TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN

ĐỀ LUYỆN TẬP TUẦN 2 THÁNG 2 NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn: Toán lớp 11. Thời gian làm bài: 120 phút.

A – Trắc nghiệm (7 điểm): *Chọn đáp án đúng* ***(Học sinh ghi đáp án đúng vào giấy làm bài)***

Câu 1. Cho dãy số (u_n), biết $u_n = (-1)^{n+1}\cos\dfrac{2\pi}{n}$, $n \geq 1$. Khi đó u_{12} bằng :

A. $-\dfrac{1}{2}$ **B.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 2. Trong các dãy số được cho bởi các công thức truy hồi sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+1} = 4u_n \end{cases}$

Câu 3. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$, $n \geq 1$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là ***sai***?

A. (u_n) là dãy bị chặn dưới **B.** $u_6 = \dfrac{13}{7}$

C. (u_n) là dãy giảm **D.** (u_n) là dãy tăng và bị chặn

Câu 4. Biết bốn số 8; *x*; –4; *y* theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $2x - y$ là:

A. 14 **B.** –6 **C.** –8 **D.** 12

Câu 5. Một lớp 11 dự kiến làm thiệp chúc mừng để bán gây quỹ từ thiện trong 4 ngày như sau: ngày đầu tiên, mỗi bạn làm được 2 thiệp, từ ngày thứ hai trở đi, mỗi bạn làm được số thiệp gấp đôi ngày liền trước đó. Biết lớp có 30 học sinh, hỏi lớp làm được bao nhiêu thiệp?

A. 1860 cái **B.** 540 cái **C.** 420 cái **D.** 900 cái

Câu 6. Trong các dãy số (u_n) được cho bởi công thức tổng quát sau, dãy số nào ***không*** bị chặn?

A. $u_n = (-1)^n.\dfrac{\sqrt{n^2+1}}{n+1}$ **B.** $u_n = \sin 3n + \cos n$ **C.** $u_n = \dfrac{n^2+5}{2n+4}$ **D.** $u_n = \dfrac{3n+4}{n+2}$

Câu 7. Cho các số *a*; *b*; *c* theo thứ tự lập thành cấp số cộng có công sai khác 0. Đẳng thức nào sau đây là ***đúng***?

A. $a^2 + c^2 = 2ab + 2bc$ **B.** $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$

C. $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$ **D.** $a^2 - c^2 = ab - bc$

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n), $n \geq 1$ với công bội *q*. Biết rằng: $\begin{cases} u_1.u_3 = \dfrac{1}{9} \\ u_1 + u_2 + u_3 = \dfrac{1}{2} \end{cases}$. Tìm số hạng đầu của cấp số nhân.

A. $u_1 = -2, u_1 = -\dfrac{1}{2}$ **B.** $u_1 = \dfrac{1}{6}, u_1 = \dfrac{2}{3}$ **C.** $u_1 = \dfrac{1}{6}, u_1 = -\dfrac{1}{2}$ **D.** $u_1 = \dfrac{1}{3}, u_1 = \dfrac{2}{3}$

Câu 9. Chọn khẳng định ***sai*** trong các khẳng định sau?

A. Cho *G* là trọng tâm tam giác *ABC* . Khi đó ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

B. Cho *I* là trung điểm của đoạn thẳng *AB*. Khi đó ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$, với mọi điểm *M*

C. Cho *G* là trọng tâm tam giác *ABC*. Khi đó ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$, với mọi điểm *M*

D. Cho $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp. Khi đó ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$

Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Phân tích véc tơ $\overrightarrow{BC'}$ qua các véc tơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$

A. $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$ **B.** $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ **C.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$ **D.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có M là trung điểm AB, N là trung điểm AC. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là ***đúng***?

A. Ba vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng **B.** Ba vectơ $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{BD}$ đồng phẳng

C. Ba vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng **D.** Ba vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{MN}$ đồng phẳng

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{EF}$

A. $2a^2$ **B.** $a\sqrt{2}$ **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$ **D.** a^2

Câu 13. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, K lần lượt là tâm của các hình bình hành $ABB'A'$ và $BCC'B'$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là ***sai***?

