

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. B. $\sqrt{14}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

- A. 401. B. 404. C. 403. D. 402.

Câu 3: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $a = 0$. B. $a = -1$. C. $a = 2$. D. $a = 1$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 5: Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. B. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. D. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 6: Hàm số $y = x^4 - x^3 - x + 2019$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 7: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+3}$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. -2. B. $\frac{1}{2}$. C. 3. D. 2.

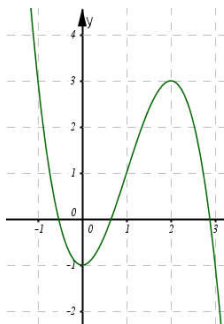
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên R , có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		-1		$+\infty$
	$-\infty$						

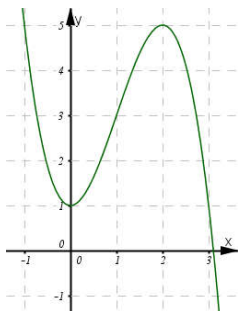
Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

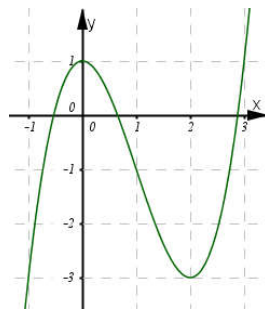
Câu 9: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



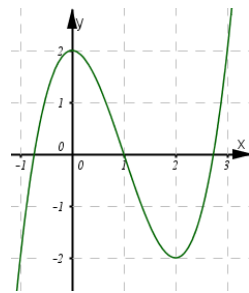
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3.

B. Hình 1.

C. Hình 2.

D. Hình 4.

Câu 10: Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

A. $P = 23$.

B. $P = 41$.

C. $P = 43$.

D. $P = 32$.

Câu 11: Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x - 3)^{2018}$ thành đa thức

A. 2019.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2017.

Câu 12: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\frac{V}{2}$.

B. $\frac{V}{4}$.

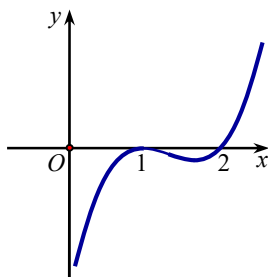
C. $\frac{3V}{4}$.

D. $\frac{2V}{3}$.

Câu 13: Một người gửi tiết kiệm số tiền 80 000 000 đồng với lãi suất là 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó có rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

A. 107 667 000 đồng. B. 105 370 000 đồng. C. 111 680 000 đồng. D. 116 570 000 đồng.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0; 1)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 120° .

Câu 16: Cho $\int 2x(3x - 2)^6 dx = A(3x - 2)^8 + B(3x - 2)^7 + C$ với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $12A + 7B$.

A. $\frac{23}{252}$.

B. $\frac{241}{252}$.

C. $\frac{52}{9}$.

D. $\frac{7}{9}$.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 19: Tìm tập nghiệm của phương trình $3^{x^2+2x} = 1$.

- A. $S = \{-1; 3\}$. B. $S = \{0; -2\}$. C. $S = \{1; -3\}$. D. $S = \{0; 2\}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a}$.

- A. $(2; -3; -1)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(2; -1; -3)$.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. D. $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$.

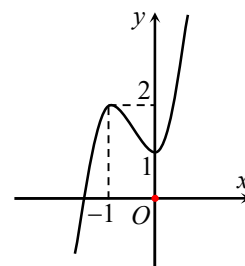
Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{a^3}{8}$.

Câu 23: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. 2018. B. 1009. C. 2019. D. 2017.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và không có cực đại.
 B. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và không có cực tiểu.
 C. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
 D. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 25: Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 8\pi a^2$. C. $S = 24\pi a^2$. D. $S = 16\pi a^2$.

Câu 26: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4. B. 8. C. 6. D. 2.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	+	
y			2			$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$.
- D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

Câu 28: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$.

- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$.
- B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$.
- C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$.
- D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 7$ và $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính

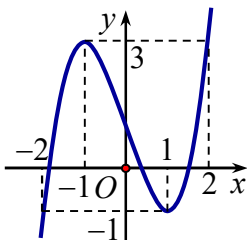
$$P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx.$$

- A. $P = -4$.
- B. $P = 10$.
- C. $P = 7$.
- D. $P = 4$.

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0.

- A. $m = 6$.
- B. $m = 4$.
- C. $m = 0$.
- D. $m = 2$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 9
- B. 7.
- C. 6
- D. 8

Câu 32: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1.
- B. vô số điểm.
- C. 2.
- D. 0.

Câu 33: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

- A. 432
- B. 234.
- C. 132.
- D. 243.

Câu 34: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
- B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.
- C. $\tan \alpha = 1$.
- D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 35: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1} - 3x - 5}$.

- A. 1.
- B. 0.
- C. 2.
- D. 3.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ΔABC vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của ΔSBC , $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

- A. $\frac{5a^3}{54}$. B. $\frac{4a^3}{9}$. C. $\frac{2a^3}{9}$. D. $\frac{4a^3}{27}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{\sqrt{390}}{12}$. B. $\frac{\sqrt{390}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{390}}{8}$. D. $\frac{\sqrt{390}}{4}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, lấy điểm C trên tia Oz sao cho $OC = 1$. Trên hai tia Ox, Oy lần lượt lấy hai điểm A, B thay đổi sao cho $OA + OB = OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$?

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 1\text{cm}$, $AC = \sqrt{3}\text{cm}$. Tam giác SAB , SAC lần lượt vuông tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}\text{cm}^3$. Tính khoảng cách từ C tới (SAB)

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}\text{cm}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\text{cm}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{4}\text{cm}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0) = 0$. Biết

$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{9}{2}$ và $\int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{6}{\pi}$. B. $\frac{2}{\pi}$. C. $\frac{4}{\pi}$. D. $\frac{1}{\pi}$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $e^{3m} + e^m = 2(x + \sqrt{1-x^2})(1 + x\sqrt{1-x^2})$ có nghiệm.

- A. $\left[\frac{1}{2}\ln 2; +\infty\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\ln 2\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\ln 2\right]$. D. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3$, $f'(2) = -2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; -2017)$. C. $(-2017; 0)$. D. $(2017; +\infty)$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số

$y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. 2020. B. 2019. C. 2028. D. 2018.

Câu 44: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

- A. 0,079. B. 0,055. C. 0,014. D. 0,0495.

Câu 45: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

- A. $P_{\min} = \frac{17}{2}$. B. $P_{\min} = 8$. C. $P_{\min} = 9$. D. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $\int_0^1 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = 5$. C. $I = 2$. D. $I = 6$.

Câu 47: Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2} (4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$.

- A. $S = \{-5; 5\}$ B. $S = \{-7; -5; -1; 1; 5; 7\}$.
C. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$ D. $S = \{-1; 1\}$.

Câu 48: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để

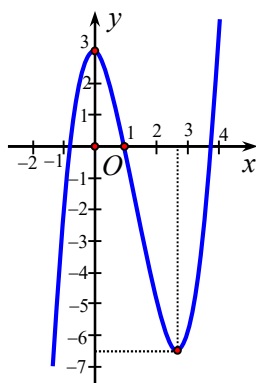
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}?$$

- A. 2018. B. 2011. C. 2012. D. 2019.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. D. $2a$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới. Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.



- A. 8. B. 4. C. 6. D. 2.

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$		

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 4$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$. D. a .

Câu 4: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$.

- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$. B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$.
C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$. D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

- A. 404. B. 402. C. 401. D. 403.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

- A. $P = 4$. B. $P = -4$. C. $P = 7$. D. $P = 10$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3}{8}$. B. $V = a^3$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = 2a^3$.

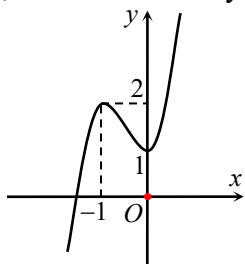
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên R , có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$			

Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và không có cực đại.
B. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và không có cực tiểu.
C. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
D. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 10: Hàm số $y = x^4 - x^3 - x + 2019$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 11: Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x - 3)^{2018}$ thành đa thức

- A. 2018. B. 2019. C. 2017. D. 2020.

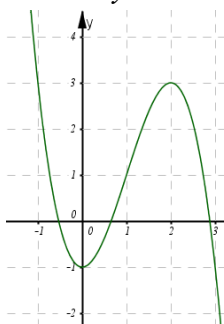
Câu 12: Một người gửi tiết kiệm số tiền 80 000 000 đồng với lãi suất là 6,9%/ năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó có rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

- A. 105 370 000 đồng. B. 107 667 000 đồng. C. 111 680 000 đồng. D. 116 570 000 đồng.

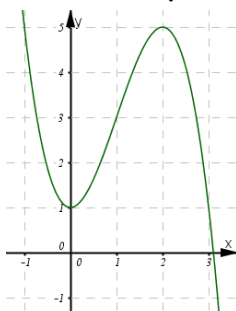
Câu 13: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $a = 1$. B. $a = 0$. C. $a = 2$. D. $a = -1$.

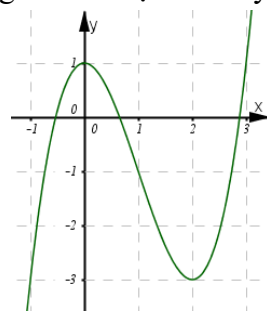
Câu 14: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



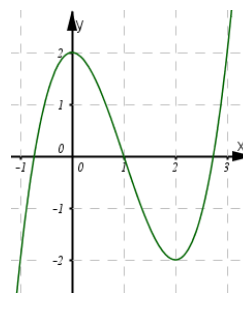
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 3. B. Hình 1. C. Hình 4. D. Hình 2.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$. C. $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$. D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Câu 16: Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. B. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. D. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. 2018. B. 1009. C. 2019. D. 2017.

Câu 18: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 6. B. 4. C. 2. D. 8.

Câu 19: Cho $\int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $12A + 7B$.

- A. $\frac{241}{252}$. B. $\frac{52}{9}$. C. $\frac{23}{252}$. D. $\frac{7}{9}$.

Câu 20: Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. $S = 24\pi a^2$. B. $S = 16\pi a^2$. C. $S = 8\pi a^2$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. 90° . B. 30° . C. 120° . D. 60° .

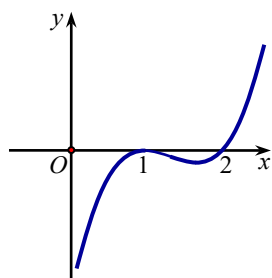
Câu 22: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

- A. $m = 2$. B. $m = 6$. C. $m = 0$. D. $m = 4$.

Câu 23: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+3}$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. -2 . C. 3 . D. 2 .

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(1; 2)$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a}$.

- A. $(-3; 2; -1)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(2; -1; -3)$.

Câu 26: Tìm tập nghiệm của phương trình $3^{x^2+2x} = 1$.

- A. $S = \{1; -3\}$. B. $S = \{0; 2\}$. C. $S = \{0; -2\}$. D. $S = \{-1; 3\}$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $\sqrt{14}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y		2		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.
 C. Hàm số có đúng một cực trị.
 D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

Câu 29: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

- A. $\frac{V}{4}$. B. $\frac{V}{2}$. C. $\frac{3V}{4}$. D. $\frac{2V}{3}$.

Câu 30: Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

- A. $P = 32$. B. $P = 23$. C. $P = 43$. D. $P = 41$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{\sqrt{390}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{390}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{390}}{12}$. D. $\frac{\sqrt{390}}{8}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, lấy điểm C trên tia Oz sao cho $OC = 1$. Trên hai tia Ox, Oy lần lượt lấy hai điểm A, B thay đổi sao cho $OA + OB = OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$?

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0) = 0$. Biết

$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{9}{2}$ và $\int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

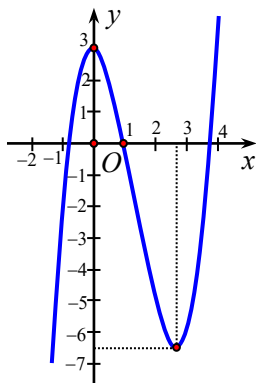
- A. $\frac{2}{\pi}$. B. $\frac{1}{\pi}$. C. $\frac{6}{\pi}$. D. $\frac{4}{\pi}$.

Câu 34: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

- A. 132. B. 234. C. 432. D. 243.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới.

Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.



- A. 8. B. 2. C. 6. D. 4.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3$, $f'(2) = -2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-2017; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; -2017)$. D. $(2017; +\infty)$.

Câu 37: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\tan \alpha = 1$. D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 1\text{cm}$, $AC = \sqrt{3}\text{cm}$. Tam giác SAB , SAC lần lượt vuông tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}\text{cm}^3$. Tính khoảng cách từ C tới (SAB)

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{4}\text{cm}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\text{cm}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}\text{cm}$.

Câu 39: Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$.

- A. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$ B. $S = \{-1; 1\}$.
C. $S = \{-5; 5\}$ D. $S = \{-7; -5; -1; 1; 5; 7\}$.

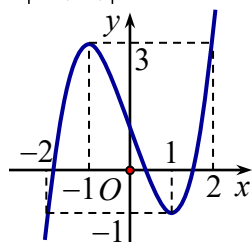
Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

- A. $\frac{4a^3}{9}$. B. $\frac{4a^3}{27}$. C. $\frac{5a^3}{54}$. D. $\frac{2a^3}{9}$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $e^{3m} + e^m = 2\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + x\sqrt{1-x^2}\right)$ có nghiệm.

- A. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\ln 2\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\ln 2\right]$. D. $\left[\frac{1}{2}\ln 2; +\infty\right)$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 8 B. 6 C. 9 D. 7.

Câu 43: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}?$$

- A. 2018. B. 2012. C. 2019. D. 2011.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng

$$\int_0^1 f(x) dx = 1. \text{ Tính tích phân } I = \int_1^2 f(x) dx.$$

- A. $I = 2$. B. $I = 5$. C. $I = 6$. D. $I = 3$.

Câu 45: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 46: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

- A. 0,079. B. 0,0495. C. 0,055. D. 0,014.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $2a$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số $y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. 2028. B. 2020. C. 2019. D. 2018.

Câu 49: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất

$P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

- A. $P_{\min} = 8$. B. $P_{\min} = \frac{17}{2}$. C. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$. D. $P_{\min} = 9$.

Câu 50: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. vô số điểm. D. 0.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	D	D	D	A	A	B	A	C	B	C	C	B	B	C	A	B	D	B	A	D	A	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	B	D	D	A	D	C	D	A	C	B	A	B	C	C	D	B	B	A	C	D	C	D	A



SỞ GD VÀ ĐÀO TẠO VINH PHÚC
THPT CHUYÊN VINH PHÚC
(Đề thi có 6 trang)

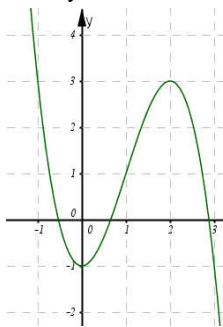
THI THỬ ĐẠI HỌC THPTQG
NĂM HỌC 2018 - 2019
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

MÃ ĐỀ: 123

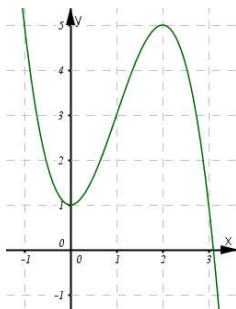
Bản quyền thuộc về tập thể thầy cô STRONG.

Tổng biên tập: Thầy Nguyễn Việt Hải- Admin STRONG, Gv Chuyên Quang Trung, Bình Phước

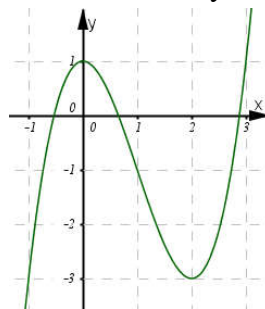
Câu 1: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



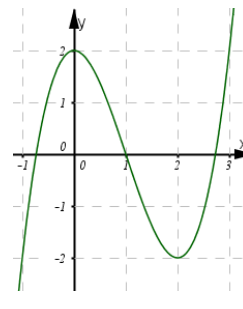
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3.

