

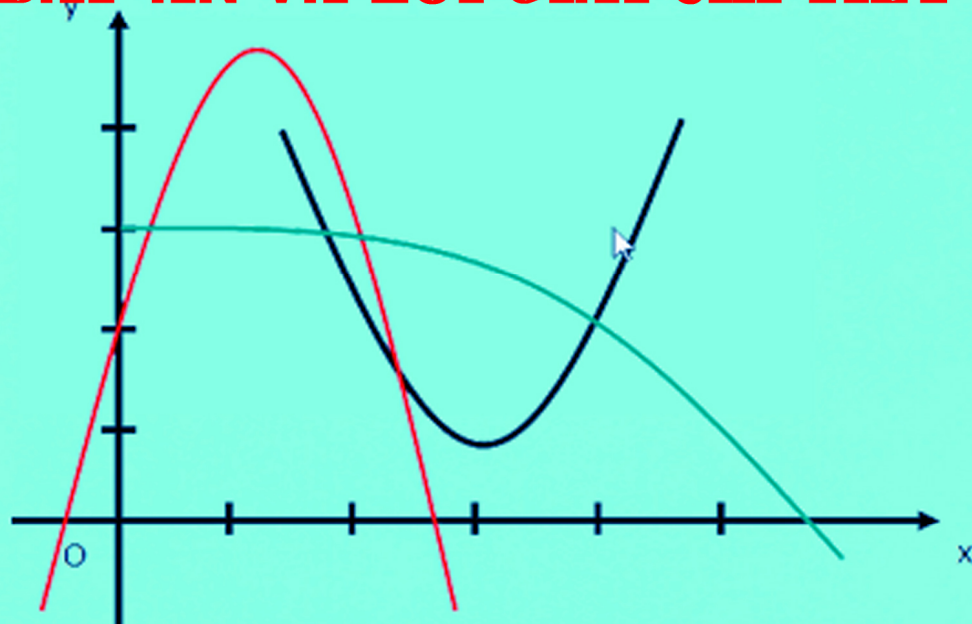
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

NEW!

CHUYÊN ĐỀ

HÀM SỐ

CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT



ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2017 - 2018

TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A – KIẾN THỨC CHUNG

Bài toán 1: Tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số:

Cho hàm số $(C): y = f(x)$ và điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại M .

- Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0)$
- phương trình tiếp tuyến tại điểm M là: $y = f'(x)(x - x_0) + y_0$

Bài toán 2: Tiếp tuyến có hệ số góc k cho trước

- Gọi (Δ) là tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc k .
- Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Khi đó x_0 thỏa mãn: $f'(x_0) = k$ (*).
- Giải (*) tìm x_0 . Suy ra $y_0 = f(x_0)$.
- Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = k(x - x_0) + y_0$

Bài toán 3: Tiếp tuyến đi qua điểm

Cho hàm số $(C): y = f(x)$ và điểm $A(a; b)$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến đi qua A .

- Gọi (Δ) là đường thẳng qua A và có hệ số góc k . Khi đó $(\Delta): y = k(x - a) + b$ (*)
- Để (Δ) là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = k(x - a) + b & (1) \\ f'(x) = k & (2) \end{cases}$ có nghiệm.
- Thay (2) vào (1) ta có phương trình ẩn x . Tìm x thay vào (2) tìm k thay vào (*) ta có phương trình tiếp tuyến cần tìm.

* Chú ý:

1. Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc (C) là: $k = f'(x_0)$

2. Cho đường thẳng $(d): y = k_d x + b$

$$+) (\Delta) // (d) \Rightarrow k_\Delta = k_d \qquad \qquad \qquad +) (\Delta) \perp (d) \Rightarrow k_\Delta \cdot k_d = -1 \Leftrightarrow k_\Delta = -\frac{1}{k_d}$$

$$+) (\Delta, d) = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \left| \frac{k_\Delta - k_d}{1 + k_\Delta \cdot k_d} \right| \qquad \qquad \qquad +) (\Delta, Ox) = \alpha \Rightarrow k_\Delta = \pm \tan \alpha$$

3. Tiếp tuyến tại các điểm cực trị của đồ thị (C) có phương song song hoặc trùng với trục hoành.

4. Cho hàm số bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$

- +) Khi $a > 0$: Tiếp tuyến tại tâm đối xứng của (C) có hệ số góc nhỏ nhất.
- +) Khi $a < 0$: Tiếp tuyến tại tâm đối xứng của (C) có hệ số góc lớn nhất.

