

(Đề thi gồm có 08 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề
(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 132

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2: Trong khai triển $(a+2)^{n+6}$ ($n \in \mathbb{N}$) có tất cả 17 số hạng. Tìm n .

- A. $n = 12$. B. $n = 9$. C. $n = 10$. D. $n = 11$.

Câu 3: Một người gọi điện thoại nhưng quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần (giả sử người này không gọi thử 2 lần với cùng một số điện thoại)

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{19}{90}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (a; b)$.
B. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số nghịch biến trên $(a; b)$.
C. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm số đồng biến trên $(a; b)$.
D. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 48cm^3 . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh CC', BC và $B'C'$. Tính thể tích của khối chóp $A'.MNP$.

- A. 8cm^3 . B. 12cm^3 . C. 24cm^3 . D. $\frac{16}{3}\text{cm}^3$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + 5, & x \leq 2 \\ \frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3}, & x > 2 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

Hỏi kết quả nào sau đây là đúng?

- A. 4 B. 6 C. Không tồn tại D. 5

Câu 7: Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

- A. $\{3; 3\}$ B. $\{3; 4\}$ C. $\{4; 3\}$ D. $\{5; 3\}$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách từ M đến (SAB) nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{2}$. D. a .

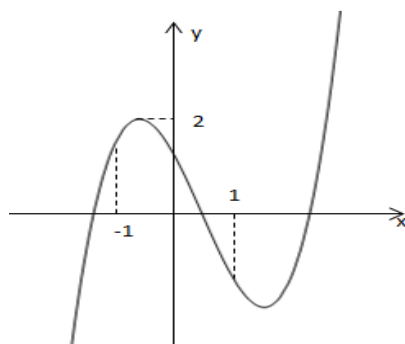
Câu 9: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.
B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Câu 10: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 11: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA = BC = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = a^3$.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD$ và $BC = BD$. Gọi I là trung điểm của CD . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) là $\angle CBD$.

B. Góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc giữa hai đường thẳng AI và BI .

C. $(BCD) \perp (AIB)$.

D. $(ACD) \perp (AIB)$.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx-8}{x+2}$ có hai đường tiệm cận.

A. $m \neq 4$.

B. $m \neq -4$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC .

A. $(AB, SC) = 30^\circ$.

B. $(AB, SC) = 90^\circ$.

C. $(AB, SC) = 60^\circ$.

D. $(AB, SC) = 45^\circ$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$						
y'	-		+	0	-		+				
y	$m-1$		$-\infty$	-5		-2		-5	$-\infty$		$3-m$

Chọn khẳng định đúng:

A. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

D. Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

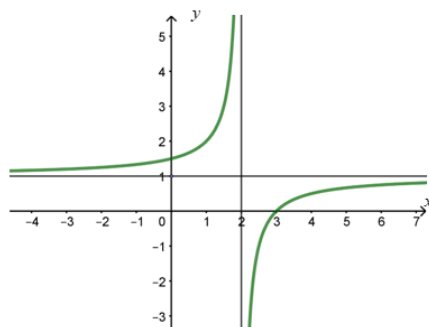
Câu 16: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên hợp với đáy những góc bằng 60° , đáy ABC là tam giác đều cạnh a và A' cách đều A, B, C . Tính khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ.

- A. a . B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 17: Tìm tổng tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5.

- A. 2. B. 4. C. 0. D. 5.

Câu 18: Đồ thị hàm số trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



- A. $y = \frac{x-3}{-x+2}$. B. $y = \frac{x-3}{x-2}$. C. $y = \frac{1+3x}{x-2}$. D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 20: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ là

- A. 0. B. $\frac{3}{4}$. C. 1. D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 23: Cho hàm số $y = x + \sin 2x + 2021$. Tìm các điểm cực tiểu của hàm số.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 24: Có bao nhiêu dãy số là cấp số cộng trong năm dãy số cho sau đây

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n = n^2$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n \cdot n$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n = 2(n+3) - 5$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_0 = a, u_1 = b, u_{n+1} = \frac{u_n + u_{n-1}}{2}$ trong đó hằng số a, b khác nhau cho trước, với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_0 = 2022, u_1 = 2021, u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1}$ với mọi số nguyên dương n

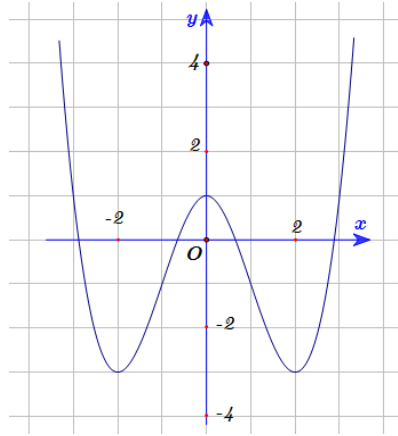
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 25: Đồ thị trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây.



A. $y = x^4 - 8x^2 + 1$.

B. $y = |x^3 - 3x^2 + 1|$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 26: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB = AC = b$ và có cạnh bên bằng b . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC bằng

A. $\frac{b\sqrt{2}}{2}$.

B. b .

C. $\frac{b\sqrt{3}}{3}$.

D. $b\sqrt{3}$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 25), x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -5$.

C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 5$.

D. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 28: Cho khai triển $(x-2)^{100} = a_0 + a_1x + \dots + a_{100}x^{100}$. Tính hệ số a_{97} .

A. 1293600.

B. $-2^3 \cdot C_{100}^{97}$.

C. -129360.

D. $-2^{98} \cdot C_{100}^{98}$.

Câu 29: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = x^3 + 2021$.

B. $y = \frac{4x+1}{x+2}$.

C. $y = x^4 + x^2 + 1$.

D. $y = \tan x$.

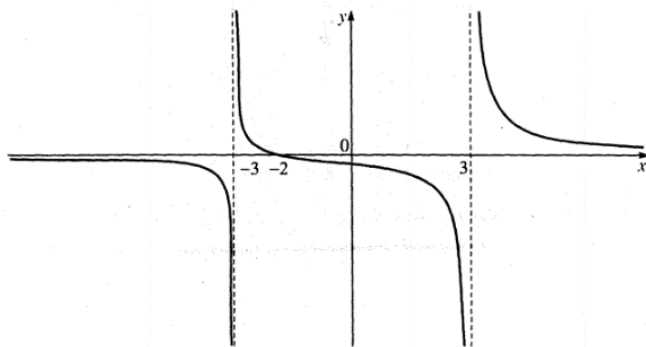
Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$

2. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

3. Hàm số gián đoạn tại $x = 3$

4. Đồ thị hàm số có tất cả hai tiệm cận với phương trình là $x = -3; x = 3$



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{41}}{41}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 2.

D. 7.

Câu 33: Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển trên.

A. 1293600.

B. 126720.

C. 792.

D. 924.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , độ dài cạnh $AC = 2a$, các tam giác $\triangle SAB, \triangle SCB$ lần lượt vuông tại A và C . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng a . Giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Biết $AC = a\sqrt{2}$, cạnh SC tạo với đáy góc bằng 60° và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $\frac{3a^2}{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC . Tính thể tích khối $H.ABCD$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 36: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$ biết

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3).$$

A. 313.

B. 1303.

C. 13129.

D. 495.

Câu 37: Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với bốn phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm; mỗi câu trả lời sai bị trừ 0,1 điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác suất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kì thi trên.

A. $1,8.10^{-5}$.

B. $1,3.10^{-7}$.

C. $2,2.10^{-7}$.

D. $2,5.10^{-6}$.

Câu 38: Cho hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 2m(2m-1)$. Biết $[a; b]$ là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $[2; +\infty)$. Tổng $a+b$ bằng

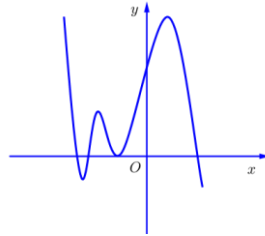
A. $-\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



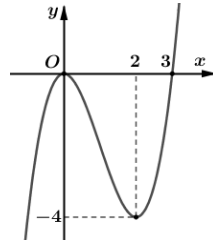
A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(4(\sin^6 x + \cos^6 x) - 1) = m$ có nghiệm.