B. Hình 4.

C. Hình 2.

D. Hình 1.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

A. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

B. a .

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 3: Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

A. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

B. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 3	↘ -2	↗ $+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $x = -2$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 4$.

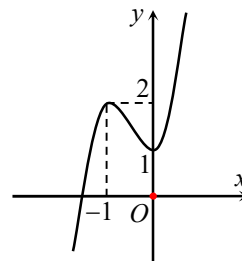
Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. 2019. B. 2017. C. 2018. D. 1009.

Câu 6: Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

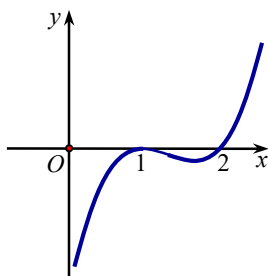
- A. $S = 8\pi a^2$. B. $S = 24\pi a^2$. C. $S = 16\pi a^2$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và không có cực đại.
 B. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
 C. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và không có cực tiểu.
 D. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 9: Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

- A. $a = 1$. B. $a = 0$. C. $a = 2$. D. $a = -1$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a}$.

- A. $(2; -1; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 11: Một người gửi tiết kiệm số tiền 80000000 đồng với lãi suất là 6,9%/ năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó có rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

- A. 105370000 đồng. B. 116800000 đồng. C. 107667000 đồng. D. 116570000 đồng.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. 120° . B. 60° . C. 90° . D. 30° .

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 7$ và $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx.$$

- A. $P = 4$. B. $P = 10$. C. $P = 7$. D. $P = -4$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0.

- A. $m = 0$. B. $m = 6$. C. $m = 2$. D. $m = 4$.

Câu 15: Tìm tập nghiệm của phương trình $3^{x^2+2x} = 1$.

- A. $S = \{1; -3\}$. B. $S = \{-1; 3\}$. C. $S = \{0; 2\}$. D. $S = \{0; -2\}$.

Câu 16: Hàm số $y = x^4 - x^3 - x + 2019$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 17: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$.

- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$. B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$.
C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$. D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

- A. 401. B. 404. C. 403. D. 402.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{8}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 20: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+3}$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

- A. 3. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. -2.

Câu 21: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 22: Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

- A. $P = 32$. B. $P = 23$. C. $P = 43$. D. $P = 41$.

Câu 23: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$. C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$. D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 25: Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$ thành đa thức

- A. 2018. B. 2019. C. 2020. D. 2017.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
 B. Hàm số có đúng một cực trị.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.
 D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

Câu 27: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

- A. $\frac{2V}{3}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{3V}{4}$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $\sqrt{14}$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên R , có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 30: Cho $\int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $12A + 7B$.

- A. $\frac{23}{252}$. B. $\frac{241}{252}$. C. $\frac{52}{9}$. D. $\frac{7}{9}$.

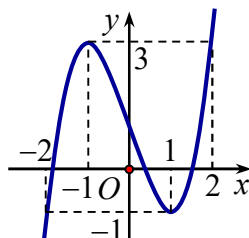
Câu 31: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

- A. 234. B. 132. C. 243. D. 432

Câu 32: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số $y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. 2028. B. 2018. C. 2020. D. 2019.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 6 B. 8 C. 7. D. 9

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{\sqrt{390}}{12}$. B. $\frac{\sqrt{390}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{390}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{390}}{8}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

- A. $\frac{5a^3}{54}$. B. $\frac{2a^3}{9}$. C. $\frac{4a^3}{27}$. D. $\frac{4a^3}{9}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $2a$. D. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 1\text{cm}$, $AC = \sqrt{3}\text{cm}$. Tam giác SAB , SAC lần lượt vuông tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}\text{cm}^3$. Tính khoảng cách từ C tới (SAB)

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}\text{cm}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{4}\text{cm}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\text{cm}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $\int_0^1 f(x) dx = 1$.

Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 6$. C. $I = 3$. D. $I = 2$.

Câu 39: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, lấy điểm C trên tia Oz sao cho $OC = 1$. Trên hai tia Ox, Oy lần lượt lấy hai điểm A, B thay đổi sao cho $OA + OB = OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$?

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3$, $f'(2) = -2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x+2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -2017)$. B. $(2017; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2017; 0)$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 0$. Biết

$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{9}{2}$ và $\int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{2}{\pi}$.

B. $\frac{4}{\pi}$.

C. $\frac{1}{\pi}$.

D. $\frac{6}{\pi}$.

Câu 43: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. vô số điểm.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $e^{3m} + e^m = 2\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + x\sqrt{1-x^2}\right)$ có nghiệm.

A. $\left(0; \frac{1}{2} \ln 2\right)$.

B. $\left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2\right]$.

C. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$.

D. $\left[\frac{1}{2} \ln 2; +\infty\right)$.

Câu 45: Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$.

A. $S = \{-1; 1\}$.

B. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$

C. $S = \{-5; 5\}$

D. $S = \{-7; -5; -1; 1; 5; 7\}$.

Câu 46: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

D. $\tan \alpha = 1$.

Câu 47: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}}(x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

A. $P_{\min} = 9$.

B. $P_{\min} = 8$.

C. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$.

D. $P_{\min} = \frac{17}{2}$.

Câu 48: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

A. 0,014.

B. 0,0495.

C. 0,079.

D. 0,055.

Câu 49: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}?$$

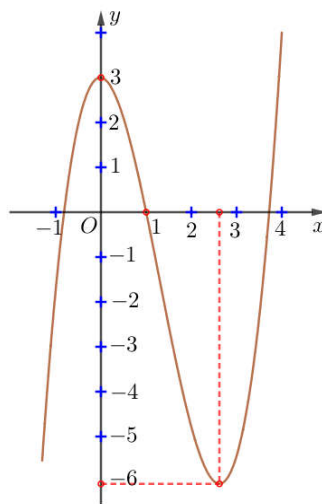
A. 2011.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2012.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới. Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.



A. 2.

B. 8.

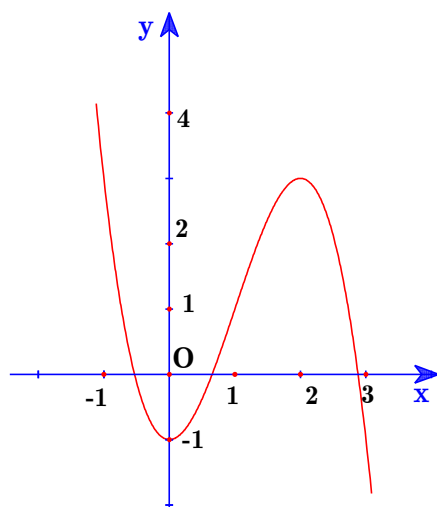
C. 4.

D. 6.

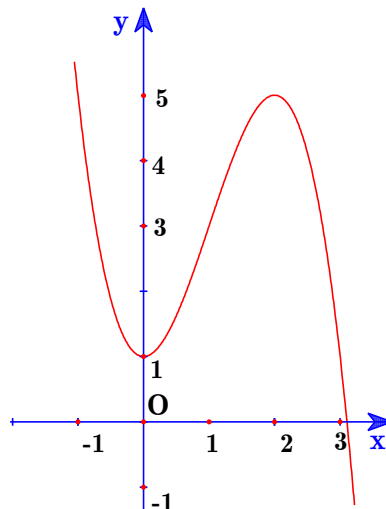
----- HẾT -----

PHÂN TÍCH – GIẢI ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC
THPT CHUYÊN VINH PHÚC LẦN 3 - NĂM 2018 – 2019

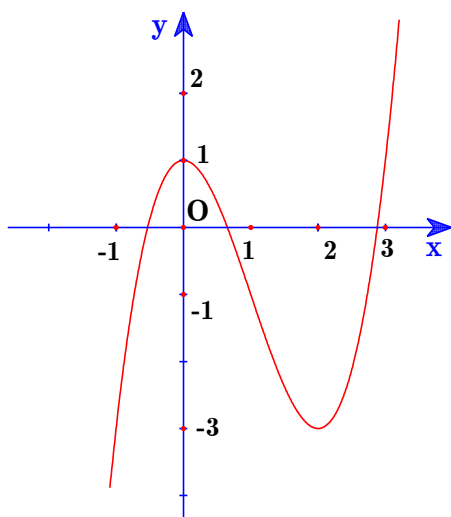
Câu 1. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



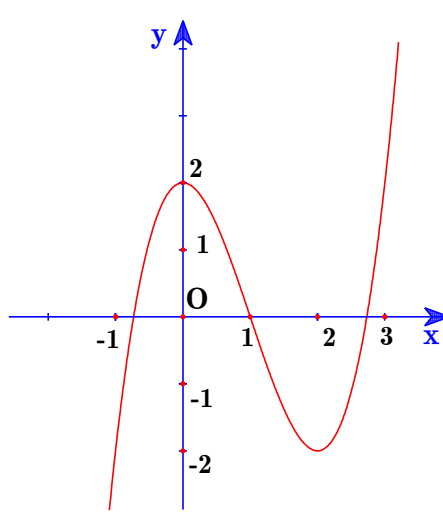
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3.

B. Hình 1.

C. Hình 2.

D. Hình 4.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Thị Nguyệt Cẩm; Fb: Nguyet Cam Nguyen.

Chọn B.

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ -1 .

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{2}$, $AD = 2a$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. a .

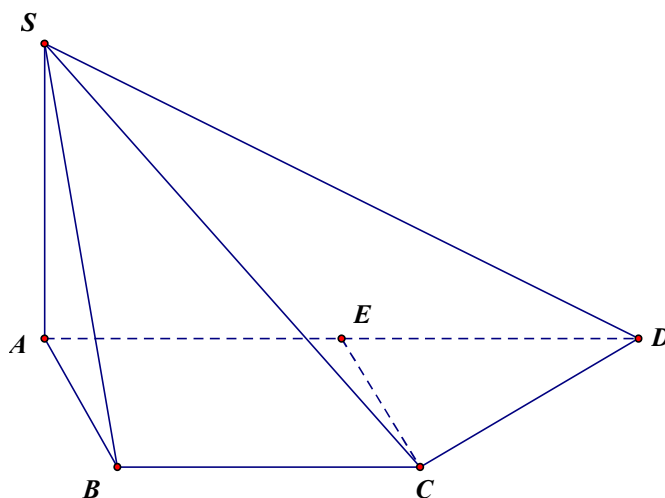
C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Thị Nguyệt Cẩm; Fb: Nguyệt Cam Nguyen.

Chọn B.



Vì $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SEC} = 90^\circ$ nên mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E có đường kính $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{2a^2 + 2a^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$. Do đó, mặt cầu có bán kính là $R = \frac{SC}{2} = a$.

Câu 3. Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

A. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

B. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

D. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Hoài Trung ; Fb: Phạm Hoài Trung

Chọn C

$$3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 3\sin^2 x + 3\sin x \cos x - \sin x \cos x - \cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow (3\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sin x - \cos x = 0 \\ \sin x + \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3\sin x}{\cos x} = 1 \\ \frac{\sin x}{\cos x} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = \frac{1}{3} \\ \tan x = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Do x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$ nên

$$x_0 = \arctan \frac{1}{3}.$$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$ 3	$\searrow$ -2	$\nearrow$ $+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $x = -2$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 4$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Hoài Trung ; Fb: Phạm Hoài Trung

Chọn B

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 2019.

B. 2017.

C. 2018.

D. 1009.

Lời giải.

Tác giả: Quỳnh Giao; Fb: QGiaoDo.

Chọn C

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

$$x^2 - 2x - m + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 + m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

Kết hợp với điều kiện m nguyên thuộc $[-2018; 2018]$ ta có 2018 giá trị của m .

Câu 6. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $8\pi a^2$.

B. $24\pi a^2$.

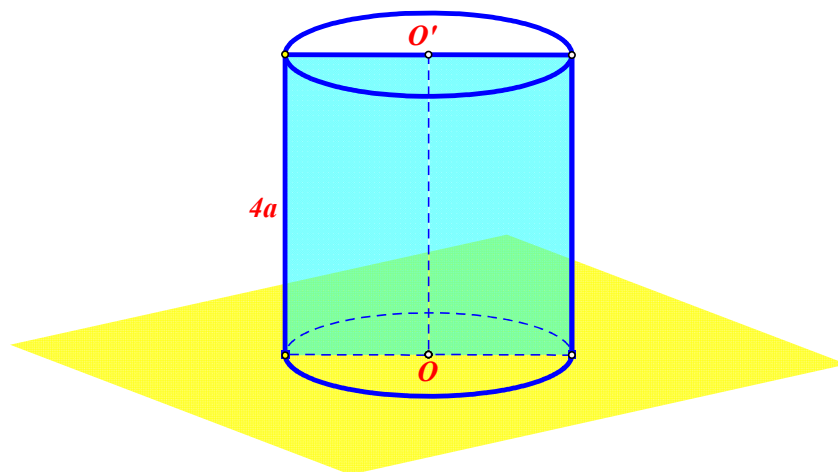
C. $16\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải.

Tác giả: Quỳnh Giao; Fb: QGiaoDo.

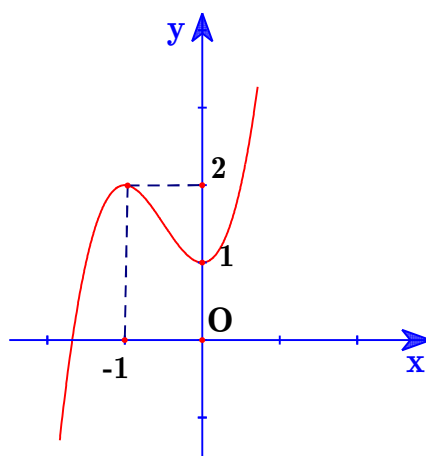
Chọn C.



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông cạnh $4a$ nên hình trụ có chiều cao $h = 4a$, bán kính đáy $R = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi Rh = 16\pi a^2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và không có cực đại.

B. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

C. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và không có cực tiểu.

D. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

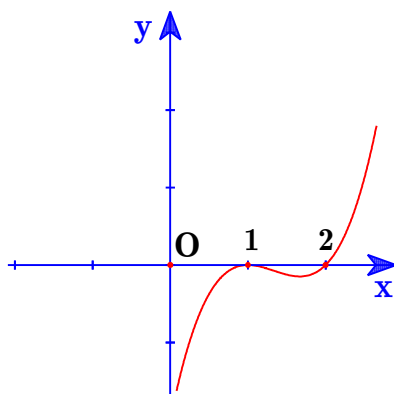
Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Thị Thơm; Fb: Thơm nguyên.

Chọn A.

Dựa vào hình vẽ ta thấy hàm số $y = f'(x)$ đổi dấu một lần và đổi dấu từ âm sang dương nên suy ra hàm số có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; 1)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Thị Thơm; Fb: Thơm nguyên.

Chọn A.

Ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 9. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $a = 1$.

B. $a = 0$.

C. $a = 2$.

D. $a = -1$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang; Fb: Trang nguyên

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \Rightarrow x_0 = 1 \in D$.

Ta có : $f(1) = a$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Rightarrow a = 2$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{a}$.

A. $(-2; -1; -3)$.

B. $(-3; 2; -1)$.

C. $(2; -3; -1)$.

D. $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang; Fb: Trang nguyên

Chọn D

Câu 11. Một người gửi tiết kiệm số tiền 80 000 000 đồng với lãi suất 6,9% / năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó rút được cả tiền gốc lẫn tiền lãi gần với con số nào sau đây?

A. 105 370 000 đồng.

B. 111 680 000 đồng.

C. 107 667 000 đồng.

D. 116 570 000 đồng.

Lời giải.

Tác giả: Văn Bùi Vũ; Fb: Van Tuan Vu.

Chọn B.

Gọi P_0 là số tiền gửi ban đầu, r là lãi suất / năm.

Số tiền gốc và lãi sau năm thứ nhất: $P_1 = P_0 + P_0 \cdot r = P_0(1 + r)$.

Số tiền gốc và lãi sau năm thứ hai: $P_2 = P_1 + P_1 \cdot r = P_0(1 + r)^2$.

....

