



(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

**Câu 1:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2 a^3$ 

- A.  $\frac{1}{3} \log_2 a$       B.  $3 + \log_2 a$       C.  $3 \log_2 a$       D.  $\frac{1}{3} + \log_2 a$

**Câu 2:** Cho  $a$  là số thực tùy ý.  $(a^3)^2$  bằng

- A.  $a$       B.  $a^9$       C.  $a^6$       D.  $a^5$

**Câu 3:** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy 3 và chiều cao 3 là

- A. 3      B. 1      C. 27      D. 9

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |           |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $+\infty$ |           |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$       | $-$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $3$ |           | $-\infty$ |

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A.  $x = -2$       B.  $x = -1$       C.  $x = 0$       D.  $x = 3$

**Câu 5:** Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 1 là

- A.  $\frac{1}{3}$       B. 1      C. 3      D.  $\sqrt{3}$

**Câu 6:** Đường cao của khối chóp có diện tích đáy bằng 2 và thể tích bằng 4 là

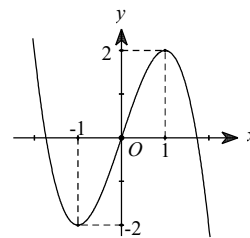
- A. 2      B. 8      C. 6      D. 3

**Câu 7:** Số cách xếp bốn học sinh ngồi vào một bàn dài là

- A. 10      B. 1      C. 4      D. 24

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

- A. -1      B.  $(-1; -2)$   
C.  $(1; 2)$       D. 1

**Câu 9:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 6$ . Công bội của cấp số nhân đó bằng

- A. 2      B.  $\frac{1}{3}$       C. 6      D. 3

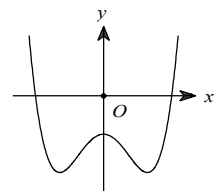
**Câu 10:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

A.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

B.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$

C.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$

D.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$



**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

|         |           |      |     |      |           |
|---------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         | 0    | +   | 0    | -         |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-1$ | $1$ | $-1$ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A.  $(-2; 0)$

B.  $(-1; 1)$

C.  $(-\infty; 0)$

D.  $(0; +\infty)$

**Câu 12:** Cho khối chóp  $S.ABC$ , gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm các cạnh

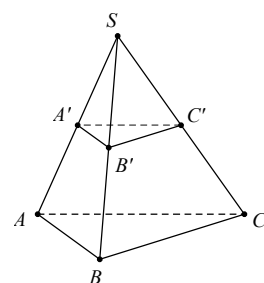
$SA, SB, SC$  (minh họa như hình vẽ bên). Tỷ số  $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$  bằng

A. 8

B. 2

C.  $\frac{1}{8}$

D.  $\frac{1}{2}$



**Câu 13:** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy  $a^2$  và chiều cao  $a$  là

A.  $a^3$

B.  $\frac{a^3}{3}$

C.  $3a^3$

D.  $2a^3$

**Câu 14:** Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  là

A.  $x = -1$

B.  $x = -2$

C.  $x = 2$

D.  $x = 1$

**Câu 15:** Tập xác định của hàm số  $y = x^{-2}$  là

A.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

B.  $\mathbb{R}$

C.  $(-\infty; 0)$

D.  $(0; +\infty)$

**Câu 16:** Hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + 1$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A.  $(-2; 0)$

B.  $(2; +\infty)$

C.  $(0; 2)$

D.  $(-\infty; -2)$

**Câu 17:** Đạo hàm của hàm số  $y = (3x+1)^{\frac{1}{3}}$  là

A.  $\frac{3}{\sqrt[3]{(3x+1)^2}}$

B.  $\frac{1}{\sqrt[3]{3x+1}}$

C.  $\frac{1}{\sqrt[3]{(3x+1)^2}}$

D.  $\frac{1}{3\sqrt[3]{(3x+1)^2}}$

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

|         |           |      |           |           |
|---------|-----------|------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$       | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         | 0    | +         | +         |
| $f(x)$  | $0$       | $1$  | $+\infty$ | $+\infty$ |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3