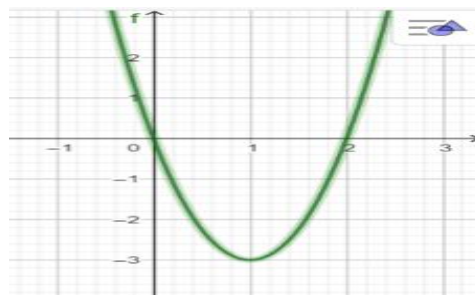
A. 6.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f[f(x) + m] = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = f\left(\frac{m}{3}x^3 + (m-4)x^2 + 9x + 2021\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 0.

B. 136.

C. 68.

D. 272.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x^2 + mx + 9)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $g(x) = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$?

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 8.

Câu 44: Gọi S là tập giá trị nguyên $m \in [0; 100]$ để hàm số $y = |x^3 - 3mx^2 + 4m^3 - 12m - 8|$ có 5 cực trị. Tính tổng các phần tử của S .

A. 10096.

B. 4048.

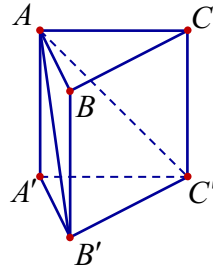
C. 5047.

D. 10094.

Câu 45: Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tiếp xúc với đường tròn $(C): (x-m)^2 + (y-m+2)^2 = 5$ là

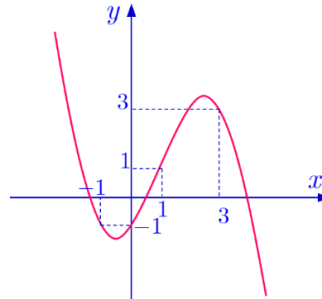
- A. -11. B. 0. C. -10. D. -12.

Câu 46: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.



- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

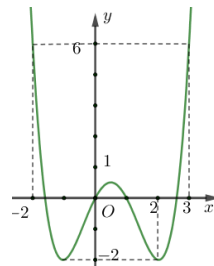
Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $g(x) = 2f(|x-1|) - x^2 + 2x + 2020$ đồng biến trên khoảng nào

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; 1)$. C. $(1; 3)$. D. $(0; 1)$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$.



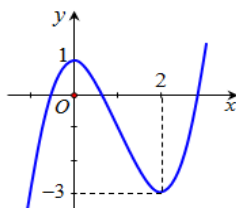
- A. 3. B. 7. C. 6. D. 2.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = a$; $AD = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của cạnh AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD là:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{11}$. B. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. C. $\frac{a\sqrt{11}}{22}$. D. $\frac{a\sqrt{11}}{2}$.

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{(x^2 - 2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)[f^2(x) + 3f(x)]}$$
 có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 6 .

B. 3 .

C. 4 .

D. 5 .

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ TOÁN 12

Câu	132	209	357	485	570	628	743	896
1	A	B	C	B	D	A	C	D
2	C	D	A	A	C	D	D	A
3	D	A	D	B	A	D	A	B
4	D	C	D	D	C	C	A	C
5	A	A	B	B	A	B	B	B
6	C	D	B	C	D	C	A	A
7	B	B	A	D	D	D	C	A
8	D	D	B	C	A	C	C	C
9	D	A	A	D	D	D	C	C
10	D	A	C	C	A	D	D	B
11	B	C	C	A	C	B	B	D
12	A	C	A	A	B	A	C	B
13	B	B	C	C	B	A	A	A
14	C	C	B	D	D	B	A	C
15	B	A	D	A	B	C	C	C
16	A	D	D	D	C	C	C	A
17	C	B	A	A	C	B	B	C
18	B	B	A	C	C	A	B	B
19	C	C	A	C	B	B	D	B
20	C	D	C	C	B	C	B	B
21	C	A	C	B	B	D	D	B
22	A	C	B	B	C	A	D	D
23	B	B	B	A	A	C	D	C
24	B	D	D	B	C	B	B	D
25	D	C	B	D	A	D	D	A
26	C	B	D	D	A	D	A	C
27	D	B	A	A	D	A	D	D
28	B	A	D	A	D	B	D	D
29	A	A	C	D	B	A	B	A
30	A	D	A	B	C	D	A	D
31	C	B	C	B	C	D	C	C
32	A	C	D	C	D	B	C	A
33	B	C	C	C	B	A	D	C
34	B	B	D	C	A	C	A	B
35	C	C	B	B	A	B	A	D
36	D	A	B	D	A	A	D	B
37	B	B	B	A	C	A	C	D
38	A	D	A	D	D	B	B	B
39	C	C	A	D	D	A	B	A
40	D	B	A	D	B	B	D	D
41	A	A	A	D	B	D	D	D
42	B	A	C	B	D	D	A	A
43	A	A	D	A	B	C	C	B
44	C	D	C	C	D	D	A	A
45	D	A	D	A	A	B	B	B
46	A	D	C	A	C	C	D	A
47	D	C	B	A	B	C	A	C
48	D	D	D	B	C	D	B	C
49	B	D	B	C	C	C	C	D
50	C	B	A	B	A	A	B	C

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	D	A	C	B	D	D	D	B	A	B	C	B	A	C	B	C	A	C	A	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	B	A	A	C	A	B	C	C	D	B	A	C	D	A	B	A	C	D	A	D	D	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$

B. $(-\infty; -1)$

C. $(1; +\infty)$

D. $(-\infty; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}, y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$

Câu 2. Cho khai triển $(a+2)^{n+6}$ ($n \in \mathbb{N}$) có tất cả 17 số hạng. Tìm n .

A. $n=12$

B. $n=9$

C. $n=10$

D. $n=11$

Lời giải

Chọn C

Ta có số số hạng là $n+7=17 \Leftrightarrow n=10$.

Câu 3. Một người gọi điện thoại nên quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần(giả sử người này không gọi thử hai lần với cùng số điện thoại)

A. $\frac{1}{10}$

B. $\frac{19}{90}$

C. $\frac{2}{9}$

D. $\frac{1}{5}$

Lời giải

Chọn A

+) Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 10$.

+) Vì người đó gọi không quá hai lần nên kết quả thuận lợi để gọi đúng số điện thoại là $|\Omega_A| = 1$.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{1}{10}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a; b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) \leq 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

B. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm nghịch biến trên $(a; b)$.

C. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$ thì hàm đồng biến trên $(a; b)$.

D. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; b)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có thể tích bằng $48cm^3$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh CC', BC và $B'C'$. Tính thể tích của khối chóp $A'MNP$.

A. $8cm^3$.

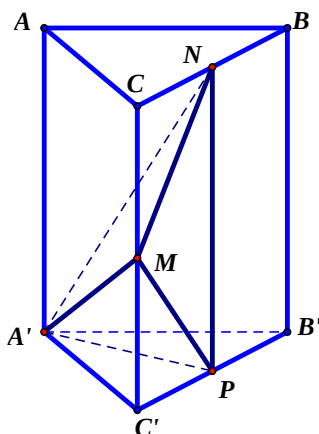
B. $12cm^3$.

C. $24cm^3$.

D. $\frac{16}{3}cm^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\frac{V_{A'.MNP}}{V_{A'.BCC'B'}} = \frac{S_{MNP}}{S_{BCC'B'}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{A'.MNP} = \frac{1}{4} V_{A'.BCC'B'} = \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} V_{LT} \right) = \frac{1}{6} \cdot 48 = 8 \text{ cm}^3$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} + 5, & x \leq 2 \\ \frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3}, & x > 2 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

Hỏi kết quả nào sau đây là đúng?

A. 4.

B. 6.

C. Không tồn tại.

D. 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(-\frac{x}{2} + 5 \right) = -\frac{2}{2} + 5 = 4$.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)}{x+7-9} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{x+7}+3) = \sqrt{2+7}+3 = 6. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$. Vậy $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ không tồn tại.