A. Bốn điểm I, K, C, A đồng phẳng **B.** $\overrightarrow{BD}+2\overrightarrow{IK}=2\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{IK}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{A'C'}$ **D.** $\overrightarrow{BD},\overrightarrow{IK},\overrightarrow{B'C'}$ không đồng phẳng

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và AA' bằng 60°

B. Góc giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$ bằng 90°

C. Góc giữa hai đường thẳng AB và $D'C$ bằng 45°

D. Góc giữa hai đường thẳng $A'D$ và AC bằng 60°

B – Tự luận (3 điểm):

Bài 1. (1 điểm) Cho một cấp số cộng với công sai khác 0 có tổng 3 số hạng thứ 2; 3; 4 của nó bằng 33. Nếu cộng vào 3 số hạng này lần lượt các giá trị 5; –3; –7 ta thu được ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân.

a) Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

b) Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu tiên của cấp số cộng để tổng của các số hạng này bằng 2020.

Tùy thuộc vào chương trình học trên lớp, học sinh chọn một trong hai đề bài sau:

Bài 2. (2 điểm)

a) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 5. Các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh CD và BB' thỏa mãn $BN = DM = 2$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Phân tích các vectơ $\overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{MN}$ theo $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ và chứng minh $AC' \perp MN$.

b) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp AC$, $AB \perp BD$. Gọi P, Q là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{PA}=k\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{QC}=k\overrightarrow{QD}$ ($k \neq 0; 1$). Chứng minh rằng: $AB \perp PQ$.

Bài 2. (2 điểm) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Biết $AB = BC = a$ và $AD = 2a$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a$. Kẻ $AH \perp SB$ và $AK \perp SC$ ($H \in SB$, $K \in SC$).

a) Chứng minh $AH \perp (SBC)$.

b) Chứng minh $SC \perp HK$ và $DC \perp (SAC)$.

c) Tính góc giữa hai đường thẳng HK và CD.

——— **HẾT** ———

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM
Tổ Toán – Tin học

ĐỀ ÔN TẬP TỔNG HỢP TUẦN 3 THÁNG 12 NĂM 2020
Năm học: 2019 – 2020
MÔN TOÁN LỚP 11
Thời gian làm bài: 120 phút
Ngày 17/02/2020

Bài1. Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x^3+3x^2-1}{x+1}$.

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x+1}}{x}$.

Bài 2. Giải các phương trình sau

a) $\left(\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cdot\cos x=2$.

b) $\dfrac{(1-2\sin x)\cdot\cos x}{(1+2\sin x)\cdot(1-\sin x)}=\sqrt{3}$.

c) $\sin x+\cos x\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\left(\cos 4x+\sin^3 x\right)$.

d) $\sqrt{3}\cdot\cos 5x-2\sin 3x\cdot\cos 2x-\sin x=0$.

Bài 3.

a) Tìm số hạng đầu u_1 và công sai *d* của cấp số cộng (u_n) biết

$$\begin{cases} {u_4}^2-u_7+{u_{12}}^2-u_{15}=1110 \\ {u_4}^2+u_7+{u_{12}}^2+u_{15}=1230 \end{cases}.$$

b) Tìm số hạng đầu u_1 và công bội *q* của cấp số nhân (u_n) biết

$$\begin{cases} u_1+u_2+u_3+u_4+u_5=31 \\ u_2+u_3+u_4+u_5+u_6=62 \end{cases}.$$

Bài 4. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*; $SA\perp(ABCD)$, $SA=a\sqrt{2}$. Gọi *M* và *N* lần lượt là hình chiếu vuông góc của *A* trên các đường thẳng *SB* và *SD*.

a) Chứng minh rằng $MN \parallel BD$ và $SC\perp(AMN)$.

b) Gọi *K* là giao điểm của *SC* và mặt phẳng (*AMN*). Chứng minh rằng tứ giác *AMKN* có hai đường chéo vuông góc. Tính diện tích của tứ giác đó theo *a*.

c) Tính góc giữa đường thẳng *SC* với mặt phẳng (*ABCD*).