Số tiền gốc và lãi người đó rút ra được sau 5 năm là

$$P_5 = P_0 \cdot (1 + r)^5 = 80\,000\,000 \cdot (1 + 6,9\%)^5 \approx 111\,680\,799 \text{ (đồng)}.$$

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

A. 120° .

B. 60° .

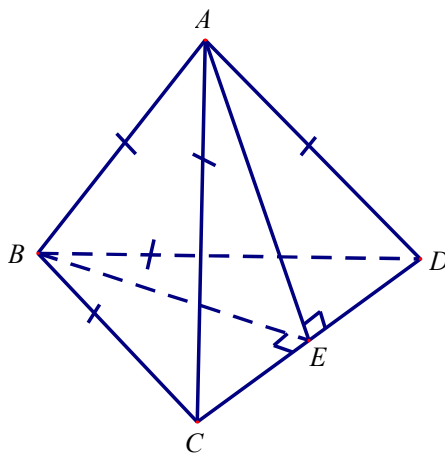
C. 90° .

D. 30° .

Lời giải.

Tác giả: Văn Bùi Vũ; Fb: Van Tuan Vu.

Chọn C.

Cách 1.

Gọi E là trung điểm của CD . Ta có: $\triangle BCD$ cân tại B , do đó $CD \perp BE$.

$\triangle ACD$ cân tại A , do đó $CD \perp AE$.

Suy ra $CD \perp (ABE)$, mà $AB \subset (ABE)$ nên $CD \perp AB$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 90° .

Cách 2.

Xét $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AD}| \cos \widehat{BAD} - |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos \widehat{BAC} = 0$.

(Vì $AB = AD = AC$, $\widehat{BAD} = \widehat{BAC} = 60^\circ$).

Vậy góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng 90° .

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$; $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

A. $P = 4$.

B. $P = 10$.

C. $P = 7$.

D. $P = -4$.

Lời giải.

Tác giả: Lê Viết Thương; Fb: Lê Viết Thương.

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

$$\Rightarrow 7 = P + 3 \Rightarrow P = 4.$$

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0.

A. $m = 0$.

B. $m = 6$.

C. $m = 2$.

D. $m = 4$.

Lời giải.

Tác giả: Lê Viết Thương; Fb: Lê Viết Thương.

Chọn D.

$$y = f(x) = -x^3 - 3x^2 + m.$$

$$\text{Ta có: } y' = -3x^2 - 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1;1] \\ x = -2 \notin [-1;1] \end{cases}.$$

$$f(-1) = m - 2; f(0) = m; f(1) = m - 4.$$

Ta thấy $m - 4 = \min\{f(-1); f(0); f(1)\}$. Suy ra yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 15. Tìm tập nghiệm của phương trình $3^{x^2+2x} = 1$.

A. $S = \{1; -3\}$.

B. $S = \{-1; 3\}$

C. $S = \{0; 2\}$.

D. $S = \{0; -2\}$.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Phương; Fb: Nguyễn Phương.

Chọn D.

$$3^{x^2+2x} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; -2\}$.

Câu 16. Hàm số $y = x^4 - x^3 - x + 2019$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Phương; Fb: Nguyễn Phương.

Chọn D.

Ta có :

$$y = x^4 - x^3 - x + 2019.$$

$$y' = 4x^3 - 3x^2 - 1.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Nhận xét: $x = 1$ là nghiệm đơn của phương trình $y' = 0$, nên qua điểm $x = 1$, y' đổi dấu.

Vậy hàm số $y = x^4 - x^3 - x + 2019$ có 1 điểm cực trị.

Câu 17. Tìm nguyên hàm của hàm số: $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$.

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$.

C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$.

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$.

Lời giải.

Tác giả: Tống Thúy; Fb: Thuy Tong.

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \int x^2 dx - 3 \int x dx + \int \frac{1}{x} dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$$

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

A. 401.

B. 404.

C. 403.

D. 402.

Lời giải.

Tác giả: Tống Thúy; Fb: Thuy Tong.

Chọn C.Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d$, ($n \geq 1$, $n \in N$).

$$\Rightarrow u_{99} = u_1 + 98.d = 11 + 98.4 = 403.$$

Vậy $u_{99} = 403$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = a^3$.

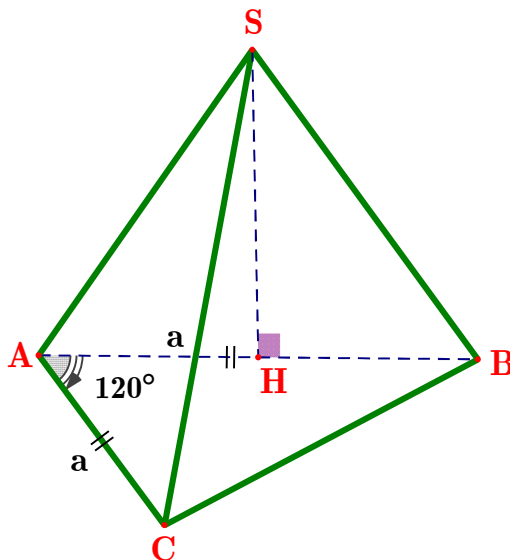
B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = 2a^3$

Lời giải

Tác giả: Hoàng Thị Thúy; Fb: Thúy Hoàng

**Chọn B**Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (SAB)$

$$\text{Ta có: } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Suy ra: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3}{8}$$

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+3}$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

A. 3.

B. 2

C. $\frac{1}{2}$.

D. -2.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Thị Thúy; Fb: Thúy Hoàng

Chọn C

Ta có: $f'(x) = \frac{3}{(x+3)^2} > 0, \forall x \in [-2; 3]$

Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[-2; 3]$

Suy ra: $\max_{[-2; 3]} f(x) = f(3) = \frac{1}{2}$

Câu 21. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

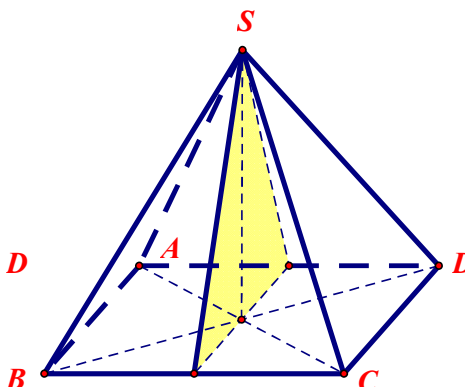
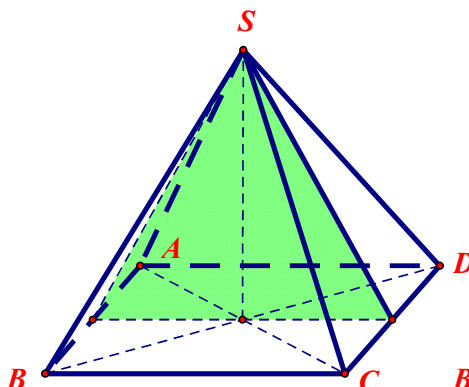
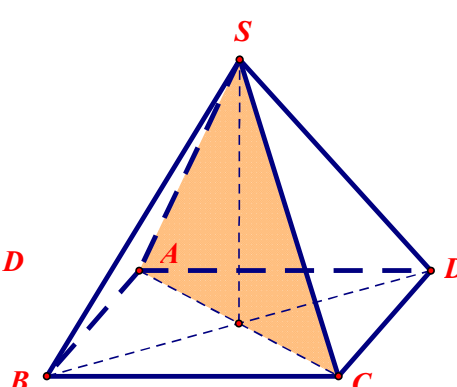
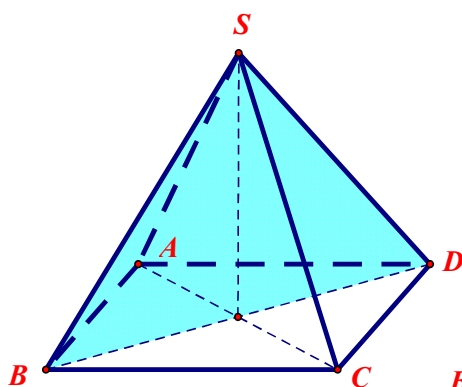
D. 8.

Lời giải.

Tác giả: Phạm Văn Tuấn; Fb: Phạm Tuấn.

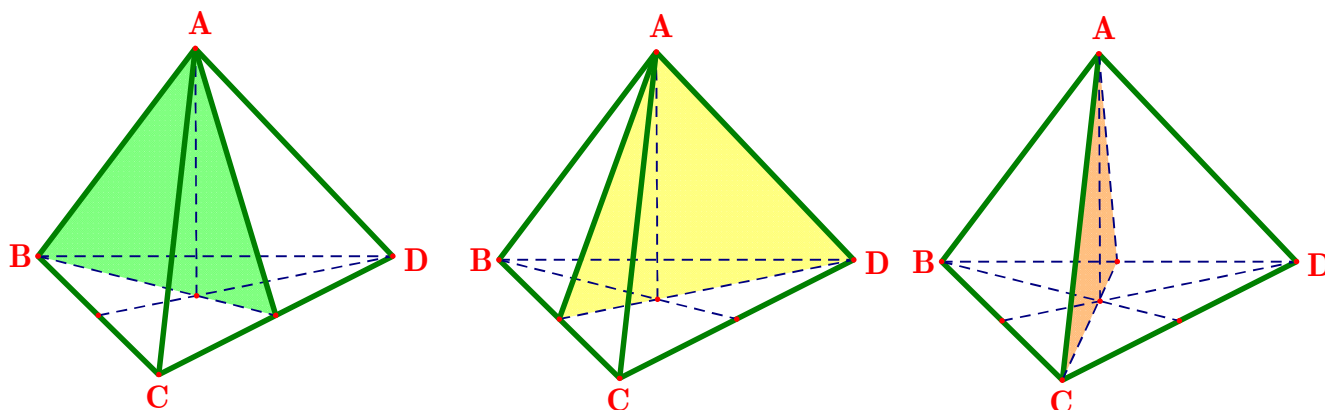
Chọn B.

Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.

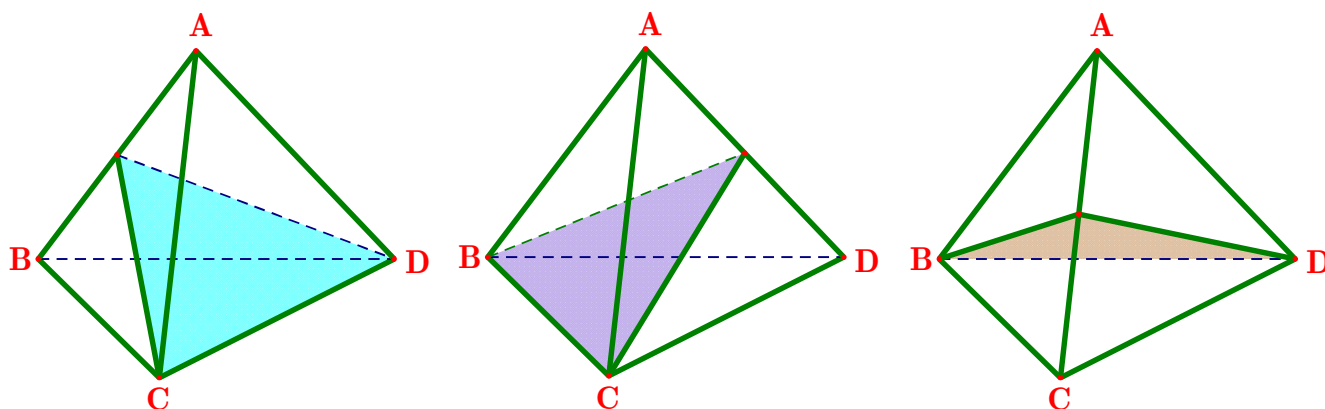
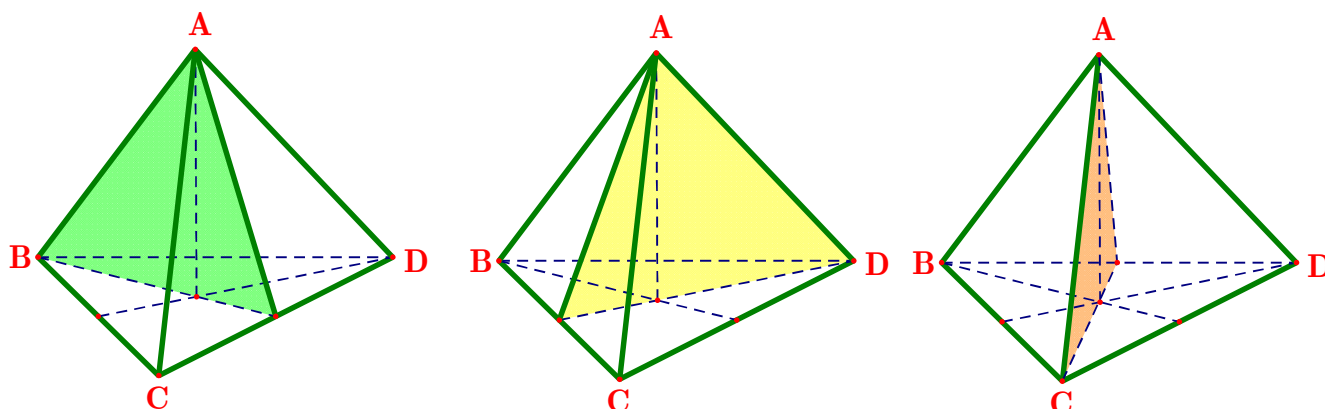


MỞ RỘNG:

❖ Mặt phẳng đối xứng của hình chóp tam giác đều (3 mặt phẳng)



❖ Mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều (6 mặt phẳng)



Câu 22. Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

A. $P = 32$.

B. $P = 23$.

C. $P = 43$.

D. $P = 41$.

Lời giải.

Tác giả: Phạm Văn Tuấn; Fb: Phạm Tuấn.

Chọn D.

Ta có:

$$\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$$

$$\Leftrightarrow \log_x 3 + \log_x 3^2 + \log_x 3^3 + \dots + \log_x 3^n = 190 \cdot \log_x 3$$

$$\Leftrightarrow \log_x 3 + 2 \cdot \log_x 3 + 3 \cdot \log_x 3 + \dots + n \cdot \log_x 3 = 190 \cdot \log_x 3$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2 + 3 + \dots + n) \log_x 3 = 190 \cdot \log_x 3 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 190 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 19 & (\text{thỏa mãn}) \\ n = -20 & (\text{loại}) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = 2n + 3 = 41.$$

Câu 23. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$.

B. $y = \log_2 (\sqrt{x} + 1)$.

C. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$.

D. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Hoài Tâm; Fb: Phạm Hoài Tâm

Chọn C

Xét hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ có tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Nhận thấy cơ số $\frac{\pi}{4} < 1$ nên $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến trên tập xác định.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là:

A. $(-\infty; 0)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Hoài Tâm; Fb: Phạm Hoài Tâm

Chọn B

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > \left(\frac{1}{1+a^2}\right)^0 \quad (1).$$

$$\text{Nhận thấy } 1+a^2 > 1, \forall a \neq 0 \text{ nên: } \frac{1}{1+a^2} < 1.$$

$$\text{Khi đó bất phương trình (1) tương đương } 2x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho: } S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right).$$

Câu 25. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$ thành đa thức.

A. 2018.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2017.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Việt Thảo; Fb: Việt Thảo.

Chọn B.

$$(2x-3)^{2018} = C_{2018}^0 (2x)^{2018} + C_{2018}^1 (2x)^{2017} (-3) + C_{2018}^2 (2x)^{2016} (-3)^2 + \dots + C_{2018}^{2018} (-3)^{2018}.$$

Vậy khai triển trên có 2019 số hạng.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

B. Hàm số có đúng một cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$.

D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Việt Thảo; Fb: Việt Thảo.

Chọn C.

Từ bảng biến thiên, ta dễ dàng thấy được A, B, D sai, C đúng.