Câu 7. Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{3;3\}$.

B. $\{3;4\}$.

C. $\{4;3\}$.

D. $\{5;3\}$.

Lời giải

Chọn B

Hình bát diện đều thuộc loại $\{3;4\}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách từ M đến (SAB) nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

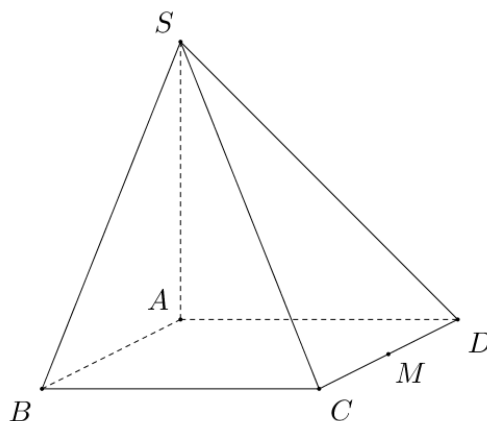
B. $2a$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. a .

Lời giải

Chọn D



Ta có $CD \parallel AB$, mà $AB \subset (SAB)$ nên $CD \parallel (SAB)$.

Từ đó suy ra $d(M; (SAB)) = d(D; (SAB))$

Ta có $AD \perp AB$, $AD \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$) suy ra $AD \perp (SAB)$

Suy ra $d(D; (SAB)) = AD = a$. Vậy $d(M; (SAB)) = a$.

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

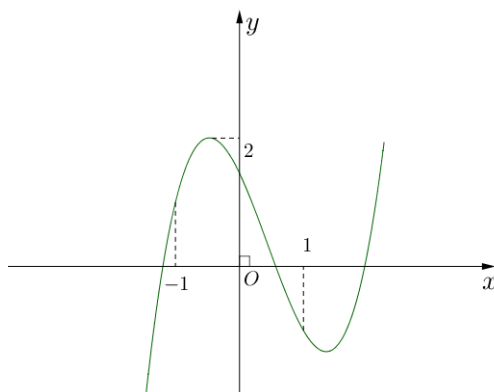
- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.
- B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
- D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.**

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề đúng là “ Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia ”

Câu 10. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.
- C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

- B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
- D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.**

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào nhánh phải của đồ thị ta thấy đồ thị có hướng đi lên suy ra $a > 0$

Nhìn vào giao điểm của đồ thị với trục tung ta thấy đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương suy ra $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số đã cho có hai điểm cực trị x_1, x_2 với $x_1.x_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{c}{3a} < 0 \Leftrightarrow c < 0$ (vì $a > 0$)

Vì $-1 < x_1 < 0$ và $x_2 > 1$ nên $x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow \frac{-2b}{3a} > 0 \Leftrightarrow -2b > 0 \Leftrightarrow b < 0$ (vì $a > 0$)

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 11. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA = BC = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

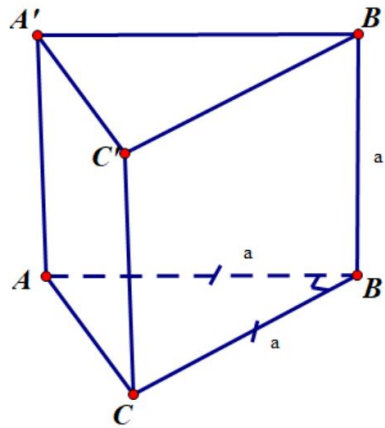
B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải

Chọn B



$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot BB' = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot a = \frac{a^3}{2}.$$

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD$ và $BC = BD$. Gọi I là trung điểm của CD . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) là $\angle CBD$.

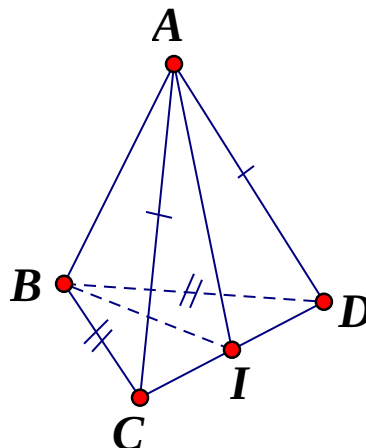
B. Góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc giữa hai đường thẳng AI và BI .

C. $(BCD) \perp (AIB)$.

D. $(ACD) \perp (AIB)$.

Lời giải

Chọn A



- Ta có: $(ABC) \cap (ABD) = AB$

Nhưng $\begin{cases} BC \perp AB \\ BD \perp AB \end{cases}$ do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) không thể là CBD .

- Ta có: $\begin{cases} (ACD) \cap (BCD) = CD \\ AI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \\ BI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \end{cases}$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc giữa hai đường thẳng AI và BI .

Nên **B** đúng.

- Ta có: $\begin{cases} AI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \\ BI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \end{cases}$ nên $CD \perp (AIB)$. Do đó $(BCD) \perp (AIB)$.

Vậy **C** đúng.

- Ta có: $\begin{cases} AI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \\ BI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \end{cases}$ nên $CD \perp (AIB)$. Do đó $(ACD) \perp (AIB)$.

Vậy **D** đúng.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx-8}{x+2}$ có hai đường tiệm cận.

A. $m \neq 4$.

B. $m \neq -4$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$

Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow m(-2)-8 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=AC=a$ và $BC=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC .

A. $(AB, SC) = 30^\circ$.

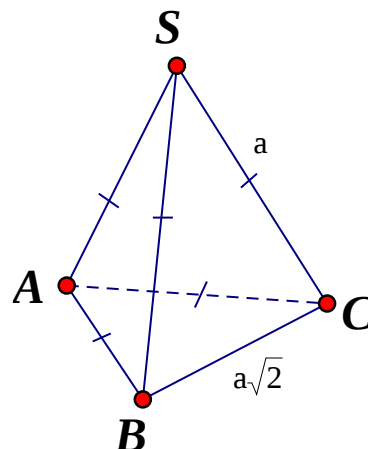
B. $(AB, SC) = 90^\circ$.

C. $(AB, SC) = 60^\circ$.

D. $(AB, SC) = 45^\circ$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC} = AB \cdot SC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC})$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC}}{AB \cdot SC} = \frac{(\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) \cdot \overrightarrow{SC}}{AB \cdot SC} = \frac{\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC}}{AB \cdot SC}$$

Mặt khác $SB=SC=a; BC=a\sqrt{2} \Rightarrow BC^2 = SB^2 + SC^2 \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại S , tức $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$.

Lại có $SA = SC = AC = a \Rightarrow \Delta SAC$ đều, do đó

$$\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = SA \cdot SC \cdot \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SC}) = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Vậy } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) = \frac{0 - \frac{a^2}{2}}{a \cdot a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) = 120^\circ. \text{ Do đó } (AB, SC) = 60^\circ.$$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$						
y'	-		+	0	-		+				
y	$m-1$	$\searrow$	$-\infty$	-5	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-5	$-\infty$	$\nearrow$	$3-m$

Chọn khẳng định đúng:

A. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

D. Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT ta có:

+ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $x = 1$.

+ $\lim_{x \rightarrow 4^+} y = -\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $x = 4$.

+ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = m-1$ nên đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $y = m-1$.

+ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3-m$ nên đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $y = 3-m$.

Với $m-1 \neq 3-m \Leftrightarrow m \neq 2$ thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang

Câu 16. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên hợp với đáy những góc bằng 60° , đáy ABC là tam giác đều cạnh a và A' cách đều A, B, C . Tính khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ.

