

ĐỀ CHÍNH THỨC

A. Câu hỏi trắc nghiệm (4,0 điểm). Chọn phương án đúng (Học sinh ghi đáp án vào giấy làm bài thi)

Câu 1. Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$?

- A. $y = \sin x$ B. $y = 2 \sin x$ C. $y = \sin 2x$ D. $y = 2 + \sin x$

Câu 2. Tập giá trị của hàm số $y = 5 \sin x - 12 \cos x$ là:

- A. $[-12; 5]$ B. $[-13; 13]$ C. $[-17; 17]$ D. $(-13; 13)$

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\sin x - 1}$ là:

- A. $\mathbb{R}$ B. $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$
C. $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D. $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\cos 2x + 1 = 0$ trên đoạn $[0; 1000\pi]$ là:

- A. 1000 B. 999 C. 2000 D. 1001

Câu 5. Tập các giá trị của tham số m để phương trình $2 \sin\left(x + \frac{2017\pi}{2}\right) + 3m = 0$ có nghiệm là:

- A. $(-1; 1)$ B. $[-1; 1]$ C. $\left[-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right]$ D. $\left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]$

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{\sin x - \cos x + \sqrt{2}}{\sin x + \cos x + 2}$. Giá trị lớn nhất của hàm số là M , giá trị nhỏ nhất là N .

Khi đó, giá trị của $2M + N$ là:

- A. $4\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $\sqrt{2}$

Câu 7. Biết $A_n^2 + C_n^3 = 50$ ($n \in \mathbb{N}^*$). Khi đó, giá trị của n là:

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

Câu 8. Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển Newton của $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$ là:

- A. -3640 B. 3640 C. 455 D. -1863680

Câu 9. Một lớp có 30 học sinh gồm 20 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất 01 học sinh là nữ?

- A. 1140 B. 2920 C. 1900 D. 900

Câu 10. Từ các số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 lập được bao nhiêu số có 6 chữ số mà chữ số liền sau nhỏ hơn chữ số liền trước?

- A. 7 B. 20160 C. 5040 D. 28

Câu 11. Một đề trắc nghiệm có 50 câu hỏi gồm 20 câu mức độ nhận biết, 20 câu mức độ vận dụng và 10 câu mức độ vận dụng cao. Xác suất để bạn An làm hết 20 câu mức độ nhận biết là 0,9; 20 câu mức độ vận dụng là 0,8 và 10 câu mức độ vận dụng cao là 0,6. Xác suất để bạn An làm trọn vẹn 50 câu là:

- A. 0,432 B. 0,008 C. 0,228 D. 1

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $A(1; 5)$, $B(-3; 2)$. Biết các điểm A, B theo thứ tự là ảnh của các điểm M, N qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$. Độ dài đoạn thẳng MN là:

- A. 50 B. 12,5 C. 10 D. 2,5.

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường tròn (C'): $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 9$. Phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{v}$ biến đường tròn (C) thành đường tròn (C'). Khi đó véc tơ $\vec{v}$ có tọa độ là:

- A. $\vec{v}(5;2)$ B. $\vec{v}(2;-5)$ C. $\vec{v}(-2;5)$ D. $\vec{v}(2;5)$

Câu 14. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

- A. Ba đường thẳng đôi một song song thì chúng nằm trên cùng một mặt phẳng.
B. Ba đường thẳng phân biệt đôi một cắt nhau thì chúng nằm trên cùng một mặt phẳng.
C. Ba đường thẳng đôi một cắt nhau thì chúng đồng quy tại một điểm.
D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 15. Cho tứ diện ABCD có M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC. Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP = 2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

- A. Q là trung điểm của đoạn thẳng AC B. $DQ = 2AQ$.
C. $AQ = 2DQ$ D. $AQ = 3DQ$.

Câu 16. Cho hình chóp S.ABCD. Một mặt phẳng (P) bất kỳ cắt các cạnh SA, SB, SC và SD lần lượt tại A', B', C', D'. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định dưới đây ?

- A. Các đường thẳng AB, CD, C'D' đồng quy. B. Các đường thẳng AB, CD, A'B' đồng quy.
C. Các đường thẳng A'C', B'D' và SI đồng quy. D. Các phương án A, B, C đều sai.

B. Câu hỏi tự luận (6,0 điểm)

Câu I. (1,5 điểm – 1,0 điểm) Giải các phương trình sau:

1. $\sin x - \sqrt{3} \cos(x + \pi) = 2 \sin 2x$
2. $5 \sin^2 x - 2 \sin 2x + 7 \cos^2 x = 4$

Câu II. (1,5 điểm – 1,5 điểm)

1. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 + 2.C_n^1 + 2^2.C_n^2 + \dots + 2^n.C_n^n = 59049$. Biết số hạng thứ 3 trong khai triển

Newton của $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\frac{81}{2}n$. Tìm x ?

