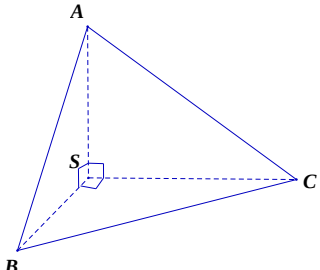
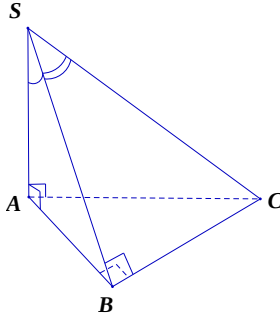
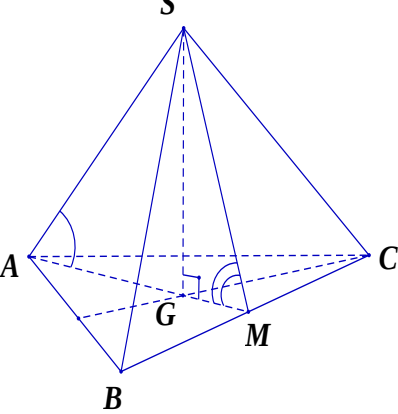
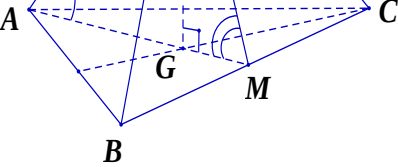
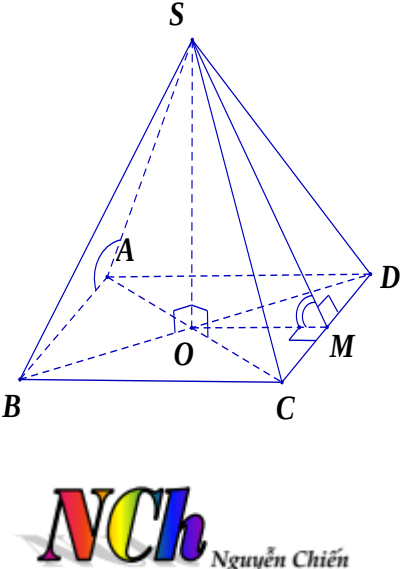
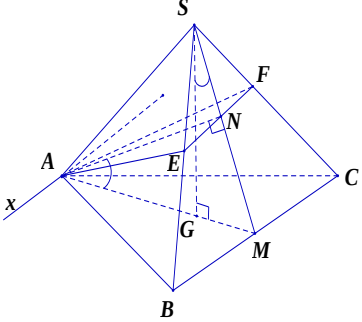
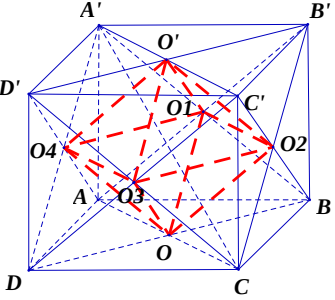
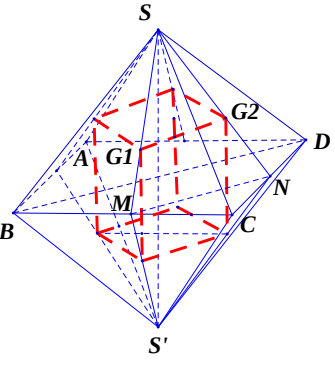