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: TIẾP TUYẾN TẠI ĐIỂM THUỘC ĐỒ THỊ HÀM SỐ:

Câu 1. Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm $M(-1; -2)$?

- A.** $y = 9x + 11$. **B.** $y = 9x - 11$. **C.** $y = 9x - 7$. **D.** $y = 9x + 7$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

$$y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'(-1) = 9.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là : $y = 9(x+1) - 2 \Leftrightarrow y = 9x + 7$.

Câu 2. Phương trình tiếp tuyến của đường cong (C): $y = x^4 - 3x^2 + 4$ tại điểm $A(1; 2)$ là

A. $y = 3x + 5$.

B. $y = 2x + 4$.

C. $y = -2x + 4$.

D. $y = -2x$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

$$y' = 4x^3 - 6x \Rightarrow y'(1) = -2.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến: $y = -2(x-1) + 2 \Leftrightarrow y = -2x$.

Câu 3. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại điểm $M(2; 4)$

A. $y = -3x + 10$.

B. $y = -9x + 14$.

C. $y = 9x - 14$.

D. $y = 3x - 2$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án C.**

Ta có $y' = 3x^2 - 3$.

Do đó : phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại $M(2; 4)$ là :

$$y = y'(2)(x-2) + 4 = 9(x-2) + 4 = 9x - 14.$$

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(0; -1)$ là

A. $y = 3x + 1$.

B. $y = 3x - 1$.

C. $y = -3x - 1$.

D. $y = -3x + 1$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.**

Ta có: $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$

Hệ số góc tiếp tuyến : $y'(0) = 3$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(0; -1)$ là $y = 3(x-0) - 1 = 3x - 1$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng -3 .

A. $y = 30x + 25$.

B. $y = 9x - 25$.

C. $y = 30x - 25$.

D. $y = 9x + 25$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

Ta có $y' = 3x^2 + 6x$ nên $\begin{cases} y(-3) = -2 \\ y'(-3) = 9 \end{cases}$, do đó phương trình tiếp tuyến là

$$y = 9(x+3) - 2 \Leftrightarrow y = 9x + 25.$$

Câu 6. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{4}{x-1}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có phương trình là

A. $y = x + 2$.

B. $y = -x + 2$.

C. $y = x - 1$.

D. $y = -x - 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

$f'(x) = -\frac{4}{(x-1)^2}$. Phương trình tiếp của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là

$$y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = -(x+1) - 2. \text{ Vậy } y = -x - 3.$$

Câu 7. Tìm phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ bằng 0 ?

A. $y = 3x + 1.$

B. $y = 3x - 1.$

C. $y = 3x - 4.$

D. $y = 3x - 2.$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.**

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0) = 3.$$

$$x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y = 3(x-0) - 1 \Leftrightarrow y = 3x - 1.$

Câu 8. Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 1$ tại điểm có tung độ bằng 2

A. $y = 2x.$

B. $y = 9x - 11.$

C. $y = 2x$ và $y = 2x + \frac{32}{27}.$

D. $y = 2x + 4.$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**TXĐ: $D = \mathbb{R}.$

Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của đồ thị hàm số với tiếp tuyến.

$$\text{Ta có } y_0 = 2 \Rightarrow x_0^3 - x_0^2 + x_0 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x_0 - 1)(x_0^2 + 1) = 0 \Rightarrow x_0 = 1.$$

$$y' = 3x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y'(1) = 2.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có tung độ bằng hai là $y = 2x.$

Câu 9. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{x-4}$ tại điểm có tung độ bằng 3.

A. $x + 4y - 20 = 0.$

B. $x + 4y - 5 = 0.$

C. $4x + y - 20 = 0.$

D. $4x + y - 5 = 0.$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**

Gọi $M(x_0, y_0)$ là tiếp điểm.

Theo đề bài ta có $y_0 = 3 \Rightarrow x_0 = 8.$

$$y' = \frac{-4}{(x-4)^2} \Rightarrow y'(8) = -\frac{1}{4}.$$

Vậy tiếp tuyến tại điểm $M(8; 3)$ có phương trình là: $y = -\frac{1}{4}x + 5$ hay $x + 4y - 20 = 0.$

Câu 10. Cho đường cong $(C): y = x^3 - 3x^2$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm thuộc (C) và có hoành độ $x_0 = -1$

A. $y = -9x + 5.$

B. $y = -9x - 5.$

C. $y = 9x - 5.$

D. $y = 9x + 5.$

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -4, y'(-1) = 9$.