2. Có 2 lô sản phẩm. Lô I có 10 sản phẩm tốt và 5 sản phẩm xấu. Lô II có 12 sản phẩm tốt và 3 sản phẩm xấu. Một người chọn ngẫu nhiên ra 2 sản phẩm từ lô I và 2 sản phẩm từ lô II một cách độc lập. Tính xác suất để cả 4 sản phẩm được chọn ra đều là sản phẩm tốt.

Câu III. (3,0 điểm – 3,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm của các tam giác SAB và SCD.

- a). Chứng minh rằng MN song song với mặt phẳng (ABCD).

- b). Gọi I là giao điểm của các đường thẳng BM và CN. Chứng minh rằng $SI \parallel CD$ và tính tỉ số $\frac{SI}{CD}$.

- c). Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC). Chứng minh rằng G là trọng tâm của tam giác SBD.

Câu IV. (0 điểm – 0,5 điểm) (Chỉ dành cho các lớp 11T2, 11Tin, 11H1, 11H2, 11L1, 11L2)

Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu hỏi độc lập. Mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời trong đó chỉ có 1 đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm, câu trả lời sai được 0 điểm. Học sinh A làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 50 câu hỏi. Biết xác suất làm đúng k câu của học sinh A đạt giá trị lớn nhất. Tìm k và số điểm học sinh A đạt được khi đó.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1.C	9.B
2.B	10.D
3.C	11.A
4.A	12.D
5.D	13.C
6.A	14.D
7.C	15.C
8.A	16.C

□

II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1 :

$$1. \sin x - \sqrt{3} \cos(x + \pi) = 2\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin x - \sqrt{3}(\cos(x) \cos(\pi) + \sin x \sin \pi) = 2\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos(x) = 2\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \sin 2x.$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + x + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{3} - x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \right\} \text{ với } k \in \mathbb{Z}$$

$$2. 5\sin^2x - 2\sin 2x + 7\cos^2x = 4$$

$$\Leftrightarrow 5\sin^2x - 2\sin x \cos x + 7\cos^2x = 4(\sin^2x + \cos^2x)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2x = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(\sin x - 3\cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \cos x \\ \sin x = 3\cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \arctan 3 + k\pi \right\} \text{ với } k \in \mathbb{Z}$$

Bài 2:

a. Ta có:

$$C_n^0 + C_n^1 \cdot 2^1 + C_n^2 \cdot 2^2 + C_n^3 \cdot 2^3 + \dots + C_n^n = 59049$$

$$\text{Theo nhị thức Newton} \Rightarrow (2+1)^n = 3^{10} \Rightarrow n=10.$$

$$\text{Ta có } \left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^{10} \text{ có số hạng tổng quát là } C_{10}^k \cdot x^{20-3k} \cdot (-3)^k$$

$$\text{Mà số hạng thứ 3 của khai triển có giá trị là } \frac{81}{2}, n = 405.$$

$$\text{Do đó là số hạng thứ 3 nên } k = 2$$

$$\Rightarrow C_{10}^2 \cdot x^{20-3 \cdot 2} \cdot (-3)^2 = 405.$$

$$\Rightarrow x^{14} = 1$$

$$\Rightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -1.$$

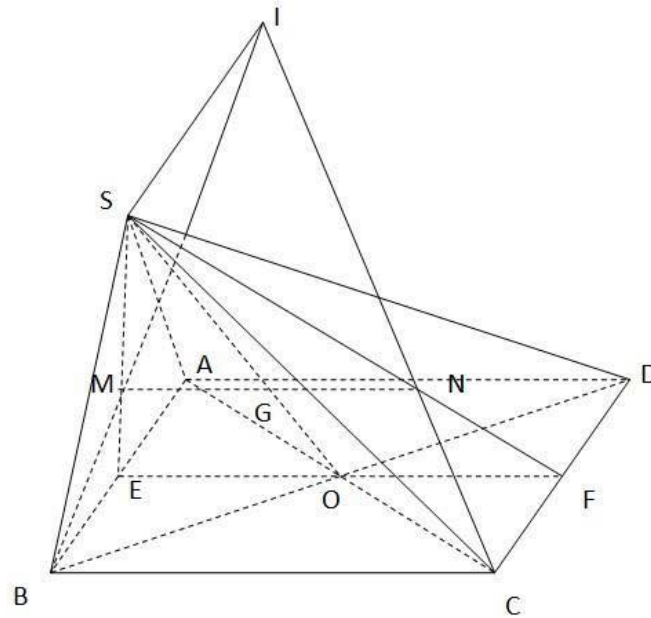
$$\text{b. Ta có không gian mẫu là } C_{15}^2 \cdot C_{15}^2$$

$$\text{Số cách để lấy 2 sản phẩm tốt từ nhóm I là : } C_{10}^2$$

$$\text{Số cách để lấy 2 sản phẩm tốt từ nhóm II là : } C_{12}^2$$

$$\text{Vậy xác suất để lấy được 4 sản phẩm tốt là :}$$

$$P = \frac{C_{10}^2 \cdot C_{12}^2}{C_{15}^2 \cdot C_{15}^2} = \frac{66}{245}$$



Bài 3:

a)

Ta gọi E, F lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD. O là giao điểm của AC và BD.