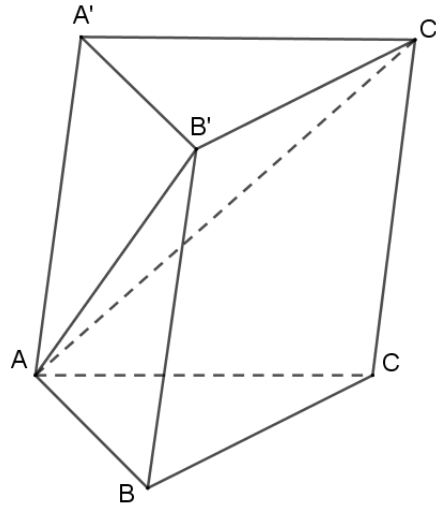
Câu 27. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCC'B'$.

A. $\frac{2V}{3}$.B. $\frac{V}{4}$.C. $\frac{V}{2}$.D. $\frac{3V}{4}$.

Lời giải.

Tác giả: Vũ Nga; Fb: Nga Vu.

Chọn A.



Gọi S , h lần lượt là diện tích đáy và chiều cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$$\text{Ta có: } V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} V \Rightarrow V_{ABCC'B'} = V - V_{A.A'B'C'} = \frac{2}{3} V.$$

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

D. $\sqrt{14}$.

Lời giải.

Tác giả: Vũ Nga; Fb: Nga Vu.

Chọn C.

Cách 1: Tìm tọa độ tâm mặt cầu suy ra bán kính.

Gọi $I(x;y;z)$ và R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

$$\text{Ta có: } IO = IA = IB = IC = R \Rightarrow \begin{cases} IO^2 = IA^2 \\ IO^2 = IB^2 \\ IO^2 = IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = (x+1)^2 + y^2 + z^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 + (z-2)^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y+3)^2 + z^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{3}{2} \\ z = 1 \end{cases}$$

$$I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 1\right) \Rightarrow R = IO = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

Cách 2: Tìm phương trình mặt cầu suy ra bán kính.

Gọi phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0.$$

Do (S) đi qua bốn điểm A, B, C, O nên ta có:
$$\begin{cases} 1+2a+d=0 \\ 4-4c+d=0 \\ 9+6b+d=0 \\ d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=-\frac{3}{2} \\ c=1 \\ d=0 \end{cases}.$$

$\Rightarrow$ bán kính của (S) là: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$

Cách 3: Sử dụng công thức tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện vuông.

Do tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp

tứ diện $OABC$ là $R = \frac{1}{2}\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{1+4+9} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

Tác giả: Trần Thị Thơm; Fb: Tranthom.

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 30. Cho $\int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $12A + 7B$.

A. $\frac{23}{252}.$

B. $\frac{241}{252}.$

C. $\frac{52}{9}.$

D. $\frac{7}{9}.$

Lời giải.

Tác giả: Trần Thị Thơm; Fb: Tranthom.

Chọn D.

$$\text{Đặt } t = 3x - 2 \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}.$$

Khi đó.

$$\int 2x(3x-2)^6 dx = \frac{2}{3} \int \frac{t+2}{3} t^6 dt = \frac{2}{9} \int (t^7 + 2t^6) dt = \frac{2}{9} \left(\frac{t^8}{8} + \frac{2t^7}{7} \right) + C.$$

$$= \frac{1}{36} (3x-2)^8 + \frac{4}{63} (3x-2)^7 + C.$$

$$\text{Từ đó ta có } A = \frac{1}{36}, B = \frac{4}{63}. \text{ Suy ra } 12A + 7B = \frac{7}{9}.$$

Câu 31. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

A. 234.

B. 132.

C. 243.

D. 432.

Lời giải*Tác giả: Phạm Thị Thu Trang; Fb: Trang Phạm***Chọn C**

Gọi số cần tìm là $N = \overline{abcd}$. Do N chia hết cho 15 nên N phải chia hết cho 3 và 5, vì vậy d có 1 cách chọn là bằng 5 và $a+b+c+d$ chia hết cho 3.

Do vai trò các chữ số a, b, c như nhau, mỗi số a và b có 9 cách chọn nên ta xét các trường hợp:

TH1: $a+b+d$ chia hết cho 3, khi đó $c : 3 \Rightarrow c \in \{3; 6; 9\}$, suy ra có 3 cách chọn c .

TH2: $a+b+d$ chia 3 dư 1, khi đó c chia 3 dư 2 $\Rightarrow c \in \{2; 5; 8\}$, suy ra có 3 cách chọn c .

TH3: $a+b+d$ chia 3 dư 2, khi đó c chia 3 dư 1 $\Rightarrow c \in \{1; 4; 7\}$, suy ra có 3 cách chọn c .

Vậy trong mọi trường hợp đều có 3 cách chọn c nên có tất cả: $9.9.3.1 = 243$ số thỏa mãn.

Câu 32. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số

$$y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1 \text{ đồng biến trên đoạn } \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

A. 2028.

B. 2018.

C. 2020.

D. 2019.**Lời giải***Tác giả: Phạm Thanh My ; Fb: Thanh My Phạm***Chọn D**

$$y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1 \Leftrightarrow y = \sin^3 x + 3\sin^2 x - m\sin x - 4.$$

$$y' = (3\sin^2 x + 6\sin x - m)\cos x.$$

Hàm số đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ khi và chỉ khi hàm số liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ và hàm số đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0 \quad \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 3\sin^2 x + 6\sin x - m \geq 0 \quad \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 3\sin^2 x + 6\sin x \geq m \quad \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \quad (1).$$

Đặt $t = \sin x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$.

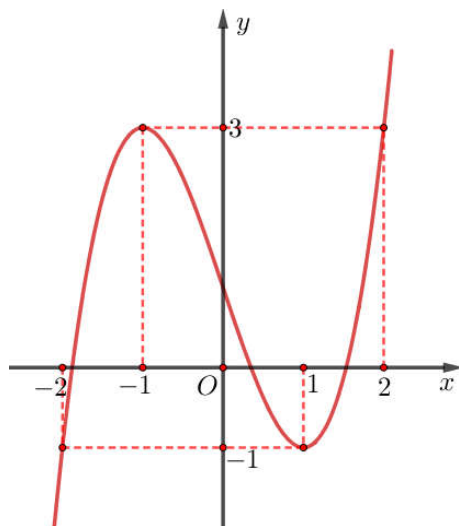
Xét hàm số $f(t) = 3t^2 + 6t$ trên $(0; 1)$ ta có bảng biến thiên sau

t	0	1
$f'(t)$		+
$f(t)$	0	6

Dựa vào bảng biến thiên ta có (1) xảy ra khi và chỉ khi $m \leq 0$.

Suy ra có 2019 giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



A. 6.

B. 8.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Tác giả: Lê Thị Phương Liên ; Fb: Phuonglien Le

Chọn C

Gọi các nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ lần lượt là $x_1; x_2; x_3$ trong đó $x_1 < 0 < x_2 < 1 < x_3$.

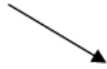
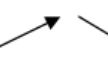
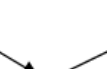
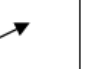
$$y = \begin{cases} f(x), \forall x \in (0; x_2) \cup (x_3; +\infty) \\ f(|x|) \text{ khi } f(|x|) \geq 0 \\ -f(x), \forall x \in (x_2; x_3) \\ -f(|x|) \text{ khi } f(|x|) < 0 \\ f(-x), \forall x \in (-\infty; -x_3) \cup (-x_2; 0) \\ -f(-x), \forall x \in (-x_3; -x_2) \end{cases}$$

$$y' = \begin{cases} f'(x), \forall x \in (0; x_2) \cup (x_3; +\infty) \\ -f'(x), \forall x \in (x_2; x_3) \\ -f'(-x), \forall x \in (-\infty; -x_3) \cup (-x_2; 0) \\ f'(-x), \forall x \in (-x_3; -x_2) \end{cases}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$y' \text{ không xác định tại } \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm x_2 \\ x = \pm x_3 \end{cases}$$

Khi đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y = |f(|x|)|$ như sau:

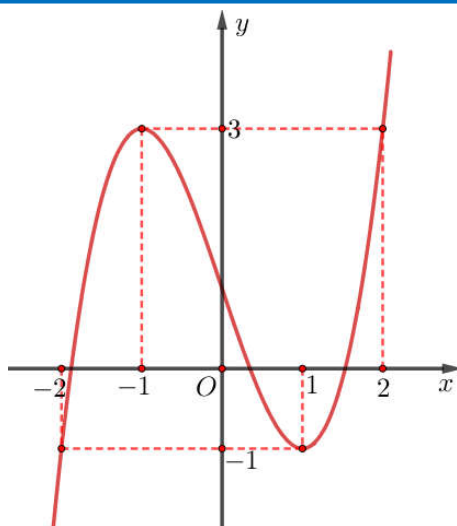
x	$-\infty$	$-x_3$	-1	$-x_2$	0	x_2	1	x_3	$+\infty$
y'		-	+	0	-	+	0	-	+
y									

Nên hàm số có 7 cực trị.

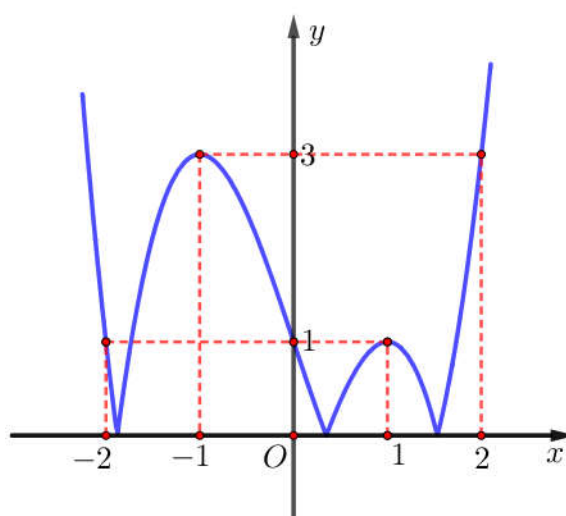
Cách 2: (Admin Hue Tran)

Hàm số $y = f(x)$ có một cực trị dương là $x = 1$ và phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm dương nên hàm số $y = f(|x|)$ có 3 cực trị và phương trình $f(|x|) = 0$ có 4 nghiệm nên hàm số $y = |f(|x|)|$ có 7 cực trị.

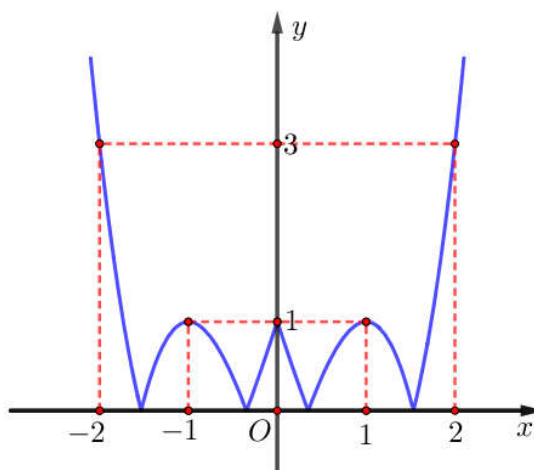
Cách khác: Từ đồ thị của hàm số $y = f(x)$



Ta có đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ là:



Và đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ là:

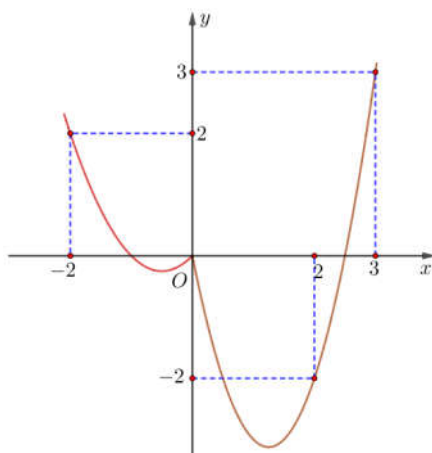


Từ đồ thị suy ra hàm số $y = |f(|x|)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 33.1 (ĐH Vinh L1 – 2019)

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số

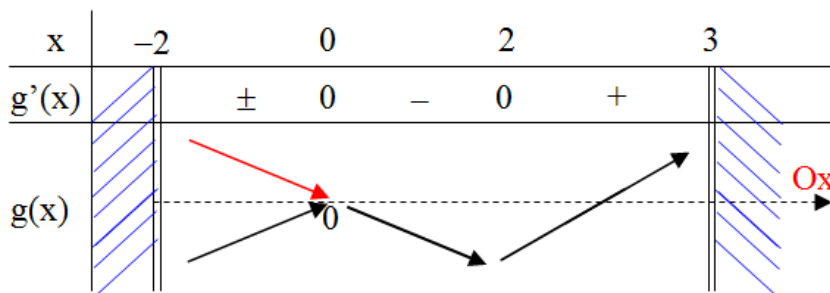
$y = \left| f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0) \right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-2; 3)$?

**Bài giải (Nguyễn Việt Hải)**

Đặt $g(x) = f(x) + \frac{x^2}{2} - f(0)$

Ta có: $g'(x) = f'(x) + x$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2(L) \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

(Nhận xét: $x = 2$ là nghiệm bội lẻ, $x = 0$ có thể nghiệm bội lẻ hoặc nghiệm bội chẵn tuy nhiên không ảnh hưởng đáp số bài toán)



Suy ra hàm số $y = |g(x)|$ có nhiều nhất 3 điểm cực trị trong khoảng $(-2; 3)$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{390}}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{390}}{4}$.

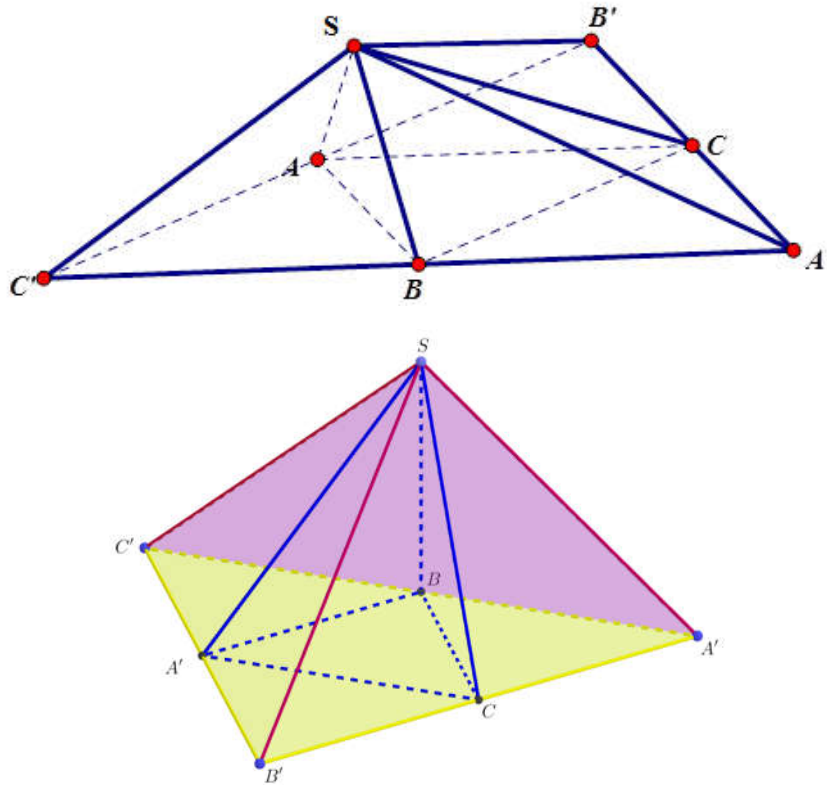
C. $\frac{\sqrt{390}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{390}}{8}$.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Văn Nghĩa; Fb: Nghĩa Văn Nguyễn.

Chọn B.



+ Dựng hình chóp $S.A'B'C'$ sao cho A là trung điểm $B'C'$, B là trung điểm $A'C'$, C là trung điểm $A'B'$.

+ Khi đó $SB = AC = BA' = BC' = 4$ nên $\triangle SA'C'$ vuông tại S và $SA'^2 + SC'^2 = (2.SB)^2 = 64$ (1).

+ Tương tự $\triangle SB'C'$, $\triangle SA'B'$ vuông tại S và $\begin{cases} SA'^2 + SB'^2 = 80 & (2) \\ SB'^2 + SC'^2 = 36 & (3) \end{cases}$.