Vậy phương trình tiếp tuyến tại $(-1; -4)$ là $y = 9(x+1) - 4 = 9x + 5$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x-3}$ có đồ thị là (H) . Phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của (H) với

trục hoành là:

A. $y = -2x + 4$.

B. $y = -3x + 1$.

C. $y = 2x - 4$.

D. $y = 2x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y = \frac{2x-4}{x-3} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-3)^2}$$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(2; 0) \Rightarrow y'(2) = -2$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm A là: $y = -2x + 4$.

Câu 12. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 6x - 11$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là:

A. $y = 6x - 11$ và $y = 6x - 1$.

B. $y = 6x - 11$.

C. $y = -6x - 11$ và $y = -6x - 1$.

D. $y = -6x - 11$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Giao điểm của đồ thị với trục tung $A(0; -11)$.

$$y = -x^3 + 3x^2 - 6x - 11 \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x - 6 \Rightarrow y'(0) = -6.$$

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(0; -11)$ là

$$y = -6(x - 0) - 11 = -6x - 11.$$

Câu 13. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm thuộc đồ thị có hoành độ x_0 thỏa điều kiện $y''(x_0) = 0$

A. $y = -3x + 3$.

B. $y = 9x + 7$.

C. $y = 0$.

D. $y = -3x - 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$\text{Ta có: } y = x^3 - 3x^2 + 2.$$

$$y' = 3x^2 - 6x.$$

$$y'' = 6x - 6.$$

$$y''(x_0) = 0 \Leftrightarrow 6x_0 - 6 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 0.$$

Tiếp tuyến tại $x_0 = 1$ có phương trình là: $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 = -3x + 3$.

Câu 14. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

A. Song song với đường thẳng $x = 1$.

B. Song song với trục hoành.

C. Có hệ số góc dương.

D. Có hệ số góc bằng -1 .

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 4x + 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, y = -\frac{11}{3} \\ x = 3, y = -5 \end{cases}$$

Vì cả hai điểm cực trị đều không thuộc trục hoành và tại mỗi điểm đều có $y'(x_0) = 0$ nên tiếp tuyến song song với trục hoành.

Câu 15. Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x-1}$ với trục Ox . Tiếp tuyến tại A của đồ thị hàm số đã cho có hệ số góc k là

A. $k = -\frac{5}{9}$.

B. $k = \frac{1}{3}$.

C. $k = -\frac{1}{3}$.

D. $k = \frac{5}{9}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

Giao điểm của đồ thị và trục hoành là $A(2;0)$.

$$y = \frac{x-2}{2x-1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(2x-1)^2} \Rightarrow y'(2) = \frac{1}{3}.$$

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến là $k = \frac{1}{3}$.

Câu 16. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-5}$ tại điểm $A(-1;0)$ có hệ số góc bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $-\frac{1}{6}$.

C. $\frac{6}{25}$.

D. $-\frac{6}{25}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$\text{Ta có : } y' = \frac{-6}{(x-5)^2} \Rightarrow \text{hệ số góc của tiếp tuyến tại } A(-1;0) \text{ là } y'(-1) = -\frac{1}{6}.$$

Câu 17. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 4x^2 + 4x + 1$ tại điểm $A(-3;-2)$ cắt đồ thị tại điểm thứ hai là B . Điểm B có tọa độ là

A. $B(-1;0)$.

B. $B(1;10)$.

C. $B(2;33)$.

D. $B(-2;1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$y' = 3x^2 + 8x + 4$$

Phương trình tiếp tuyến tại $A(-3;-2)$, $y'(-3) = 7$ là $y = 7x + 19$.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x^3 + 4x^2 + 4x + 1 = 7x + 19 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2; y = 33 \\ x = -3; y = -2 \end{cases}$$

Vậy $B(2;33)$.

Câu 18. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ x_0 thỏa $2y''(x_0) + y'(x_0) + 15 = 0$ là

A. $y = 9x + 7$.

B. $y = 9x + 6$.

C. $y = 9x$.

D. $y = 9x + 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x \text{ và } y'' = 6x - 6.$$

Thay vào điều kiện đề bài ta có:

$$2y''(x_0) + y'(x_0) + 15 = 0 \Leftrightarrow 2(6x_0 - 6) + 3x_0^2 - 6x_0 + 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -1.$$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là:

$$y = y'(-1)(x+1) + y(-1) = 9(x-1) - 3 = 9x + 6.$$

Câu 19. Gọi $M \in (C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tung độ bằng 5. Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B . Hãy tính diện tích tam giác OAB ?