A. a .

B. $a\sqrt{2}$.

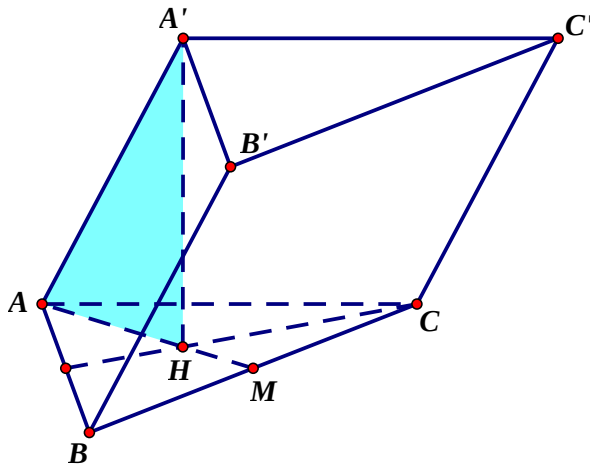
C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC . Vì A' cách đều A, B, C nên hình chiếu vuông góc của đỉnh A' là H cũng cách đều A, B, C . Khi đó khoảng cách giữa hai đáy chính là $A'H$.



Xét tam giác $AA'H$ có:
$$\begin{cases} H = 90^\circ \\ AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a. \\ \left(AA', (ABC) \right) = A'AH = 60^\circ \end{cases}$$

Vậy khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ là $A'H = a$.

- Câu 17.** Tìm tổng tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5.
- A.** 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

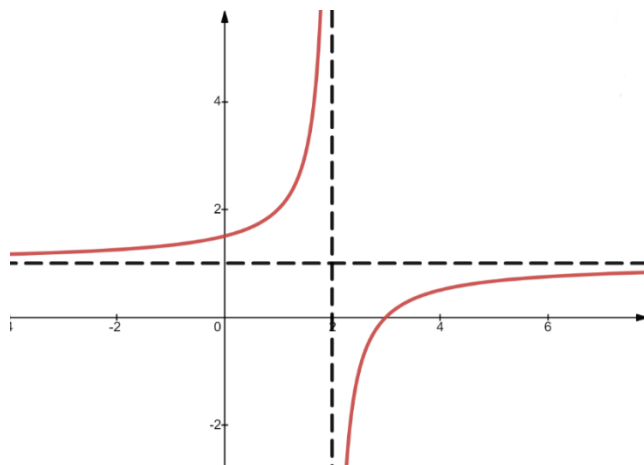
Xét hàm nhất biến $y = \frac{x-1}{x-m}$ có tiệm cận đứng $x=m$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Để hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5

khi và chỉ khi: $|m| \cdot 1 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -5 \end{cases}$.

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn và tổng chúng bằng 0.

- Câu 18.** Đồ thị hàm số trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



- A.** $y = \frac{x-1}{-x+2}$. **B.** $y = \frac{x-3}{x-2}$. **C.** $y = \frac{1+3x}{x-2}$. **D.** $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hai đường tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=1$ và giao với trục Oy tại tung độ bằng $\frac{3}{2}$ nên đáp án B thỏa.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $a^3\sqrt{3}$. **C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.** D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB^2 = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 20. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ là

- A. 1.** B. $\frac{3}{4}$. C. 0. D. $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét hàm trùng phương } y = x^4 - x^2 + 1 \text{ có: } y' = 4x^3 - 2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4} \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4} \\ x = 0 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Vậy giá trị cực đại của hàm số là 1.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

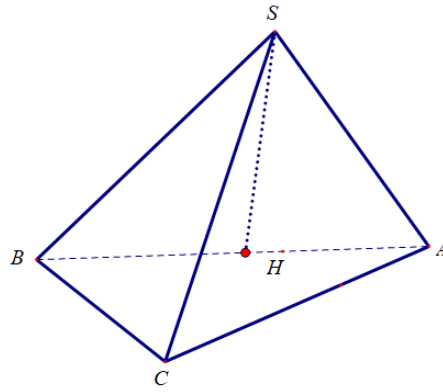
Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. Từ đó chọn **C.**

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $BAC = 120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $V = \frac{a^3}{8}$.** B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn A



Vì tam giác SAB đều nên gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$. Mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $\Rightarrow SH \perp (ABC), SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{a^3}{8} \dots$$

Câu 23. Cho hàm số $y = x + \sin 2x + 2021$. Tìm các điểm cực tiểu của hàm số.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

TXD: $D = \mathbb{R}$

$$y = x + \sin 2x + 2021 \Rightarrow y' = 1 + 2\cos 2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi.$$

$$y'' = -4\sin 2x \Rightarrow y''\left(\frac{\pi}{3} + k\pi\right) < 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi \text{ là điểm cực đại của hàm số;}$$

$$y''\left(-\frac{\pi}{3} + k\pi\right) > 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \text{ là điểm cực tiểu của hàm số.}$$

Câu 24. Có bao nhiêu dãy số là cấp số cộng trong năm dãy số cho sau đây

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n = n^2$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n \cdot n$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n = 2(n+3) - 5$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_0 = a, u_1 = b, u_{n+1} = \frac{u_n + u_{n-1}}{2}$ trong đó hằng số a, b khác nhau cho trước, với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_0 = 2022, u_1 = 2021, u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1}$ với mọi số nguyên dương n

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

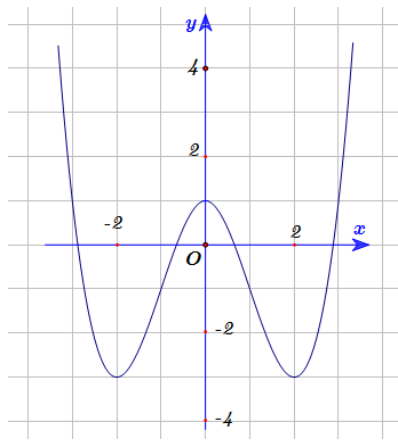
Lời giải

Chọn B

Ta có (u_n) là cấp số cộng khi và chỉ khi $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2: u_{n+1} - u_n = d$ với d là hằng số.

Do đó, các dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = 2(n+3) - 5$; dãy số (u_n) xác định bởi $u_0 = 2022, u_1 = 2021, u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1}$ là cấp số cộng.

Câu 25. Đồ thị trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây.



A. $y = x^4 - 8x^2 + 1$.

B. $y = |x^3 - 3x^2 + 1|$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án B có $y \geq 0 \Rightarrow$ loại.

Đáp án C đồ thị tiếp xúc với trục hoành nên loại C.

Đáp án A có $x = 2 \Rightarrow y = -15$ nên loại A.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = AC = b$ và có cạnh bên bằng b . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC bằng

A. $\frac{b\sqrt{2}}{2}$.

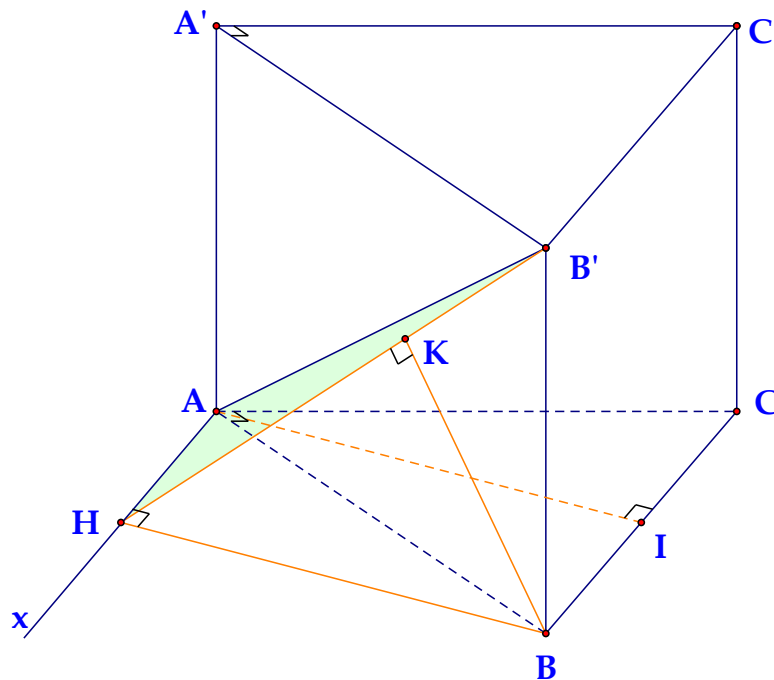
B. b .