B. 4

C. 2

D. 1

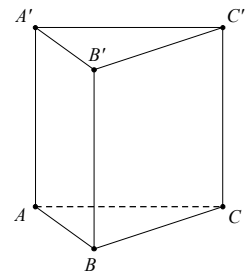
**Câu 19:** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều và có tất cả các cạnh bằng  $a$  (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$



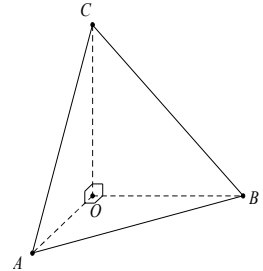
**Câu 20:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB$  và  $OC$  đôi một vuông góc (minh họa như hình vẽ bên). Biết  $OA = OB = OC = a$ , khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  bằng

A.  $\frac{a}{3}$

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C.  $3a$

D.  $a\sqrt{3}$



**Câu 21:** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$  là

A.  $(1; +\infty)$

B.  $(0; +\infty)$

C.  $\mathbb{R}$

D.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

**Câu 22:** Cho số thực dương  $a$ . Biểu thức  $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$  được viết dưới dạng lũy thừa cơ số  $a$  là

A.  $a^{\frac{5}{6}}$

B.  $a^{\frac{6}{5}}$

C.  $a^{\frac{2}{5}}$

D.  $a^{\frac{1}{6}}$

**Câu 23:** Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = -x^3 - 3x$  trên đoạn  $[-2; 0]$  bằng

A. 4

B. -14

C. 14

D. -4

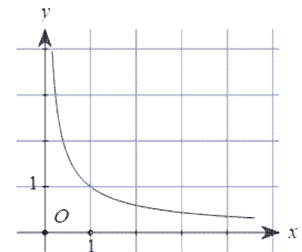
**Câu 24:** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên

A.  $y = x^{\frac{4}{3}}$

B.  $y = x^{-3}$

C.  $y = x^{\frac{3}{4}}$

D.  $y = x^{-\frac{3}{4}}$



**Câu 25:** Cho hai số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a^2b = 9$ . Giá trị của  $2\log_3 a + \log_3 b$  bằng

A. 9

B. 3

C. 1

D. 2

**Câu 26:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2

B. 0

C. 3

D. 1

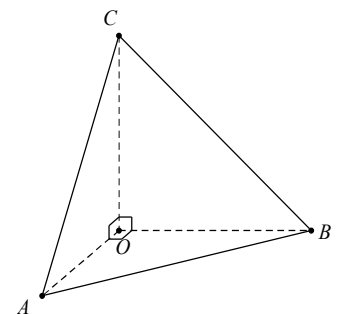
**Câu 27:** Cho khối tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và  $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$  (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối tứ diện là

A.  $2a^3$

B.  $3a^3$

C.  $6a^3$

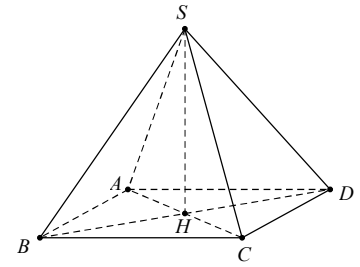
D.  $a^3$



**Câu 28:** Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$  (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$   
C.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

B.  $\frac{a^3}{3}$   
D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$



**Câu 29:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

|         |           |      |     |           |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $+\infty$ |           |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$       | $-$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $2$ |           | $-\infty$ |

Số nghiệm của phương trình  $2f(x) - 5 = 0$  là

A. 2

B. 1

C. 0

D. 3

**Câu 30:** Cho số thực  $a$  thỏa mãn  $9^a + 9^{-a} = 23$ . Giá trị của biểu thức  $\frac{5+3^a+3^{-a}}{1-3^{-a}-3^a}$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $-\frac{5}{2}$

C.  $\frac{3}{2}$

D. 2

**Câu 31:** Gọi  $A, B, C$  là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ . Diện tích của tam giác  $ABC$  bằng

A. 4

B. 2

C.  $\sqrt{10}$

D. 1

**Câu 32:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau :

|         |           |      |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $3$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$       | $+$ |

Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 1)$  là

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

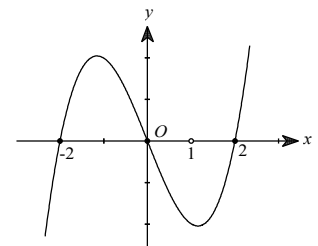
**Câu 33:** Cho hàm số  $f(x)$ . Biết rằng hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(2-2x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A.  $(0;1)$

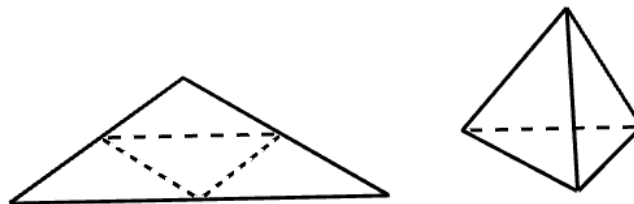
B.  $(-1;0)$

C.  $(-2;0)$

D.  $(0;2)$



**Câu 34:** Từ một miếng bìa cứng có hình tam giác đều cạnh  $a$  người ta gấp theo các đường đứt đoạn như trong hình vẽ dưới đây để được một hình tứ diện đều. Thể tích của khối tứ diện tương ứng với hình tứ diện đó bằng



A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{96}$

B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

**Câu 35:** Cho  $\log_2 15 = a$  và  $\log_5 30 = b$ . Biểu thức  $\log_9 225$  bằng

A.  $\frac{ab}{ab+a+1}$

B.  $\frac{ab}{ab-b-1}$

C.  $\frac{ab}{ab-a-1}$

D.  $\frac{ab}{ab+b+1}$

**Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ . Cạnh bên  $SA = a$  và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $SA, SB, SC, SD$ . Thể tích của khối chóp cắt  $MNPQ.ABCD$  bằng

A.  $\frac{a^3}{6}$

B.  $\frac{7a^3}{24}$

C.  $\frac{a^3}{3}$

D.  $\frac{a^3}{4}$

**Câu 37:** Một hộp chứa 15 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 15, rút ngẫu nhiên ba cái thẻ. Xác suất để rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ bằng

A.  $\frac{8}{65}$

B.  $\frac{32}{65}$

C.  $\frac{16}{65}$

D.  $\frac{24}{65}$

**Câu 38:** Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x^2 - 4x - 8}{(x-2)(x+1)^2}$  là

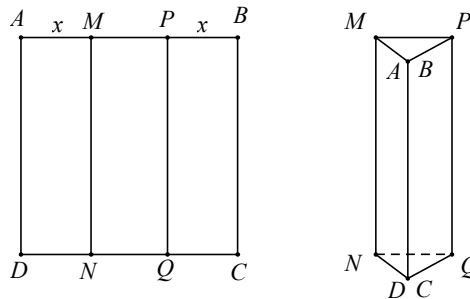
A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

**Câu 39:** Từ một tấm bìa hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng 30cm người ta gấp theo các đoạn  $MN$  và  $PQ$  sao cho  $AD$  và  $BC$  trùng nhau để tạo thành một hình lăng trụ bị khuyết hai đáy như hình minh họa dưới đây :



Để thể tích của khối lăng trụ ứng với hình lăng trụ tạo thành là lớn nhất thì giá trị của  $x$  bằng

A. 8 cm

B. 9 cm

C. 10 cm

D. 5 cm

**Câu 40:** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$  đồng biến trên khoảng  $(-2;1)$  là

A.  $[-\infty;0)$

B.  $(-\infty;-3]$

C.  $[-3;9]$

D.  $[0;9]$

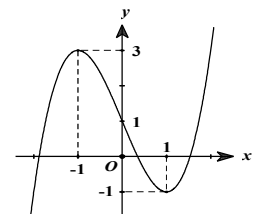
**Câu 41:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ . Trong đó hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình  $g(f(x)) = 0$  là

A. 1

B. 3

C. 6

D. 9



**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AB = a$  và  $AD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

A.  $30^0$

B.  $45^0$

C.  $60^0$

D.  $90^0$

**Câu 43:** Giá trị của tham số  $m$  thuộc khoảng nào dưới đây để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng ?