A. $\frac{121}{6}$.

B. $\frac{119}{6}$.

C. $\frac{123}{6}$.

D. $\frac{125}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Theo đề bài, ta có $y_M = 5 \Leftrightarrow \frac{2x_M+1}{x_M-1} = 5 \Leftrightarrow x_M = 2$.

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(2) = -3$.

Phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại M là $y = -3x + 11$.

Giao điểm của Δ với Ox : cho $y = 0 \Rightarrow x = \frac{11}{3} \Rightarrow A\left(\frac{11}{3}; 0\right)$.

Giao điểm của Δ với Oy : cho $x = 0 \Rightarrow y = 11 \Rightarrow B(0; 11)$.

Ta có $AB = \sqrt{\frac{121}{9} + 121} = \frac{11}{3}\sqrt{10}$, $d(O, \Delta) = \frac{11}{\sqrt{10}}$.

Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2}d(O, \Delta).AB = \frac{121}{6}$.

Câu 20. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ bằng 0 cắt hai trục tọa độ tại

A và B . Tính diện tích tam giác OAB

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2}.$$

$x = 0 \Rightarrow y = 1, y'(0) = 1$.

Phương trình tiếp tuyến $y = x + 1$, ta được $A(0; 1), B(-1; 0)$.

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.$$

Câu 21. Cho hàm số có đồ thị $(C): y = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Tìm trên (C) những điểm M sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 8

A. $M(0; 8)$.

B. $M(-1; -4)$.

C. $M(1; 0)$.

D. $M(-1; 8)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có : $y' = 6x^2 - 6x$.

Gọi tọa độ $M(a; a^3 - 3a^2 + 1)$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là :

$$y = y'(a)(x - a) + a^3 - 3a^2 + 1 \Leftrightarrow y = (6a^2 - 6a)x - 4a^3 + 3a^2 + 1$$

Vì tiếp tuyến cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 8 nên tiếp tuyến đi qua điểm $A(0; 8)$.

Do đó ta có phương trình : $8 = -4a^3 + 3a^2 + 1 \Leftrightarrow -4a^3 + 3a^2 - 7 = 0 \Leftrightarrow a = -1 \Leftrightarrow M(-1; -4)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi I là giao điểm 2 đường tiệm cận. Gọi

$M(x_0, y_0)$, $x_0 > 0$ là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B thỏa mãn $AI^2 + IB^2 = 40$. Khi đó tích $x_0 y_0$ bằng:

A. $\frac{15}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án D.**

$$I(-1; 2), M(x_0; \frac{2x_0-1}{x_0+1}), x_0 > 0$$

$$\text{Có } A(-1; \frac{2x_0-4}{x_0+1}), B(2x_0+1; 2)$$

$$IA^2 + IB^2 = 40 \Leftrightarrow AB^2 = 40 \Leftrightarrow (2x_0+2)^2 + (2 - \frac{2x_0-4}{x_0+1})^2 = 40$$

$$\Leftrightarrow 4(x_0+1)^4 - 40(x_0+1)^2 + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_0+1)^2 = 1 \\ (x_0+1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 2 > 0, y_0 = 1$$

$$\text{Vậy } x_0 y_0 = 2.$$

DẠNG 2: TIẾP TUYẾN CÓ HỆ SỐ GÓC K CHO TRƯỚC

Câu 1. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 2$ có đồ thị (C) và điểm M thuộc (C) có hoành độ bằng $\sqrt{2}$. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại M.

A. $k = -6\sqrt{2}$.

B. $k = -7\sqrt{2}$.

C. $k = -8\sqrt{2}$.

D. $k = -9\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y' = 4x^3 - 16x$.

Do đó hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại M là $k = 4(\sqrt{2})^3 - 16\sqrt{2} = -8\sqrt{2}$.

Câu 2. Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng -3.

A. $y = -3x - 2$.

B. $y = -3$.

C. $y = -3x - 5$.

D. $y = -3x + 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

Hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình $y' = -3 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = -3 \Leftrightarrow x = 1$.

Với $x = 1 \Rightarrow y(1) = -2$. Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y = -3(x - 1) - 2 \Leftrightarrow y = -3x + 1$.

Câu 3. Tìm tọa độ các điểm M trên đồ thị (C): $y = \frac{2x-1}{x-1}$, biết tiếp tuyến tại M có hệ số góc bằng -1.