C. $\frac{b\sqrt{3}}{3}$.

D. $b\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $Ax \parallel BC \Rightarrow BC \parallel (B'; Ax)$ suy ra $d(BC, AB') = d(B, (B'; Ax))$.

Kẻ $BH \perp Ax$ tại H và $BK \perp AB'$ tại K .

Ta có $\begin{cases} AH \perp BH \\ AH \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AH \perp (BHB')$ nên $AH \perp BK$.

Từ đó suy ra $BK \perp (AHB')$ hay $d(B; (AHB')) = BK$.

Để dàng thấy $BH = AI = \frac{BC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{b\sqrt{2}}{2}$ suy ra $BK = \frac{BH \cdot B'B}{\sqrt{BH^2 + B'B^2}} = \frac{b\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d(AB'; BC) = \frac{b\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 25)$, $x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -5$.

C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 5$.

D. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 25) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \\ x = -5 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-5	0	5	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -5$ và đạt cực tiểu tại $x = 5$.

Do vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 28. Cho khai triển $(x-2)^{100} = a_0 + a_1x + \dots + a_{100}x^{100}$. Tính hệ số a_{97} .

A. 1293600.

B. $-2^3 \cdot C_{100}^{97}$.

C. -19800.

D. $-2^{98} \cdot C_{100}^{98}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(x-2)^{100} = \sum_{k=0}^{100} C_{100}^k \cdot (-2)^k \cdot x^{100-k}$.

Mà $(x-2)^{100} = a_0 + a_1x + \dots + a_{100}x^{100}$ nên a_{97} là hệ số của số hạng có chứa x^{97} .

Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow 100 - k = 97 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy $a_{97} = C_{100}^{97} \cdot (-2)^3 = -1293600$.

Câu 29. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y = x^3 + 2021$.

B. $y = \frac{4x+1}{x+2}$.

C. $y = x^4 + x^2 + 1$.

D. $y = \tan x$.

Lời giải

Chọn A

Để thấy hàm số $y = x^3 + 2021$ có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên nó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

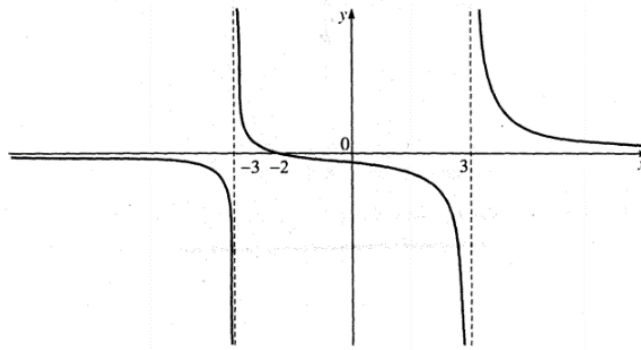
Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau

1. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$.

2. $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$.

3. Hàm số gián đoạn tại $x = 3$.

4. Đồ thị hàm số có tất cả hai tiệm cận với phương trình là $x = -3; x = 3$.



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Để thấy $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$ sai.

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty \end{cases}$ nên phát biểu số 2 sai.

Đồ thị hàm số gián đoạn tại $x = 3$ nên phát biểu số 3 đúng

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x = 3$; $x = -3$ và tiệm cận ngang $y = 0$ nên phát biểu số 4 sai.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{41}}{41}$.

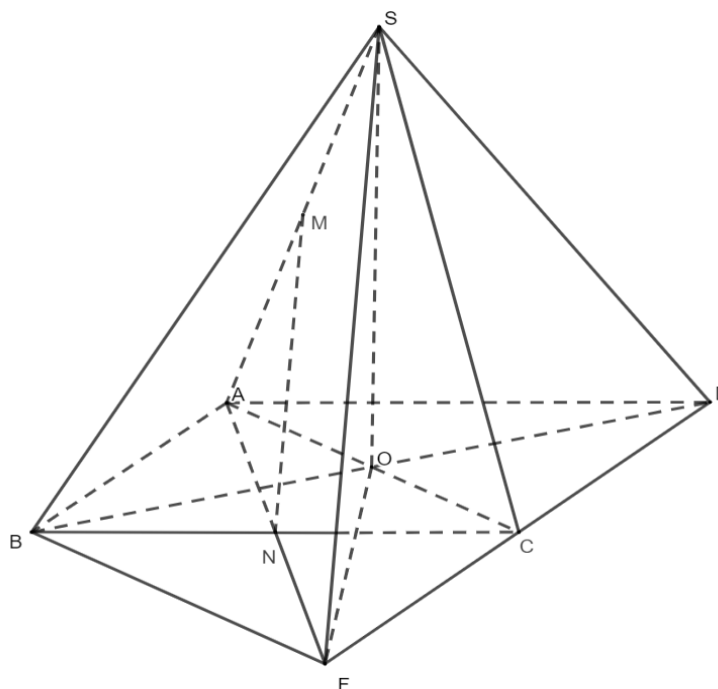
B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AN \cap CD = F$ (suy ra N là trung điểm của AF , NC là đường trung bình trong tam giác AFD) $\Rightarrow MN \parallel SF$; $(MN, (ABCD)) = (SF, (ABCD)) = SFO = 60^\circ$.

Với

$$OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; CF = CD = a \Rightarrow OF = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2} - 2a \frac{a\sqrt{2}}{2} \cos 135^\circ} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$$

$$\text{. Khi đó } SF = \frac{OF}{\cos 60^\circ} = \frac{a\sqrt{10}}{2} : \frac{1}{2} = a\sqrt{10}.$$

Ta có $OC \perp BD, OC \perp SO \Rightarrow OC \perp (SBD)$, lại có $OC // BF \Rightarrow BF \perp (SBD)$, do vậy $(MN, (SBD)) = (SF, (SBD)) = FSB$.

$$BF = 2OC = a\sqrt{2} \quad (OC \text{ là đường trung bình trong tam giác } BDF),$$

$$SB = \sqrt{SF^2 - BF^2} = 2\sqrt{2}a. \text{ Vậy } \cos BSF = \frac{SB}{SF} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

- A.** 8. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang $y = 2$ và đường tiệm cận đứng $x = 1$. Khi đó:

+) Khoảng cách từ $M(a;b)$ đến tiệm cận ngang là: $|b-2| = \left| \frac{2a-1}{a-1} - 2 \right| = \frac{1}{|a-1|}$ (do M thuộc (C));

+) Khoảng cách từ $M(a;b)$ đến tiệm cận đứng là: $|a-1|$.

Ta có $|a-1| + \frac{1}{|a-1|} \geq 2\sqrt{|a-1| \frac{1}{|a-1|}} = 2$. Vậy tổng khoảng cách nhỏ nhất là 2 khi

$$|a-1| = \frac{1}{|a-1|} \Leftrightarrow (a-1)^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 - 2a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \end{cases} \text{ (l)}. \text{ Suy ra } b = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2 - 1} = 3 \Rightarrow a + 2b = 8.$$

Câu 33. Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096$. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển trên.

- A.** 1293600. **B.** 126720. **C.** 792. **D.** 924.