Ta có M, N lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SCD (giả thiết) nên $M \in SE$,

$N \in SF$ thỏa mãn: $\frac{SM}{SE} = \frac{SN}{SF} = \frac{2}{3}$

Áp dụng định lý Ta-lét cho tam giác SEF có $\frac{SM}{SE} = \frac{SN}{SF}$ nên $MN \parallel EF$ (1)

Lại có : $S \notin (ABCD)$, $M \in SE$, $N \in SF$ nên $MN \notin (ABCD)$ (2)

Vậy từ (1) và (2) ta có : $MN \parallel (ABCD)$ (đpcm)

b)

Xét 2 mặt phẳng (SAB) và (SBC) có

$$\begin{cases} \text{chung } S \\ AB \parallel CD \text{ (ABCD là hình chữ nhật)} \end{cases}$$

$\Rightarrow \exists (\Delta)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} S \in (\Delta) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} AB \parallel CD \parallel (\Delta) \end{cases} \quad (4)$$

$BM \subset (SAB)$; $CM \subset (SCD) \Rightarrow I = BM \cap CM$ nằm trên giao tuyến của (SAB) và (SCD)

$\Rightarrow I \in (\Delta)$ (5)

(3).(4).(5) $\Rightarrow SI \parallel AB \parallel CD \Rightarrow SI \parallel CD \Rightarrow SI \parallel FC$

Áp dụng định lý Ta-lét có $\frac{SI}{FC} = \frac{SN}{NF}$

Mà N là trọng tâm tam giác SCD nên $\frac{SN}{NF} = 2 \Rightarrow \frac{SI}{FC} = 2$

$$\frac{SI}{FC} = 2 = \frac{SI}{CD/2} = \frac{2SI}{CD} \Rightarrow \frac{SI}{CD} = 1$$

c. Ta xác định G là giao của MN và (SAC), MN ∩ (SEF)

EF là đường nối 2 trung điểm của hình chữ nhật ABCD mà AC cắt BD tại O nên EF đi qua O và AC cắt EF tại O.

Xét (SAC) và (SEF) ta có : + chung S

+ AC cắt EF tại O

Nên giao tuyến của (SAC) và (SEF) là SO

$$G = SO \cap MN = MN \cap (SAC) \quad (6)$$

Ta lại có: + MN // EF

$$+ G \in MN, O \in EF$$

+ S, G, O thẳng hàng.

Nên GM // EO. Áp dụng định lý Ta-lét ta có :

$$\frac{SM}{SF} = \frac{SG}{SO} = \frac{2}{3} \quad (7)$$

SO là trung tuyến tam giác SBD (8)

Từ (6),(7),(8) ta có G là trọng tâm tam giác SBD

Bài 4 :

+) Ta sẽ cần tính xác suất để bạn A làm được :

- Đúng k câu trên 50 câu.
- Sai (50-k) câu

+) A làm đúng k câu, vậy k câu đó là : C_{50}^k

+) Có 4 đáp án, nên xác suất đúng 1 câu là $\frac{1}{4} \Rightarrow$ xác suất đúng k câu là $\left(\frac{1}{4}\right)^k$

+) Xác suất sai 1 câu là $\frac{3}{4} \Rightarrow$ xác suất sai (50-k) câu là $\left(\frac{3}{4}\right)^{50-k}$

Vậy xác suất để đúng k câu trong bài làm là :

$$P_k = C_{50}^k \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^k \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{50-k}$$

$$\text{Xét } \frac{P_{k+1}}{P_k} = \frac{C_{50}^{k+1} \cdot \frac{1}{4^{k+1}} \cdot \frac{3^{50-(k+1)}}{4^{50-(k+1)}}}{C_{50}^k \cdot \frac{1}{4^k} \cdot \frac{3^{50-k}}{4^{50-k}}} = \frac{50-k}{3(k+1)}$$

$$\text{Vậy ta có : } \frac{P_{k+1}}{P_k} > 1 \Leftrightarrow \frac{50-k}{3k+3} > 1 \Leftrightarrow k < 11,75$$

$$\frac{P_{k+1}}{P_k} < 1 \Leftrightarrow \frac{50-k}{3k+3} < 1 \Leftrightarrow k > 11,75$$

Vậy:

$$P_{11} > P_{10} > P_9 > \dots > P_1$$

$$P_{12} > P_{13} > P_{15} > \dots > P_{50}$$

Nên k=11 hoặc k=12 thỏa mãn.

Ta lại có $P_{11} < P_{12}$; Vì vậy k=12. Khi đó điểm của An là : $0,2 \times 12 = 2,4$ (điểm)