+ Từ (1); (2); (3) ta suy ra $SC' = \sqrt{10}$; $SB' = \sqrt{26}$; $SA' = \sqrt{54}$.

+ Ta tính được $V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{3}SC' \cdot \frac{1}{2}SA' \cdot SB' = \sqrt{390}$ và $V_{S.ABC} = \frac{1}{4}V_{S.A'B'C'} = \frac{\sqrt{390}}{4}$ (đvtt).

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

A. $\frac{5a^3}{54}$.

B. $\frac{2a^3}{9}$.

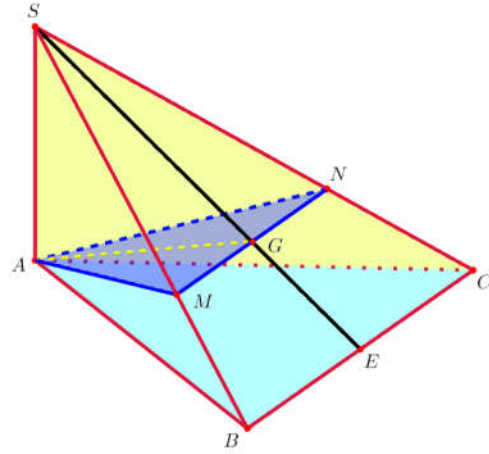
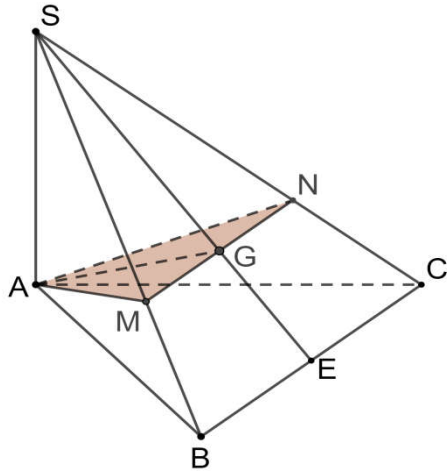
C. $\frac{4a^3}{27}$.

D. $\frac{4a^3}{9}$.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Vân; Fb: Thanh Van.

Chọn A.



Trong mặt phẳng (SBC) , qua G kẻ đường thẳng song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Suy ra $BC \parallel (MAN)$, $AG \subset (MAN)$. Vì vậy $(MAN) \equiv (\alpha)$.

Ta có tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = BC = a$.

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^3}{6}.$$

Gọi E là trung điểm của BC . Ta có $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{SG}{SE} = \frac{2}{3}$.

$$\text{Khi đó: } \frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{V}{V_{SABC}} = \frac{5}{9}.$$

$$\Rightarrow V = \frac{5}{9} V_{SABC} = \frac{5}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{5a^3}{54}.$$

Cách tính khác:

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB . Ta chứng minh được $AH \perp (SBC)$ và $BMNC$ là hình thang vuông tại B, M .

$$\text{Khi đó } V_{ABMNC} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot \frac{1}{2} \cdot BM \cdot (MN + BC) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot \left(\frac{2a}{3} + a \right) = \frac{5a^3}{54}.$$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

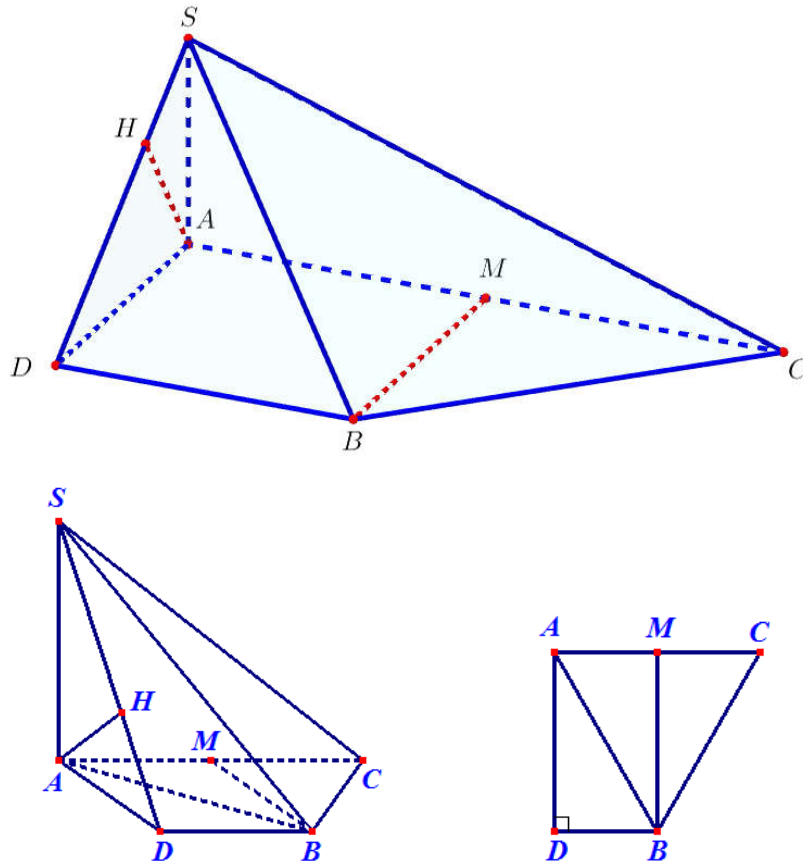
C. $2a$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Bảo Mai; Fb: Bao An

Chọn A



Vì SB có hình chiếu là AB trên (ABC) nên góc giữa SB và (ABC) là $\widehat{SBA} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.

ΔSAB vuông tại A nên $SA = AB \tan \widehat{SBA} = a\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm của AC . Vì ΔABC đều nên $BM \perp AC$, $BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Từ B kẻ đường thẳng d_1 song song với AC , A kẻ đường thẳng d_2 song song với BM .

Gọi $D = d_1 \cap d_2$. Vì $AC \parallel BD \Rightarrow AC \parallel (SBD) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(A, (SBD))$.

Ta có $BD \perp AD, BD \perp SA \Rightarrow BD \perp (SAD)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD , vì $AH \perp SD$ và $AH \perp BD$ nên $AH \perp (SBD)$, suy ra H chính là hình chiếu của A trên $(SBD) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH$.

ΔSAD vuông tại A có đường cao AH nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{5}{3a^2}$

$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{15}}{5} \Rightarrow d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$ (đvdd).

NHẬN XÉT: (Nguyễn Việt Hải)

Cùng nhìn lại khoảng cách:

- $d(A, (\alpha)) = AH$ với $AH \perp (\alpha)$ tại H

- Bài toán cơ bản: Cho $SH \perp (HAB)$. Ta có $d(H, (SAB)) = \frac{H?_1 \cdot H?_2}{\sqrt{(H?_1)^2 + (H?_2)^2}}$

Với $?_1 \rightarrow S$, $?_2 \rightarrow M$, $HM \perp AB$ tại M

LƯU Ý: Nếu $HSAB$ là tam diện vuông tại H . Tính $d(H, (SAB))$ (không cần dùng điểm M)

$$\text{Ta có: } \frac{1}{d^2(H, (SAB))} = \frac{1}{(H?_1)^2} + \frac{1}{(H?_2)^2} + \frac{1}{(H?_3)^2}$$

Trong đó $?_1 \rightarrow S, ?_2 \rightarrow A, ?_3 \rightarrow B$

- (Kỹ thuật trượt điểm quy về bài toán cơ bản)

$$d(A, (\alpha)) = \frac{A?_1}{H?_1} d(H, (\alpha))$$

Trong đó $?_1 \rightarrow M$ với $M = AH \cap (\alpha)$

Trở lại bài toán 36. Học sinh sẽ không cần sử dụng điểm D và lời giải (có thể không cần dùng hình vẽ) mất vài giây ra đáp số. Hơn nữa học sinh mức TB cũng dễ dàng thấy được đáp số.

$$\text{Ta có: } SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$\text{Ta có: } d(AC, SB) = d(AC, (SBx)) \text{ với } Bx \parallel AC$$

$$= d(A, (SBx)) = \frac{AS \cdot AN}{\sqrt{AS^2 + AN^2}} \text{ với } AN = d(A, Bx) = d(B, AC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra: } d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$

(Lưu ý lời giải trên điểm N chỉ mượn tạm chứ không cần dùng đến)

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 1\text{ cm}$, $AC = \sqrt{3}\text{ cm}$. Tam giác SAB SAC lần lượt vuông tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}\text{ cm}^3$. Tính khoảng cách từ C tới (SAB) .

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}\text{ cm}$.

B. $\frac{\sqrt{5}}{4}\text{ cm}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\text{ cm}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{ cm}$.

Lời giải

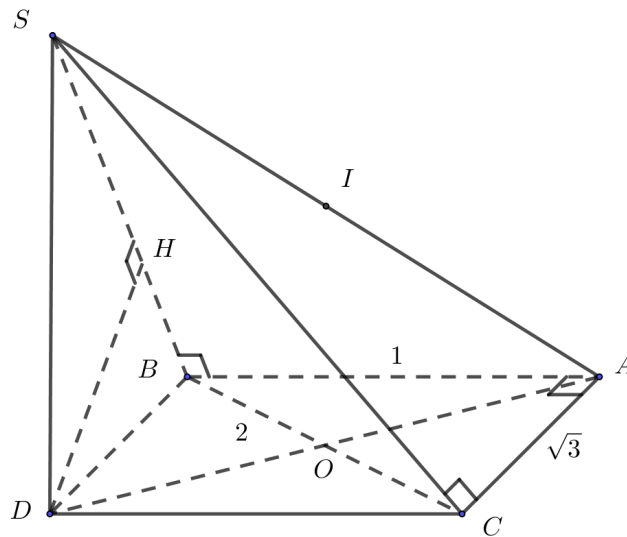
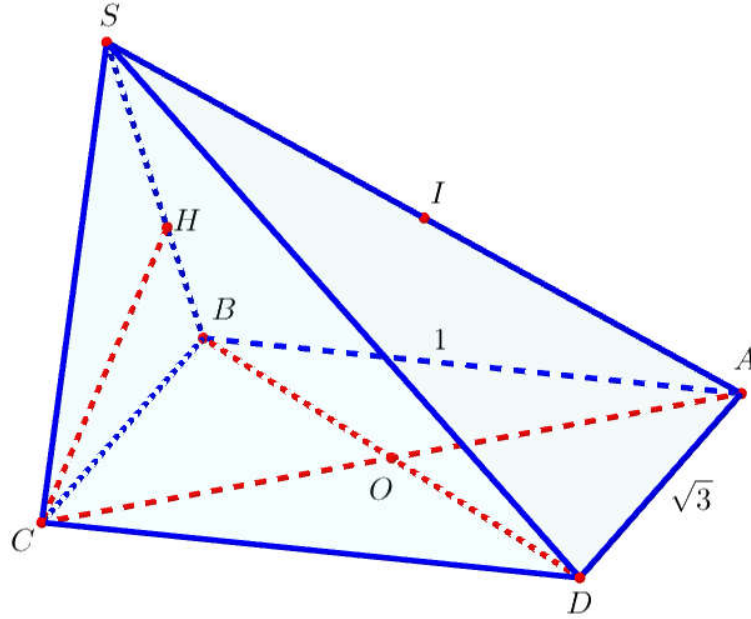
Tác giả : Nguyễn Thị Thu Hằng ; **Fb:** Nguyễn Thu Hằng.

Chọn D

Cách 1: Vì $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ suy ra trung điểm I của cạnh SA là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ với bán kính $R = \frac{SA}{2}$.

$$\text{Thể tích khối cầu là } V = \frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{5}.$$

Gọi O là trung điểm BC , điểm D đối xứng với A qua O nên tứ giác $ABDC$ là hình chữ nhật.



Dễ thấy $CD \perp SB$, $CD \perp DB \Rightarrow CD \perp SD$ (1).

$SC \perp DB$, $CD \perp DB \Rightarrow DB \perp SD$ (2).

Từ (1) (2) $\Rightarrow SD \perp (ABDC) \Rightarrow SD = \sqrt{SA^2 - AD^2} = \sqrt{5 - 4} = 1$.

Gọi H là chân đường vuông góc của D lên cạnh SB .

$$d(C, (SAB)) = d(D, (SAB)) = DH.$$

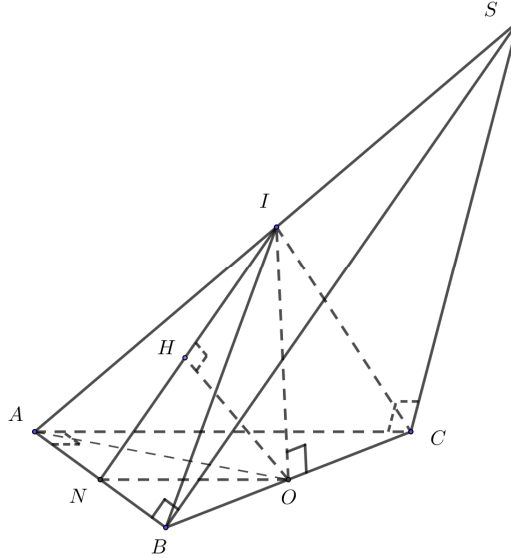
Thật vậy $AB \perp BD$; $AB \perp SD \Rightarrow AB \perp (SDB) \Rightarrow AB \perp DH$; $DH \perp SB \Rightarrow DH \perp (SAB)$.

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{DB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow DH = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

Cách 2: Vì $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ suy ra trung điểm I của cạnh SA là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ với bán kính $R = \frac{SA}{2}$.

$$\text{Thể tích khối cầu là } V = \frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{5}.$$



Gọi O là trung điểm BC , vì $\triangle BIC$ cân nên $OI \perp BC$; $OI = \sqrt{IC^2 - OC^2} = \frac{1}{2}$.

Mà O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC \Rightarrow OI \perp (ABC) \Rightarrow d(C, (SAB)) = 2d(O, (ABI))$.

Gọi N là trung điểm AB nên $ON \perp AB$, $OI \perp AB \Rightarrow AB \perp (ONI)$.

$\Rightarrow (ABI) \perp (ONI)$ theo giao tuyến IN .

Kẻ $OH \perp IN \Rightarrow OH \perp (ABI) \Rightarrow d(C, (SAB)) = 2d(O, (ABI)) = 2OH$.

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{ON^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{4}{3} + 4 = \frac{16}{3} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $\int_0^1 f(x) dx = 1$.

Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx$.

