) 4. (C) 10. (D) 28.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 23.** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $b > 1, \sqrt{a} \leq b < a$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right)$ bằng

(A) 7.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 24.** Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx + 1}$ đồng biến trên $[1; 2]$.

(A) $m > -8$.

(B) $m \geq -1$.

(C) $m \leq -8$.

(D) $m < -1$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_{2018}(mx - m + 2)$ xác định trên $[1; +\infty)$.

(A) $m < 0$.

(B) $m \geq 0$.

(C) $m \leq 0$.

(D) $m > 0$.

💬 Lời giải.

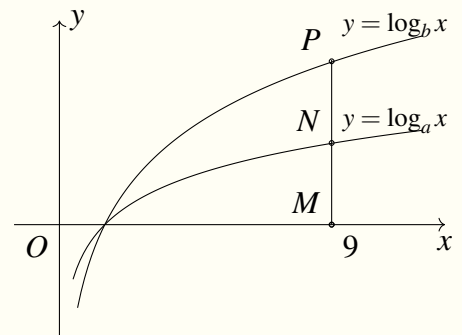
❖ Câu 26. Cho hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị lần lượt là (C) và (C') (như hình vẽ bên). Đường thẳng $x = 9$ cắt trục hoành và các đồ thị (C) và (C') lần lượt tại M , N và P . Biết rằng $MN = NP$, hãy xác định biểu thức liên hệ giữa a và b

(A) $a = b^2$.

(B) $a = 9b$.

(C) $a = 3b$.

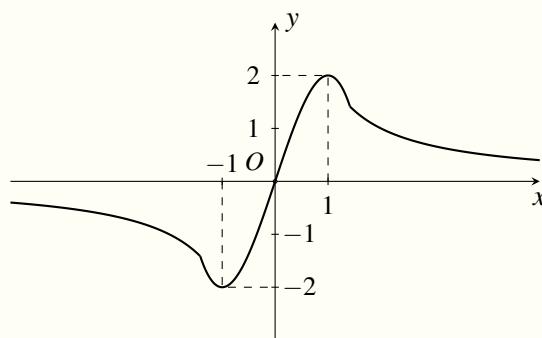
(D) $a = b + 3$.



💬 Lời giải.

❖ **Câu 27.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Biết rằng trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$ có hai nghiệm phân biệt dương.

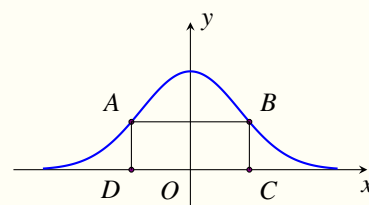
- (A) $m > 1$. (B) $0 < m < 1$.
(C) $m < 0$. (D) $0 < m < 2$.



💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 28.** Cho hàm số $y = e^{-2x^2}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Xét ABCD là hình chữ nhật thay đổi sao cho A và B thuộc (C), C và D luôn nằm trên trục hoành. Tính giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật ABCD.

- (A) $\sqrt{e}$. (B) $e^{\sqrt{2}}$. (C) $\frac{1}{e^{\sqrt{2}}}$. (D) $\frac{1}{\sqrt{e}}$.



💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 29.** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$.

- (A) $P = 6$. (B) $P = 2 + 3\sqrt{2}$. (C) $P = 3 + 2\sqrt{2}$. (D) $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Câu 30.** Xét hàm số $f(x) = e^x(a \sin x + b \cos x)$ với a, b là tham số. Biết rằng tồn tại $x \in \mathbb{R}$ để $f(x) + f''(x) = 5e^x$. Khi đó, nhận xét nào sau đây là đúng?

(A) $a + b = 5$.

(B) $a^2 + b^2 \geq 5$.

(C) $|a - b| \leq 5$.

(D) $a^2 + b^2 = 25$.

💬 **Lời giải.**

—HẾT—

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH MŨ, PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Công thức nghiệm của phương trình mũ

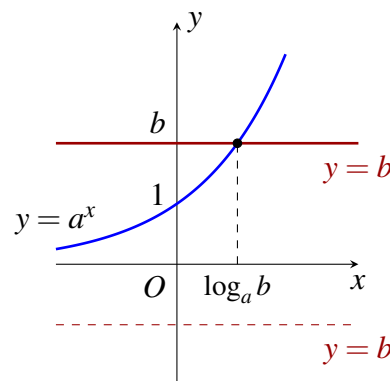
- ☑ Dạng $a^x = b$ (1), với $0 < a$ và $a \neq 1$.
- ☑ Về mặt đồ thị, nghiệm của (1) là hoành độ giao điểm của đồ thị $y = a^x$ với đường thẳng $y = b$ (nằm ngang). Từ hình vẽ, ta có các kết quả sau:

① $b > 0$ (1) có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$.

② $b \leq 0$ (1) vô nghiệm.

- ☑ **Tóm lại:** Với $a > 0$ và $a \neq 1$, $b > 0$, ta có các công thức sau đây:

① $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$ ② $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$



2. Công thức nghiệm của phương trình lôgarit

- ☑ Dạng $\log_a x = b$ (1), với $0 < a$ và $a \neq 1$.
- ☑ Về mặt đồ thị, nghiệm của (1) là hoành độ giao điểm của đồ thị $y = \log_a x$ với đường thẳng $y = b$ (nằm ngang). Từ hình vẽ, ta có các kết quả sau:

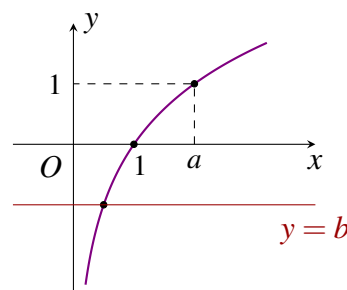
① Với mọi b , (1) luôn có nghiệm duy nhất.

② $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.

- ☑ **Tóm lại:** Với $a > 0$ và $a \neq 1$, b bất kì, ta có các công thức sau đây:

① $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.

② $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$.



B

CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

BUỔI SỐ 1

Dạng 1. Giải phương trình mũ cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số

Xác định cơ số chung cần chuyển đổi và đưa về một trong hai dạng sau:

① $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$, với $a > 0, a \neq 1$ và $(b > 0)$

② $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$, với $a > 0, a \neq 1$

⇒ Ví dụ 1. Phương trình $2^{x-1} = 32$ có nghiệm là

- Ⓐ $x = 5$. Ⓑ $x = 6$. Ⓒ $x = 4$. Ⓓ $x = 3$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 2. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- Ⓐ $x = \frac{5}{2}$. Ⓑ $x = \frac{3}{2}$. Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $x = 1$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 3. Tìm nghiệm của phương trình $4^{2x+5} = 2^{2-x}$.

- Ⓐ $-\frac{8}{5}$. Ⓑ $\frac{12}{5}$. Ⓒ 3. Ⓓ $\frac{8}{5}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 4. Tìm số nghiệm của phương trình $27^{\frac{x-2}{x-1}} = \frac{\sqrt{3}^{7x}}{243}$.

- Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ Vô số.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 5. Trong khoảng $(-3\pi; 2021\pi)$, phương trình $4^{\sin x \cos x} = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

- Ⓐ 2020. Ⓑ 2024. Ⓒ 1012. Ⓓ 1010.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 6. Cho hai hàm số $f(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)$ và $g(x) = x(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2019^{f(x)} = \left(\frac{1}{2019}\right)^{g(x)}$.

(A) 10.

(B) -12.

(C) 11.

(D) -11.

❖ Ví dụ 7. Biết nghiệm của phương trình $2^x \cdot 15^{x+1} = 3^{x+3}$ được viết dưới dạng $x = 2\log a - \log b$, với a, b là hai số nguyên dương nhỏ hơn 10. Tính $S = 2017a^3 - 2018b^2$.

(A) $S = 4009$.(B) $S = 2014982$.(C) $S = 1419943$.(D) $S = -107791$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 8. Tìm số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2 \cdot 2^{6-5x} + 1$.

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Giải phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Cho $m_n, m_{n-1}, \dots, m_1, m_0$ là các số thực cho trước (hệ số) và $0 < a \neq 1$.

① Dạng bậc hai đối với ẩn a^x :

$$m_2 \cdot a^{2x} + m_1 \cdot a^x + m_0 = 0$$

- Đặt $t = a^x$ ($t > 0$), ta được $m_2 t^2 + m_1 t + m_0 = 0$.
- Giải tìm $t_0 > 0$. Thay trở lại, tìm nghiệm $x = \log_a t_0$.

② Tổng quát phương trình bậc n theo ẩn a^x :

$$m_n \cdot a^{nx} + m_{n-1} a^{(n-1)x} + \dots + m_1 a^x + m_0 = 0$$

- Đặt $t = a^x$, với $t > 0$;
- Ta được phương trình $m_n t^n + m_{n-1} t^{n-1} + \dots + m_1 t + m_0 = 0$.

③ Dạng tích hai cơ số bằng 1

$$ma^x + na^{-x} + k = 0$$

Đặt $t = a^x$, ta được phương trình $mt + n \cdot \frac{1}{t} + k = 0$

$$a^x + b^x = c, \text{ với } a \cdot b = 1$$

Đặt $t = a^x > 0$ suy ra $b^x = \frac{1}{t}$. Ta được phương trình $t + \frac{1}{t} = c$.

④ Dạng đồng bậc hai (đẳng cấp bậc hai):

$$\alpha \cdot a^{2x} + \beta \cdot (a \cdot b)^x + \gamma \cdot b^{2x} = 0$$

- Chia hai vế phương trình cho b^{2x} , ta được: $\alpha \left(\frac{a}{b}\right)^{2x} + \beta \left(\frac{a}{b}\right)^x + \gamma = 0$;
- Đặt $t = \left(\frac{a}{b}\right)^x > 0$, suy ra $\alpha t^2 + \beta t + \gamma = 0$.

❖ Ví dụ 9. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 2018 \cdot 3^x + 2016 = 0$ bằng

- Ⓐ $\log_3 1008$. Ⓑ $\log_3 2018$. Ⓒ $\log_3 1009$. Ⓓ $\log_3 2016$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Cho phương trình $3^{2x+10} - 18 \cdot 3^{x+4} - 3 = 0$ (1). Nếu đặt $t = 3^{x+5}$, $t > 0$ thì phương trình (1) trở thành phương trình nào sau đây?

- Ⓐ $9t^2 - 2t - 3 = 0$. Ⓑ $t^2 - 18t - 3 = 0$. Ⓒ $t^2 - 6t - 3 = 0$. Ⓓ $9t^2 - 6t - 3 = 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Biết rằng phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$ có hai nghiệm. Hãy tính tổng của hai nghiệm đó.

A 1.

B 3.

C 0.

D 2.

Lời giải.

⇒ Ví dụ 12. Cho phương trình $2^x + 2^{3-x} - 9 = 0$. Tìm S là tổng các nghiệm của phương trình.

A $S = 8$.B $S = 9$.C $S = 4$.D $S = 3$.

Lời giải.

⇒ Ví dụ 13. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $3^x + 6 \cdot 3^{-x} - 5 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = |x_1 - x_2|$.