Bài5.

a) Tính giới hạn của dãy số (u_n) biết $u_n=\dfrac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\dfrac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\cdots+\dfrac{1}{n\cdot(n^2-1)}$ với $n=2,3,4,\ldots$

b) Cho dãy số (u_n), biết $u_1=\dfrac{5}{2}$ và $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n^2-u_n+2$ với $n=1,2,3\ldots$ Chứng minh rằng $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=+\infty$ và tìm $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{1}{u_1}+\dfrac{1}{u_2}+\cdots+\dfrac{1}{u_n}\right)$.

-------------------- Hết --------------------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM
Tổ Toán – Tin học

ĐỀ ÔN TẬP TỔNG HỢP TUẦN 3 THÁNG 11 NĂM 2020
Năm học: 2019 – 2020
MÔN TOÁN LỚP 11T1
Thời gian làm bài: 180 phút
Ngày 17/02/2020

Bài1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (*C*) của hàm số đã cho khi $m = 0$.
2) Tìm *m* để tiếp tuyến của (*C*) tại điểm có hoành độ bằng 1 cắt các trục *Ox*, *Oy* lần lượt tại các điểm *A* và *B* sao cho diện tích tam giác *OAB* bằng $\frac{3}{2}$.

Bài2.

1) Tìm m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{1 + \log_3^2 x} - 2m - 1 = 0$ có nghiệm trong đoạn $\left[1; 3^{\sqrt{3}}\right]$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 2y + 1 = 0 \\ (3-x)\sqrt{2-x} - 2y\sqrt{2y-1} = 0 \end{cases}$

Bài3. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thoi tâm *O*, cạnh bằng *a* và $\angle ABC = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của *S* trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm *H* của đoạn *OB* và *SC* tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60°. Gọi *M* là trung điểm của cạnh *CD*.

1) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng *AM* và *SB*.
2) Tính thể tích khối chóp *S.ABCD* theo *a*.
3) Tia *AH* cắt *BC* tại *N*. Tính cô sin của góc tạo bởi hai đường thẳng *ON* và *SB*.

Bài4. Cho *a*, *b*, *c* là ba số thực dương. Đặt $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} = m$.

Chứng minh rằng: $\frac{5a^2 - 3ab + 5b^2}{41a^2 + 30ab + 41b^2} + \frac{5b^2 - 3bc + 5c^2}{41b^2 + 30bc + 41c^2} + \frac{5c^2 - 3ca + 5a^2}{41c^2 + 30ca + 41a^2} \geq \frac{3}{10+m}$.

Bài5. Cho tam giác ABC nhọn, không cân, đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC. Cho X, Y là hai điểm bất kỳ thuộc cạnh BC, sao cho $\angle CAX = \angle BAY$. Gọi K, S lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên AX, AY; T, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của C trên AX, AY. Đường tròn ngoại tiếp tam giác MNH cắt đường tròn ngoại tiếp các tam giác SLH và TKH lần lượt tại các điểm P và Q (khác H). Đường thẳng MN cắt các đường thẳng HP, HQ lần lượt tại D, E. Chứng minh rằng $HD = HE$.

Bài6. Cho đa thức $P(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n \in \mathbb{R}[x]$ có *n* nghiệm thực thuộc khoảng $(0;1)$. Chứng minh rằng với mọi $k = 1, 2, \ldots, n$ đều có $(-1)^k \cdot (a_k + a_{k+1} + \cdots + a_n) > 0$.

-------------------- Hết --------------------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÀ NỘI – AMSTERDAM	ĐỀ ÔN TẬP TUẦN 4 THÁNG 2 NĂM HỌC 2019 – 2020
HÀ NỘI – AMSTERDAM	Môn : TOÁN 11
Tổ Toán – Tin học	*Thời gian làm bài : 120 phút..*

Họ và tên học sinh : ……………………………………………………Lớp :………..

ĐỀ BÀI

Bài 1: Cho n là một số nguyên dương. Chứng minh rằng:

a) $n(2n^2-3n+1)$ chia hết cho 6.
b) $11^{n+1}+12^{2n-1}$ chia hết cho 133.

Bài 2: Xét tính tăng, giảm, bị chặn của các dãy số (U_n) sau với mọi số nguyên dương n.

a) $U_n = n^3-3n^2+5n-7$.
b) $U_n = \frac{n+1}{3^n}$.