A. $M\left(3; \frac{5}{2}\right)$.

B. $M(0;1), M(-1;3)$.

C. $M(0;1), M(2;3)$.

D. $M\left(-2; \frac{5}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$y = \frac{2x-1}{x-1}, \text{ TXĐ } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

$$y' = \frac{-1}{(x-1)^2}, M \in (C) \Rightarrow M\left(x_0; \frac{2x_0-1}{x_0-1}\right).$$

$$\text{Tiếp tuyến tại M có hệ số góc bằng } -1 \Rightarrow y'(x_0) = -1 \Leftrightarrow \frac{-1}{(x_0-1)^2} = -1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 1 \\ x_0 - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \end{cases}$$

Vậy $M(0;1), M(2;3)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) có hệ số góc bằng -5 là:

A. $y = -5x + 2$ và $y = -5x + 22$.

B. $y = -5x + 2$ và $y = -5x - 22$.

C. $y = 5x + 2$ và $y = -5x + 22$.

D. $y = -5x - 2$ và $y = -5x + 22$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có: $y' = \frac{-5}{(x-2)^2}$ Gọi tọa độ tiếp điểm là $M(x_0; y_0)$, $y_0 = \frac{2x_0+1}{x_0-2}$ và $x_0 \neq 2$

Theo giả thiết: $y'(x_0) = -5 \Leftrightarrow \frac{-5}{(x_0-2)^2} = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 7 \\ x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -3 \end{cases}$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm tại điểm $M(3; 7)$ là: $y = -5(x-3) + 7 \Leftrightarrow y = -5x + 22$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm tại điểm $M(1; -3)$ là: $y = -5(x-1) - 3 \Leftrightarrow y = -5x + 2$.

Câu 5: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: y = 9x$ có phương trình là

A. $y = 9x + 40$.

B. $y = 9x - 40$.

C. $y = 9x + 32$.

D. $y = 9x - 32$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án D.

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 9$;

Theo đề: $y' = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0. & \text{PTTT : } y = 9x \\ x = 4 \Rightarrow y = 4. & \text{PTTT : } y = 9(x-4) + 4 \Leftrightarrow y = 9x - 32 \end{cases}$

Suy ra chọn đáp án D.

Câu 6. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + x + 2$. Có hai tiếp tuyến của (C) cùng song song với đường thẳng $y = -2x + 5$. Hai tiếp tuyến đó là :

A. $y = -2x + \frac{10}{3}$ và $y = -2x + 2$.

B. $y = -2x + 4$ và $y = -2x - 2$.

C. $y = -2x - \frac{4}{3}$ và $y = -2x - 2$.

D. $y = -2x + 3$ và $y = -2x - 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Gọi $M(x_0, y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. Ta có: $y' = x^2 - 4x + 1$.

Do đó: $y'(x_0) = -2 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 1 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = \frac{4}{3} \\ x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -4 \end{cases}$

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{x+b}{ax-2}$ có đồ thị hàm số (C). Biết rằng a, b là các giá trị thực sao cho tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1; -2)$ song song với đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$. Khi đó giá trị của $a + b$ bằng

A. 0.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có: $M(1; -2) \in (C) \Leftrightarrow -2 = \frac{1+b}{a-2} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2 \neq 0 \\ -2(a-2) = 1+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 2 \\ b = 3-2a \end{cases} \quad (1)$

Ta lại có: $y' = \frac{-2-ab}{(ax-2)^2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến $y'(1) = -3 \Leftrightarrow \frac{-2-ab}{(a-2)^2} = -3 \quad (2)$

Thế (1) vào (2), ta được : $\begin{cases} a \neq 2 \\ 5a^2 - 15a + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a + b = 2.$

Câu 8. Hỏi có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{2x-1}$, biết tiếp tuyến vuông góc với

đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$y'(x_0) = \frac{-8}{(2x_0-1)^2} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{3}{2} \\ x_0 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 9. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x$ là

A. $y = 9x + 18; y = 9x - 14.$

B. $y = -\frac{1}{9}x + 18; y = -\frac{1}{9}x + 5$

C. $y = 9x + 18; y = 9x + 5.$

D. $y = \frac{1}{9}x + 18; y = \frac{1}{9}x - 14$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}.$

+ $y' = 3x^2 - 3.$

+ Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; y_0)$ có dạng:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0).$$

+ Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{9}x \Rightarrow$ tiếp tuyến có hệ số góc $k = 9$

$$\Rightarrow f'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow x_0^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_0 = 4 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

+ Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa yêu cầu là $\begin{cases} y - 4 = 9(x - 2) \\ y - 0 = 9(x + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 9x - 14 \\ y = 9x + 18 \end{cases}$