# MỘT SỐ CÔNG THỨC GIẢI NHANH PHẦN THỂ TÍCH KHỐI CHÓP



| <b>CT 1.</b> Cho hình chóp $SABC$ với các mặt phẳng $(SAB)$ , $(SBC)$ $(SAC)$ vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác $SAB, SBC, SAC$ lần lượt là $S_1, S_2, S_3$ . | <b>Hình vẽ</b><br> | <b>Thể tích</b><br>$V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2S_1 \cdot S_2 \cdot S_3}}{3}$                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>CT 2.</b> Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA$ vuông góc với $(ABC)$ , hai mặt phẳng $(SAB)$ và $(SBC)$ vuông góc với nhau, $BSC = \alpha$ , $ASB = \beta$ .                            |                   | $V_{S.ABC} = \frac{SB^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \tan \beta}{12}$                                                                   |
| <b>CT 3.</b> Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác đều cạnh bằng $a$ , cạnh bên bằng $b$ .                                                                             |                  | $V_{S.ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{12}$ <p>Khi <math>a = b</math> được tứ diện đều</p> $V_{S.ABC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$ |
| <b>CT 4.</b> Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a$ và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc $\alpha$ .                                                                |                 | $V_{S.ABC} = \frac{a^3 \tan \alpha}{24}$                                                                                            |
| <b>CT 5.</b> Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng $b$ và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc $\beta$ .                                                            |                 | $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}b^3 \cdot \sin \beta \cos^2 \beta}{4}$                                                                   |
| <b>CT 6.</b> Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh đáy bằng $a$ , cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc $\beta$ .                                                             |                 | $V_{S.ABC} = \frac{a^3 \cdot \tan \beta}{12}$                                                                                       |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                     |                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>CT 7.</b> Cho hình chóp tứ giác đều <math>S.ABCD</math> có đáy <math>ABCD</math> là hình vuông cạnh bằng <math>a</math>, và <math>SA = SB = SC = SD = b</math>.</p>                                                                                                                          |   | $V_{S.ABC} = \frac{a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6}$ <p>Khi chóp tứ giác có tất cả các cạnh bằng <math>a</math> thì</p> $V_{S.ABC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$ |
| <p><b>CT 8.</b> Cho hình chóp tứ giác đều <math>S.ABCD</math> có cạnh đáy bằng <math>a</math>, góc tạo bởi mặt bên và mặt phẳng đáy là <math>\alpha</math></p>                                                                                                                                     |                                                                                     | $V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \cdot \tan \alpha}{6}$                                                                                                         |
| <p><b>CT 9.</b> Cho hình chóp tứ giác đều <math>S.ABCD</math> có cạnh đáy bằng <math>a</math>, <math>SAB = \alpha</math>, với <math>\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)</math>.</p>                                                                                               |                                                                                     | $V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{\tan^2 \alpha - 1}}{6}$                                                                                                  |
| <p><b>CT 10.</b> Cho hình chóp tứ giác đều <math>S.ABCD</math> có các cạnh bên bằng <math>a</math>, góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là <math>\alpha</math> với <math>\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)</math>.</p>                                                                           |                                                                                     | $V_{S.ABCD} = \frac{4a^3 \cdot \tan \alpha}{3\sqrt{(2 + \tan^2 \alpha)^3}}$                                                                            |
| <p><b>CT 11.</b> Cho hình chóp tam giác đều <math>S.ABC</math> có cạnh đáy bằng <math>a</math>. Gọi <math>(P)</math> là mặt phẳng đi qua <math>A</math> song song với <math>BC</math> và vuông góc với <math>(SBC)</math>, góc giữa <math>(P)</math> với mặt phẳng đáy là <math>\alpha</math>.</p> |  | $V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \cot \alpha}{24}$                                                                                                              |

|                                                                                               |                                                                                   |                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| <b>CT 12.</b> Khối tám mặt đều có đỉnh là tâm các mặt của hình lập phương cạnh $a$            |  | $V = \frac{a^3}{6}.$                                                 |
| <b>CT 13.</b> Cho khối tám mặt đều cạnh $a$ . Nối tâm của các mặt bên ta được khối lập phương |  | $V = \left( \frac{a\sqrt{2}}{3} \right)^3 = \frac{2a^3\sqrt{2}}{27}$ |