A. $I = 5$.

B. $I = 6$.

C. $I = 3$.

D. $I = 2$.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Mạnh Dũng ; Fb: Mạnh Dũng.

Chọn A.

$$\text{Ta có: } 3 = 3.1 = 3. \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 3f(x) dx = \int_0^1 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) d(2x), \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Đặt } 2x = t \Rightarrow d(2x) = dt, \text{ với } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = 2.$$

$$\Leftrightarrow 3 = \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) d(2x) = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx, \forall x \in \mathbb{R} \text{ (do hàm số } f(x) \text{ liên tục trên } \mathbb{R}).$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx = 6, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = 6, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow 1 + \int_1^2 f(x) dx = 6, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 5, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 38.1 Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(mx) = nf(x) + p, \forall x \in \mathbb{R} (m \neq 0)$. Biết rằng

$$\int_0^1 f(x) dx = q (q \neq 0). \text{ Tính tích phân } I = \int_1^m f(x) dx.$$

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Mạnh Dũng ; Fb: Mạnh Dũng.

$$\text{Ta có: } n = \frac{n}{q} \cdot q = \frac{n}{q} \cdot \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{n}{q} f(x) dx = \int_0^1 \frac{f(mx) - p}{q} dx = \int_0^1 \frac{f(mx)}{q} dx - \int_0^1 \frac{p}{q} dx, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{1}{mq} \int_0^1 f(mx) d(mx) - \frac{p}{q} x \Big|_0^1 = \frac{1}{mq} \int_0^1 f(mx) d(mx) - \frac{p}{q}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(mx) d(mx) = \left(n + \frac{p}{q} \right) \cdot mq, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Đặt } mx = t \Rightarrow d(mx) = dt, \text{ với } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = m.$$

$$\int_0^1 f(mx) d(mx) = \left(n + \frac{p}{q} \right) \cdot mq, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \int_0^m f(t) dt = \int_0^m f(x) dx = \left(n + \frac{p}{q} \right) \cdot mq, \forall x \in \mathbb{R} \text{ (do hàm số } f(x) \text{ liên tục trên } \mathbb{R}).$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx + \int_1^m f(x) dx = \left(n + \frac{p}{q} \right) \cdot mq, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow q + \int_1^m f(x) dx = \left(n + \frac{p}{q} \right) \cdot mq, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \int_1^m f(x) dx = \left(n + \frac{p}{q} \right) \cdot mq - q = nmq + mp - q, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Leftrightarrow \int_1^m f(x) dx = nmq + mp - q, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 39. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải.*Tác giả: Trần Mạnh Tường; Fb: Trần Tuệ Minh.***Chọn B.**

$$\text{Ta có: } 4\sqrt{3x+1}-3x-5=0 \Leftrightarrow 4\sqrt{3x+1}=3x+5 \Leftrightarrow \begin{cases} 16(3x+1)=9x^2+30x+25 \\ 3x+5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

$$\text{Tập xác định: } D = \left[-\frac{1}{3}; +\infty\right) \setminus \{1\}$$

$$+ \text{ Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(4\sqrt{3x+1}+3x+5)}{-9(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4\sqrt{3x+1}+3x+5}{-9(x-1)} = -\infty$$

do đó đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

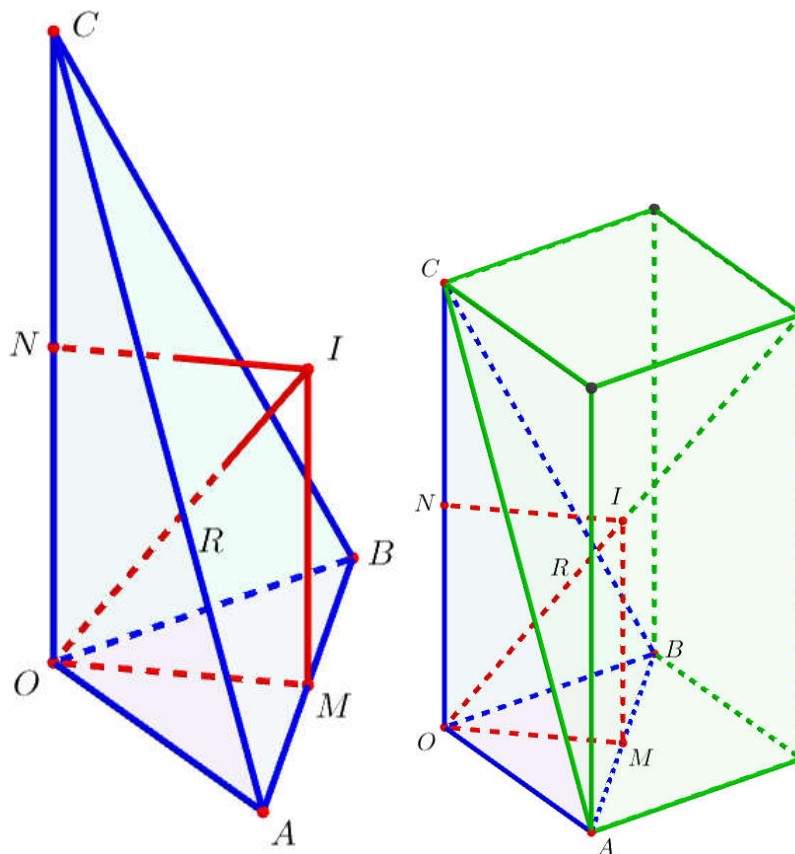
$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{4\sqrt{\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}-3-\frac{5}{x}} = -\frac{1}{3} \text{ do đó đường thẳng } y = -\frac{1}{3} \text{ là đường}$$

tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Kết luận: Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, lấy điểm C trên tia Oz sao cho $OC=1$. Trên hai tia Ox, Oy lần lượt lấy hai điểm A, B thay đổi sao cho $OA+OB=OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$?

A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$..B. $\sqrt{6}$..C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$..D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$..**Lời giải.***Tác giả: Lê Anh Đông; Fb: Lê Anh Đông.***Chọn A.**



Bốn điểm O, A, B, C tạo thành 1 tam diện vuông.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là $R = \frac{\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2}}{2}$.

Đặt $OA = a; OB = b, a, b > 0$. Ta có $a + b = 1 \Leftrightarrow b = 1 - a$.

$$\begin{aligned} \text{Vậy } R &= \frac{\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 1^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + (1-a)^2 + 1^2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{2\left(\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right)}}{2} \geq \frac{\sqrt{6}}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } R_{\min} = \frac{\sqrt{6}}{4}, \text{ tại } a = b = \frac{1}{2}.$$

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3$, $f'(2) = -2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -2017)$.

B. $(2017; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-2017; 0)$.

Lời giải.

Tác giả: Giáp Văn Quân; Fb: quanbg. quan.

Chọn A.Dựa vào bảng xét dấu của $f''(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	+	0	-	0	-
$f'(x)$	3 -2018				

Đặt $t = x + 2017$.Ta có $y = f(x + 2017) + 2018x = f(t) + 2018t - 2017 \cdot 2018 = g(t)$.

$$g'(t) = f'(t) + 2018.$$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ suy ra phương trình $g'(t)$ có một nghiệm đơn $\alpha \in (-\infty; 0)$ và một nghiệm kép $t = 2$.Ta có bảng biến thiên $g(t)$ Hàm số $g(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $t_0 = \alpha \in (-\infty; 0)$.Suy ra hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 mà $x_0 + 2017 \in (-\infty; 0) \Leftrightarrow x_0 \in (-\infty; -2017)$.**Câu 42.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 0$. Biết

$$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{9}{2} \text{ và } \int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}. \text{ Tích phân } \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{6}{\pi}$.

B. $\frac{2}{\pi}$.

C. $\frac{4}{\pi}$.

D. $\frac{1}{\pi}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi}{2} x dx = -\frac{2}{\pi} f(x) \cdot \cos \frac{\pi}{2} x \Big|_0^1 + \frac{2}{\pi} \int_0^1 f'(x) \cdot \cos \frac{\pi}{2} x dx = \frac{3}{2}$$

$$\int_0^1 (f(x) - 3 \sin \frac{\pi}{2} x)^2 dx = \int_0^1 f^2(x) dx - 6 \int_0^1 f(x) \sin \frac{\pi}{2} x dx + 9 \int_0^1 \sin^2 \frac{\pi}{2} x dx = 0$$

$$\text{Từ đây ta suy ra } f(x) = 3 \sin \frac{\pi}{2} x \Rightarrow \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 3 \sin \frac{\pi}{2} x dx = \frac{6}{\pi}.$$

PHÁT TRIỂN BÀI TOÁN CÂU 42

Câu 42.1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$

và $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{7}{5}$.

B. 1.

C. $\frac{7}{4}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

• **Nhận xét**

- Ý tưởng sáng tác bài toán giống câu 50 trong đề minh họa của BGD năm 2018. Vì thầy Nguyễn Việt Hải phân tích quá hay nên tôi trích dẫn lại nguyên văn nhận xét và ý tưởng đó

Từ giả thiết: $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3} \Rightarrow \int_0^1 3x^2 f(x) dx = 1$.

Tính: $I = \int_0^1 3x^2 f(x) dx$.

Đặt: $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = 3x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = x^3 \end{cases}$.

Ta có:

$$I = \int_0^1 3x^2 f(x) dx = x^3 f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 x^3 \cdot f'(x) dx = 1 \cdot f(1) - 0 \cdot f(0) - \int_0^1 x^3 \cdot f'(x) dx = - \int_0^1 x^3 \cdot f'(x) dx.$$

Mà: $\int_0^1 3x^2 f(x) dx = 1 \Rightarrow 1 = - \int_0^1 x^3 \cdot f'(x) dx$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 x^3 \cdot f'(x) dx = -1 \Leftrightarrow 7 \int_0^1 x^3 \cdot f'(x) dx = -7 \Leftrightarrow \int_0^1 7x^3 \cdot f'(x) dx = - \int_0^1 [f'(x)]^2 dx, \text{ (theo giả thiết:}$$

$$\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7).$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (7x^3 \cdot f'(x) + [f'(x)]^2) dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 f'(x) [7x^3 + f'(x)] dx = 0$$

$$\Rightarrow 7x^3 + f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -7x^3 \Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}x^4 + C.$$

Với $f(1)=0 \Rightarrow -\frac{7}{4} \cdot 1^4 + C = 0 \Rightarrow C = \frac{7}{4}$.

Khi đó: $f(x) = -\frac{7}{4}x^4 + \frac{7}{4}$.

$$\text{Vậy: } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(-\frac{7}{4}x^4 + \frac{7}{4} \right) dx = -\frac{7}{4} \left(\frac{x^5}{5} - x \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{5}.$$

• **PHÂN TÍCH**

$$\checkmark \quad \int_0^1 x^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) d\frac{x^3}{3} = f(x) \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^3}{3} df(x) = -\frac{1}{3} \int_0^1 x^3 \cdot f'(x) dx$$

✓ Từ đây, chúng ta quan sát giả thiết bài toán: Ta thấy xuất hiện $[f'(x)]^2$ và $x^3 \cdot f'(x)$

Nghĩ ngay đến hằng đẳng thức $[f'(x) + ax^3]^2$, như vậy số $a = ?$ tương ứng với bài toán?

$$+ \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$$

$$+ \int_0^1 2ax^3 \cdot f'(x) dx = -2a$$

$$+ \int_0^1 (ax^3)^2 dx = \frac{a^2}{7}$$

$$\text{Do đó số } a \text{ chọn tương ứng là } \int_0^1 [f'(x) + ax^3]^2 dx = 7 - 2a + \frac{a^2}{7} = 0 \Leftrightarrow a = 7.$$

$$\checkmark \quad \text{Suy ra } f'(x) = -7x^3 \Rightarrow f(x) = \frac{-7x^4}{4} + \frac{7}{4}.$$

Vậy đáp chọn: A

• **NHẬN XÉT:**

✓ Vì đây là trắc nghiệm chỉ cần ĐS đúng do đó ta sử dụng kỹ thuật đồng nhất suy ra đáp số dễ dàng.

$$\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7 \text{ và } \int_0^1 (-7x^3) f'(x) dx = 7. \text{ Vì trắc nghiệm nên đồng nhất hai biểu thức dưới dấu}$$

$$\text{tích phân. Suy ra } f'(x) = -7x^3 \Rightarrow f(x) = \frac{-7x^4}{4} + \frac{7}{4} \Rightarrow A.$$

✓ Hướng tiếp cận khác theo con đường BĐT.

$$+ \text{Quan sát giả thiết bài toán: } f(1) = 0, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7 \text{ và } \int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}.$$

+ Ta nghĩ đến đánh giá bằng BĐT: Thật vậy sử dụng kiến thức dấu tam thức bậc hai. Chúng ta có kết quả BĐT Cauchy – Schawz

$$t^2 \int_a^b f^2(x) dx - 2t \int_a^b f(x)g(x) dx + \int_a^b g^2(x) dx = \int_a^b [t \cdot f(x) - g(x)]^2 dx \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}.$$

Suy ra: BĐT Cauchy – Schawz

$$\left[\int_a^b f(x)g(x) dx \right]^2 \leq \int_a^b f^2(x) dx \cdot \int_a^b g^2(x) dx$$

Do đó ta có hướng giải bài toán trên:

$$\frac{1}{3} = \int_0^1 x^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) d\frac{x^3}{3} = f(x) \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^3}{3} df(x) = -\frac{1}{3} \int_0^1 x^3 \cdot f'(x) dx.$$

Ta suy ra: $\frac{1}{9} = \left(-\frac{1}{3} \int_0^1 x^3 f'(x) dx \right)^2 \leq \frac{1}{9} \int_0^1 (x^3)^2 dx \int_0^1 (f'(x))^2 dx = \frac{1}{9}.$

Tương đương $f'(x) = k \cdot x^3$

• Ý TƯỞNG SÁNG TẠO ĐỀ

Tạo hằng tích phân có dạng đẳng thức: $\int_0^a [A+B]^2 dx = 0$ Hoặc $\int_0^a [A+B+C]^2 dx = 0 \dots$

Chọn a, A, B thích hợp tương ứng ta có bài toán. $0 = \int_0^a [A+B]^2 dx = \int_0^a A^2 dx + \int_0^a 2A \cdot B dx + \int_0^a B^2 dx$

• MỘT SỐ BÀI TOÁN TƯƠNG TỰ

Câu 42.2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 4, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 36$

và $\int_0^1 x \cdot f(x) dx = \frac{1}{5}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 4.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Từ giả thiết: $\int_0^1 x \cdot f(x) dx = \frac{1}{5} \Rightarrow \int_0^1 5x \cdot f(x) dx = 1.$

Tính: $I = \int_0^1 5x \cdot f(x) dx.$

Đặt: $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = 5x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{5}{2} x^2 \end{cases}.$

Ta có: $I = \int_0^1 5x \cdot f(x) dx = \frac{5}{2} x^2 \cdot f(x) \Big|_0^1 - \frac{5}{2} \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) dx$

$= \frac{5}{2} \cdot f(1) - \frac{5}{2} \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) dx = 10 - \frac{5}{2} \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) dx, \text{ (vì } f(1) = 4)$

Mà: $I = \int_0^1 5x \cdot f(x) dx = 1 \Rightarrow 1 = 10 - \frac{5}{2} \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) dx \Leftrightarrow \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) dx = \frac{18}{5}$

$\Leftrightarrow 10 \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) dx = 36 \Leftrightarrow 10 \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) dx = \int_0^1 [f'(x)]^2 dx, \text{ (theo giả thiết: } \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 36)$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 [10x^2 \cdot f'(x) - [f'(x)]^2] dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 f'(x) [10x^2 - f'(x)] dx = 0$$

$$\Rightarrow 10x^2 - f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 10x^2 \Rightarrow f(x) = \frac{10x^3}{3} + C$$

$$\text{Với } f(1) = 4 \Rightarrow 4 = \frac{10 \cdot 1}{3} + C \Rightarrow C = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Khi đó: } f(x) = \frac{10x^3}{3} + \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy: } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(\frac{10x^3}{3} + \frac{2}{3} \right) dx = \left(\frac{5x^4}{6} + \frac{2}{3}x \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2}.$$

Câu 42.3 Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$ thỏa mãn $f(2) = 3$, $\int_0^2 [f'(x)]^2 dx = 4$

và $\int_0^2 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{2}{115}$.

B. $\frac{297}{115}$.

C. $\frac{562}{115}$.

D. $\frac{266}{115}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Từ giả thiết: } \int_0^2 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3} \Rightarrow \int_0^2 3x^2 f(x) dx = 1.$$

$$\text{Tính: } I = \int_0^2 3x^2 f(x) dx.$$

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = 3x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = x^3 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } I = \int_0^2 3x^2 f(x) dx = x^3 \cdot f(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 x^3 \cdot f'(x) dx = 24 - \int_0^2 x^3 \cdot f'(x) dx, \text{ (vì } f(2) = 3)$$

$$\text{Mà: } I = \int_0^2 3x^2 f(x) dx = 1 \Rightarrow 1 = 24 - \int_0^2 x^3 \cdot f'(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 x^3 \cdot f'(x) dx = 23 \Leftrightarrow \frac{4}{23} \int_0^2 x^3 \cdot f'(x) dx = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{23} \int_0^2 x^3 \cdot f'(x) dx = \int_0^2 [f'(x)]^2 dx, \text{ (theo giả thiết: } \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 4)$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 \left[\frac{4}{23} x^3 \cdot f'(x) - [f'(x)]^2 \right] dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^2 f'(x) \left[\frac{4}{23} x^3 - f'(x) \right] dx = 0$$

$$\Rightarrow \frac{4}{23}x^3 - f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{4}{23}x^3 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{23}x^4 + C$$

$$\text{Với } f(2) = 3 \Rightarrow 3 = \frac{16}{23} + C \Rightarrow C = \frac{53}{23}.$$

$$\text{Khi đó: } f(x) = \frac{1}{23}x^4 + \frac{53}{23}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \left(\frac{1}{23}x^4 + \frac{53}{23} \right) dx = \left(\frac{1}{115}x^5 + \frac{53}{23}x \right) \Big|_0^2 = \frac{562}{115}.$$

Câu 42.4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 4$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 5$

và $\int_0^1 x \cdot f(x) dx = -\frac{1}{2}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{15}{19}$.

