

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x - \sqrt{2})^2 (x + \sqrt{2})^2$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2\sin x \cos 2x$

b) Giải phương trình $2\log_8(2x) + \log_8(x^2 - 2x + 1) = \frac{4}{3}$

Câu 4 (1,0 điểm). Tìm m để đường thẳng $(d): y = x - m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 3\sqrt{2}$

Câu 5 (1,0 điểm).

a) Cho $\cot a = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{\sin^2 a - \cos^2 a}$.

b) Một xí nghiệp có 50 công nhân, trong đó có 30 công nhân tay nghề loại A, 15 công nhân tay nghề loại B, 5 công nhân tay nghề loại C. Lấy ngẫu nhiên theo danh sách 3 công nhân. Tính xác suất để 3 người được lấy ra có 1 người tay nghề loại A, 1 người tay nghề loại B, 1 người tay nghề loại C.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao SA bằng $2a$, tam giác ABC vuông ở C có $AB = 2a$, $\angle CAB = 30^\circ$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SC . Tính theo a thể tích của khối chóp $H.ABC$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng $(SAB), (SBC)$.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $OABC$ (O là gốc tọa độ) có diện tích bằng 6, OA song song với BC , đỉnh $A(-1; 2)$, đỉnh B thuộc đường thẳng $(d_1): x + y + 1 = 0$, đỉnh C thuộc đường thẳng $(d_2): 3x + y + 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A có phương trình AB, AC lần lượt là $x + 2y - 2 = 0, 2x + y + 1 = 0$, điểm $M(1; 2)$ thuộc đoạn thẳng BC . Tìm tọa độ điểm D sao cho tích vô hướng $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC}$ có giá trị nhỏ nhất.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $\sqrt{\frac{x^2 + x + 2}{x + 3}} + x^2 \leq \frac{2}{\sqrt{x^2 + 3}} + 1$ trên tập số thực.

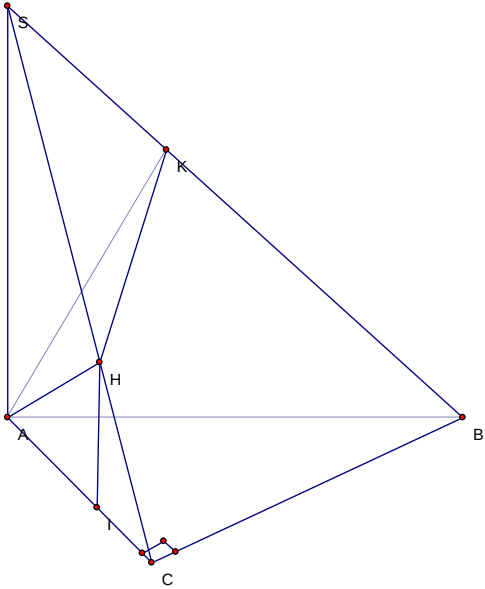
Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực x, y thỏa mãn $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 + 2xy \leq 32$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x^3 + y^3 + 3(xy - 1)(x + y - 2)$.

-----Hết-----

ĐÁP ÁN TOÁN 12, lần 1, 2015-2016

Câu	Nội dung	Điểm																
1	- Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = -2$	0,25																
	Các khoảng đồng biến $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$; khoảng nghịch biến $(-2; 0)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -2, y_{CD} = 0$; đạt cực tiểu tại $x = 0, y_{CT} = -4$ - Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25																
	Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$													
y'	$+$	0	$-$	0	$+$													
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$														
Đồ thị	0,25																	
2	Ta có $f(x) = x^4 - 4x^2 + 4$; $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 0\right]$; $f'(x) = 4x^3 - 8x$.	0,25																
	Với $x \in \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \sqrt{2}$	0,25																
	Ta có $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 3\frac{1}{16}$, $f(0) = 4$, $f(\sqrt{2}) = 0$, $f(2) = 4$.	0,25																

	Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 0\right]$ lần lượt là 4 và 0.	0,25
3	a) $\sin 3x + \cos 2x = 1 + 2 \sin x \cos 2x \Leftrightarrow \sin 3x + \cos 2x = 1 - \sin x + \sin 3x$ $\Leftrightarrow \cos 2x = 1 - \sin x$	0,25
	$\Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x = 1 - \sin x \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0,25
	b) Điều kiện $x > 0, x \neq 1$. Với điều kiện đó, pt đã cho tương đương với : $\log_8 (2x)^2 (x-1)^2 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow [2x(x-1)]^2 = 16$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x(x-1) = 4 \\ 2x(x-1) = -4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$	0,25
4	Pt hoành độ giao điểm $\frac{x+1}{x-1} = x-m \Leftrightarrow x+1 = (x-m)(x-1)$ (vì $x=1$ không là nghiệm của pt) $\Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + m-1 = 0$ (1) Pt (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = m^2 + 8 > 0 \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}$. Khi đó $A(x_1; x_1 - m), B(x_2; x_2 - m)$. Theo hệ thức Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+2 \\ x_1 x_2 = m-1 \end{cases}$	0,50
	$AB = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow AB^2 = 18 \Leftrightarrow 2(x_1 - x_2)^2 = 18 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 9 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(m-1) = 9 \Leftrightarrow m = \pm 1$	0,50
5	a) $P = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{\sin^2 a - \cos^2 a} = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{(\sin^2 a - \cos^2 a)(\sin^2 a + \cos^2 a)} = \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{\sin^4 a - \cos^4 a}$.	0,25
	Chia tử và mẫu cho $\sin^4 a$, ta được $P = \frac{1 + \cot^4 a}{1 - \cot^4 a} = \frac{1 + 2^4}{1 - 2^4} = -\frac{17}{15}$	0,25
	b) Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{50}^3 = 19600$.	0,25
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố “trong 3 người được lấy ra, mỗi người thuộc 1 loại” là $C_{30}^1 \cdot C_{15}^1 \cdot C_5^1 = 2250$. Xác suất cần tính là $P = \frac{2250}{19600} = \frac{45}{392}$.	0,25

6		
	Trong mặt phẳng (SAC), kẻ HI song song với SA thì $HI \perp (ABC)$. Ta có $CA = AB \cos 30^\circ = a\sqrt{3}$. Do đó $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$	0,25
	Ta có $\frac{HI}{SA} = \frac{HC}{SC} = \frac{HC \cdot SC}{SC^2} = \frac{AC^2}{SC^2} = \frac{AC^2}{SA^2 + AC^2} = \frac{3a^2}{4a^2 + 3a^2} = \frac{3}{7} \Rightarrow HI = \frac{6}{7}a.$ Vậy $V_{H.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot HI = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{6}{7}a = \frac{a^3\sqrt{3}}{7}.$ (Cách khác: $V_{H.ABC} = V_{B.AHC} = \frac{1}{3} S_{AHC} \cdot BC$)	0,25
	Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên SB. Ta có $AH \perp SC, AH \perp CB$ (do $CB \perp (SAC)$), suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SB$. Lại có: $SB \perp AK$, suy ra $SB \perp (AHK)$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(SAB), (SBC)$ là $\widehat{HKA}$. $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{7}{12a^2} \Rightarrow AH = \frac{a \cdot 2\sqrt{3}}{\sqrt{7}};$ $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AK = a\sqrt{2}.$ Tam giác HKA vuông tại H (vì $AH \perp (SBC), (SBC) \supset HK$). $\sin \widehat{HKA} = \frac{AH}{AK} = \frac{\frac{a \cdot 2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}}{a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \Rightarrow \cos \widehat{HKA} = \frac{\sqrt{7}}{7}$	0,50
7	$OA: 2x + y = 0.$ $OA \perp BC \Rightarrow BC: 2x + y + m = 0 (m \neq 0).$ Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ	0,50