Bài 3: Cho dãy số (U_n) xác định như sau:

$$U_1 = 1 \text{ và } U_{n+1} = 3U_n + 2n - 1 \ \forall n \geq 1; n \in N$$

a) Tính $U_2; U_3$.
b) Chứng minh rằng: $U_n = 3^n - n \ \forall n \geq 1; n \in N$.

Bài 4: Cho bốn số lập thành một cấp số nhân. Nếu theo thứ tự ta bỏ bớt ở bốn số đó đi 2; 1; 7; 27 thì được một cấp số cộng. Tìm cấp số nhân đã cho.

Bài 5: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là hình thang. Đáy lớn AB = 3a; AD = CD = a; tam giác SAB cân tại S và SA = 2a. Gọi (α) là mặt phẳng song song với (SAB) cắt các cạnh AD, BC, SC, SD lần lượt tại M,N,P,Q.

a) Chứng minh tứ giác MNPQ là hình thang cân.
b) Đặt AM = x (0 < x < a). Tìm x để tứ giác MNPQ thỏa mãn tính chất:
PQ + MN = QM + PN.
c) Gọi I là giao điểm của MQ và NP. Khi M di động trên AD thì I chạy trên đường nào?
d) Gọi J là giao điểm của MP và NQ. Chứng minh rằng đường thẳng IJ có phương không đổi và di động trên một mặt phẳng cố định.

------------------- Hết --------------------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN	**ĐỀ ÔN TẬP TỔNG HỢP TUẦN 4 THÁNG 2 NĂM 2020**
HÀ NỘI – AMSTERDAM	**Năm học: 2019 – 2020**
TỔ TOÁN – TIN	**MÔN TOÁN LỚP 11**
	Thời gian làm bài: 180 phút
	Ngày 24/02/2020

Bài 1 (*4,0 điểm*).

Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \mathrm{m}\,x^2 - x + \mathrm{m} + 1$ (1), m là tham số thực.

(1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 0$.

(2) Chứng minh rằng với mỗi m, đồ thị của hàm số (1) có hai điểm cực trị. Tìm m để khoảng cách giữa hai điểm đó nhỏ nhất.

Bài 2 (*4,0 điểm*).

(1) Tìm tất cả các số thực m sao cho hai phương trình sau có nghiệm chung

$$6\sin x = \mathrm{m}(7 + \cos 2x), \qquad 3\,\mathrm{m}\sin x - 8 = \mathrm{m}(4 + \sin 3x).$$

(2) Tìm số nguyên dương n lớn nhất sao cho $\sin^n x + \cos^n x \geq \frac{1}{n}$ với mọi số thực x.

Bài 3 (*4,0 điểm*).

Xét dãy số (a_n) xác định bởi $a_0 = 1, \mathrm{a}_1 = 2$ và $a_{n+2} = \frac{a^2_{n+1} + n}{a_n}$, $\forall n \geq 0$. Chứng minh rằng

$\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 2,\ \forall n \geq 0$ và $\sqrt[2019]{a_{2019}} < \frac{20}{9}$.

Bài 4 (*3,0 điểm*).

Cho hình chóp tam giác đều $D.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $b\,(b > a)$. Giả sử mặt cầu (S) tiếp xúc với cạnh DB và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại A. Tính bán kính của (S).

Bài 5 (*3,0 điểm*).

Cho số nguyên dương n. Tìm số nghiệm thực của phương trình $x^n - x^2 - x - 1 = 0$.

Bài 6 (*2,0 điểm*).

Xét các số nguyên dương $m > 1$ có tính chất: Tồn tại m tập con đôi một khác nhau $A_1, A_2, \ldots, A_m$ của tập $\{1, 2, 3, \ldots, 100\}$ sao cho với mọi $i, j\,(1 \leq i < j \leq m)$, $A_i \cap A_j$ có đúng một phần tử hoặc có các số nguyên dương $x, y\,(1 \leq x < y \leq 100)$ để $A_i \cap A_j = \{x, x+1, \ldots, y\}$. Tìm giá trị lớn nhất của m.