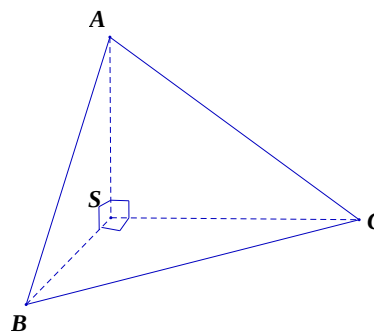
### LỜI GIẢI CHI TIẾT

**CT 1.** Cho hình chóp  $SABC$  với các mặt phẳng  $(SAB), (SBC), (SAC)$  vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác  $SAB, SBC, SAC$  lần lượt là  $S_1, S_2, S_3$ . Thể tích khối chóp  $SABC$

là: 
$$V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2S_1 \cdot S_2 \cdot S_3}}{3}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 AS &\perp (SBC) \Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta SBC} \cdot SA = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC \\
 &= \frac{1}{6} \sqrt{SA^2 \cdot SB^2 \cdot SC^2} = \frac{1}{6} \sqrt{SA \cdot SB \cdot SB \cdot SC \cdot SA \cdot SC} \\
 &= \frac{1}{6} \sqrt{2S_1 \cdot 2S_2 \cdot 2S_3} = \frac{\sqrt{2S_1 \cdot S_2 \cdot S_3}}{3}
 \end{aligned}$$



**Áp dụng:** Cho hình chóp  $SABC$  với các mặt phẳng  $(SAB), (SBC), (SAC)$  vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác  $SAB, SBC, SAC$  lần lượt là  $15cm^2, 20cm^2, 18cm^2$  Thể tích khối chóp  $SABC$  là

**A.**  $a^3\sqrt{20}.$

**B.**  $\frac{a^3\sqrt{20}}{3}.$

**C.**  $\frac{a^3\sqrt{20}}{2}.$

**D.**  $\frac{a^3\sqrt{20}}{6}.$

$$V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2S_1 \cdot S_2 \cdot S_3}}{3} = a^3\sqrt{20} \Rightarrow \text{Chọn đáp án A.}$$

**CT 2.** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  vuông góc với nhau,  $BSC = \alpha, ASB = \beta$ . Thể tích khối chóp  $SABC$  là

$$V_{S.ABC} = \frac{SB^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \tan \beta}{12}$$

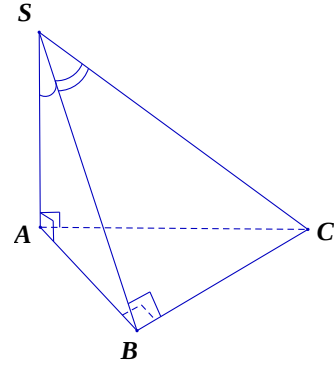
**Lời giải**

+  $\triangle SAB$  vuông tại  $A$  có :  $AB = SB \cdot \sin \alpha, SA = SB \cdot \cos \alpha$

+  $\triangle SBC$  vuông tại  $B$  có :

$$BC = SB \cdot \tan \beta \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot SB^2 \cdot \sin \alpha \cdot \tan \beta$$

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot SB^2 \cdot \sin \alpha \cdot \tan \beta \cdot SB \cdot \cos \alpha \\ &= \frac{SB^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \tan \beta}{12} \end{aligned}$$



**Áp dụng:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SBC)$  vuông góc với nhau,  $SB = a\sqrt{3}, BSC = 45^\circ, ASB = 30^\circ$ . Thể tích khối chóp  $SABC$  là

**A.**  $\frac{3a^3}{8}$ .

**B.**  $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$ .

**C.**  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .

**D.**  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

$$V_{S.ABC} = \frac{SB^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \tan \beta}{12} = \frac{3a^3}{8} \Rightarrow \text{Chọn đáp án A.}$$

**CT 3.** Cho hình chóp đều  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $b$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

$$\frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{12}$$

**Lời giải**

Gọi  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC \Rightarrow SG \perp (ABC)$

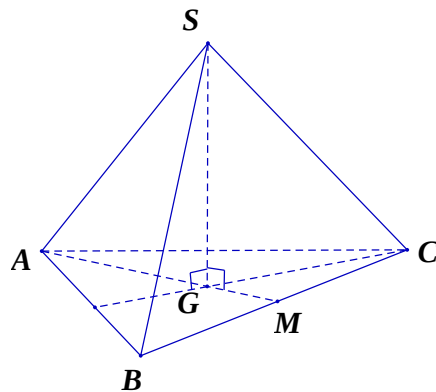
$$\triangle ABC \text{ đều} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$\triangle SGA$  vuông tại  $G$  có:

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{3}} = \sqrt{\frac{3b^2 - a^2}{3}}$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{\frac{3b^2 - a^2}{3}} = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{12}$$

$$\text{Khi } a = b \Rightarrow V_{SABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$



**Áp dụng:** Cho hình chóp đều  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án B.

**CT 4.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc  $\alpha$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

$$\frac{a^3 \tan \alpha}{24}$$

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ .      B.  $\frac{a^3}{24}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      D.  $\frac{a^3}{12}$ .