A.  $(-\infty; -4)$

B.  $(-4; 0)$

C.  $(0; 5)$

D.  $(5; +\infty)$

**Câu 44:** Cho  $\log_8 a + \log_4 b = 4$  và  $\log_4 a^2 + \log_8 b = 5$ . Giá trị của tích  $ab$  bằng

A.  $2^9$

B.  $2^{18}$

C.  $2^3$

D. 2

**Câu 45:** Cho khối lăng trụ có tất cả các cạnh bằng  $a$ , đáy là lục giác đều và góc tạo bởi cạnh bên với mặt đáy là  $60^0$ . Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A.  $\frac{3a^3}{2}$

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

C.  $\frac{27a^3}{8}$

D.  $\frac{9a^3}{4}$

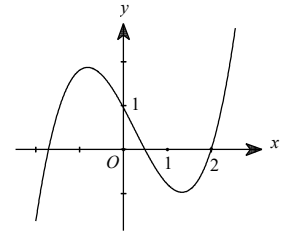
**Câu 46:** Cho hàm số  $f(x)$ , hàm số  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình  $f(\sqrt{x+1}) < \sqrt{x+1} + m$  ( $m$  là tham số thực) nghiệm đúng với mọi  $x \in (-1; 3)$  khi và chỉ khi

A.  $m \leq f(2) - 2$

B.  $m > f(0)$

C.  $m < f(2) - 2$

D.  $m \geq f(0)$



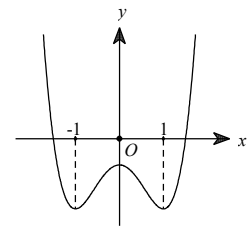
**Câu 47:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Để hàm số  $y = f(ax^2 + bx + 1)$ , với  $a, b \neq 0$  có năm cực trị thì điều kiện cần và đủ là

A.  $4a < b^2 \leq 8a$

B.  $b^2 \leq 4a$

C.  $4a \leq b^2 < 8a$

D.  $b^2 \geq 8a$



**Câu 48:** Cho khối tứ diện  $ABCD$  có  $AB = CD = 5a$ ,  $AC = BD = 6a$ ,  $AD = BC = 7a$ . Thể tích khối tứ diện đó bằng

A.  $a^3\sqrt{95}$

B.  $8a^3\sqrt{95}$

C.  $2a^3\sqrt{95}$

D.  $4a^3\sqrt{95}$

**Câu 49:** Cho khối tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 5$ ,  $CD = \sqrt{10}$ ,  $AC = 2\sqrt{2}$ ,  $BD = 3\sqrt{3}$ ,  $AD = \sqrt{22}$ ,  $BC = \sqrt{13}$ . Thể tích của khối tứ diện đó bằng

A. 20

B. 5

C. 15

D. 10

**Câu 50:** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $a > b > 1$ . Biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = \log_{\frac{a}{b}} a^2 + 3 \log_b \frac{a}{b}$  là một số nguyên dương có hai chữ số, tổng của hai chữ số đó bằng

A. 8

B. 3

C. 1

D. 6

----- HẾT -----

## BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.C  | 2.C  | 3.A  | 4.C  | 5.B  | 6.C  | 7.D  | 8.B  | 9.D  | 10.B |
| 11.A | 12.C | 13.A | 14.D | 15.A | 16.A | 17.C | 18.C | 19.C | 20.B |
| 21.A | 22.A | 23.C | 24.D | 25.D | 26.A | 27.D | 28.D | 29.B | 30.B |
| 31.D | 32.B | 33.A | 34.A | 35.C | 36.B | 37.B | 38.C | 39.C | 40.B |
| 41.C | 42.B | 43.D | 44.A | 45.D | 46.D | 47.A | 48.C | 49.B | 50.D |

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2 a^3$  bằng.