A $A = 1 + \log_3 2$.B $A = 1$.C $A = \log_3 \frac{2}{3}$.D $A = \log_3 \frac{3}{2}$.

Lời giải.

⇒ Ví dụ 14. Tính tổng các nghiệm của phương trình của phương trình $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$.

A 2.

B 1.

C 0.

D 3.

Lời giải.

⇒ Ví dụ 15. Số nghiệm của phương trình $6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$ là

A 0.

B 2.

C 1.

D 3.

Lời giải.

⇒ **Ví dụ 16.** Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình $4^{2\sin x+1} + 12^{\sin x} - 9^{\sin x+\frac{1}{2}} = 0$ trên khoảng $(0; 2020)$. Tính tổng các phần tử trong tập S .

(A) $\frac{206435\pi}{2}$.

(B) $\frac{206401\pi}{2}$.

(C) $\frac{206407\pi}{2}$.

(D) $\frac{206403\pi}{2}$.

💬 **Lời giải.**

📁 Dạng 3. Giải phương trình mũ bằng phương pháp lôgarit hóa

- Lấy lôgarit cơ số a hai vế, (thường chọn a là cơ số cho sẵn trong phương trình).
- Biến đổi về phương trình cơ bản.

⇒ **Ví dụ 17.** Phương trình $5^{x^2-3x+2} = 3^{x-2}$ có một nghiệm dạng $x = \log_a b$ với a, b là các số nguyên dương lớn hơn 4 và nhỏ hơn 16. Khi đó $a + 2b$ bằng

(A) 35.

(B) 30.

(C) 40.

(D) 25.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 18.** Số nghiệm của phương trình $2^{x^3+2x^2-3x} \cdot 3^{x-1} = 1$ là

(A) 2.

(B) 1.

(C) 0.

(D) 3.

💬 **Lời giải.**

BUỔI SỐ 2

Dạng 4. Giải phương trình lôgarit cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số

Xác định cơ số chung cần chuyển đổi và đưa về một trong hai dạng sau:

- ① $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (không cần cũng được)} \\ f(x) = a^b. \end{cases}$
- ② $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}.$

❖ Ví dụ 19. Phương trình $\log_2(x^2 - 9x) = 3$ có tích hai nghiệm bằng

- (A) 9. (B) 3. (C) 27. (D) -8.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 20. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x^2 + x + 3) = 1$.

- (A) $\{0\}$. (B) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. (C) $\left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$. (D) $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 21. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log(10^{100x}) + \log(10^{100x^2}) = 200$.

- (A) -2. (B) 4. (C) -1. (D) 3.

❖ Ví dụ 22. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 4|x| + 4) = 2$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 23. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2 (x^2 - x)$ là

- (A) $\{2\}$. (B) $\{0\}$. (C) $\{0; 2\}$. (D) $\{1; 2\}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 24. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}} x \cdot \log_2 x = 18$ bằng

- (A) $\frac{37}{6}$. (B) 8. (C) $\frac{65}{8}$. (D) $\frac{63}{8}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 25. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2\log_4(x-3) + \log_4(x-5)^2 = 0$ là

- (A) 8. (B) $8 + \sqrt{2}$. (C) $8 - \sqrt{2}$. (D) $4 + \sqrt{2}$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 26. Số nghiệm của phương trình $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3)$ là

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 27. Cho số nguyên dương n thỏa mãn

$$\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 \frac{1}{8} + \cdots + \log_2 \frac{1}{2^n} = -12403.$$

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

☐ A $131 < n < 158.$

☐ B $n < 126.$

☐ C $166 < n < 170.$

☐ D $n > 207.$

💬 Lời giải.

📁 Dạng 5. Giải phương trình lôgarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Giải phương trình $f[\log_a g(x)] = 0$ ($0 < a \neq 1$).

- Đặt $t = \log_a g(x)$ (*) và tìm điều kiện của t (nếu có).
- Ta được phương trình $f(t) = 0$. Giải tìm nghiệm t .
- Thay vào (*) để tìm x .

Các dạng thường gặp:

① $m \cdot \log_a^2 x + n \cdot \log_a x + k = 0 \rightarrow$ Đặt $t = \log_a x$, ta được $mt^2 + nt + k = 0$.

② $m \cdot \log_a x + n \cdot \log_x a + k = 0 \rightarrow$ Đặt $t = \log_a x$, ta được $m \cdot t + n \cdot \frac{1}{t} + k = 0$.

⚠️ Chú ý các biến đổi sau:

① $\log_{\sqrt{a}}^2 x = (\log_{\sqrt{a}} x)^2 = \left(\log_{a^{\frac{1}{2}}} x\right)^2 = 4 \log_a^2 x$

② $\log_a [f(x)]^2 = 2 \log_a |f(x)|$ (mũ chẵn, khi hạ mũ xuống phải có trị tuyệt đối)

❖ Ví dụ 28. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_3 9 \cdot \log_2 x = 3$

(A) 2.

(B) 8.

(C) -2.

(D) $\frac{17}{2}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 29. Gọi T là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 6 = 0$. Tính T .

(A) $T = 36$.

(B) $T = \frac{1}{243}$.

(C) $T = 5$.

(D) $T = -3$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 30. Biết rằng phương trình $\log_2^2(2x) - 5\log_2 x = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

(A) 8.

(B) 5.

(C) 3.

(D) 1.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 31. Cho phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

(A) $(1; 3)$.

(B) $(5; 9)$.

(C) $(3; 5)$.

(D) $(0; 1)$.

💬 Lời giải.

⇒ **Ví dụ 32.** Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + 3 \log_x 2 = 4$ là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 4.

(D) 2.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 33.** Cho phương trình $4 \log_{25} x + \log_x 5 = 3$. Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

(A) $5\sqrt{5}$.

(B) $3\sqrt{3}$.

(C) $2\sqrt{2}$.

(D) 8.

💬 **Lời giải.**

📁 **Dạng 6. Giải phương trình mũ và lôgarit bằng phương pháp hàm số**

☑ **Dạng 1.** Xét phương trình $f(x) = k$ (1), với k là một hằng số và $\mathcal{D}_f$ (một khoảng, nửa khoảng, đoạn) là miền xác định của $f(x)$. Có thể xem đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với đường thẳng $y = k$ (nằm ngang). Khi đó, nếu $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc nghịch biến) trên $\mathcal{D}_f$ thì phương trình (1) có không quá 1 nghiệm.

- Dự đoán 1 nghiệm $x_0 \in \mathcal{D}_f$ của phương trình (1),
- Chứng minh $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc nghịch biến) trên $\mathcal{D}_f$ thì x_0 là nghiệm duy nhất của (1)

☑ **Dạng 2.** Xét phương trình $f(u) = f(v)$ (2), và $\mathcal{D}_f$ (một khoảng, nửa khoảng, đoạn) là miền xác định của $f(x)$. Khi đó, nếu

- $u, v \in \mathcal{D}_f$;
- $y = f(x)$ luôn đồng biến (hoặc nghịch biến) trên $\mathcal{D}_f$

thì từ

$$f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v.$$

⇒ **Ví dụ 34.** Phương trình $3^x + 4^x = 25$ có bao nhiêu nghiệm?

(A) 3.

(B) 2.

(C) 0.

(D) 1.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 35. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_5 (1+x^2) + \log_{\frac{1}{3}} (1-x^2) = 0$.

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 36. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^2 \cdot 5^{x-1} - (3^x - 3 \cdot 5^{x-1}) \cdot x + 2 \cdot 5^{x-1} - 3^x = 0$.

(A) 4.

(B) 2.

(C) 0.

(D) 13.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 37. Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 \left(\frac{2x^2+1}{2x} \right) + 2^{x+\frac{1}{2x}} = 5$.

☐ A 1.☐ B 2.☐ C $\frac{1}{2}$.☐ D 0.

 Lời giải.

 **Ví dụ 38.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log \frac{x^3 + 3x^2 - 3x - 5}{x^2 + 1} + (x+1)^3 = x^2 + 6x + 7$.

7.

☐ A $-2 - \sqrt{3}$.☐ B $-2 + \sqrt{3}$.☐ C 0.☐ D -2.

 Lời giải.



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

❖ Câu 1. Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{5}{2}$.

(B) $x = 2$.

(C) $x = \frac{3}{2}$.

(D) $x = 3$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 2. Cho phương trình $3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1}$. Tập nghiệm S của phương trình đó là

(A) $S = \left\{ \frac{5 - \sqrt{61}}{2}; \frac{5 + \sqrt{61}}{2} \right\}$.

(B) $S = \left\{ \frac{-5 - \sqrt{61}}{2}; \frac{-5 + \sqrt{61}}{2} \right\}$.

(C) $S = \{2; 5\}$.

(D) $S = \{-2; -5\}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 3. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ bằng

(A) 2.

(B) 3.

(C) -2.

(D) -1.

💬 Lời giải.

❖ Câu 4. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2^{-x} + 3$ và đường thẳng $y = 11$ là

(A) $(-3; 11)$.

(B) $(4; 11)$.

(C) $(-4; 11)$.

(D) $(3; 11)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 5. Biết rằng phương trình $2^{x^2-4x+2} = 2^{x-4}$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $S = x_1^4 + x_2^4$.

(A) $S = 17$.

(B) $S = 257$.

(C) $S = 97$.

(D) $S = 92$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 6. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+1} = 125^{2x}$ là giá trị nào?

(A) 1.

(B) 4.

(C) $-\frac{1}{4}$.

(D) $-\frac{1}{8}$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 7.** Tìm nghiệm của phương trình $5^{2018x} = \sqrt{5}^{2018}$.

(A) $x = 1 - \log_5 2$.

(B) $x = -\log_5 2$.

(C) $x = \frac{1}{2}$.

(D) $x = 2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Tìm nghiệm của phương trình $9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81}$.

(A) $x = 5$.

(B) $x = 4$.

(C) $x = 6$.

(D) $x = 17$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x-6}$

(A) $S = \{-1\}$.

(B) $S = \{1\}$.

(C) $S = \{-3\}$.

(D) $S = \{3\}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $5^x - 1 - m = 0$ có nghiệm.

(A) $m > 0$.

(B) $m > -1$.

(C) $m < 0$.

(D) $m < -1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $5^{x^2} + 1 - m = 0$ có nghiệm.

(A) $m \geq 2$.

(B) $m > -1$.

(C) $m < 0$.

(D) $m < -1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Tập nghiệm S của phương trình $4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$ là

(A) $S = \{1; \log_3 2\}$.

(B) $S = \{1; 6\}$.

(C) $S = \{2; 3\}$.

(D) $S = \{1; \log_2 3\}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 13.** Cho phương trình $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$. Khi đặt $t = 3^{x+1}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào trong các phương trình dưới đây.

(A) $81t^2 - 3t - 2 = 0$.

(B) $27t^2 - 3t - 2 = 0$.

(C) $27t^2 + 3t - 2 = 0$.

(D) $3t^2 - t - 2 = 0$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 14.** Gọi x_1, x_2, x_3 là tất cả các nghiệm của phương trình $(3 + 2\sqrt{2})^{x^2-x+2} = (3 - 2\sqrt{2})^{x^3-2}$.
Tính $P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$.