**Lời giải**

$$+ \Delta ABC \text{ đều} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

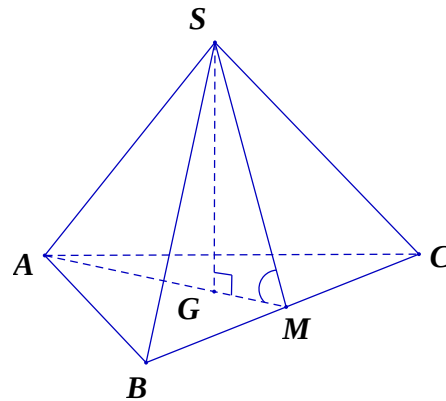
$$+ \text{Gọi } G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \Rightarrow SG \perp (ABC)$$

$$\Rightarrow ((SBC), (ABC)) = SMG = \alpha$$

Xét  $\Delta SGM$  vuông tại  $G$  có :

$$SG = GM \cdot \tan SMG = \frac{1}{3} \cdot AM \tan \alpha = \frac{a\sqrt{3} \cdot \tan \alpha}{6}$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \tan \alpha}{6} = \frac{a^3 \tan \alpha}{24}$$



**Áp dụng:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$  và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc  $60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ .      B.  $\frac{a^3}{24}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      D.  $\frac{a^3}{12}$ .

$$V_{SABC} = \frac{a^3 \tan \alpha}{24} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow \text{Chọn đáp án C.}$$

**CT 5.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có các cạnh bên bằng  $b$  và tạo với mặt phẳng đáy góc  $\beta$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

$$\frac{\sqrt{3}b^3 \cdot \sin \beta \cos^2 \beta}{4}$$

### Lời giải

+ Gọi G là trọng tâm  $\Delta ABC \Rightarrow SG \perp (ABC)$

Xét  $\Delta SGA$  vuông tại G có:

$$SG = SA \cdot \sin \beta = b \cdot \sin \beta$$

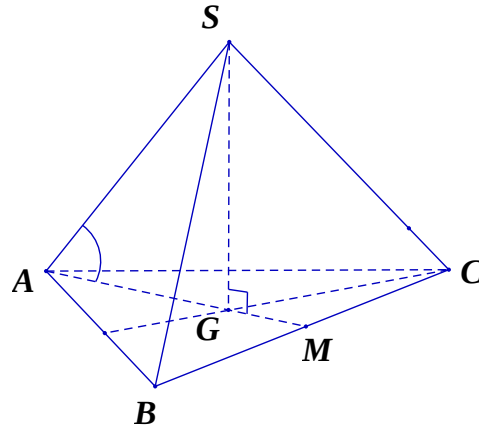
$$AG = SA \cdot \cos \beta \Rightarrow AM = \frac{3}{2} AG = \frac{3b \cdot \cos \beta}{2}$$

$$+ \Delta ABC \text{ đều} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$$

$$\Rightarrow AB = \frac{2}{\sqrt{3}} AM = \sqrt{3} b \cdot \cos \beta$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \left( \sqrt{3} b \cdot \cos \beta \right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3} b^2 \cos^2 \beta}{4}$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SG = \frac{\sqrt{3} b^3 \cdot \sin \beta \cos^2 \beta}{4}$$