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{2x+1}$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết tiếp tuyến

vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{5}x + 1$

A. $y = 5x + 3$ và $y = 5x - 2.$

B. $y = 5x - 8$ và $y = 5x - 2.$

C. $y = 5x + 8$ và $y = 5x - 2.$

D. $y = 5x + 8$ và $y = 5x + 2.$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}.$$

Gọi đường thẳng Δ có phương trình $y = k(x - x_0) + y_0$ là tiếp tuyến với đồ thị (C) , vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{5}x + 1$ nên ta có $k\left(-\frac{1}{5}\right) = -1 \Rightarrow k = 5$.

$$\text{Vậy ta có } k = \frac{5}{(2x_0 + 1)^2} = 5 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -1 \end{cases}.$$

Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -2$ và $k = 5$ nên đường thẳng Δ có phương trình là $y = 5x - 2$.

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = 3$ và $k = 5$ nên đường thẳng Δ có phương trình là $y = 5x + 8$.

Vậy có hai tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{5}x + 1$.

Câu 11. Tiếp tuyến của đường cong (C) vuông góc với đường thẳng $2x + 3y + 2017 = 0$ có hệ số góc bằng :

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Ta có:

$$2x + 3y + 2017 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{2017}{3} \Rightarrow \text{Hệ số góc của tiếp tuyến là } \frac{3}{2}$$

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(0; -4)$ và đạt cực đại tại điểm $B(1; 0)$ hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1 là:

- A. $k = 0$. B. $k = 24$. C. $k = -18$. D. $k = 18$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} y(0) = -4 \\ y(1) = 0 \\ y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -4 \\ 1 + a + b + c = 0 \\ 3 + 2a + b = 0 \\ 6 + 2a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 9 \\ c = -4 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } k = y'(-1) = 3 - 2a + b = 24.$$

Câu 13. Trong các tiếp tuyến tại các điểm trên đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$, tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng:

- A. -3 B. 3 C. -4 D. 0

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số

$$\text{Hệ số góc của tiếp tuyến: } k = 3x_0^2 - 6x_0 = 3(x_0 - 1)^2 - 3 \geq -3$$

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến nhỏ nhất bằng -3

Câu 14. Cho đường cong $(C): y = x^3 - 3x^2 + 5x + 2017$. Trong các tiếp tuyến của (C) , tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất bằng:

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B.

$$(C): y = x^3 - 3x^2 + 5x + 2017$$

$$y' = 3x^2 - 6x + 5$$

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0)$ là $k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 6x_0 + 5 = 3(x - 1)^2 + 2 \geq 2$.

DẠNG 3: TIẾP TUYẾN ĐI QUA MỘT ĐIỂM

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị (C) . Số tiếp tuyến với đồ thị (C) đi qua điểm $J(-1; -2)$ là:

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án C.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x$.

Gọi a là hoành độ tiếp điểm thì phương trình tiếp tuyến có dạng

$$y = (3a^2 + 6a)(x - a) + a^3 + 3a^2 - 4.$$

Vì tiếp tuyến đi qua $J(-1; -2)$ nên

$$-2 = (3a^2 + 6a)(-1 - a) + a^3 + 3a^2 - 4 \Leftrightarrow -2a^3 - 6a^2 - 6a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = -1.$$

Vậy qua điểm $J(-1; -2)$ chỉ có 1 tiếp tuyến với (C) .

Chú ý: $y'' = 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ và $y(-1) = -2$ nên $J(-1; -2)$ là điểm uốn của (C) do đó qua $J(-1; -2)$ chỉ có 1 tiếp tuyến với (C) .

Câu 2. Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đồ thị hàm số sau đây $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 2}$ và

$$y = g(x) = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + \frac{53}{6}$$

A. $y = 13$.B. $y = 15$.C. $y = -13$.D. $y = -15$.

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án A.

$$\text{Gọi } x_0 \text{ là hoành độ tiếp xúc của } f(x) \text{ và } g(x) \begin{cases} \frac{x_0^2 + 3x_0 - 1}{x_0 - 2} = -\frac{1}{6}x_0^2 + \frac{5}{3}x_0 + \frac{53}{6} & (1) \\ \frac{x_0^2 - 4x_0 - 5}{(x_0 - 2)^2} = -\frac{x_0}{3} + \frac{5}{3} & (2) \end{cases}$$