(A) $P = 0$.

(B) $P = -2$.

(C) $P = -1$.

(D) $P = 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 15.** Số nghiệm của phương trình $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 7 = 0$ là

(A) 1.

(B) 4.

(C) 2.

(D) 0.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 16. Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

(A) 0.

(B) $\frac{5}{2}$.

(C) 1.

(D) 2.

💬 Lời giải.

❖ Câu 17. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 14$.

(A) 0.

(B) 8.

(C) 4.

(D) 16.

💬 Lời giải.

❖ Câu 18. Tập nghiệm của phương trình $5^{x^2-4x+3} + 5^{x^2+7x+6} = 5^{2x^2+3x+9} + 1$ là

(A) $\{-1; 1; 3\}$.

(B) $\{-1; 1; 3; 6\}$.

(C) $\{-6; -1; 1; 3\}$.

(D) $\{1; 3\}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 19. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $2 \cdot 4^{x+2018} - \frac{5}{2} \cdot 2^{x+2019} + 2 = 0$ bằng

(A) $\frac{5}{2}$.

(B) 0.

(C) -4036.

(D) 4037.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 20.** Tìm tích T tất cả các nghiệm của phương trình $4^{x^2-1} - 6 \cdot 2^{x^2-2} + 2 = 0$.

(A) $T = 2$.

(B) $T = 8$.

(C) $T = 6$.

(D) $T = 4$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 21.** Tìm tổng các nghiệm của phương trình $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$.

(A) 3.

(B) $\frac{10}{3}$.

(C) 0.

(D) $\frac{1}{3}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 22.** Tập nghiệm của phương trình $5^{1+x^2} - 5^{1-x^2} = 24$ có bao nhiêu phần tử?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 4.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 23.** Tính T là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x = 0$.

(A) $T = 2$.

(B) $T = \frac{1}{4}$.

(C) $T = 3$.

(D) $T = \frac{13}{4}$.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 24. Tính tổng các nghiệm của phương trình $3 \cdot 4^{x+1} - 35 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^{x+1} = 0$.

(A) $2 - \log_2 3$.

(B) 4.

(C) -1.

(D) $2 + \log_2 3$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 25. Phương trình $27 \cdot 4^x - 30 \cdot 6^x + 8 \cdot 9^x = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

(A) $x^2 + 3x + 2 = 0$.

(B) $x^2 - 3x + 2 = 0$.

(C) $27x^2 - 30x + 8 = 0$.

(D) $8x^2 - 30x + 27 = 0$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 26. Biết phương trình $3^x \cdot 5^{\frac{2x-1}{x}} = 15$ có hai nghiệm thực phân biệt $x_1; x_2$. Tính tích $x_1 \cdot x_2$.

(A) $x_1 \cdot x_2 = \log_3 5$.

(B) $x_1 \cdot x_2 = -\log_3 5$.

(C) $x_1 \cdot x_2 = 1 + \log_3 5$.

(D) $x_1 \cdot x_2 = 1 - \log_3 5$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 27. Biết rằng phương trình $3^{x^2+1} 25^{x-1} = \frac{3}{25}$ có hai nghiệm x_1 và x_2 . Giá trị của biểu thức $P = \sqrt{3^{x_1} + 3^{x_2}}$ bằng

(A) $\sqrt{26}$.

(B) 26.

(C) $\frac{\sqrt{26}}{5}$.

(D) $\frac{26}{25}$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 28.** Tích các nghiệm của phương trình $6^x - 2.2^x - 81.3^x + 162 = 0$ bằng

(A) 4.

(B) 6.

(C) 7.

(D) 10.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 29.** Phương trình $2^{2x^2+1} - 9.2^{x^2+x} + 2^{2x+2} = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ ($x_1 < x_2$). Khi đó giá trị biểu thức $K = 2x_1 + 3x_2$ bằng

(A) 0.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 5.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 30.** Số nghiệm của phương trình $27^{\sin^2 x} + 3^{2\sin^2 x} - 3^{2-\cos^2 x} - 3 = 0$ trong khoảng $(\pi; 250\pi)$ là

(A) 500.

(B) 498.

(C) 250.

(D) 249.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- (A) 9. (B) 6. (C) 8. (D) 5.

💬 Lời giải.

❖ Câu 2. Tìm nghiệm của phương trình $\log_{64}(x+1) = \frac{1}{2}$.

- (A) -1. (B) 4. (C) 7. (D) $-\frac{1}{2}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

- (A) $\{-3; 3\}$. (B) $\{-3\}$. (C) $\{3\}$. (D) $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 4. Tìm nghiệm của phương trình $\log(x-1) = 2$.

- (A) 99. (B) 101. (C) $e^2 - 1$. (D) $e^2 + 1$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 5. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \log_2(x^2 + 3x)$ và đường thẳng $y = 2$ là

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

💬 Lời giải.

❖ Câu 6. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x+1| = 2$ bằng

- (A) 3. (B) -1. (C) 0. (D) -2.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 7.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log(x^4 - 5x^2 + 2x + 7) = \frac{\ln(2x + 3)}{\ln 10}$.

(A) 1.

(B) 2.

(C) 0.

(D) 5.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 0.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Phương trình $(x^2 - 5x + 4) \log(x - 2) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

(A) 0.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 2.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 10. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2 x = 1 + \log_2(3x-5)$ bằng

(A) 7.

(B) 6.

(C) 5.

(D) 4.

💬 Lời giải.

❖ Câu 11. Giải phương trình $\log_4(x+1) + \log_4(x-3) = 3$.

(A) $x = 1 \pm 2\sqrt{17}$.

(B) $x = 1 + 2\sqrt{17}$.

(C) $x = 5$.

(D) $x = 33$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 12. Gọi P là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 1) = 2x + 1$. Tính P .

(A) $P = 0$.

(B) $P = -1$.

(C) $P = \frac{3}{2}$.

(D) $P = \frac{1}{2}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 13. Gọi n là số nghiệm của phương trình $\log_2 x^2 = 2\log_2(3x+4)$. Tìm n .

(A) $n = -1$.

(B) $n = 0$.

(C) $n = 2$.

(D) $n = 1$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 14.** Cho phương trình $\log x + \log(x+15) = 2^m + 4^m$. Tất cả các giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây để phương trình có nghiệm $x = 5$?

(A) $m \in (-1; 1)$.

(B) $m \in (-1; 0)$.

(C) $m \in (1; 2)$.

(D) $m \in (-2; -1)$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 15.** Cho phương trình $4\log_{25}x + \log_x 5 = 3$. Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

(A) $5\sqrt{5}$.

(B) $3\sqrt{3}$.

(C) $2\sqrt{2}$.

(D) 8.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 16.** Nghiệm của phương trình $\log 10^{100x} = 250$ thuộc khoảng nào sau đây?

(A) $(0; 2)$.

(B) $(2; +\infty)$.

(C) $(-\infty; -2)$.

(D) $(-2; 0)$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 17.** Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_3(2x-1) = 2\log_2 x$ là

(A) 2.

(B) 1.

(C) 0.

(D) 3.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 18.** Phương trình $\frac{1}{\log_3 x - 3} + \frac{1}{\log_{27} x + 3} = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

(A) 4.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 2.

Lời giải.

⇒ **Câu 19.** Giải phương trình: $2\log_3(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$. Một học sinh làm như sau:

✓ Bước 1: Điều kiện: $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \end{cases} (*)$

✓ Bước 2: Phương trình đã cho tương đương với $2\log_3(x-2) + 2\log_3(x-4) = 0$.

✓ Bước 3: Hay là

$$\begin{aligned} \log_3(x-2)(x-4) = 0 &\Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 1 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \\ x = 3 - \sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện (*), suy ra phương trình đã cho có nghiệm là $x = 3 + \sqrt{2}$.

Bài giải trên đúng hay **sai**? Nếu sai thì sai ở bước nào?

(A) Sai ở bước 2.

(B) Sai ở bước 1.

(C) Tất cả các bước đều đúng.

(D) Sai ở bước 3.

Lời giải.

⇒ **Câu 20.** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0$ bằng

(A) 2.

(B) -3.

(C) $\frac{17}{2}$.

(D) $\frac{9}{8}$.

Lời giải.

❖ **Câu 21.** Phương trình $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{2}\log_9(x-1)^4 = 2\log_9(4x)$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 0.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 22.** Tích các nghiệm của phương trình $\log_3(3x) \cdot \log_3(9x) = 4$ bằng bao nhiêu?

(A) $\frac{1}{3}$.

(B) $\frac{4}{3}$.

(C) $\frac{1}{27}$.

(D) 1.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 23.** Biết phương trình $2\log_2 x + 3\log_x 2 = 7$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1)^{x_2}$.

(A) $T = 32$.

(B) $T = 64$.

(C) $T = 16$.

(D) $T = 8$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 24.** Cho phương trình $4\log_{25} x + \log_x 5 = 3$. Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

(A) $5\sqrt{5}$.

(B) $3\sqrt{3}$.

(C) $2\sqrt{2}$.

(D) 8.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 25.** Xét phương trình $\log_4^2 x + \log_2 x - 3 = 0$. Khi đặt $t = \log_2 x$, thì ta được phương trình nào sau đây?

(A) $t^2 + 4t - 12 = 0$.

(B) $2t^2 + t - 3 = 0$.

(C) $\frac{1}{4}t^2 + 2t - 3 = 0$.

(D) $4t^2 + t - 3 = 0$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 26.** Số nghiệm của phương trình $\ln(x-1) = \frac{1}{x-2}$ là

(A) 1.**(B)** 0.**(C)** 3.**(D)** 2.

🗨️ Lời giải.

🔗 **Câu 27.** Phương trình $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \dots + \frac{1}{\log_{2018} x} = 2018$ có nghiệm là

(A) $x = 2018 \cdot 2018!$. **(B)** $x = \sqrt[2018]{2018!}$. **(C)** $x = 2017!$. **(D)** $x = (2018!)^{2018}$.

🗨️ Lời giải.

🔗 **Câu 28.** Biết phương trình $\log_3 (3x^3 - 3x^2 + 4x) - \frac{1}{\log_{(1+x)} 3} = 0$ có nghiệm duy nhất $x = \frac{a}{\sqrt[3]{b} + c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + 2b + 3c$.

(A) $S = 8$. **(B)** $S = 10$. **(C)** $S = 12$. **(D)** $S = 14$.

🗨️ Lời giải.

❖ Câu 29. Phương trình $3 \cdot 25^{x-2} + (3x - 10) 5^{x-2} + 3 - x = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 4.

💬 Lời giải.

❖ Câu 30. Phương trình $2^{x-1} - 2^{x^2-x} = (x-1)^2$ có bao nhiêu nghiệm?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 1.

💬 Lời giải.