Lời giải

Chọn B

Ta viết $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{k=0}^n a_k x^k$. Lại có: $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k x^k$ nên

$$a_k = C_n^k 2^k. \text{ Vì vậy } a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = 4096 \text{ hay}$$

$$\sum_{k=0}^n \frac{a_k}{2^k} = 4096 \Leftrightarrow \sum_{k=0}^n \frac{C_n^k 2^k}{2^k} = 4096 \Leftrightarrow \sum_{k=0}^n C_n^k = 4096 \Leftrightarrow (1+1)^n = 4096 \Leftrightarrow 2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12.$$

Suy ra $a_k = C_{12}^k 2^k$, $k = \overline{0, 12}$. Nếu a_k lớn nhất thì:

$$\begin{cases} a_k \geq a_{k+1} \\ a_k \geq a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_{12}^k 2^k \geq C_{12}^{k+1} 2^{k+1} \\ C_{12}^k 2^k \geq C_{12}^{k-1} 2^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{12!}{k!(12-k)!} 2^k \geq \frac{12!}{(k+1)!(11-k)!} 2^{k+1} \\ \frac{12!}{k!(12-k)!} 2^k \geq \frac{12!}{(k-1)!(13-k)!} 2^{k-1} \end{cases};$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{12-k} \geq \frac{2}{k+1} \\ \frac{2}{k} \geq \frac{1}{13-k} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \geq \frac{23}{3} \\ k \leq \frac{25}{3} \end{cases} \xrightarrow{k=0,12} k=8. \text{ Vậy hệ số lớn nhất là } a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720.$$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , độ dài cạnh $AC = 2a$, các tam giác $\triangle SAB, \triangle SCB$ lần lượt vuông tại A và C . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng a . Giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

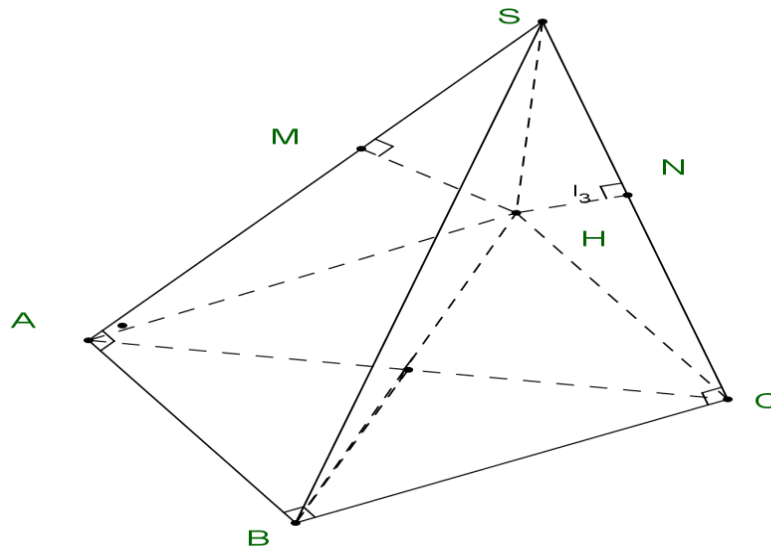
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} BA = BC \\ SB \text{ chung} \\ \angle SAB = \angle SCB = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle SAB = \triangle SCB (c.g.c) \Rightarrow SA = SC.$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S xuống $(ABC) \Rightarrow \triangle SHA = \triangle SHC (c.g.c) \Rightarrow HA = HC$

$\begin{cases} SA \perp AB \\ AB \perp SH \\ SC \perp BC \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB \perp AH \\ BC \perp BH \end{cases} \Rightarrow ABCH \text{ là hình vuông.}$

Gọi M là hình chiếu vuông góc của H lên $SA \Rightarrow HM \perp SA$. Gọi N là hình chiếu vuông góc của H lên $SC \Rightarrow HN \perp SC$.

Do đó góc giữa 2 mặt phẳng (SAB) và (SCB) là góc giữa 2 đường thẳng HM, HN . Tam giác

SHM vuông tại $H \Rightarrow \frac{1}{(HM)^2} = \frac{1}{(HA)^2} + \frac{1}{(SH)^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow HM = HN = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$

$$\Delta SMH \sim \Delta SHA \Rightarrow \frac{SM}{SH} = \frac{SH}{SA} \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{(SH)^2}{(SA)^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{1}{3} AC = \frac{2a}{3}.$$

$$\cos MHN = \frac{2HM^2 - MN^2}{2HM^2} = \frac{2}{3}. \text{ cosin của góc giữa hai mặt phẳng } (SAB) \text{ và } (SCB) \text{ bằng } \frac{2}{3}$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Biết $AC = a\sqrt{2}$, cạnh SC tạo với đáy góc bằng 60° và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $\frac{3a^2}{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC . Tính thể tích khối $H.ABCD$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$.

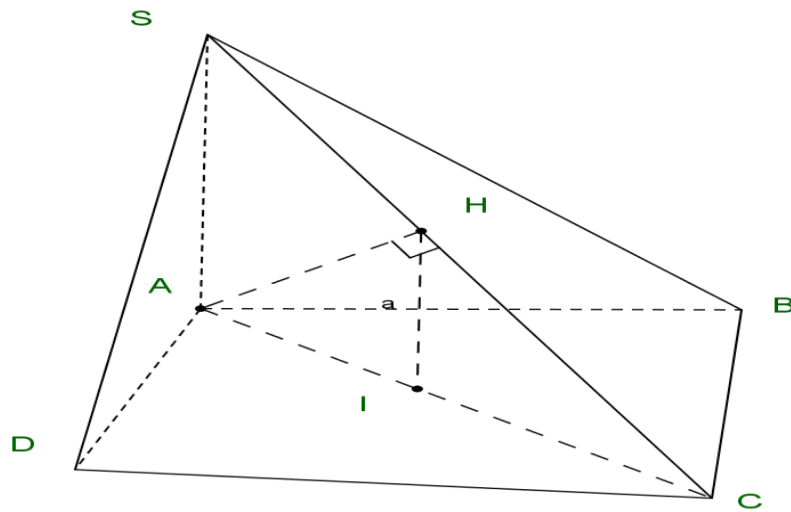
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $SCA = 60^\circ$. Tam giác SAC vuông tại A nên $\sin 60^\circ = \frac{SA}{SC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\cos 60^\circ = \frac{HC}{AC} \Rightarrow HC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong tam giác SAC kẻ $HI \parallel SA, HI \cap AC = I$. Ta có

$$\frac{CH}{SC} = \frac{HI}{SA} \Rightarrow HI = \frac{SA}{SC} \cdot CH = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Ta có $HI \perp (ABCD)$. Vậy thể tích khối $H.ABCD$ bằng

$$V_{H.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot HI \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Câu 36. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$ biết

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3).$$

A. 313.

B. 1303.

C. 13129.

D. 495.

Lời giải

Chọn D

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3). \text{ Điều kiện } \begin{cases} n \geq 0 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{(n+1)!3!} - \frac{(n+3)!}{n!3!} = 7(n+3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ (n+4)(n+2) - (n+2)(n+1) = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ 3n = 36 \end{cases} \Leftrightarrow n = 12.$$

$$\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5} \right)^{12} = \sum_0^{12} C_{12}^i x^{-3(12-i)} \cdot x^{\frac{5i}{2}} = \sum_0^{12} C_{12}^i x^{\frac{11i}{2} - 36}.$$

Hệ số của số hạng chứa x^8 là T

$$\begin{cases} T = C_{12}^i \\ \frac{11i}{2} - 36 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i = 8 \\ T = C_{12}^8 \end{cases} \Rightarrow T = C_{12}^8 = 495.$$

Câu 37. Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với bốn phương án trả lời A, B, C, **D**. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm; mỗi câu trả lời sai bị trừ 0,1 điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác suất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kì thi trên.

A. $1,8.10^{-5}$.

B. $1,3.10^{-7}$.

C. $2,2.10^{-7}$.

D. $2,5.10^{-6}$.

Lời giải

Chọn B

Để được 4 điểm thì học sinh Hoa phải trả lời được 30 câu đúng, và 20 câu sai

Theo đó, xác suất trả lời đúng ở 1 câu là 0,25; xác suất trả lời sai ở mỗi câu là 0,75

Vậy xác suất để hs Hoa được 4 điểm bằng $C_{50}^{30} (0,25)^{30} \cdot (0,75)^{20} \approx 1,3.10^{-7}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 - (2m^2 - 3m + 2)x + 2m(2m-1)$. Biết $[a; b]$ là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $[2; +\infty)$. Tổng $a + b$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}, y' = 3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2$

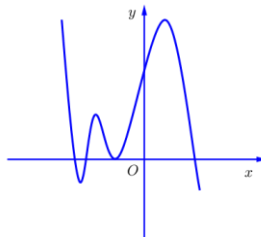
$y' = 0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt $\frac{m+1 \pm \sqrt{7m^2 - 7m + 7}}{3}$ với mọi m

Yêu cầu bài toán $[2; +\infty) \subset \left[\frac{m+1 + \sqrt{7m^2 - 7m + 7}}{3}, \right)$, nên $\frac{m+1 + \sqrt{7m^2 - 7m + 7}}{3} \leq 2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{7m^2 - 7m + 7} \leq 5 - m \Leftrightarrow -2 \leq m \leq \frac{3}{2}.$$

Vậy $a + b = -\frac{1}{2}$

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 4 .