	$\begin{cases} x+y+1=0 \\ 2x+y+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-m \\ y=m-2 \end{cases} \Rightarrow B(1-m; m-2).$ Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x+y+2=0 \\ 2x+y+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m-2 \\ y=4-3m \end{cases} \Rightarrow C(m-2; 4-3m).$	
	$S_{OABC} = \frac{1}{2}(OA+BC).d(O, BC) \Leftrightarrow$ $\frac{1}{2} \left[\sqrt{(-1)^2 + 2^2} + \sqrt{(2m-3)^2 + (4m-6)^2} \right] \cdot \frac{ m }{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 6$ $\Leftrightarrow (2m-3 +1) m =12$. Giải pt này bằng cách chia trường hợp để phá dấu giá trị tuyệt đối ta được $m=1-\sqrt{7}; m=3$. Vậy $B(\sqrt{7}; -1-\sqrt{7}), C(-1-\sqrt{7}; 1+3\sqrt{7})$ hoặc $B(-2; 1), C(1; -5)$	0,50
8	Gọi vec tơ pháp tuyến của AB, AC, BC lần lượt là $\vec{n}_1(1; 2), \vec{n}_2(2; 1), \vec{n}_3(a; b)$. Pt BC có dạng $a(x-1)+b(y-2)=0$, với $a^2+b^2>0$. Tam giác ABC cân tại A nên $\cos B = \cos C \Leftrightarrow \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_3) = \cos(\vec{n}_2, \vec{n}_3) \Leftrightarrow$ $\frac{ a+2b }{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{5}} = \frac{ 2a+b }{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-b \\ a=b \end{cases}$	0,50
	Với $a=-b$. Chọn $b=-1 \Rightarrow a=1 \Rightarrow BC: x-y+1=0 \Rightarrow B(0; 1), C\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$, không thỏa mãn M thuộc đoạn BC. Với $a=b$. Chọn $a=b=1 \Rightarrow BC: x+y-3=0 \Rightarrow B(4; -1), C(-4; 7)$, thỏa mãn M thuộc đoạn BC.	0,25
	Gọi trung điểm của BC là $I \Rightarrow I(0; 3)$. Ta có $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IB})(\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IC}) = DI^2 - \frac{BC^2}{4} \geq -\frac{BC^2}{4}$. Dấu bằng xảy ra khi $D \equiv I$. Vậy $D(0; 3)$	0,25
9	Điều kiện $x > -3$. Bất pt đã cho tương đương với $\sqrt{\frac{x^2+x+2}{x+3}} - \frac{2}{\sqrt{x^2+3}} + x^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\frac{x^2+x+2}{x+3} - \frac{4}{x^2+3}}{\sqrt{\frac{x^2+x+2}{x+3}} + \frac{2}{\sqrt{x^2+3}}} + x^2 - 1 \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{(x^2-1)(x^2+x+6)}{(x+3)(x^2+3)} + x^2 - 1 \leq 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{x^2+x+2}{x+3}} + \frac{2}{\sqrt{x^2+3}}$	0,50

	$\Leftrightarrow (x^2 - 1) \left[\frac{x^2 + x + 6}{(x+3)(x^2 + 3) \left(\sqrt{\frac{x^2 + x + 2}{x+3}} + \frac{2}{\sqrt{x^2 + 3}} \right)} + 1 \right] \leq 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$ (Với $x > -3$ thì biểu thức trong ngoặc vuông luôn dương). Vậy tập nghiệm của bất pt là $S = [-1; 1]$	0,50
10	Ta có $(x-4)^2 + (y-4)^2 + 2xy \leq 32 \Leftrightarrow (x+y)^2 - 8(x+y) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x+y \leq 8$	0,25
	$A = (x+y)^3 - 3(x+y) - 6xy + 6 \geq (x+y)^3 - \frac{3}{2}(x+y)^2 - 3(x+y) + 6.$ Xét hàm số: $f(t) = t^3 - \frac{3}{2}t^2 - 3t + 6$ trên đoạn $[0; 8]$. Ta có $f'(t) = 3t^2 - 3t - 3$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ hoặc $t = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (loại)	0,25
	Ta có $f(0) = 6$, $f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{17-5\sqrt{5}}{4}$, $f(8) = 398$. Suy ra $A \geq \frac{17-5\sqrt{5}}{4}$	0,25
	Khi $x = y = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$ thì dấu bằng xảy ra. Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\frac{17-5\sqrt{5}}{4}$	0,25