—HẾT—

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

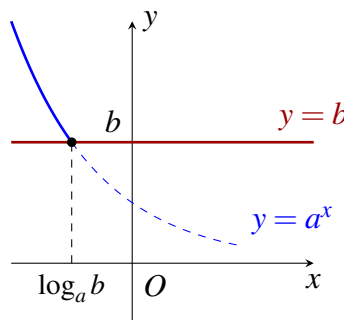
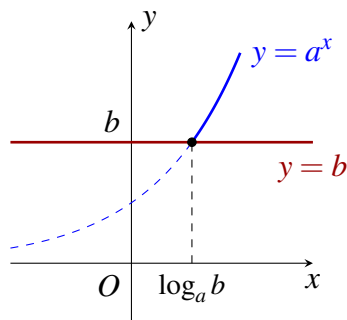
BÀI 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN

A

LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Công thức nghiệm của bất phương trình mũ

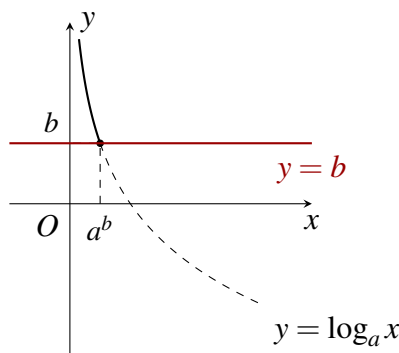
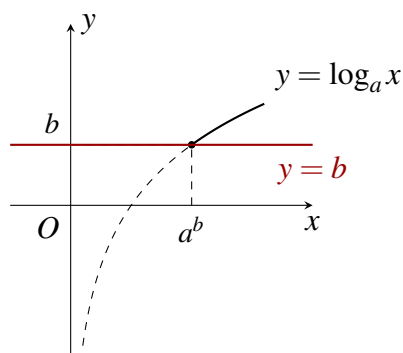
Minh họa dạng $a^x > b$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.



- Nếu $b \leq 0$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$.
- Nếu $b > 0$, ta có hai trường hợp:
 - ① Với $a > 1$ thì $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$ (Hình 1).
 - ② Với $0 < a < 1$ thì $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$ (Hình 2).

2. Công thức nghiệm của bất phương trình lôgarit

Minh họa dạng $\log_a x > b$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.



- Điều kiện xác định $x > 0$.
- Ta có hai trường hợp:
 - ① Với $a > 1$ thì $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$ (Hình 1).
 - ② Với $0 < a < 1$ thì $\log_a x > b \Leftrightarrow 0 < x < a^b$ (Hình 2).

⚠ Các trường hợp $a^x \geq b$, $a^x < b$, $a^x \leq b$, $\log_a x \geq b$, $\log_a x < b$, $\log_a x \leq b$... ta suy luận tương tự.

- Cơ sở $a > 1$: Ta so sánh "cùng chiều";
- Cơ sở $0 < a < 1$: Ta so sánh "ngược chiều".

B

CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

BUỔI SỐ 1

Dạng 1. Giải bất phương trình mũ cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số

☑ Với $a > 1$ ta có

① $a^{f(x)} \leq b \Leftrightarrow f(x) \leq \log_a b \quad (b > 0);$

② $a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \leq g(x).$

☑ Với $0 < a < 1$ ta có

① $a^{f(x)} \leq b \Leftrightarrow f(x) \geq \log_a b \quad (b > 0);$

② $a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \geq g(x).$

🔗 **Ví dụ 1.** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

A $(2; +\infty).$

B $(3; +\infty).$

C $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right).$

D $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 2.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 0$ là

A $x \in \mathbb{R}.$

B $x > -1.$

C $x > 1.$

D $x > 0.$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 3.** Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

A $x > -\frac{2}{3}.$

B $x > \frac{3}{2}.$

C $x > \frac{2}{3}.$

D $x < \frac{2}{3}.$

💬 **Lời giải.**

🔗 **Ví dụ 4.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}.$

A $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 3\}.$

B $S = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 3\}.$

C $S = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 3\}.$

D $S = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 3\}.$

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 5.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $4^x < 2^{x+1}$.

A $S = (1; +\infty)$.

B $S = (-\infty; 1)$.

C $S = (0; 1)$.

D $S = (-\infty; +\infty)$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 6.** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2}$ là

A $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

B $(1; +\infty)$.

C $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.

D $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 7.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

A $[1; +\infty)$.

B $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

C $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

D $(-\infty; 1]$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 8.** Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt[3]{5})^{x-1} < 5^{x+3}$ là

A $(-\infty; -5)$.

B $(-\infty; 0)$.

C $(-5; +\infty)$.

D $(0; +\infty)$.

💬 **Lời giải.**

⇒ **Ví dụ 9.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $25^{x-5} - 5^x \leq 0$.

A $S = (0; 10]$.

B $S = (\infty; 10]$.

C $S = (-\infty; 10)$.

D $S = (0; 10)$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 10. Tập nghiệm của bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (7 - 4\sqrt{3})(2 + \sqrt{3})^{x+1}$ là
 Ⓐ $(-\infty; \frac{1}{2})$. Ⓑ $(\frac{1}{2}; +\infty)$. Ⓒ $(-2; \frac{1}{2})$. Ⓓ $(\frac{1}{2}; 2)$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3^{x+1}$ là
 Ⓐ $\emptyset$. Ⓑ $(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} 3)$. Ⓒ $(-\infty; \log_2 3]$. Ⓓ $(\log_{\frac{2}{3}} 3; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 12. Cho hàm số $f(x) = 3^x \cdot 2^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
 Ⓐ $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_3 2 < 0$. Ⓑ $f(x) < 1 \Leftrightarrow -\log_2 3 < x < 0$.
 Ⓒ $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 3 + x^2 \ln 2 < 0$. Ⓓ $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_3 2 < 0$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 2. Giải bất phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

❖ Ví dụ 13. Bất phương trình $4^x < 2^{x+1} + 3$ có tập nghiệm là
 Ⓐ $S = (\log_2 3; 5)$. Ⓑ $S = (2; 4)$. Ⓒ $S = (-\infty; \log_2 3)$. Ⓓ $S = (1; 3)$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 14. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \leq 0$.

(A) $S = (0; 1)$.

(B) $S = [1; 4]$.

(C) $S = (1; 4)$.

(D) $S = [0; 1]$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 15. Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$ trong đó a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $5b - 2a$ bằng

(A) 7.

(B) $\frac{43}{3}$.

(C) 3.

(D) $\frac{8}{3}$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 16. Bất phương trình $2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

(A) 4.

(B) 6.

(C) 7.

(D) Vô số.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 17. Cho bất phương trình $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x > 0$. Nếu đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ với $t > 0$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây?

(A) $12t^2 - 35t + 18 > 0$.

(B) $18t^2 - 35t + 12 > 0$.

(C) $12t^2 - 35t + 18 < 0$.

(D) $18t^2 - 35t + 12 < 0$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 18. Bất phương trình $25^{x+1} + 9^{x+1} \geq 34 \cdot 15^x$ có tập nghiệm S là

(A) $S = (-\infty; 2]$.

(B) $S = [-2; 0]$.

☐ C $S = (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$.

☐ D $S = [0; +\infty)$.

 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 19.** Tập nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 7^{x+2} + 7 \cdot 2^{x+2} \leq 351 \cdot \sqrt{14^x}$ có dạng là đoạn $S = [a; b]$. Giá trị $b - 2a$ thuộc khoảng nào dưới đây?

☐ A $(3; \sqrt{10})$.

☐ B $(-4; 2)$.

☐ C $(\sqrt{7}; 4\sqrt{10})$.

☐ D $\left(\frac{2}{9}; \frac{49}{5}\right)$.

 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 20.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} \leq 0$.

☐ A $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

☐ B $(-1; 1)$.

☐ C $[-1; 1]$.

☐ D $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

 Lời giải.

❖ Ví dụ 21. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $(\sqrt{3} + 1)^x + (\sqrt{3} - 1)^x \leq \sqrt{2}^x$.

(A) $S = \mathbb{R}$.

(B) $S = (0; +\infty)$.

(C) $S = (-\infty; 0]$.

(D) $S = \emptyset$.

💬 Lời giải.

BUỔI SỐ 2

📁 Dạng 3. Giải bất phương trình logarit cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số

$$\log_a u > b$$

$a > 1$	$0 < a < 1$
Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u > b \Rightarrow u > a^b$	Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u > b \Rightarrow u < a^b$

$$\log_a u \geq b$$

$a > 1$	$0 < a < 1$
Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u \geq b \Rightarrow u \geq a^b$	Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u \geq b \Rightarrow u \leq a^b$

$$\log_a u < b$$

$a > 1$	$0 < a < 1$
Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u < b \Rightarrow u < a^b$	Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u < b \Rightarrow u > a^b$

$$\log_a u \leq b$$

$a > 1$	$0 < a < 1$
Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u \leq b \Rightarrow u \leq a^b$	Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u \leq b \Rightarrow u \geq a^b$

❖ Ví dụ 22. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$.

- Ⓐ $S = (-\infty; 3)$. Ⓑ $S = \left(-\infty; \frac{10}{3}\right)$. Ⓒ $S = \left(\frac{10}{3}; +\infty\right)$. Ⓓ $S = (3; +\infty)$.

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 23. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > 0$.

- Ⓐ $[-2; 0)$. Ⓑ $(-1; +\infty)$. Ⓒ $(-2; -1)$. Ⓓ $(-\infty; -1)$.

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 24. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-2) \leq 3$.

- Ⓐ $\left[\frac{10}{3}; +\infty\right)$. Ⓑ $\left[\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right]$. Ⓒ $\left(-\infty; \frac{10}{3}\right]$. Ⓓ $\left(\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right]$.

💬 Lời giải.

🔗 Ví dụ 25. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{1 + \log_{0,8}(x-2)}$.

- Ⓐ $\mathcal{D} = \left(\frac{13}{4}; +\infty\right)$. Ⓑ $\mathcal{D} = \left[\frac{13}{4}; +\infty\right)$. Ⓒ $\mathcal{D} = \left[2; \frac{13}{4}\right]$. Ⓓ $\mathcal{D} = \left(2; \frac{13}{4}\right]$.

💬 Lời giải.

$$\log_a f(x) > \log_a g(x).$$

$a > 1$	$0 < a < 1$
$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow$ $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$	$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow$ $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

◀ Ví dụ 26. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3 x > \log_3 (2x - 1)$.

(A) $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right)$.

(B) $S = (-\infty; 1)$.

(C) $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

(D) $S = (0; 1)$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(3x - 5) > \log_{\frac{1}{5}}(x + 1)$ là

(A) $S = \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

(B) $S = (-\infty; 3)$.

(C) $S = \left(\frac{3}{5}; 3\right)$.

(D) $S = \left(\frac{5}{3}; 3\right)$.

💬 Lời giải.

◀ Ví dụ 28. Giải bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

(A) $S = \frac{26}{5}$.

(B) $S = \frac{8}{3}$.

(C) $S = \frac{28}{15}$.

(D) $S = \frac{11}{5}$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 4. Giải bất phương trình lôgarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ

◀ Ví dụ 29 (THPTQG 2017). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.

(A) $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$.

(B) $S = [2; 16]$.

(C) $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.

(D) $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 30. Bất phương trình $\log_2^2 x - \log_2(4x) < 0$ có số nghiệm nguyên là

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x - 6 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$. Giá trị của $A = a \cdot b$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(0; \frac{1}{2})$.

(B) $(\frac{3}{2}; 2)$.