B. 2 .

C. 1.

D. 3.

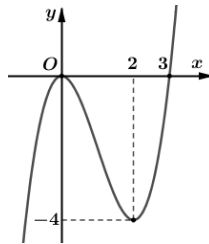
Lời giải

Chọn C

x	$-\infty$	a	b	c	d	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+	0	-
y								

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(4(\sin^6 x + \cos^6 x) - 1) = m$ có nghiệm.



A. 6 .

B. 4 .

C. 3

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Xét: $t = 4(\sin^6 x + \cos^6 x) - 1$

Ta có: $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4}\sin^2 2x = \frac{1}{4}(1 + 3\cos^2 2x)$

$\Rightarrow t = 4(\sin^6 x + \cos^6 x) - 1 = 4(\frac{1}{4}(1 + 3\cos^2 2x)) - 1 = 3\cos^2 2x$

Lại có $0 \leq \cos^2 2x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 3\cos^2 2x \leq 3$ hay $t \in [0; 3] \Rightarrow f(t) \in [-4; 0]$

$\Rightarrow$ Để $f(4(\sin^6 x + \cos^6 x) - 1) = m$ có nghiệm $m \in [-4; 0]$

$\Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0\}$

Vậy có 5 giá trị m thỏa mãn

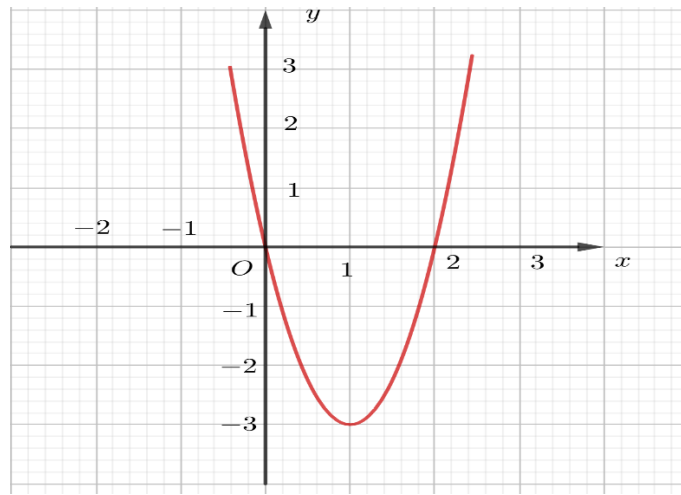
Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f[f(x) + m] = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. 1.

B. 2 .

C. 3 .

D. 4 .



Lời giải

Chọn A

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) + m = 0 \\ f(x) + m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -m \\ f(x) = 2 - m \end{cases}$$

Để $f(f(x) + m) = 0$ có 3 nghiệm thì:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m = -3 \\ 2 - m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m > -3 \\ 2 - m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m = 5 \end{cases} \text{ (không có } m \text{)}$$

Vậy tồn tại duy nhất $m = 3$ thỏa mãn

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = f\left(\frac{m}{3}x^3 + (m-4)x^2 + 9x + 2021\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 0.

B. 136.

C. 68.

D. 272

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$y' = (mx^2 - 2(m-4)x + 9) \cdot f'\left(\frac{m}{3}x^3 + (m-4)x^2 + 9x + 2021\right)$$

Để hàm số: $y = f\left(\frac{m}{3}x^3 + (m-4)x^2 + 9x + 2021\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' = (mx^2 - 2(m-4)x + 9) \cdot f'\left(\frac{m}{3}x^3 + (m-4)x^2 + 9x + 2021\right) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

Lại có: $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ suy ra $f'(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$

Nên để hàm số: $y = f\left(\frac{m}{3}x^3 + (m-4)x^2 + 9x + 2021\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì:

$$mx^2 - 2(m-4)x + 9 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (m-4)^2 - 9m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 17m + 16 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 17m + 16 \leq 0 \end{cases}$$

Vậy $m \in \{1, 2, 3, \dots, 15, 16\}$

Tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài là: $1 + 2 + 3 + \dots + 15 + 16 = 136$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x^2 + mx + 9)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $g(x) = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$?

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x) = -f'(3-x) = (x-3)(x-2)^2((3-x)^2 + m(3-x) + 9)$.

$g(x)$ đồng biến trên $(3; +\infty) \Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in (3; +\infty)$

$\Leftrightarrow (3-x)^2 + m(3-x) + 9 \geq 0, \forall x \in (3; +\infty)$

$\Leftrightarrow t^2 + mt + 9 \geq 0, \forall t \in (-\infty; 0)$ (với $t = 3-x; x \in (3; +\infty)$ ta có $t \in (-\infty; 0)$).

$\Leftrightarrow m \leq -t - \frac{9}{t}, \forall t \in (-\infty; 0)$.

Ta có trên $(-\infty; 0)$ ta có $-t$ và $-\frac{9}{t}$ đều là các số dương nên có $-t - \frac{9}{t} \geq 6$.

Vậy $m \leq -t - \frac{9}{t}, \forall t \in (-\infty; 0) \Leftrightarrow m \leq 6$.

Câu 44. Gọi S là tập giá trị nguyên $m \in [0; 100]$ để hàm số $y = |x^3 - 3mx^2 + 4m^3 - 12m - 8|$ có 5 cực trị. Tính tổng các phần tử của S .

A. 10096.

B. 4048.

C. 5047.

D. 10094.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 + 4m^3 - 12m - 8$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6mx$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$$

Hàm số $y = |x^3 - 3mx^2 + 4m^3 - 12m - 8|$ có 5 cực trị $\Leftrightarrow f(x)$ có hai giá trị cực trị trái

$$\text{dấu} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (4m^3 - 12m - 8)(8m^3 - 12m^3 + 4m^3 - 12m - 8) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (4m^3 - 12m - 8)(-12m - 8) < 0 \end{cases}$$

Kết hợp với $m \in [0; 100]$ và $m \in \mathbb{Z}$ ta được $m \in \{3; 4; \dots, 100\}$.

Vậy $S = \{3, 4, \dots, 100\}$.

Tổng các phần tử của S là 5047.

- Câu 45.** Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 4$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tiếp xúc với đường tròn $(C): (x-m)^2 + (y-m+2)^2 = 5$ là
- A. -11. B. 0. C. -10. **D. -12.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y = -x^3 - 3x^2 + 4 \Rightarrow y' = -3x^2 - 6x$. Nên: $y = y' \cdot \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right) + 2x + 4$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $(\Delta): y = 2x + 4$.

Để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị tiếp xúc với (C) thì:

$$d(I; \Delta) = \frac{|2m - (m-2) + 4|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |m+6| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -11 \end{cases}$$

Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn bằng: -12.

- Câu 46.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

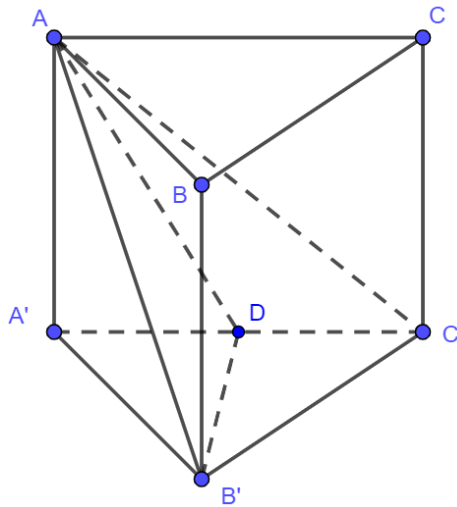
B. $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi D là trung điểm $A'C'$ thì ta có: $B'D \perp (ACC')$. Khi đó: $S_{ADC'} = S_{AB'C'} \cdot \cos 60^\circ$.