Lưu ý: Hệ trên có bao nhiêu nghiệm thì phương trình có bấy nhiêu tiếp tuyến chung

$$\text{Giải (1)} \Rightarrow x_0^3 - 6x_0^2 - 15x_0 + 100 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\text{Giải (2)} \Rightarrow x_0^3 - 6x_0^2 + 12x_0 - 35 = 0 \Rightarrow x_0 = 5$$

Suy ra $x_0 = 5$ là nghiệm duy nhất của hệ trên (Chỉ có duy nhất 1 tiếp tuyến chung)

Do đó tọa độ tiếp điểm $A(5; 13)$ và hệ số góc $k = f'(5) = g'(5) = 0$

Khi đó phương trình tiếp tuyến chung có dạng $y = 0(x - 5) + 13 \Leftrightarrow y = 13$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x^2(x^2 - 3)$ tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x$ tại bao nhiêu điểm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án B.**

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x^4 - 3x^2 = 2x \\ 4x^3 - 6x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^4 - 3x^2 = 0 \\ 4x^3 - 6x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \\ 4x^3 - 6x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Hệ phương trình trên có một nghiệm nên đồ thị hàm số $y = x^2(x^2 - 3)$ tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x$ tại một điểm.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ (C). Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C).

A. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

B. $x - 2y - 3 = 0$.

C. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

D. $y = x + 3$.

Hướng dẫn giải:**Chọn đáp án A.**Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 9$.

Lấy y chia y' ta được: $y = \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}\right)y' + (-2x + 4)$. Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai

điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $y = -2x + 4$.

Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $y = -2x + 4$ có dạng: $-x + 2y + c = 0$

Vì d đi qua $A(-1;1)$ nên $c = -3$.

Vậy $d: -x + 2y - 3 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC VỀ HÀM SỐ

Câu 1: Hới điểm $I(0; -2)$ thuộc đồ thị hàm số nào?

A. $y = \frac{2}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+2}{x-1}$.

C. $y = x^4 - 2x^2$.

D. $y = x^3 + 3x^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Thay tọa độ điểm $I(0; -2)$ lần lượt vào các đáp án ta được đáp án B.

Câu 2: Tìm tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$

A. $(-1; 6)$.

B. $(-1; 12)$.

C. $(1; 4)$.

D. $(-3; 28)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$y' = 3x^2 + 6x - 9.$$

$$y'' = 6x + 6.$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Thay $x = -1$ vào hàm số $y = 12$.

Câu 3: Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2m$ đi qua điểm $A(-1; 6)$

A. $m = 3$.

B. $m = -3$.

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2m$ đi qua điểm $A(-1; 6)$ nên $-1 + 3 + 2m = 6 \Leftrightarrow m = 2$

Câu 4: Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$ đi qua điểm $N(-2; 0)$

A. $\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{17}{6}$.

C. $\frac{17}{6}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$ đi qua điểm $N(-2; 0)$ thì

$$(-2)^4 + 2m(-2)^2 - 2m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6m + 17 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{17}{6}$$

Câu 5: Cho hàm số $y = mx^3 + (m+2)x - 3$ có đồ thị (C_m) . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C_m) đi qua điểm $M(1; 2)$?

A. $\frac{3}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta thay tọa độ điểm $M(1; 2)$ vào hàm số $y = mx^3 + (m+2)x - 3$:

$$2 = m.1^3 + (m+2).1 - 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

Câu 6: Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x+1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$y = \frac{3x-2}{x+1} = 3 - \frac{5}{x+1}.$$

Để y nguyên thì $x+1$ là ước của 5 $\Leftrightarrow x+1 \in \{\pm 1; \pm 5\} \Leftrightarrow x \in \{0; -2; 4; -6\}$.

Câu 7: Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số (C): $y = \frac{2x-2}{x+1}$ mà tọa độ là số nguyên?

A. 2.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$$\text{Ta có : } y = \frac{2x-2}{x+1} = 2 - \frac{4}{x+1}$$

Do đó : các điểm thuộc đồ thị thỏa mãn điều kiện có tọa độ nguyên khi : $x, y \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Suy ra : } 4 : (x+1) \Leftrightarrow (x+1) \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$$

Do đó có 6 giá trị x nên có 6 điểm thuộc đồ thị có tọa độ nguyên.