(C) $(\frac{1}{2}; 1)$.

(D) $(1; \frac{3}{2})$.

💬 Lời giải.

⇒ Ví dụ 32. Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}} x \left(1 + \frac{1}{3} \log_{\sqrt{3}} 3x \right) \leq 6$ là $[a; b]$. Tính

$T = 81a^2 + b^2$.
(A) $T = \frac{82}{9}$.

(B) $T = \frac{84}{3}$.

(C) $T = \frac{80}{9}$.

(D) $T = \frac{80}{3}$.

💬 Lời giải.

📁 Dạng 5. Bài toán lãi kép

Công thức $X_n = X_0(1 + d\%)^n$

Trong đó

- X_0 là số tiền gửi ban đầu;
- X_n là số có được sau n kì hạn;
- $d\%$ là lãi suất mỗi kì hạn.

⇒ Ví dụ 33. Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có 225 triệu đồng?

☐ A 30 tháng.☐ B 21 tháng.☐ C 24 tháng.☐ D 22 tháng.

Lời giải.

✎ **Ví dụ 34.** Anh Nam muốn mua một ngôi nhà trị giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Biết rằng lãi suất hàng năm vẫn không đổi là 8% một năm. Vậy ngay từ bây giờ số tiền ít nhất anh Nam phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép để có đủ tiền mua nhà (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là

☐ A 397 triệu đồng.☐ B 396 triệu đồng.☐ C 395 triệu đồng.☐ D 394 triệu đồng.

Lời giải.

✎ **Ví dụ 35.** Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi kép, với lãi suất 1,85%/quý. Sau tối thiểu bao nhiêu quý, người đó nhận được ít nhất 72 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

☐ A 20 quý.☐ B 19 quý.☐ C 14 quý.☐ D 15 quý.

Lời giải.

✎ **Ví dụ 36.** Một người gửi ngân hàng số tiền 350.000.000 đồng (ba trăm năm mươi triệu đồng) với lãi suất tiền gửi là 0,6% mỗi tháng theo hình thức lãi kép. Cuối mỗi tháng người đó đều đặn gửi thêm vào ngân hàng số tiền 15.000.000 đồng (mười lăm triệu đồng). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì số tiền người đó tích lũy được lớn hơn 650.000.000 đồng (sáu trăm năm mươi triệu đồng)?

☐ A 18 tháng.☐ B 17 tháng.☐ C 16 tháng.☐ D 19 tháng.

Lời giải.



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

❖ **Câu 1.** Giải bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$.

(A) $x > 0$.

(B) $x < 0$.

(C) $x < 4$.

(D) $x \geq -4$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 2.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

(A) $S = (-\infty; 3]$.

(B) $S = [3; +\infty)$.

(C) $S = (-\infty; 1]$.

(D) $S = [1; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 3.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 8$.

(A) $S = (-3; +\infty)$.

(B) $S = (-\infty; 3)$.

(C) $S = (-\infty; -3)$.

(D) $S = (3; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

(A) $(0; 6)$.

(B) $(-\infty; 6)$.

(C) $(0; 64)$.

(D) $(6; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 5.** Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ có tập nghiệm là $S = (a; b)$. Khi đó giá trị $b - a$ là

(A) 4.

(B) 2.

(C) 6.

(D) 8.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 6.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$ là

(A) 3.

(B) 2.

(C) 5.

(D) 4.

💬 Lời giải.

❖ Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(3x-2) \geq 0$ là

- (A) $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. (B) $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$. (C) $\left[\frac{2}{3}; 1\right]$. (D) $(2; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-3) < \log_{0,5}(x^2-4x+3)$ là

- (A) $(3; +\infty)$. (B) $\mathbb{R}$. (C) $\emptyset$. (D) $(2; 3)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x-1) \leq \log x$ là

- (A) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. (B) $(-\infty; 1]$. (C) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. (D) $(0; 1]$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x-1) \leq \log x$ là

- (A) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. (B) $(-\infty; 1]$. (C) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. (D) $(0; 1]$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 11. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+7) > 0$ là

- (A) $S = (-\infty; 2)$. (B) $S = (2; 3)$.
(C) $S = (3; +\infty)$. (D) $S = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 12.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 \left(1 + \log_{\frac{1}{9}} x - \log_9 x \right) < 1$ có dạng $S = \left(\frac{1}{a}; b \right)$ với a, b là những số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a = -b$. (B) $a + b = 1$. (C) $a = b$. (D) $a = 2b$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 13.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} [\log_2 (2 - x^2)] > 0$?

- (A) Vô số. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 14.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $3^x + 1 \geq m$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

- (A) $m < 0$. (B) $m \leq 1$. (C) $m \leq 0$. (D) $m > 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 15.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $3^{\cos^2 x} \geq m$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

- (A) $m < 0$. (B) $m \leq 0$. (C) $m > 1$. (D) $m \leq 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 16.** Tập nghiệm của bất phương trình $16^x - 5.4^x + 4 \geq 0$ là

- (A) $T = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. (B) $T = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.
(C) $T = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. (D) $T = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 17. Giải bất phương trình $(10 + 3\sqrt{11})^x + (10 - 3\sqrt{11})^x \leq 20$.

(A) $0 \leq x \leq 1$.

(B) $-1 \leq x < 1$.

(C) $-1 < x \leq 1$.

(D) $-1 \leq x \leq 1$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 18. Biết rằng bất phương trình $\log_2(5^x + 2) + 2\log_{5^x+2} 2 > 3$ có tập nghiệm là $S = (\log_a b; +\infty)$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 6 và $a \neq 1$. Tính $P = 2a + 3b$.

(A) $P = 16$.

(B) $P = 7$.

(C) $P = 11$.

(D) $P = 18$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 19. Bất phương trình $2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

(A) 4.

(B) 6.

(C) 7.

(D) Vô số.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 20.** Giải bất phương trình $\sqrt{4-2^x} \cdot \log_2(x+1) \geq 0$.

(A) $x \geq 0$.

(B) $-1 < x \leq 2$.

(C) $0 \leq x \leq 2$.

(D) $-1 \leq x \leq 2$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 21.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$ là

(A) Vô số.

(B) 2.

(C) 0.

(D) 1.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 22.** Giải bất phương trình $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x < 0$.

(A) $\frac{9}{16} < x < \frac{3}{4}$.

(B) $x < 1 \vee x > 2$.

(C) $1 < x < 2$.

(D) Vô nghiệm.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 23.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x - 6 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$. Giá trị của $A = a \cdot b$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

(B) $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

(C) $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

(D) $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 24.** Biết tập nghiệm S của bất phương trình $\log(-x^2 + 100x - 2400) < 2$ có dạng $S = (a; b) \setminus \{x_0\}$. Giá trị của $a + b - x_0$ bằng

(A) 150.

(B) 100.

(C) 30.

(D) 50.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 25.** Bất phương trình $\log_2^2 x - \log_2(4x) < 0$ có số nghiệm nguyên là

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 26.** Cho $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 5^{2x+1}$; $g(x) = 5^x + 4x \cdot \ln 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > g'(x)$ là

(A) $x < 0$.

(B) $x > 1$.

(C) $0 < x < 1$.

(D) $x > 0$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 27.** Một người sử dụng xe máy có giá trị ban đầu là 40 triệu đồng. Sau mỗi năm, giá trị xe giảm 10% so với năm trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì giá trị xe nhỏ hơn 12 triệu đồng?

(A) 9.

(B) 10.

(C) 11.

(D) 12.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 28.** Ông A gửi vào ngân hàng 300 triệu đồng theo thể thức lãi kép với lãi suất 10%/năm. Trong quá trình gửi lãi suất không đổi và ông A không rút tiền ra. Hỏi sau ít nhất mấy năm thì ông A rút được số tiền cả vốn và lãi đủ 500 triệu đồng?

(A) 4 năm.

(B) 3 năm.

(C) 6 năm.

(D) 5 năm.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 29.** Một người gửi ngân hàng số tiền 350.000.000 đồng (ba trăm năm mươi triệu đồng) với lãi suất tiền gửi là 0,6% mỗi tháng theo hình thức lãi kép. Cuối mỗi tháng người đó đều đặn gửi thêm vào ngân hàng số tiền 15.000.000 đồng (mười lăm triệu đồng). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì số tiền người đó tích lũy được lớn hơn 650.000.000 đồng (sáu trăm năm mươi triệu đồng)?

(A) 18 tháng.

(B) 17 tháng.

(C) 16 tháng.

(D) 19 tháng.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 30.** Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được ít nhất số tiền gấp ba lần số tiền ban đầu?

A 9.

B 14.

C 13.

D 12.

💬 **Lời giải.**

— **HẾT** —

BÀI 7. PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LOGARIT CÓ CHỨA THAM SỐ

A

CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Phương trình có nghiệm đẹp – Định lý Viét

🔗 **Ví dụ 1.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

(A) 3.

(B) 13.

(C) 4.

(D) 6.

💬 Lời giải.

Gv Ths: Nguyễn Hoàng Việt

🔗 **Ví dụ 2.** Giả sử phương trình $\log_2^2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 6$. Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là

(A) 3.

(B) 8.

(C) 2.

(D) 4.

💬 Lời giải.

🔗 **Ví dụ 3.** Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của tham số m để phương trình $4^x - (2m+3)2^x + m^2 + 3m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa $3x_1 + x_2 = 1$. Số phần tử của tập S là

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

💬 Lời giải.

⇒ **Ví dụ 4.** Gọi m_0 là giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

☐ A $m_0 \in (-2; 0)$.

☐ B $m_0 \in (3; 5)$.

☐ C $m_0 \in (0; 2)$.

☐ D $m_0 \in (5; 7)$.

💬 Lời giải.

⇒ **Ví dụ 5.** Biết phương trình $8\log_2^2 \sqrt[3]{x} + 2(m-1)\log_{\frac{1}{4}} x - 2019 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 x_2 = 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

☐ A $m \in (1; 2)$.

☐ B $m \in (2; 5)$.

☐ C $m \in (0; 1)$.

☐ D $m \in (4; 7)$.

💬 Lời giải.

❖ **Ví dụ 6.** Biết phương trình $\log_2^2 x + 2\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x + m - \frac{3}{2} = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 520$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $m \in (3; 5)$.

(B) $m \in (-3; -1)$.

(C) $m \in (-1; 1)$.

(D) $m \in (1; 3)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Ví dụ 7.** Tìm các giá thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$.

(A) $m = \frac{61}{2}$.

(B) $m = 3$.

(C) Không tồn tại.

(D) $m = \frac{9}{2}$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 8. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3(x+3) + m \log_{\sqrt{x+3}} 9 = 16$ có hai nghiệm thỏa mãn $-2 < x_1 < x_2$.

(A) 15.

(B) 17.

(C) 14.

(D) 16.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 9. Tìm m để phương trình $9^{x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+1} + 3m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

(A) $m = 2$.

(B) $2 < m < \frac{10}{3}$.

(C) $m < 2$.

(D) $m > 2$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 10. Cho phương trình $(2 \log_2^2 x - \log_3 x - 1) \sqrt{5^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

(A) 123.

(B) 125.

(C) Vô số.