Đặt $AA' = x$ ($x > 0$). Do các tam giác $A'B'C'$ và $AA'B'$ vuông nên:

$$A'C' = a\sqrt{2}; AB' = \sqrt{a^2 + x^2}$$

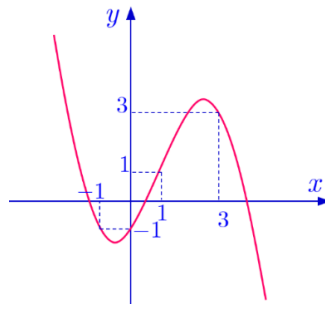
$$\text{Do } B'C' \perp (ABB'A') \text{ nên: } S_{AB'C'} = \frac{1}{2} AB' \cdot B'C' = \frac{1}{2} a\sqrt{a^2 + x^2}$$

$$\text{Do } AA' \perp DC \text{ nên: } S_{ADC'} = \frac{1}{2} AA' \cdot DC' = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot x$$

$$\text{Nên: } \frac{a\sqrt{2}}{4} x = \frac{a\sqrt{a^2 + x^2}}{4} \Leftrightarrow x\sqrt{2} = \sqrt{a^2 + x^2} \Leftrightarrow x = a.$$

$$\text{Vậy } V_{B'.ACC'A'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot a = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $g(x) = 2f(|x-1|) - x^2 + 2x + 2020$ đồng biến trên khoảng nào

A. $(-2; 0)$.

B. $(-3; 1)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

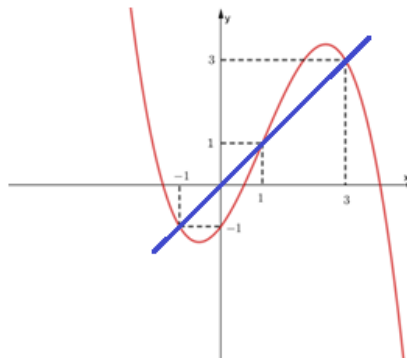
Ta có: $g(x) = 2f(|x-1|) - x^2 + 2x + 2020 \Leftrightarrow g(x) = 2f(|x-1|) - (x-1)^2 + 2021$

Xét hàm số $k(x-1) = 2f(x-1) - (x-1)^2 + 2021$.

Đặt $t = x-1$

Xét hàm số: $h(t) = 2f(t) - t^2 + 2021 \Rightarrow h'(t) = 2f'(t) - 2t$.

Kẻ đường $y = x$ như hình vẽ.



Khi đó: $h'(t) > 0 \Leftrightarrow f'(t) - t > 0 \Leftrightarrow f'(t) > t \Leftrightarrow \begin{cases} t < -1 \\ 1 < t < 3 \end{cases}$

Do đó: $k'(x-1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 < -1 \\ 1 < x-1 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 2 < x < 4 \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $k(x-1) = 2f(x-1) - (x-1)^2 + 2021$.

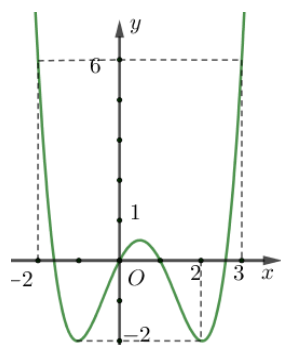
x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
$k'(x-1)$	+	0	-	0	+
$k(x-1)$					

Khi đó, ta có bảng biến thiên của $g(x) = 2f(|x-1|) - (x-1)^2 + 2021$ bằng cách lấy đối xứng qua đường thẳng $x=1$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	2	4	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$							

Vậy hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$.



A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

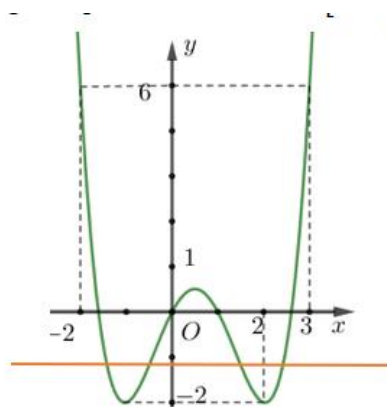
Đặt $t = x^3 - 3x, x \in [-1; 2] \Rightarrow g'(x) = 3x^2 - 3, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

x	-1	1	2
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	2	-2	2

Suy ra: Với $t = -2$, chỉ có 1 giá trị $x \in [-1; 2]$.

Với $t \in (-2; 2]$ có 2 giá trị $x \in [-1; 2]$.

Phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt $x \in [-1; 2]$ khi phương trình $f(t) = m$ có ba nghiệm phân biệt $t \in (-2; 2]$.

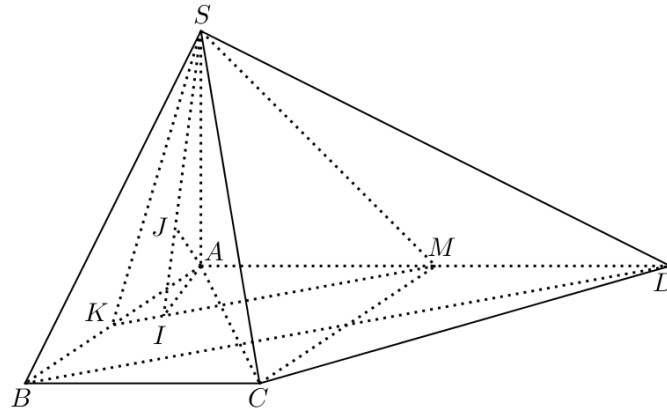


Dựa vào đồ thị và giả thiết m nguyên, suy ra $m \in \{-1; 0\}$.

- Câu 49.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = a$; $AD = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm của cạnh AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD là:
- A. $\frac{a\sqrt{2}}{11}$. B. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. C. $\frac{a\sqrt{11}}{22}$. D. $\frac{a\sqrt{11}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $(SC, (ABCD)) = \angle SCA = 45^\circ \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$

Gọi K là trung điểm của AB , khi đó AB song song với (SMK) .

Do đó $d(BD, SM) = d(BD, (SMK)) = d(B, (SMK)) = d(A, (SMK))$.

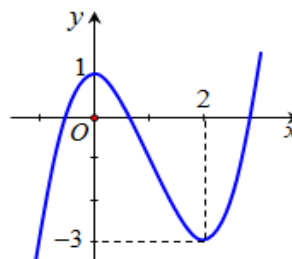
Gọi I, J lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên MK và SI .

Khi đó $MK \perp AI, MK \perp SA \Rightarrow MK \perp AJ$. Do $AJ \perp MK$ và $AJ \perp SI$ nên $AJ \perp (SMK)$ hay $d(A, (SMK)) = AJ$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{11}{2a^2} \Rightarrow AJ = \frac{a\sqrt{22}}{11}$$

- Câu 50.** Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{(x^2 - 2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)[f^2(x) + 3f(x)]} \text{ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?}$$



- A. 6. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn C

ĐK xác định của $\sqrt{2-x}$ là $x \leq 2$ (*).

$$\text{Ta có } (x-3)[f^2(x) + 3f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ f(x)=0 \\ f(x)=-3 \end{cases}.$$

* Ta có $x=3$ không thỏa mãn (*)

$$* \quad f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a < 0 \\ x = b \in (0; 2) \\ x = c > 2 \end{cases}. \text{ Ta có } x = c \text{ không thỏa mãn } (*)$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow b^+} g(x) = +\infty$. Vậy $x = a$; $x = b$ là các đường tiệm cận đứng.

$$* \quad f(x) = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = d < 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow d^+} g(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = +\infty$. Vậy $x = d$; $x = 2$ là các đường tiệm cận đứng.