**CT 6.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có các cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc  $\beta$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

$$\frac{a^3 \cdot \tan \beta}{12}$$

### Lời giải

+ Gọi G là trọng tâm  $\Delta ABC \Rightarrow SG \perp (ABC)$

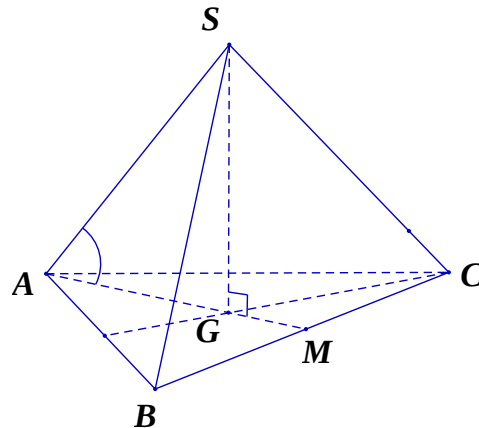
Xét  $\Delta SGA$  vuông tại G có :

$$\Rightarrow SG = AG \cdot \tan \beta = \frac{2}{3} AM \cdot \tan \beta$$

$$+ \Delta ABC \text{ đều} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$$

$$\Rightarrow SG = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} AB \cdot \tan \beta = \frac{a\sqrt{3} \cdot \tan \beta}{3}$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \tan \beta}{3} = \frac{a^3 \cdot \tan \beta}{12}$$



**Áp dụng:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có các cạnh đáy bằng  $a$ , mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc  $30^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

**A.**  $\frac{a^3}{48}$ .

**B.**  $\frac{a^3}{24}$ .

**C.**  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$ .

**D.**  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{36}$ .

$$V_{SABC} = \frac{a^3 \tan \beta}{12} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{36} \Rightarrow \text{Chọn đáp án D.}$$

**CT 7.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ ,

và  $SA = SB = SC = SD = b$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là  $\frac{a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6}$

**Lời giải**

$$AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

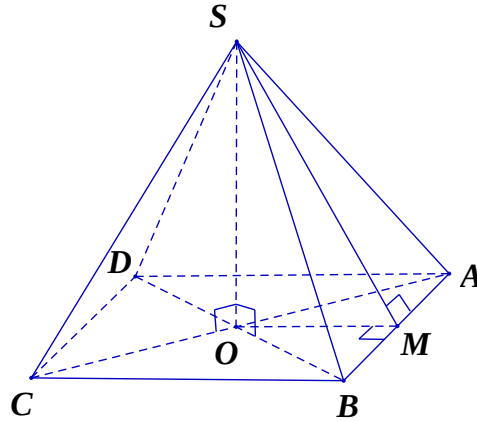
Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$ .

$$\Rightarrow SM^2 = SA^2 - AM^2 = b^2 - \frac{a^2}{4}$$

$\Delta SOM$  vuông tại  $O$  có:

$$SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{4b^2 - 2a^2}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6}$$



$$\text{Khi } SA = SB = SC = SD = a \Rightarrow V_{SABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}.$$

**Áp dụng:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ , và  $SA = SB = SC = SD = a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $\frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$ .

B.  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$ .

C.  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$ .

D.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án C.

**CT 8.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc tạo bởi mặt

bên và mặt phẳng đáy là  $\alpha$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là  $\frac{a^3 \cdot \tan \alpha}{6}$ .

**Lời giải**

$$AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

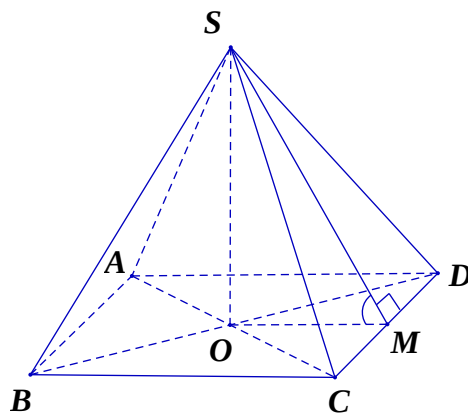
Gọi  $M$  là trung điểm  $CD$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = SMO = \alpha$$

+ Tam giác  $SOM$  vuông tại  $O$  có:

$$SO = OM \cdot \tan SMO = \frac{a}{2} \cdot \tan \alpha$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \tan \alpha = \frac{a^3 \tan \alpha}{6}$$



**Áp dụng:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc tạo bởi mặt bên và mặt phẳng đáy là  $45^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $\frac{a^3}{12}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .

D.  $\frac{a^3}{6}$ .

$$V_{SABCD} = \frac{a^3 \tan \alpha}{6} = \frac{a^3}{6} \Rightarrow \text{Chọn đáp án D.}$$

**CT 9.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $SAB = \alpha$ , với

$\alpha \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là  $\frac{a^3 \sqrt{\tan^2 \alpha - 1}}{6}$ .

**Lời giải**

$$AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$ .

$\Delta SMA$  vuông tại  $M$  có:

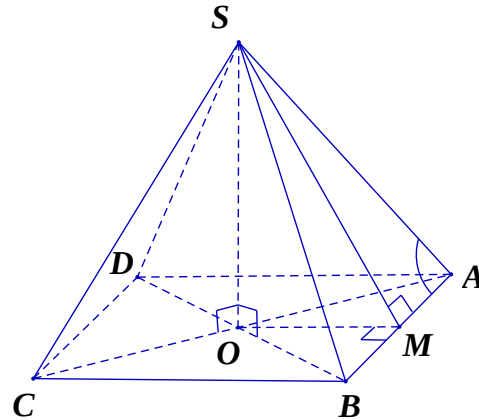
$$\Rightarrow SM = AM \cdot \tan SAB = \frac{a \cdot \tan \alpha}{2}$$

$\Delta SOM$  vuông tại  $O$  có:

$$SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{\left(\frac{a \cdot \tan \alpha}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{a}{2} \sqrt{\tan^2 \alpha - 1}$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a}{2} \sqrt{\tan^2 \alpha - 1} = \frac{a^3 \sqrt{\tan^2 \alpha - 1}}{6}$$



**Áp dụng:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $SAB = 60^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ .

D.  $\frac{a^3}{6}$ .

$$V_{SABCD} = \frac{a^3 \sqrt{\tan^2 \alpha - 1}}{6} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6} \Rightarrow \text{Chọn đáp án B.}$$

**CT 10.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có các cạnh bên bằng  $a$ , góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là  $\alpha$  với  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là

$$\frac{4a^3 \cdot \tan \alpha}{3\sqrt{(2 + \tan^2 \alpha)^3}}$$

**Lời giải**

$$AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

Gọi  $M$  là trung điểm  $CD$

$$\Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = SMO = 60^\circ$$

Gọi độ dài một cạnh hình vuông là  $x$

+ Tam giác  $SMC$  vuông tại  $M$  có:

$$SM = \sqrt{SC^2 - CM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}$$

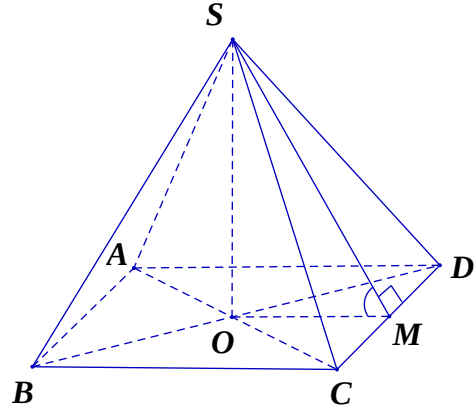
+ Tam giác  $SOM$  vuông tại  $O$  có:

$$OM = SM \cdot \cos SMO = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \Rightarrow \frac{x}{2} = \cos \alpha \cdot \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \Rightarrow \frac{x^2}{2} = \left(a^2 - \frac{x^2}{4}\right) \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{4a^2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{4a^2 \cdot \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}}{1 + \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} = \frac{4a^2}{2 + \tan^2 \alpha} \Rightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{2 + \tan^2 \alpha}} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{4a^2}{2 + \tan^2 \alpha}$$

$$\text{Ta có: } SO = OM \cdot \tan SMO = \frac{x}{2} \cdot \tan \alpha = \frac{a \cdot \tan \alpha}{\sqrt{2 + \tan^2 \alpha}}$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{4a^2}{2 + \tan^2 \alpha} \cdot \frac{a \cdot \tan \alpha}{\sqrt{2 + \tan^2 \alpha}} = \frac{4a^3 \cdot \tan \alpha}{3\sqrt{(2 + \tan^2 \alpha)^3}}$$



**CT 11.** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $A$  song song với  $BC$  và vuông góc với  $(SBC)$ , góc giữa  $(P)$  với mặt phẳng đáy là  $\alpha$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$

là  $\frac{a^3 \cot \alpha}{24}$ .