(D) 124.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 11. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$$

có nghiệm trên $[0; 1]$.

(A) 2.

(B) 5.

(C) 4.

(D) 3.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 12. Cho hai số thực a, b lớn hơn 1 thỏa mãn $a + b = 2020$. Gọi m, n là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x)(\log_b x) - 2\log_a x - 2 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $m.n + 4a$ bằng

(A) 8076.

(B) 2028.

(C) 1011.

(D) 3622.

💬 Lời giải.

Dạng 2. Phương trình không có nghiệm đẹp – Phương pháp hàm số

❖ **Ví dụ 13.** Gọi $(a; b)$ là các tập giá trị của tham số m để phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 5)$. Tổng $a + b$.

(A) 2.

(B) 4.

(C) -6.

(D) -14.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 14.** Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

(A) $m \geq 1$.

(B) $0 < m < 1$.

(C) $m \leq 0$.

(D) $m < 1$.

Lời giải.

❖ **Ví dụ 15.** Phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có nghiệm trên $(1; 3^{\sqrt{3}}]$ khi

(A) $m \in [2; +\infty)$.

(B) $m \in (-\infty; 0)$.

(C) $m \in [0; 2]$.

(D) $m \in (0; 2]$.

Lời giải.

Ví dụ 16. Cho phương trình $(\sqrt{5} + 1)^x + 2m(\sqrt{5} - 1)^x = 2^x$. Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất.

Ⓐ $m < 0$.

Ⓑ $m \leq 0, m = \frac{1}{8}$.

Ⓒ $0 < m \leq \frac{1}{8}$.

Ⓓ $m < 0, m = \frac{1}{8}$.


 Lời giải.

❖ Ví dụ 17. Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

(A) $1 \leq m \leq \sqrt{2}$.

(B) $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$.

(C) $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$.

(D) $3 \leq m \leq 4$.

💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$ có hai nghiệm phân biệt.

(A) $\log_4 3 < m < 1$.

(B) $1 < m < \log_3 4$.

(C) $\log_4 3 \leq m < 1$.

(D) $1 < m \leq \log_3 4$.

💬 Lời giải.

⇨ **Ví dụ 19.** Cho phương trình $2x^3 + x^2 - 2x + m - 2x^2 + x + x^3 - 3x + m = 0$. Tập các giá trị m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt có dạng $(a; b)$. Tổng $a + 2b$ bằng

(A) 1.

(B) -2.

(C) 0.

(D) 2.

💬 Lời giải.

⇨ **Ví dụ 20.** Cho các số thực x, y thỏa mãn $5 + 16 \cdot 4^{x^2-2y} = (5 + 16^{x^2-2y}) \cdot 7^{2y-x^2+2}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{10x + 6y + 26}{2x + 2y + 5}$. Tính $T = M + m$.

(A) $T = 10$.

(B) $T = \frac{21}{2}$.

(C) $T = \frac{19}{2}$.

(D) $T = 15$.

💬 Lời giải.

Dạng 3. Bất phương trình – Phương pháp hàm số

Ví dụ 21. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số m để bất phương trình $m \cdot 9^x + (m - 1)3^{x+2} + m - 1 > 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

A 3.

B 9.

C 8.

D 2.

Lời giải.

⇨ **Ví dụ 22.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(3m+1)12^x + (2-m)6^x + 3^x \leq 0$ có nghiệm đúng với $\forall x > 0$.

☐ A $m < -2$.

☐ B $m > -2$.

☐ C $m \leq -2$.

☐ D $m \geq -2$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Ví dụ 23.** Cho bất phương trình $m \cdot 9^{2x^2-x} - (2m+1)6^{2x^2-x} + m \cdot 4^{2x^2-x} \leq 0$. Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \geq \frac{1}{2}$.

☐ A $m < \frac{3}{2}$.

☐ B $m \leq \frac{3}{2}$.

☐ C $m \leq 0$.

☐ D $m < 0$.

💬 **Lời giải.**

❖ Ví dụ 24.

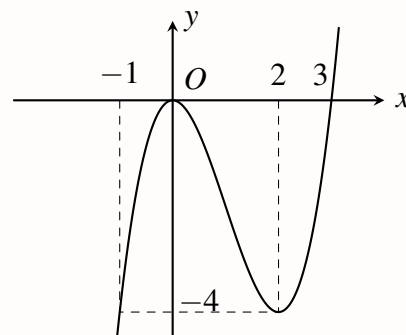
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên biết $f(2) = -4$, $f(3) = 0$. Bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ có nghiệm $x \in (\ln 2; 1)$ khi và chỉ khi

(A) $m > -\frac{4}{1011}$.

(B) $m > -\frac{4}{2025}$.

(C) $m \geq \frac{4}{3e + 2019}$.

(D) $m > \frac{f(e)}{3e + 2019}$.



💬 Lời giải.

❖ Ví dụ 25. Tập hợp các giá trị của m để bất phương trình $\sqrt{2^x + 2} + \sqrt{6 - 2^x} \geq m$ có nghiệm là

(A) $2\sqrt{2} \leq m \leq 4$.

(B) $0 \leq m \leq 2\sqrt{2}$.

(C) $m \geq 4$.

(D) $m \leq 4$.

💬 Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

B

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

❖ **Câu 1.** Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = -1$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

(A) $(-5; 0)$.

(B) $(-7; -5)$.

(C) $(0; 1)$.

(D) $(5; 7)$.

Lời giải.

❖ **Câu 2.** Biết phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ với m là tham số thực, có hai nghiệm là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $m \in (-2; -1)$.

(B) $m \in (0; 2)$.

(C) $m \in (-1; 0)$.

(D) $m \in (2; 4)$.

Lời giải.

❖ **Câu 3.** Phương trình $9^x - 3m \cdot 3^x + 3m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}_+$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $b - a$ bằng

(A) -2 .

(B) -1 .

(C) 1 .

(D) 2 .

Lời giải.

❖ **Câu 4.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^x + (2-m)4^x - 8^x = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$?

(A) 3 .

(B) 2 .

(C) 0 .

(D) 1 .

Lời giải.

❖ **Câu 5.** Giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - (2m + 3)2^x + 64 = 0$ có hai nghiệm thực thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 24$ thuộc khoảng nào sau đây?

- ☐ A $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.
 ☐ B $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$.
 ☐ C $\left(\frac{21}{2}; \frac{29}{2}\right)$.
 ☐ D $\left(\frac{11}{2}; \frac{19}{2}\right)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m + 1) \cdot 16^x - 2(2m - 3) \cdot 4^x + 6m + 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

- ☐ A 2.
 ☐ B 0.
 ☐ C 1.
 ☐ D 3.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 7. Tìm m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + 4m + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

(A) $m > -\frac{5}{4}$.

(B) $m > 5$.

(C) $\begin{cases} m < -1 \\ m > 5 \end{cases}$.

(D) $m > 0$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số k để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2k - 1 = 0$ có nghiệm thuộc $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?

(A) 0.

(B) 4.

(C) 3.

(D) 7.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 9.** Có bao nhiêu số nguyên dương m nhỏ hơn 2018 để phương trình $3^{|x|+1} + x^2 - m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt?

(A) 2017.

(B) 2014.

(C) 2015.

(D) 2016.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$ có hai nghiệm phân biệt.

(A) $\log_4 3 < m < 1$.

(B) $1 < m < \log_3 4$.

(C) $\log_4 3 \leq m < 1$.

(D) $1 < m \leq \log_3 4$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Biết x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của phương trình $\log_3 (\sqrt{x^2 - 3x + 2} + 2) + 5^{x^2 - 3x + 1} = 2$ và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{2}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

(A) $a + b = 13$.

(B) $a + b = 14$.

(C) $a + b = 11$.

(D) $a + b = 17$.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 12.** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $1 \leq x \leq 2020$ và $x + x^2 - 9^y = 3^y$

(A) 2020.

(B) 1010.

(C) 6.

(D) 7.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 13.** Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn $2 \cdot 2^x + x + \sin^2 x = 2^{\cos^2 x}$

(A) 4.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 0.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 14.** Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 20.

(B) 21.

(C) 9.

(D) 19.

💬 **Lời giải.**

Gv Ths: Nguyễn Hoàng Việt

❖ **Câu 15.** Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để phương trình $2^{x^2+2x+3} - 2^{m^2x^2+1} = (1 - m^2)x^2 + 2x + 2$ có hai nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

(A) 15.

(B) 17.

(C) 18.

(D) 16.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 16.** Có bao nhiêu giá trị của tham số $m \in (0; 2018)$ để phương trình $\log_2 (m + \sqrt{m + 2^x}) = 2x$ có nghiệm thực?

(A) 2017.

(B) 2018.

(C) 2016.

(D) 2015.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 17.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

(A) 7.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 18.** Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương, nhỏ hơn 10 để bất phương trình $7^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \leq m \cdot 4^{\cos^2 x}$ có nghiệm?

(A) 11.

(B) 9.

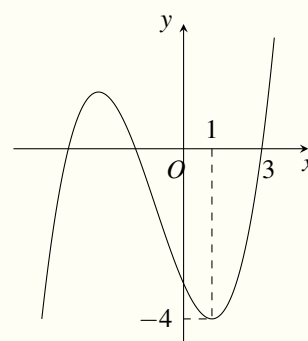
(C) 10.

(D) 2.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 19.** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ có nghiệm $x \in (0; 1)$ khi và chỉ khi

- (A) $m > -\frac{4}{1011}$. (B) $m \geq -\frac{4}{3e + 2019}$.
(C) $m \geq -\frac{2}{1011}$. (D) $m \geq \frac{f(e)}{3e + 2019}$.



💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 20.** Cho hàm số $f(x) = 2020^x - 2020^{-x}$. Gọi m_0 là số nguyên lớn nhất trong số nguyên m thỏa mãn $f(m+1) + f\left(\frac{m}{2020} - 2020\right) < 0$. Tìm m_0 .

- (A) $m_0 = 2018$. (B) $m_0 = 2019$. (C) $m_0 = 2020$. (D) $m_0 = 2021$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 21.** Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

- (A) 2017. (B) 4014. (C) 2018. (D) 4015.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
y'	+	+	0	-	-
y	-1 ↗ $+\infty$	$-\infty$ ↗ 4 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ -1		

Phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$?

(A) 3.

(B) 2.

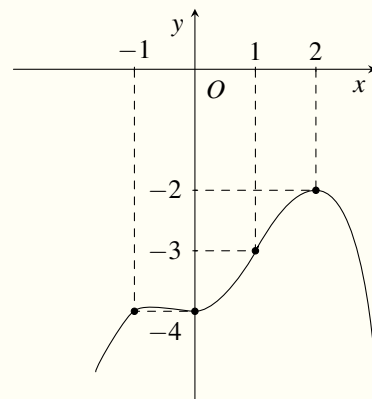
(C) 4.

(D) 5.

💬 Lời giải.

⇨ **Câu 23.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) \leq 3^x - 2x + m$ có nghiệm trên $(-\infty; 1]$ khi và chỉ khi

- (A) $m \geq f(1) - 1$. (B) $m > f(1) + 1$.
 (C) $m \leq f(1) - 1$. (D) $m < f(1) - 1$.