B. $\frac{17}{4}$.

C. $\frac{17}{18}$.

D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Tính: } I = \int_0^1 x \cdot f(x) dx. \text{ Đặt: } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{1}{2}x^2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } I = \frac{1}{2}x^2 \cdot f(x) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 f'(x) dx = 2 - \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 f'(x) dx, \text{ (vì } f(1) = 4).$$

$$\text{Mà: } \int_0^1 x \cdot f(x) dx = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 f'(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 x^2 f'(x) dx = 5, \text{ (theo giả thiết: } \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 5) \Leftrightarrow \int_0^1 x^2 f'(x) dx = \int_0^1 [f'(x)]^2 dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (x^2 f'(x) - [f'(x)]^2) dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 f'(x) \cdot [x^2 - f'(x)] dx = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^3 + C.$$

$$\text{Với } f(1) = 4 \Rightarrow C = \frac{11}{3}.$$

$$\text{Khi đó: } f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{3}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{11}{3} \right) dx = \left(\frac{1}{12}x^4 + \frac{11}{3}x \right) \Big|_0^1 = \frac{15}{4}.$$

Câu 42.5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 2]$ thỏa mãn $f(2) = 6$, $\int_0^2 [f'(x)]^2 dx = 7$

và $\int_0^2 x \cdot f(x) dx = \frac{17}{2}$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. 8.

B. 6.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn A.

Tính: $I = \int_0^2 x \cdot f(x) dx$.

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{1}{2} x^2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } I = \frac{1}{2} x^2 \cdot f(x) \Big|_0^2 - \frac{1}{2} \int_0^2 x^2 f'(x) dx = 12 - \frac{1}{2} \int_0^2 x^2 f'(x) dx, \text{ (vì } f(2) = 6).$$

$$\text{Theo giả thiết: } \int_0^2 x \cdot f(x) dx = \frac{17}{2} \Rightarrow \frac{17}{2} = 12 - \frac{1}{2} \int_0^2 x^2 f'(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 x^2 f'(x) dx = 7$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 x^2 f'(x) dx = \int_0^2 [f'(x)]^2 dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 (x^2 f'(x) - [f'(x)]^2) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 f'(x) \cdot [x^2 - f'(x)] dx = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3} x^3 + C.$$

$$\text{Với } f(2) = 6 \Rightarrow C = \frac{10}{3}.$$

$$\text{Khi đó: } f(x) = \frac{1}{3} x^3 + \frac{10}{3}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \left(\frac{1}{3} x^3 + \frac{10}{3} \right) dx = \left(\frac{1}{12} x^4 + \frac{10}{3} x \right) \Big|_0^2 = 8.$$

Câu 42.6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$ thỏa mãn $f(3) = 6$, $\int_0^3 [f'(x)]^2 dx = 2$

và $\int_0^3 x^2 \cdot f(x) dx = \frac{154}{3}$. Tích phân $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{53}{5}$.

B. $\frac{117}{20}$.

C. $\frac{153}{5}$.

D. $\frac{13}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

Tính $I = \int_0^3 x^2 \cdot f(x) dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{1}{3} x^3 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } I = \frac{1}{3} x^3 \cdot f(x) \Big|_0^3 - \frac{1}{3} \int_0^3 x^3 f'(x) dx = 54 - \frac{1}{3} \int_0^3 x^3 f'(x) dx, \text{ (vì } f(3) = 6).$$

$$\text{Theo giả thiết: } \int_0^3 x^2 \cdot f(x) dx = \frac{154}{3} \Rightarrow \frac{154}{3} = 54 - \frac{1}{3} \int_0^3 x^3 f'(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^3 x^3 f'(x) dx = 8 \Leftrightarrow \int_0^3 x^3 f'(x) dx = 4 \int_0^3 [f'(x)]^2 dx \Leftrightarrow \int_0^3 (x^3 f'(x) - 4 [f'(x)]^2) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^3 f'(x) [x^3 - 4 f'(x)] dx = 0.$$

$$\Rightarrow x^3 - 4 f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{x^3}{4} \Rightarrow f(x) = \frac{x^4}{16} + C.$$

$$\text{Với } f(3) = 6 \Rightarrow C = \frac{15}{16}.$$

$$\text{Khi đó: } f(x) = \frac{x^4}{16} + \frac{15}{16}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^3 f(x) dx = \int_0^3 \left(\frac{1}{16} x^4 + \frac{15}{16} \right) dx = \left(\frac{1}{80} x^5 + \frac{15}{16} x \right) \Big|_0^3 = \frac{117}{20}.$$

Câu 42.7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 2$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 8$

và $\int_0^1 x^3 \cdot f(x) dx = 10$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{2}{285}$.

B. $\frac{194}{95}$.

C. $\frac{116}{57}$.

D. $\frac{584}{285}$.

Lời giải

Chọn C.

Tính: $I = \int_0^1 x^3 \cdot f(x) dx$.

Đặt: $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = x^3 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{1}{4} x^4 \end{cases}$.

Ta có: $I = \frac{1}{4} x^4 \cdot f(x) \Big|_0^1 - \frac{1}{4} \int_0^1 x^4 f'(x) dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \int_0^1 x^4 f'(x) dx$, (vì $f(1) = 2$).

Theo giả thiết: $\int_0^1 x^3 \cdot f(x) dx = 10 \Rightarrow \int_0^1 x^4 f'(x) dx = -38$

$$\Leftrightarrow 8 \cdot \int_0^1 x^4 f'(x) dx = -38 \cdot 8 \Leftrightarrow 8 \cdot \int_0^1 x^4 f'(x) dx = -38 \cdot \int_0^1 [f'(x)]^2 dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (8x^4 f'(x) + 38[f'(x)]^2) dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 f'(x) \cdot [8x^4 + 38f'(x)] dx = 0$$

$$\Rightarrow 8x^4 + 38f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -\frac{4}{19} x^4 \Rightarrow f(x) = -\frac{4}{95} x^5 + C.$$

Với $f(1) = 2 \Rightarrow C = \frac{194}{95}$.

Khi đó: $f(x) = -\frac{4}{95} x^5 + \frac{194}{95}$.

Vậy $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(-\frac{4}{95} x^5 + \frac{194}{95} \right) dx = \left(-\frac{2}{285} x^6 + \frac{194}{95} x \right) \Big|_0^1 = \frac{116}{57}$.

Câu 43. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. Vô số điểm.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Võ Minh Chung; Fb: Võ Minh Chung

Chọn C.

Vì $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}$ nên suy ra: $F'(x) = f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}$.

Ta có: $F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x - \cos x}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \cos x = 0 \\ x \in [-1; 1] \setminus \{0\} \end{cases} \quad (1).$

Xét hàm số $g(x) = x - \cos x$ trên $[-1; 1]$, ta có : $g'(x) = 1 + \sin x \geq 0, \forall x \in [-1; 1]$. Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên $[-1; 1]$. Vậy phương trình $g(x) = x - \cos x = 0$ có nhiều nhất một nghiệm trên $[-1; 1]$ (2).

Mặt khác ta có: hàm số $g(x) = x - \cos x$ liên tục trên $(0; 1)$ và $g(0) = 0 - \cos(0) = -1 < 0$, $g(1) = 1 - \cos(1) > 0$ nên $g(0).g(1) < 0$. Suy ra $\exists x_0 \in (0; 1)$ sao cho $g(x_0) = 0$ (3).

Từ (1), (2), (3) suy ra: phương trình $F'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x_0 \neq 0$. Đồng thời vì x_0 là nghiệm bội lẻ nên $F'(x)$ đổi qua $x = x_0$.

Vậy đồ thị hàm số $y = F(x)$ có 1 điểm cực trị.

PHÂN TÍCH VÀ PHÁT TRIỂN CÂU 43: Cô Nguyễn Thị Bích Ngọc – Fb: Bích Ngọc.

PHÂN TÍCH: Bản chất bài toán là muốn khai thác định nghĩa nguyên hàm của một hàm số và cách giải phương trình chứa hàm số hỗn hợp gồm đa thức và hàm số lượng giác. Phương trình này sử dụng tính chất đơn điệu của hàm số dẫn đến số nghiệm tối đa là một, khi đó chỉ cần nhằm một nghiệm hoặc sử dụng định lý liên tục của hàm số suy ra phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 43.1 Cho biết $f(x) = \int_e^{e^{2x}} t \ln^9 t dt$, tìm điểm cực trị của hàm số đã cho

A. $x = 2$

B. $x = 0$

C. $x = -1$

D. $x = 6$

Lời giải

Chọn B

Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = x \ln^9 x$. Theo định nghĩa:

$$f(x) = G(e^{2x}) - G(e)$$

$$\Rightarrow f'(x) = G'(e^{2x}) \cdot e^{2x} \cdot 2 - G'(e) = 2 \cdot e^{4x} (2x)^9$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0. \text{ Suy ra chọn đáp án B.}$$

Câu 43.2 Cho hàm số $G(x) = \int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt$. Tính đạo hàm của hàm số $G(x)$.

A. $G'(x) = 2x \sin|x|$

B. $G'(x) = 2x \cos x$

C. $G'(x) = \cos x$

D. $G'(x) = 2x \sin x$

Lời giải

Chọn A

Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$. Theo định nghĩa:

$$G(x) = F(x^2) - F(0)$$

$$\Rightarrow G'(x) = F'(x^2) \cdot 2x - F'(0) = 2x \cdot \sin \sqrt{x^2} = 2x \cdot \sin|x|. \text{ Chọn A}$$

Câu 43.3 Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + \frac{1}{2}x^2 - 1$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. Vô số điểm.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải**Chọn D**

Ta có $F'(x) = f(x) = \cos x + \frac{1}{2}x^2 - 1$.

$$f'(x) = -\sin x + x; f''(x) = -\cos x + 1 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số $f'(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, từ đó dẫn đến phương trình $f'(x) = 0$ có nhiều nhất một nghiệm.

Mặt khác $f'(0) = 0$ suy ra $x = 0$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f'(x) = 0$.

Do hàm số $f'(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty; 0); (0; +\infty)$ và vô nghiệm trên mỗi khoảng này nên dấu của $f'(x)$ không đổi trên mỗi khoảng trên.

Mà $f'(-1) < 0$; $f'(1) > 0$ suy ra $f'(x) < 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0)$ và $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (0; +\infty)$.

Vậy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Mà

$f(0) = 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 0$ hay phương trình $F'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Vậy đồ thị của hàm số $y = F(x)$ có duy nhất một điểm cực trị.

BÀI TOÁN TỔNG QUÁT: Cho hàm số $F(x) = \int_{v(x)}^{u(x)} g(t) dt$. Tìm đạo hàm của hàm số $F(x)$.

CHỨNG MINH:

Gọi $G(t)$ là nguyên hàm của hàm số $g(t)$. Theo định nghĩa tích phân, ta có:

$$F(x) = \int_{v(x)}^{u(x)} g(t) dt = G(u) - G(v).$$

$$\text{Suy ra: } F'(x) = [G(u) - G(v)]' = u' \cdot G'(u) - v' \cdot G'(v) = u' \cdot g(u) - v' \cdot g(v).$$

$$\text{Vậy, ta có công thức tổng quát: } \left(\int_{v(x)}^{u(x)} g(t) dt \right)' = u' \cdot g(u) - v' \cdot g(v).$$

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$e^{3m} + e^m = 2 \left(x + \sqrt{1-x^2} \right) \left(1 + x\sqrt{1-x^2} \right) \text{ có nghiệm.}$$

A. $\left(0; \frac{1}{2} \ln 2 \right)$.

B. $\left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2 \right]$.

C. $\left(0; \frac{1}{e} \right)$.

D. $\left[\frac{1}{2} \ln 2; +\infty \right)$.

Lời giải

Tác giả: Trần Quốc Thép; Fb: Thép Trần Quốc.

Chọn B.

$$\text{Đặt } t = x + \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t^2 = 1 + 2x\sqrt{1-x^2} \Rightarrow x\sqrt{1-x^2} = \frac{t^2-1}{2}.$$

$$\text{Ta có } t' = \frac{\sqrt{1-x^2} - x}{\sqrt{1-x^2}}, t' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

x	-1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
t'		+	-
t	1	$\sqrt{2}$	1

$$\text{Vậy } t \in [-1; \sqrt{2}].$$

Phương trình trở thành $e^{3m} + e^m = 2t \left(1 + \frac{t^2-1}{2} \right) \Leftrightarrow e^{3m} + e^m = t^3 + t \Leftrightarrow e^m = t$. (sử dụng hàm đặc trưng).

$$\text{Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi } -1 \leq e^m \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow m \leq \ln \sqrt{2} \Leftrightarrow m \in (-\infty; \frac{1}{2} \ln 2].$$

Câu 45. Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2} (4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$.

A. $S = \{-1; 1\}$.

B. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$.

C. $S = \{-5; 5\}$.

D. $S = \{-7; -5; -1; 1; 5; 7\}$.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Đình Hải; **Fb:** Nguyen Dinh Hai.

Chọn A.

Ta có

$$\log_{x^2+y^2+2} (4x+4y-6+m^2) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-6+m^2 \geq x^2+y^2+2$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-4x-4y+8-m^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2 \leq m^2 \text{ là một hình tròn } (C_1) \text{ tâm } I(2;2),$$

$$\text{bán kính } R_1 = |m| \text{ với } m \neq 0 \text{ hoặc là điểm } I(2;2) \text{ với } m = 0 \text{ và } x^2+y^2+2x-4y+1=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=4 \text{ là một đường tròn } (C_2) \text{ tâm } J(-1;2), \text{ bán kính } R_2=2.$$

TH1: Với $m=0$ ta có: $I(2;2) \notin (C_2)$ suy ra $m=0$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

TH2: Với $m \neq 0$.

Đề hệ $\begin{cases} \log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1 \\ x^2+y^2+2x-4y+1=0 \end{cases}$ tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thì hình tròn (C_1) và đường tròn (C_2) tiếp xúc ngoài với nhau

$$\Leftrightarrow IJ = R_1 + R_2 \Leftrightarrow \sqrt{3^2+0^2} = |m|+2 \Leftrightarrow |m|=1 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 46. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\tan \alpha = \sqrt{2}.$

B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

C. $\tan \alpha = \frac{1}{2}.$

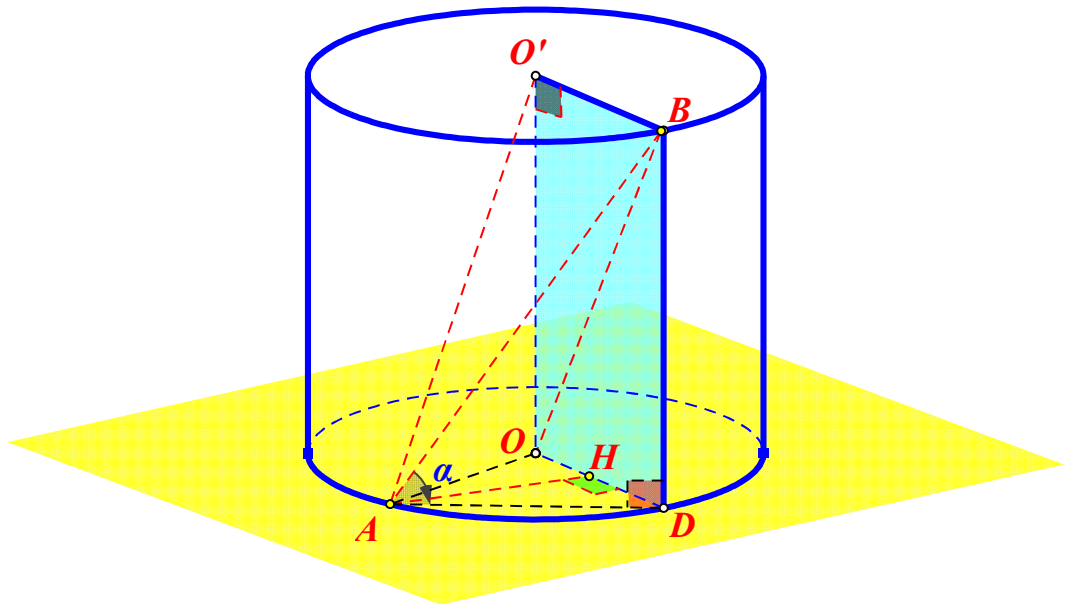
D. $\tan \alpha = 1.$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Việt Hải; Fb: Nguyễn Việt Hải

Chọn B

Cách 1:



Gọi D là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (O) .