### Lời giải

$$+ \Delta ABC \text{ đều} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$+ \text{Gọi } G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \Rightarrow SG \perp (ABC)$$

$$+ \text{Gọi } (P) \cap (SBC) = EF \Rightarrow EF // BC$$

$$\Rightarrow (P) \cap (SBC) = Ax \text{ với } Ax // EF // BC$$

$$+ \text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } BC, SM \cap EF = N$$

$$\text{Ta có: } AM \perp BC, SG \perp BC$$

$$\Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow AN \perp BC \Rightarrow AN \perp Ax$$

$$\text{Mà } AM \perp BC, BC // Ax \Rightarrow AM \perp Ax$$

$$\Rightarrow ((P), (ABC)) = \angle NAM = \alpha$$

$$\text{Ta có: } \angle GSM = \angle NAM = \alpha \text{ (cùng phụ với } \angle SMA)$$

Xét  $\Delta SGM$  vuông tại  $G$  có :

$$SG = GM \cdot \cot \angle GSM = \frac{1}{3} \cdot AM \cot \alpha \Rightarrow SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \cot \alpha = \frac{a\sqrt{3} \cdot \cot \alpha}{6}$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3} \cdot \cot \alpha}{6} = \frac{a^3 \cot \alpha}{24}$$

**Áp dụng:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $A$  song song với  $BC$  và vuông góc với  $(SBC)$ , góc giữa  $(P)$  với mặt phẳng đáy là  $30^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là:

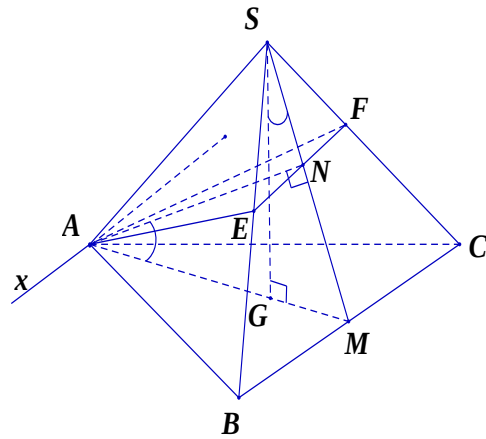
A.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$

B.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$

C.  $\frac{a^3}{8}$

D.  $\frac{3a^3}{8}$

$$\text{Áp dụng bài này: } V_{SABC} = \frac{a^3 \cot 30^\circ}{24} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24} \Rightarrow \text{Chọn đáp án A}$$



**CT 12.** Khối tám mặt đều có đỉnh là tâm các mặt của hình lập phương cạnh  $a$  có thể tích là

A.  $\frac{a^3}{12}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $\frac{a^3}{6}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

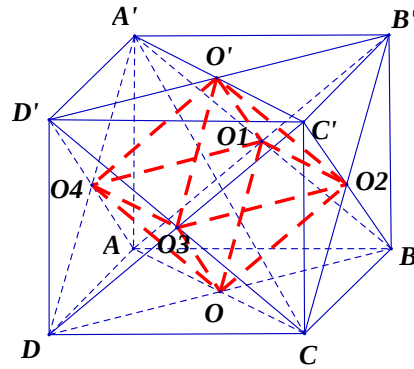
**Lời giải**

$$+ O_2O_3 = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{O_1O_2O_3O_4} = (O_2O_3)^2 = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Chiều cao khối chóp } O_1O_2O_3O_4 \text{ là } h = \frac{OO'}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow V_{O_1O_2O_3O_4O'} = 2V_{O_1O_2O_3O_4} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{12}$$

$\Rightarrow$  Chọn đáp án C.