💬 Lời giải.

⇨ **Câu 24.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình sau có nghiệm thực

$$\ln \left(\frac{\sin^3 x + 4}{-3 \sin x + 4 + m} \right) + \sin^3 x + 3 \sin x - m = 0.$$

- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 6.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 25.** Cho phương trình $9^{x^2+m} - 3^{(x+2)^2} = -x^2 + 4x + 4 - 2m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m nằm trong khoảng $(-2018; 2018)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt?

(A) 2021.

(B) 2022.

(C) 2020.

(D) 2019.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 26.** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để phương trình $\log_2(2x+m) = \log_{\sqrt{2}}(x-1)$ có nghiệm duy nhất?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 27.** Cho phương trình $2^{x^3+x^2-2x+m} - 2^{x^2+x} + x^3 - 3x + m = 0$. Tập các giá trị m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt có dạng $(a; b)$. Tổng $a + 2b$ bằng

(A) 1.

(B) 0.

(C) -2.

(D) 2.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 28.** Cho $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_2(2x+2) + x - 3y = 8^y$. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?

(A) 2019.

(B) 2018.

(C) 1.

(D) 4.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 29.** Cho $\begin{cases} x, y \in \mathbb{R} \\ x, y \geq 1 \end{cases}$ sao cho $\ln\left(2 + \frac{x}{y}\right) + x^3 - \ln 3 = 19y^3 - 6xy(x+2y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $T = x + \frac{1}{x+3y}$.

(A) $m = 1 + \sqrt{3}$.

(B) $m = 2$.

(C) $m = \frac{5}{4}$.

(D) $m = 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 30.** Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_2 \frac{y}{2\sqrt{1+x}} = 3(y - \sqrt{1+x}) - y^2 + x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $K = x - y$.

A $\min K = -\frac{3}{4}$.

B $\min K = -\frac{5}{4}$.

C $\min K = -2$.

D $\min K = -1$.

💬 **Lời giải.**

—HẾT—

BÀI 8. ĐỀ TỔNG ÔN

A

ĐỀ SỐ 1

❖ Câu 1. Rút gọn biểu thức $Q = \frac{b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[5]{b}}$ với $b > 0$.

(A) $Q = b^{\frac{1}{15}}$.

(B) $Q = b^{-\frac{2}{15}}$.

(C) $Q = b^{\frac{2}{15}}$.

(D) $Q = b^{\frac{5}{3}}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 2. Biến đổi $\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[4]{x}$, ($x > 0$) thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ ta được

(A) $x^{\frac{20}{3}}$.

(B) $x^{\frac{23}{12}}$.

(C) $x^{\frac{21}{12}}$.

(D) $x^{\frac{12}{5}}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 3. Cho số thực a thỏa $a^3 > a^\pi$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $0 < a < 1$.

(B) $a < 0$.

(C) $a > 1$.

(D) $a = 1$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 4. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{2016}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

(B) $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(D) $\mathcal{D} = (1; 2)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 5. Hàm số $f(x) = (3 - x)^{\frac{7}{2}}$ có tập xác định là

(A) $D = (-\infty; 3)$.

(B) $D = (0; +\infty)$.

(C) $D = (-\infty; 0)$.

(D) $D = (3; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 6. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 + x - 2)^{-2}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(B) $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (-2; 1)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

💬 Lời giải.

Nơi Đầu Có Ý Chỉ Ở Đó Có Con Đường

❖ **Câu 7.** Cho hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$. Đạo hàm của hàm số đã cho là

(A) $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1} \ln \sqrt{2}$.

(B) $y' = x^{\sqrt{2}}$.

(C) $y' = x^{\sqrt{2}} \ln \sqrt{2}$.

(D) $y' = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 8.** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, đặt $P = \log_{a^2}(ab^6)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P = 23 \log_a(ab)$.

(B) $P = 3 \log_a(ab)$.

(C) $P = \frac{1}{2} + 3 \log_a b$.

(D) $P = 2 + 3 \log_a b$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 9.** Cho $\log_c a = 2$ và $\log_c b = 4$. Tính $P = \log_a b^4$.

(A) $P = 8$.

(B) $P = \frac{1}{32}$.

(C) $P = \frac{1}{8}$.

(D) $P = 32$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 10.** Cho $\log_2 5 = a, \log_3 5 = b$. Tính $\log_6 5$ theo a, b .

(A) $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$.

(B) $\log_6 5 = a^2 + b^2$.

(C) $\log_6 5 = a + b$.

(D) $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 11.** Cho $a > 0, a \neq 1$ và hai số thực dương b, c thỏa mãn $\log_a b = 3$ và $\log_a c = -2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a \frac{a^2 \sqrt[3]{b}}{c^5}$.

(A) $P = 9$.

(B) $P = -2$.

(C) $P = -7$.

(D) $P = 13$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 12.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{x-2}$.

(A) $\mathcal{D} = (-\infty; -3] \cup (2; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (-3; 2)$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 13.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = m - 1$ có nghiệm thực.

(A) $m > 1$.

(B) $m \geq 1$.

(C) $m < 1$.

(D) $m \neq 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 14.** Cho hàm số $y = \ln x$. Tính đạo hàm của hàm số trên khoảng $(0; +\infty)$.

(A) $y' = x$.

(B) $y' = \frac{1}{x}$.

(C) $y' = -\frac{1}{x}$.

(D) $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 15.** Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{1-2x}$.

(A) $y' = 3^{1-2x} \ln 3$.

(B) $y' = (1-2x)3^{-2x}$.

(C) $y' = -2 \cdot 3^{1-2x} \ln 3$.

(D) $-2 \cdot 3^{1-2x}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 16.** Anh Việt muốn mua một ngôi nhà trị giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Vậy ngay từ bây giờ Việt phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép là bao nhiêu tiền để có đủ tiền mua nhà,

biết rằng lãi suất hàng năm vẫn không đổi là 8% một năm và lãi suất được tính theo kỳ hạn một năm? (kết quả làm tròn đến hàng triệu)

- (A) 397 triệu đồng. (B) 396 triệu đồng. (C) 395 triệu đồng. (D) 394 triệu đồng.

Lời giải.

❖ **Câu 17.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_3(3 - x)$.

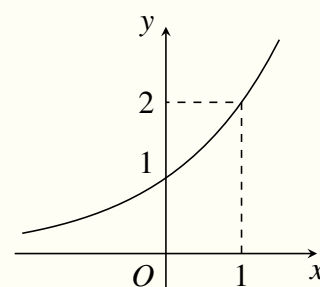
- (A) $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. (C) $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải.

❖ **Câu 18.**

Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đồ thị là đường cong được cho trong hình vẽ?

- (A) $y = \log_2(x + 3)$. (B) $y = \log_3 x$.
(C) $y = 2^x$. (D) $y = 2^{-x}$.

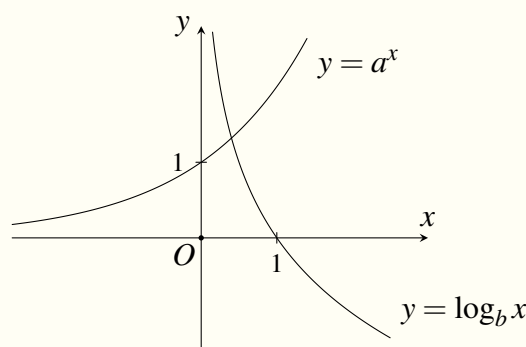


Lời giải.

❖ **Câu 19.**

Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được cho như hình vẽ bên. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

- (A) $a > 1, 0 < b < 1$. (B) $0 < a < 1, b > 1$.
(C) $0 < a < 1, 0 < b < 1$. (D) $a > 1, b > 1$.



Lời giải.

❖ **Câu 20.** Giải phương trình $2^x = 3$

- (A) $x = 2^{\sqrt{3}}$. (B) $x = \log_2 3$. (C) $x = \log_3 2$. (D) $x = 3^{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

❖ Câu 21. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2 2018x = 3$.

- (A) $x = 3 + \log_2 2018$. (B) $x = \frac{4}{1009}$. (C) $x = 3 - \log_2 2018$. (D) $x = \frac{3^2}{2018}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 22. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 8) = 0$ bằng

- (A) 3. (B) -6. (C) 0. (D) 6.

💬 Lời giải.

❖ Câu 23. Cho phương trình $5^{x^2-3} = \frac{1}{25^x}$. Khi đó, tổng các nghiệm của phương trình có giá trị là

- (A) 4. (B) -4. (C) 2. (D) -2.

💬 Lời giải.

❖ Câu 24. Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $5^{x-1} + 5^{3-x} = 26$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ có giá trị bằng

- (A) 5. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

💬 Lời giải.

❖ Câu 25. Phương trình $\log_2^2 x + 3 \log_{\frac{1}{2}} x + 2 = 0$ có tổng tất cả các nghiệm là

- (A) 6. (B) 8. (C) 9. (D) 5.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 26.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\pi \log_7^2 x - 10 \log_7 x + e = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{7}} x_1 \cdot \log_{\sqrt{7}} x_2$.

(A) $P = \frac{e}{4\pi}$.

(B) $P = \frac{2e}{\pi}$.

(C) $P = \frac{4e}{\pi}$.

(D) $P = \frac{e}{\pi}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 27.** Giải phương trình $e^{2x} = 2e^x + 3$.

(A) $x = \ln 3$.

(B) $\begin{cases} x = 0 \\ x = \ln 3 \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = \frac{1}{e} \\ x = \ln 3 \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 28.** Giải bất phương trình $\log_8 (4 - 2x) \geq 2$.

(A) $x \leq 6$.

(B) $x \leq -30$.

(C) $x \geq 6$.

(D) $x \geq -30$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 29.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{25}\right)^{2x-\frac{3}{2}} < 5^{1-2x}$.

(A) $S = (-\infty; 1)$.

(B) $S = (-1; +\infty)$.

(C) $S = (-\infty; -1)$.

(D) $S = (1; +\infty)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 30.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $4 \log_{0,04}^2 x - 5 \log_{0,2} x < -6$.

(A) $S = \left(\frac{1}{25}; +\infty\right)$.

(B) $S = \left(-\infty; \frac{1}{125}\right) \cup \left(\frac{1}{25}; +\infty\right)$.

(C) $S = \left(\frac{1}{125}; \frac{1}{25}\right)$.

(D) $S = \left(-\infty; \frac{1}{125}\right)$.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 31. Bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ có tập nghiệm là

- (A) $(0; +\infty)$. (B) $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. (C) $(-3; 1)$. (D) $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 32. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x) < \log_2(x + 1)$.

- (A) $(0; 1)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $(-1; 1)$. (D) $(-\infty; 1)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 33. Một khu rừng ban đầu có trữ lượng gỗ là $4 \cdot 10^5$ mét khối gỗ. Gọi tốc độ sinh trưởng mỗi năm của khu rừng đó là $a\%$. Biết sau 5 năm thì sản lượng gỗ là xấp xỉ $4,8666 \cdot 10^5$ mét khối. Giá trị của a xấp xỉ

- (A) 3,5%. (B) 4%. (C) 4,5%. (D) 5%.

💬 Lời giải.