Câu 8: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ

A. $m > 0$.B. $m \leq 0$.C. $0 < m < 1$.D. $m > 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Để đồ thị hàm số có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm khác $(0;0)$:

$$\begin{cases} x^3 - 3x^2 + m = y & (1) \\ (-x)^3 - 3(-x)^2 + m = -y & (2) \end{cases}$$

$$\text{Lấy (1)+(2) về theo về ta có : } 2m - 6x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{m}{3}.$$

$$\text{Ycbt thỏa mãn } \Leftrightarrow \frac{m}{3} > 0 \Leftrightarrow m > 0.$$

Câu 9: Tìm m để trên đồ thị hàm số $y = x^3 + (2m-1)x^2 + (m-1)x + m-2$ có hai điểm A, B phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ

A. $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$.B. $m > 2$.C. $m \in (-\infty; \frac{1}{2}) \cup (1; +\infty)$.D. $\frac{1}{2} < m < 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Để trên đồ thị hàm số đã cho có hai điểm A, B phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ thì hệ phương trình sau có nghiệm khác $(0;0)$:

$$\begin{cases} x^3 + (2m-1)x^2 + (m-1)x + m - 2 = y \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} (-x)^3 + (2m-1)(-x)^2 + (m-1)(-x) + m - 2 = -y \end{cases} \quad (2)$$

Lấy (1)+(2) về theo về ta có : $2(2m-1)x^2 + 2(m-2) = 0 \quad (3)$

Do đó ta có : $(3) \Leftrightarrow x^2 = \frac{2-m}{2m-1}$ điều kiện $m \neq \frac{1}{2}$.

Ycbt $\Leftrightarrow (3)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0.

Để (3) có hai nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \frac{2-m}{2m-1} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 2$.

Câu 10: Tìm trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$?

A. Đường thẳng $y = 4$.

B. Trục hoành.

C. Trục tung.

D. Đường thẳng $y = 5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số trùng phương là một hàm chẵn nhận Oy làm trục đối xứng.

Câu 11: Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có : $M \in (C) \Rightarrow M \left(x; \frac{x+2}{x-1} \right)$

Theo đề : $d(M, Oy) = 2d(M, Ox) \Leftrightarrow |x| = 2 \left| \frac{x+2}{x-1} \right| \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \left(\frac{x+2}{x-1} \right) \\ x = -2 \left(\frac{x+2}{x-1} \right) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \\ x^2 + x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Câu 12: Tìm trên hai nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ hai điểm M và N sao cho độ dài đoạn thẳng MN nhỏ nhất

A. $M(-3;0)$ và $N(0;3)$.

B. $M(0;3)$ và $N(-3;0)$.

C. $M(\sqrt{2}-1; 1+\sqrt{2})$ và $N(-\sqrt{2}-1; 1-\sqrt{2})$.

D. $M(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ và $N(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $y = \frac{x+3}{x+1} = 1 + \frac{2}{x+1}$.

Gọi $M \left(m-1; 1+\frac{2}{m} \right)$; $N \left(n-1; 1+\frac{2}{n} \right)$ với $n < 0 < m$ là hai điểm trên đồ thị hàm số.

Ta có:

$$MN^2 = (m-n)^2 + \left(\frac{2}{m} - \frac{2}{n}\right)^2 = m^2 + \frac{4}{m^2} + n^2 + \frac{4}{n^2} + 2\left[m(-n) + \frac{4}{m(-n)}\right] \geq 4 + 4 + 2.4 = 16.$$

Đẳng thức xảy ra khi $m = \sqrt{2}; n = -\sqrt{2}$.

Vậy $M(\sqrt{2}-1; 1+\sqrt{2})$ và $N(-\sqrt{2}-1; 1-\sqrt{2})$.

Câu 13: Cho đồ thị (C): $y = \frac{x-3}{x+1}$. Biết rằng, có hai điểm phân biệt thuộc đồ thị (C) và cách đều hai trục toạ độ. Giả sử các điểm đó lần lượt là M và N. Tìm độ dài của đoạn thẳng MN

A. $MN = 4\sqrt{2}$.

B. $MN = 2\sqrt{2}$.

C. $MN = 3\sqrt{5}$.

D. $MN = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0-3}{x_0+1}\right)$

$$d(M, Ox) = \left|\frac{x_0-3}{x_0+1}\right|, d(M, Oy) = |x_0| \Rightarrow \left|\frac{x_0-3}{x_0+1}\right| = |x_0| \Leftrightarrow \frac{x_0-3}{x_0+1} = \pm x_0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 = -3 \\ x_0^2 + 2x_0 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1, y_0 = -1 \\ x_0 = -3, y_0 = 3 \end{cases} \Rightarrow M(1; -1), N(-3; 3) \Rightarrow MN = 4\sqrt{2}.$$