**CT 13.** Cho khối tám mặt đều cạnh  $a$ . Nối tâm của các mặt bên ta được khối lập phương có thể tích bằng  $V$ . Tỷ số  $\frac{a^3}{V}$  gần nhất giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 9,5.

B. 7,8.

C. 15,6.

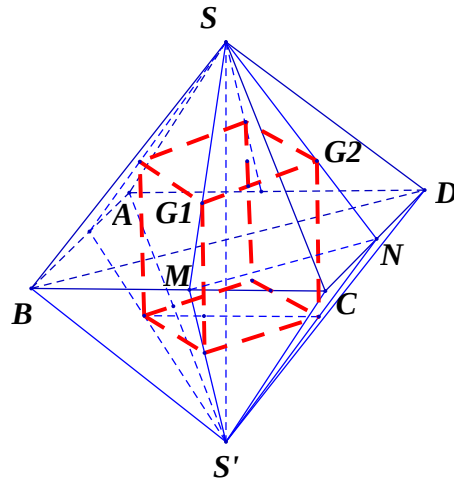
D. 22,6.

**Lời giải**

$$+ G_1G_2 = \frac{2}{3}MN = \frac{1}{3}BD = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

$$+ V = \left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^3 = \frac{2a^3\sqrt{2}}{27}$$

$$\Rightarrow \frac{a^3}{V} = \frac{27\sqrt{2}}{4} \approx 9,5 \Rightarrow \text{Chọn đáp án A.}$$



### MỘT SỐ CÔNG THỨC GIẢI NHANH PHẦN TỈ LỆ THỂ TÍCH

**Câu 1.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ , góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy là  $\alpha$ . Mặt phẳng  $(P)$  qua  $AC$  và vuông góc với mặt phẳng  $(SAD)$  chia khối chóp

$S.ABCD$  thành hai khối đa diện. Tỉ lệ thể tích hai khối đa diện là  $\frac{V_1}{V_2} = \cos^2 \alpha$

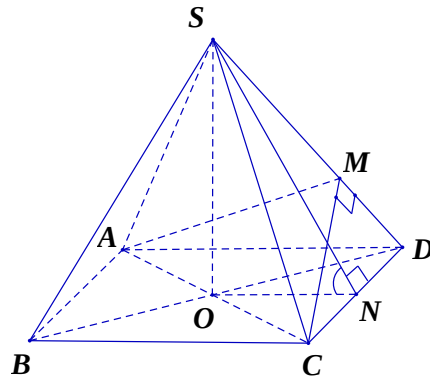
**Lời giải:**

Ta có:

$$SD = \sqrt{SN^2 + ND^2} = \sqrt{ON^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 SNO} + ND^2}$$

$$= \frac{a}{2} \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1} = \frac{a}{2 \cdot \cos \alpha} \sqrt{\cos^2 \alpha + 1} \text{ Ta có:}$$

$$S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2} CM \cdot SD = \frac{1}{2} SN \cdot CD$$



$$\Rightarrow CM = \frac{SN \cdot CD}{SD} = \frac{\frac{a}{2} \frac{1}{\cos \alpha} \cdot a}{\frac{a}{2 \cdot \cos \alpha} \sqrt{\cos^2 \alpha + 1}} = \frac{a}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}}$$

$$\Rightarrow DM = \sqrt{CD^2 - CM^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{1 + \cos^2 \alpha}} = \frac{a \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}}$$

$$\frac{V_{MACD}}{V_{SABCD}} = \frac{V_{MACD}}{2 \cdot V_{SACD}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{DM}{DS} \cdot \frac{DA}{DA} \cdot \frac{DC}{DC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{DM}{DS} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{a \cdot \cos \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}}}{\frac{a}{2 \cdot \cos \alpha} \sqrt{1 + \cos^2 \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow V_{MACD} = \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} V_{SABCD} \Rightarrow V_{SABCM} = \left(1 - \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha}\right) V_{SABCD} = \frac{1}{1 + \cos^2 \alpha} V_{SABCD} \text{ Vậy } \frac{V_{MACD}}{V_{SABCM}} = \cos^2 \alpha$$