❖ Câu 34. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 98ab$. Tính $P = \ln\left(\frac{a+b}{10}\right)$.

- (A) $P = 2\ln(ab)$. (B) $P = 2\ln(10ab)$. (C) $P = \frac{1}{2}\ln(10ab)$. (D) $P = \frac{1}{2}\ln(ab)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 35. Cho hai số thực dương m, n thỏa mãn $\log_4\left(\frac{m}{2}\right) = \log_6 n = \log_9(m+n)$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{m}{n}$.

- (A) $P = 2$. (B) $P = 1$. (C) $P = 4$. (D) $P = \frac{1}{2}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 36. Phương trình $2^{x^2+x} - 4 \cdot 2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 4.

💬 Lời giải.

❖ Câu 37. Biết x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của phương trình $\log_3 (\sqrt{x^2 - 3x + 2} + 2) + 5^{x^2 - 3x + 1} = 2$ và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{2}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

(A) $a + b = 13$.

(B) $a + b = 14$.

(C) $a + b = 11$.

(D) $a + b = 17$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 38. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{2x^2-15x+100} - 2^{x^2+10x-50} + x^2 - 25x + 150 < 0$.

(A) 6.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 3.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 39.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

(A) 13.

(B) 3.

(C) 6.

(D) 4.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $9^x + 3^{x+1} - m = 0$ có nghiệm thuộc $(0; 1)$.

(A) 11.

(B) 12.

(C) 13.

(D) 14.

💬 **Lời giải.**

—HẾT—

B

ĐỀ SỐ 2

❖ **Câu 1.** Cho α là một số thực dương. Viết $\alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\alpha}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

(A) $\alpha^{\frac{7}{3}}$.

(B) $\alpha^{\frac{7}{6}}$.

(C) $\alpha^{\frac{5}{3}}$.

(D) $\alpha^{\frac{1}{3}}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 2.** Rút gọn biểu thức $P = (2 - \sqrt{3})^{2017} \cdot (2 + \sqrt{3})^{2018}$.

(A) $P = 2 - \sqrt{3}$.

(B) $P = 1$.

(C) $P = -2 - \sqrt{3}$.

(D) $P = 2 + \sqrt{3}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 3.** Tập xác định của hàm số $y = (x + 1)^{-2}$ là

(A) $[-1; +\infty)$.

(B) $(-1; +\infty)$.

(C) $\mathbb{R}$.

(D) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 4.** Hàm số $y = x^{\pi+1} + (x^2 - 1)^{2e}$ có tập xác định là

(A) $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

(B) $(1; +\infty)$.

(C) $(-1; 1)$.

(D) $\mathbb{R}$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 5.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{2}}$.

(A) $\mathcal{D} = (1; 2)$.

(B) $\mathcal{D} = [1; 2]$.

(C) $\mathcal{D} = (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 6.** Cho a là số thực dương và khác 1. Tính $P = a^{\log_{\sqrt{a}} 5}$.

- ☐ A $P = 5$.
 ☐ B $P = 25$.
 ☐ C $P = \sqrt{5}$.
 ☐ D $P = \frac{1}{5}$.

Lời giải.

❖ **Câu 7.** Với x là số thực dương tùy ý, mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- ☐ A $\log_{100} x = \log x$.
 ☐ B $\log_{100} x = 2 \log x$.
 ☐ C $\log_{100} x = \frac{1}{2} \log x$.
 ☐ D $\log_{100} x = -\log x$.

Lời giải.

❖ **Câu 8.** Cho $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$, $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ A $a > 1, 0 < b < 1$.
 ☐ B $a > 1, b > 1$.
 ☐ C $0 < a < 1, 0 < b < 1$.
 ☐ D $0 < a < 1, b > 1$.

Lời giải.

❖ **Câu 9.** Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 + \log_4 x$.

- ☐ A $P = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.
 ☐ B $P = \frac{3}{\sqrt{2}}$.
 ☐ C $P = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
 ☐ D $P = -\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

❖ **Câu 10.** Đặt $\log_5 4 = a$, $\log_5 3 = b$. Hãy biểu diễn $\log_{25} 12$ theo a và b .

- ☐ A $2ab$.
 ☐ B $\frac{a+b}{2}$.
 ☐ C $2(a+b)$.
 ☐ D $\frac{ab}{2}$.

Lời giải.

❖ **Câu 11.** Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2+1}$.

- ☐ A $y' = x \cdot 2^{x^2+1} \ln 2$.
 ☐ B $y' = 2^{x^2+1} \ln 2$.
 ☐ C $y' = 2x \cdot 2^{x^2+1} \ln (x^2 + 1)$.
 ☐ D $y' = 2x \cdot 2^{x^2+1} \ln 2$.

Lời giải.

❖ Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 4x + 4)$.

(A) $(2; +\infty)$.

(B) $[2; +\infty)$.

(C) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

(D) $\mathbb{R}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 13. Cho hàm số $y = \ln(3x^2 - 2x - 1)$. Số nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 2.

💬 Lời giải.

❖ Câu 14. Bà A gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ tiếp theo) với lãi suất 7%/năm. Hỏi sau 2 năm bà A thu được lãi là bao nhiêu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

(A) 20 triệu đồng.

(B) 14,50 triệu đồng.

(C) 14,49 triệu đồng.

(D) 15 triệu đồng.

💬 Lời giải.

❖ Câu 15. Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{29}{3}$.

(B) $x = \frac{11}{3}$.

(C) $x = \frac{25}{3}$.

(D) $x = 87$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 16. Số nghiệm của phương trình $16^x + 3 \cdot 4^x + 2 = 0$.

(A) 3.

(B) 0.

(C) 2.

(D) 1.

💬 Lời giải.

❖ Câu 17. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 6) = \log_3(x - 2) + 1$ là

(A) 2.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 3.

💬 Lời giải.

❖ Câu 18. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+3x-3} = 2 \cdot 4^{x+1}$ bằng

(A) -1.

(B) 1.

(C) 2.

(D) -5.

💬 Lời giải.

❖ Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x - 9) > 0$ là

(A) $[9; +\infty)$.

(B) $(10; +\infty)$.

(C) $[10; +\infty)$.

(D) $(9; +\infty)$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 20. Số nghiệm **nguyên** của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) > -3$

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 5.

💬 Lời giải.

❖ Câu 21. Tìm số nghiệm nguyên thỏa mãn bất phương trình $2^{x^2-x} \leq 4$.

(A) 4.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 0.

💬 Lời giải.

⇨ **Câu 22.** Cho bất phương trình $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x > 0$. Nếu đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ với $t > 0$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây?

- (A) $12t^2 - 35t + 18 > 0$. (B) $18t^2 - 35t + 12 > 0$.
(C) $12t^2 - 35t + 18 < 0$. (D) $18t^2 - 35t + 12 < 0$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 23.** Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x+1) > \log_{\frac{1}{2}}(x+7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 24.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1) > 1 - \log_3(x+1)$ là

- (A) $(2; +\infty)$. (B) $(1; 2)$.
(C) $(-2; -1)$. (D) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

💬 **Lời giải.**

⇨ **Câu 25.** Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ là $T = [a; b]$. Khi đó $a - b$ bằng

- (A) $\frac{5}{2}$. (B) -2 . (C) 1 . (D) $\frac{3}{2}$.

💬 **Lời giải.**

❖ Câu 26. Tích các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 5 = 0$.

(A) -6.

(B) -3.

(C) 1.

(D) $\sqrt{3}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 27. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2\log_4(x-3) + \log_4(x-6)^2 = 1$ là

(A) 9.

(B) $\frac{27 + \sqrt{17}}{2}$.

(C) 18.

(D) $\frac{18 + \sqrt{17}}{2}$.

💬 Lời giải.

❖ Câu 28. Tổng giá trị của tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_4 x} = 1$ bằng

(A) 24.

(B) 18.

(C) 9.

(D) 12.

💬 Lời giải.

❖ **Câu 29.** Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình: $\log_2 \left(\frac{x^2 + 2x + 2}{3x^2 + x + 2} \right) = x^2 - 3x - 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2$.

(A) $T = \frac{25}{4}$.

(B) $T = \frac{33}{4}$.

(C) $T = 15$.

(D) $T = 13$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 30.** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{25} \frac{x}{2} = \log_{15} y = \log_9 \frac{x+y}{4}$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $a + b$.

(A) $a + b = 14$.

(B) $a + b = 3$.

(C) $a + b = 21$.

(D) $a + b = 34$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 31.** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $9^x - 2(x+5)3^x + 9(2x+1) \geq 0$.

A $[0; 1] \cup [2; +\infty)$.

B $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

C $[1; 2]$.

D $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 32. Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(\sqrt{x^2 + x + 2} + 1) + 3\log_5(x^2 + x + 3) < 4$ là $(a; b)$. Khi đó tổng $2a + b$ bằng

A -3 .

B 2 .

C 3 .

D 0 .

Lời giải.

Câu 33. Giải bất phương trình $\log_3 \frac{5x+1}{(x-1)^2} \geq 3x^2 - 11x + 3$ ta được tập nghiệm S . Biết rằng S có dạng $[a; b] \setminus \{1\}$. Hãy tính $T = (a + b) - ab$.

A $\frac{23}{3}$.

B $\frac{11}{3}$.

C 3.

D $\frac{10}{3}$.

Lời giải.

Gv Ths: Nguyễn Hoàng Việt

❖ **Câu 34.** Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^3 - 2x^2 - 3x + 4) + \log_{\frac{1}{2}}(x - 1) = 0$ là

A 0.

B 3.

C 2.

D 1.

Lời giải.

❖ **Câu 35.** Biết rằng phương trình $\log_{\sqrt[3]{2}}x + \log_{\sqrt{\frac{1}{2}}}(1 - \sqrt{x}) = \log_2(x - 2\sqrt{x} + 2) + 1$ có nghiệm $x = a + b\sqrt{c}$, với $a, c, b \in \mathbb{Z}$ và $c \leq 11$. Tính $a + b + c$.

A 5.

B 7.

C 3.

D 9.

Lời giải.

❖ **Câu 36.** Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A $m \geq 1$.

B $0 < m < 1$.

C $m \leq 0$.

D $m < 1$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 37.** Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{1+\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

A $4 \leq m \leq 3\sqrt{2}$.

B $3\sqrt{2} \leq m \leq 5$.

C $0 < m \leq 5$.

D $4 \leq m \leq 5$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 38.** Xét bất phương trình $\log_2^2 2x - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$.

- Ⓐ $m \in (-\infty; 0)$. Ⓑ $m \in \left(-\frac{3}{4}; 0\right)$. Ⓒ $m \in \left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$. Ⓓ $m \in (0; +\infty)$.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 39.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $5^{\sin^2 x} + 6^{\cos^2 x} = 7^{\cos^2 x} \cdot \log_2 m$ có nghiệm?

- Ⓐ 63. Ⓑ 64. Ⓒ 65. Ⓓ 66.

💬 **Lời giải.**

❖ **Câu 40.** Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$.

(A) $S_{\min} = 25$.

(B) $S_{\min} = 30$.

(C) $S_{\min} = 33$.

(D) $S_{\min} = 17$.

💬 Lời giải.

—HẾT—