Kẻ $AH \perp OD, H \in OD$.

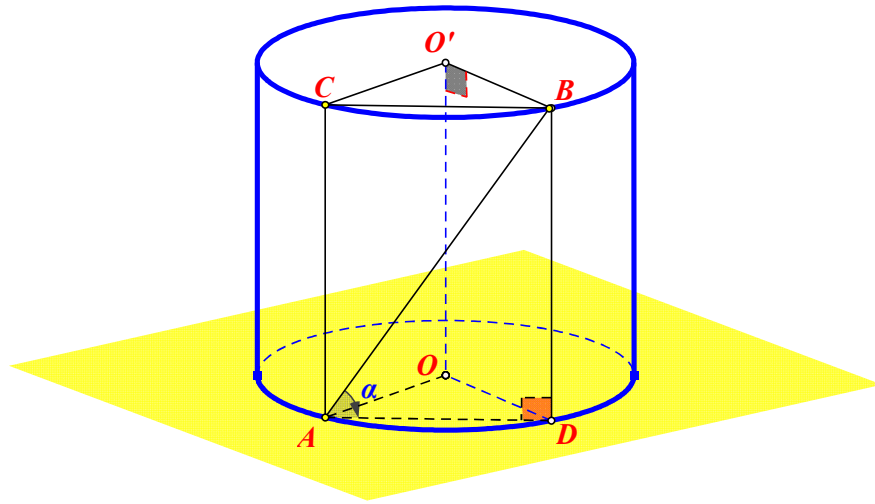
Ta có thể tích của khối chóp $OO'AB$: $V_{OO'AB} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{\triangle OO'B} = \frac{2a^2}{3} \cdot AH \leq \frac{2a^2}{3} \cdot AO = \frac{4a^3}{3}.$

$(V_{OO'AB})_{\max} \Leftrightarrow H \equiv O$. Suy ra $AD = 2\sqrt{2}a$.

Suy ra: $\tan \alpha = \tan \widehat{BAD} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

Cách 2: *Tác giả: Võ Thị Ngọc Ánh; Fb: Võ Ánh*

Nhận xét: Nên thêm giả thiết AB chéo với OO' để tứ diện $OO'AB$ tồn tại.



Gọi D là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng chứa đường tròn (O) .

Gọi C là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng chứa đường tròn (O') .

Ta có $O'CB.OAD$ là một hình lăng trụ đứng.

Ta có thể tích của khối chóp $OO'AB$:

$$V_{OO'AB} = V_{O'BC.OAD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot S_{\triangle OAD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot \sin \widehat{AOD} \leq \frac{4a^3}{3}.$$

$$(V_{O'ABCD})_{\max} \Leftrightarrow \widehat{AOD} = 90^\circ \Leftrightarrow AD = 2\sqrt{2}a.$$

$$\text{Suy ra: } \tan \alpha = \tan \widehat{BAD} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

PHÂN TÍCH VÀ PHÁT TRIỂN CÂU 46: Tác giả: Võ Thị Ngọc Ánh; Fb: Võ Ánh

Câu 46.1. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, D sao cho $AD = 2\sqrt{3}a$; gọi C là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng chứa đường tròn (O') ; trên đường tròn tâm O' lấy điểm B (AB chéo với CD). Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $CDAB$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\tan \alpha = \sqrt{3}.$

B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

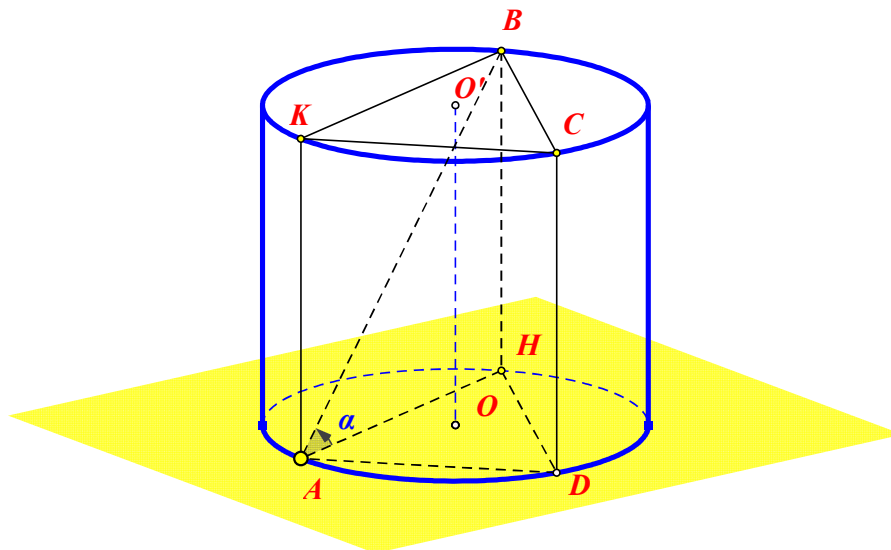
C. $\tan \alpha = 1.$

D. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải

Tác giả: Võ Thị Ngọc Ánh; Fb: Võ Ánh

Chọn D



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng chứa đường tròn (O) .

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng chứa đường tròn (O') .

Ta có $HAD.BKC$ là một hình lăng trụ đứng.

Ta có thể tích của tứ diện $CDAB$ là

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}V_{HAD.BKC} = \frac{1}{3}.2a.S_{\Delta HAD} = \frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.AD.d(H; AD) = \frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.2a\sqrt{3}.d(H; AD).$$

$$(V_{ABCD})_{\max} \Leftrightarrow (d(H; AD))_{\max} \Leftrightarrow H \text{ là điểm chính giữa cung lớn } \widehat{AD} \text{ của đường tròn } (O) \quad (1).$$

Theo định lý sin ta có $\frac{AD}{\sin \widehat{AHD}} = 2.2a \Leftrightarrow \sin \widehat{AHD} = \frac{AD}{4a} = \frac{2\sqrt{3}a}{4a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ nên $\widehat{AHD} = 60^\circ$.

Do đó (1) xảy ra khi $\triangle AHD$ đều $\Leftrightarrow AH = AD = 2\sqrt{3}a$.

Suy ra: $\tan \alpha = \tan \widehat{BAH} = \frac{BH}{AH} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46.2. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , D trên đường tròn tâm O' lấy điểm B , C sao cho $AB \parallel CD$ và AB không cắt OO' . Tính AD để thể tích khối chóp $O'.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $AD = 2\sqrt{2}a$.

B. $AD = 4a$.

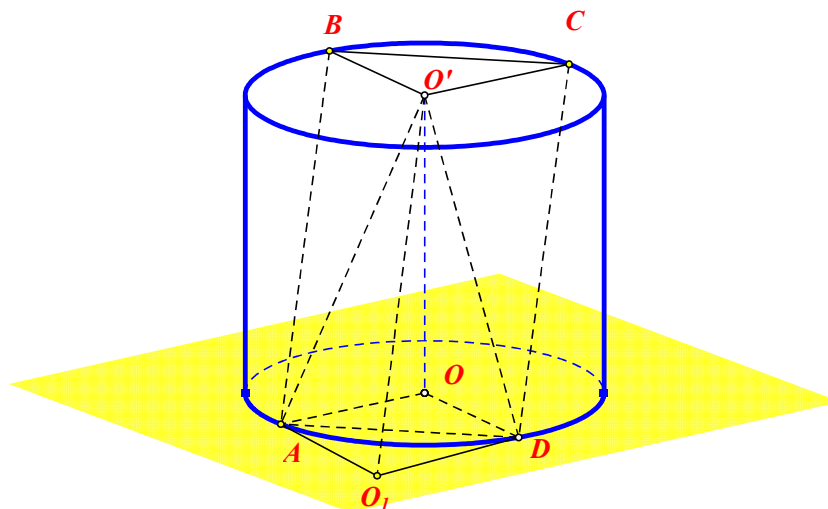
C. $AD = \frac{4\sqrt{3}}{3}a.$

D. $AD = \sqrt{2}a$.

Lời giải

Tác giả: Võ Thị Ngọc Ánh; Fb: Võ Ánh

Chọn A



Kẻ đường thẳng qua O' song song với AB cắt mặt phẳng chứa đường tròn (O) tại O_1 .

Lúc đó $AO_1D.BO_1'C$ là một hình lăng trụ chiều cao bằng $2a$.

Vì $AD = BC$ nên $S_{\Delta BQ'C} = S_{\Delta QAD}$

Ta có thể tích của khối chóp $O'.ABCD$:

$$V_{O'ABCD} = \frac{1}{3}V_{AO_1D.BO'C} = \frac{2}{3}.2a.S_{\triangle BO'C} = \frac{2}{3}.2a.S_{\triangle OAD} = \frac{2}{3}.2a.\frac{1}{2}.2a.2a.\sin \widehat{AOD} \leq \frac{8a^3}{3}.$$

$$(V_{O'ABCD})_{\max} \Leftrightarrow \widehat{AOD} = 90^0 \Leftrightarrow AD = 2\sqrt{2}a.$$

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất

$P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

A. $P_{\min} = 9.$

B. $P_{\min} = 8$.

C. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$.

D. $P_{\min} = \frac{17}{2}.$

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Huỳnh Tấn Trung ; Fb: Nguyễn Huỳnh Tấn Trung.

Chon A.

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (xy) \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2$$

$$\Leftrightarrow x(y-1) \geq y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{y^2}{y-1} \text{ (} \forall i \text{ } x; y > 0 \text{).} \\ y > 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } P = x + 3y \geq \frac{y^2}{y-1} + 3y = 4y + 1 + \frac{1}{y-1}.$$

Xét hàm số: $f(y) = 4y + 1 + \frac{1}{y-1}; y > 1$.

Đạo hàm: $f'(y) = 4 - \frac{1}{(y-1)^2}$.

$$f'(y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2}(n) \\ y = \frac{1}{2}(l) \end{cases}.$$

Bảng biến thiên.

y	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(y)$		0	+
$f(y)$	$+\infty$	9	$+\infty$

BÀI TOÁN TƯƠNG TỰ

Câu 47.1 Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{2019} x + \log_{2019} y \geq \log_{2019} (x^2 + y)$. Gọi $T_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2x + y$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $T_{\min} \in (7; 8)$.

B. $T_{\min} \in (6; 7)$.

C. $T_{\min} \in (5; 6)$.

D. $T_{\min} \in (8; 9)$.

Lời giải.

Tác giả: Nguyễn Huỳnh Tấn Trung ; Fb: Nguyễn Huỳnh Tấn Trung.

Chọn A.

Ta có:

$$\log_{2019} x + \log_{2019} y \geq \log_{2019} (x^2 + y) \Leftrightarrow \log_{2019} xy \geq \log_{2019} (x^2 + y) \Leftrightarrow xy \geq x^2 + y$$

$$\Leftrightarrow y(x-1) \geq x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq \frac{x^2}{x-1} \\ x > 1 \end{cases}$$

Ta có: $T = 2x + y \geq 2x + \frac{x^2}{x-1} = 3x + 1 + \frac{1}{x-1}$.

Xét hàm số: $f(x) = 3x + 1 + \frac{1}{x-1}; x > 1$.

Đạo hàm: $f'(x) = 3 - \frac{1}{(x-1)^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (do } x > 1 \text{)}.$$

Bảng biến thiên.

x	1	$1+\frac{\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		$4+2\sqrt{3}$		$+\infty$

Do đó: $T_{\min} = 4 + 2\sqrt{3}$.

Câu 48. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

A. 0,014.

B. 0,0495.

C. 0,079.

D. 0,055.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trường Giang; Fb: Giang Nguyen

Chọn D

Chọn số tự nhiên có 4 chữ số bất kỳ có: $n(\Omega) = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$ (cách).

Gọi A là biến cố: “Số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$ ”. (*)

Cách 1: Dùng tổ hợp

Nhận xét rằng với 2 số tự nhiên bất kỳ ta có: $m \leq n \Leftrightarrow m < n + 1$.

$$\text{Do đó nếu đặt: } \begin{cases} x = a \\ y = b + 1 \\ z = c + 2 \\ t = d + 3 \end{cases}$$

Từ giả thuyết $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$ ta suy ra: $1 \leq x < y < z < t \leq 12$ (**).

Với mỗi tập con gồm 4 phần tử đôi một khác nhau được lấy ra từ $\{1, 2, \dots, 12\}$ ta đều có được duy nhất một bộ số thỏa mãn (**) và do đó tương ứng ta có duy nhất một bộ số (a, b, c, d) thỏa mãn (*). Số cách chọn tập con thỏa tính chất trên là tổ hợp chập 4 của 12 phần tử, do đó:

$$n(A) = C_{12}^4 = 495.$$

$$\text{Vậy: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{495}{9000} = 0,055.$$

Cách 2: Dùng tổ hợp lặp

Chọn số tự nhiên có 4 chữ số bất kỳ có: $n(\Omega) = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$ (cách).

Mỗi tập con có 4 phần tử được lấy từ tập $\{1, 2, \dots, 9\}$ (trong đó mỗi phần tử có thể được chọn lặp lại nhiều lần) ta xác định được một thứ tự không giảm duy nhất và theo thứ tự đó ta có được một số tự nhiên có dạng $\overline{abcd}$ (trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$). Số tập con thỏa tính chất trên là số tổ hợp lặp chập 4 của 9 phần tử.

Do đó theo công thức tổ hợp lặp ta có: $n(A) = C_{9+4-1}^4 = 495$.

$$\text{Vậy: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{495}{9000} = 0,055.$$

Câu 49. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}?$$

A. 2011.

B. 2018.

C. 2019.

D. 2012.

Lời giải

Tác giả: Lê Hữu Đức; Fb: Le Huu Duc

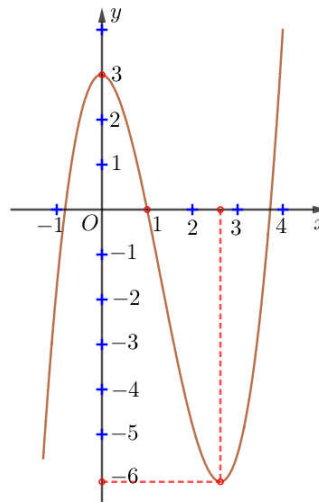
Chọn D

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1 + 3\left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{5}{9}\right)^n + 9^a}} = \sqrt{\frac{1}{9^a}}$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{\frac{1}{9^a}} \leq \frac{1}{2187} \Leftrightarrow 0 < \frac{1}{9^a} \leq \left(\frac{1}{2187}\right)^2 \Leftrightarrow 9^a \geq 4782969 \Leftrightarrow a \geq \log_9 4782969 \Leftrightarrow a \geq 7$$

Kết hợp điều kiện của bài toán ta được $a \in \mathbb{Z}$ và $7 \leq a < 2019$ nên có 2012 giá trị của a

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới. Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.



A. 2.

B. 8.

C. 4.

D. 6.

Lời giải.

Tác giả: Lương Văn Huy; Fb: Lương Văn Huy.

Chọn B.

$$\text{Ta có: } g'(x) = f'(x) f'[f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'[f(x)] = 0 \end{cases} (*).$$

Theo đồ thị hàm số suy ra.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a_1 \end{cases}, \text{ với } 2 < a_1 < 3.$$

$$f'[f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0, (1) \\ f(x) = a_1, (2) \end{cases}.$$

Phương trình (1): $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khác nghiệm phương trình (*).

Phương trình (2): $f(x) = a_1$ có 3 nghiệm phân biệt khác nghiệm phương trình (1) và phương trình (*).

Vậy phương trình ban đầu có 8 nghiệm phân biệt.