- A.  $\frac{1}{3}\log_2 a$ .      B.  $3 + \log_2 a$ .      C.  $3\log_2 a$ .      D.  $\frac{1}{3} + \log_2 a$ .

Lời giải

**Chọn C**

Với  $a$  là số thực dương tùy ý, ta có  $\log_2 a^3 = 3\log_2 a$

**Câu 2.** Cho  $a$  là số thực tùy ý,  $(a^3)^2$  bằng.

- A.  $a$ .      B.  $a^9$ .      C.  $a^6$ .      D.  $a^5$ .

Lời giải

**Chọn C**

Cho  $a$  là số thực tùy ý, ta có  $(a^3)^2 = a^{3 \cdot 2} = a^6$

**Câu 3.** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy 3 và chiều cao 3 là

- A. 3.      B. 1.      C. 27.      D. 9.

Lời giải

**Chọn A**

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp ta được:  $V = \frac{1}{3}B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 = 3$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$       | $-$ |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-1$ | $3$ | $-\infty$ |     |

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A.  $x = -2$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 0$ .      D.  $x = 3$ .

Lời giải

**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên ta có đạo hàm  $y' = f'(x)$  đổi dấu từ  $(+)$  sang  $(-)$  tại  $x = 0$  nên hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = 0$ .

**Câu 5.** Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 1 là

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B. 1.      C. 3.      D.  $\sqrt{3}$ .

### Lời giải

**Chọn B**

Thể tích của khối lập phương cạnh là  $a$  bằng  $a^3$ .

Nên thể tích của khối lập phương cạnh là 1 bằng  $1^3 = 1$ .

- Câu 6.** Đường cao của khối chóp có diện tích đáy bằng 2 và thể tích bằng 4 là  
**A.** 2.                      **B.** 8.                      **C.** 6.                      **D.** 3.

### Lời giải

**Chọn C**

+ Gọi  $V, S, h$  lần lượt là thể tích, diện tích và chiều cao của khối chóp đã cho.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} S.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{3.4}{2} = 6.$$

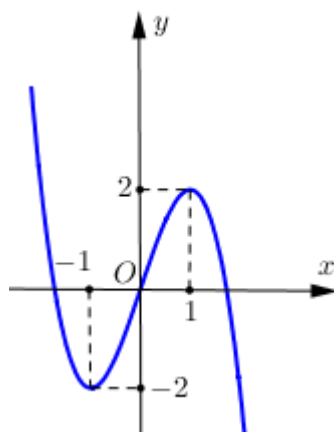
- Câu 7.** Số cách xếp 4 học sinh ngồi vào một bàn dài là  
**A.** 10.                      **B.** 1.                      **C.** 4.                      **D.** 24.

### Lời giải

**Chọn D**

Mỗi cách xếp 4 học sinh ngồi vào một bàn dài, là một phép hoán vị của 4. Nên số các cách xếp 4 học sinh đó theo yêu cầu là  $4! = 24$  (cách).

- Câu 8.** Cho đồ thị hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** -1.                      **B.**  $(-1; -2)$ .                      **C.**  $(1; 2)$ .                      **D.** 1

### Lời giải

**Chọn B**

Dựa vào đồ thị của hàm số ta thấy đồ thị hàm số có điểm cực đại là  $(1; 2)$ , và điểm cực tiểu là  $(-1; -2)$ .

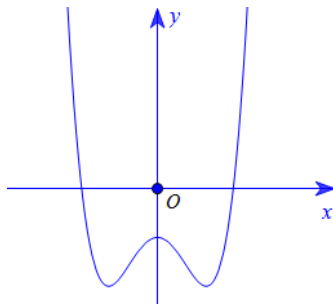
- Câu 9.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$  và  $u_2 = 6$ . Công bội của cấp số nhân đó bằng  
**A.** 2.                      **B.**  $\frac{1}{3}$ .                      **C.** 6.                      **D.** 3.

### Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có } u_2 = u_1.q \Leftrightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 3.$$

- Câu 10.** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A.  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ .    B.  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ .    C.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .    D.  $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ .

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy

+ Đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số  $a > 0$  nên loại đáp án A,D.

+ Hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm có tung độ âm nên nhận đáp án B.

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |      |           |
|---------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$  | $-$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-1$ | $1$ | $-1$ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

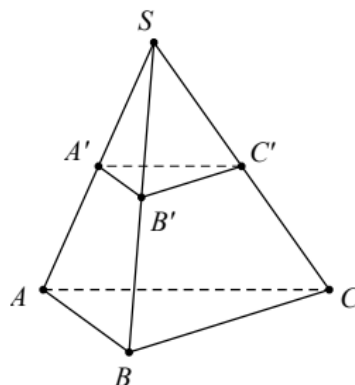
- A.  $(-2; 0)$ .    B.  $(-1; 1)$ .    C.  $(-\infty; 0)$ .    D.  $(0; +\infty)$ .

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-2; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .

**Câu 12.** Cho khối chóp  $S.ABC$ , gọi  $A', B', C'$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $SA, SB, SC$  (minh họa như hình vẽ bên). Tỉ số  $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$  bằng:



- A. 8.    B. 2.    C.  $\frac{1}{8}$ .    D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính tỉ số thể tích hình chóp, ta có:  $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ .

**Câu 13.** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy  $a^2$  và chiều cao  $a$  là

A.  $a^3$ .

B.  $\frac{a^3}{3}$ .

C.  $3a^3$ .

D.  $2a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Thể tích của khối lăng trụ:  $V = S_{\text{day}} \cdot h = a^2 \cdot a = a^3$ .

**Câu 14.** Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  là

A.  $x = -1$ .

B.  $x = -2$ .

C.  $x = 2$ .

D.  $x = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định của hàm số là:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$ . Suy ra  $x = 1$  là phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**Câu 15.** Tập xác định của hàm số  $y = x^{-2}$  là

A.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $(-\infty; 0)$ .

D.  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số  $y = x^{-2}$  xác định khi và chỉ khi  $x \neq 0$ .

Vậy tập xác định của hàm số  $y = x^{-2}$  là  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Câu 16.** Hàm số  $y = x^3 + 3x^2 + 1$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-2; 0)$ .

B.  $(2; +\infty)$ .

C.  $(0; 2)$ .

D.  $(-\infty; -2)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $y' = 3x^2 + 6x$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu  $y'$ :

|      |           |   |      |   |     |   |           |
|------|-----------|---|------|---|-----|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | $-2$ |   | $0$ |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | + | 0    | - | 0   | + |           |

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

**Câu 17.** Đạo hàm của hàm số  $y = (3x+1)^{\frac{1}{3}}$  là

A.  $\frac{3}{\sqrt[3]{(3x+1)^2}}$ .

B.  $\frac{1}{\sqrt[3]{3x+1}}$ .

C.  $\frac{1}{\sqrt[3]{(3x+1)^2}}$ .

D.  $\frac{1}{3\sqrt[3]{(3x+1)^2}}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } y' = \frac{1}{3} \cdot (3x+1)' \cdot (3x+1)^{\frac{1}{3}-1} = (3x+1)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(3x+1)^2}}.$$

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |           |           |
|---------|-----------|------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $2$       | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$       | $+$       |
|         |           |      | $+$       |           |
| $f(x)$  | $0$       |      | $+\infty$ |           |
|         |           | $1$  |           | $+\infty$ |
|         |           |      | $-2$      |           |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

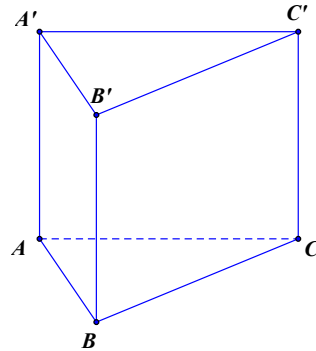
Dựa vào bảng biến thiên ta có

$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty \Rightarrow x = 2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2.

**Câu 19.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều và có tất cả các cạnh bằng  $a$  (minh họa như hình vẽ). Thể tích của khối lăng trụ đã cho là



A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

Lời giải

Chọn C

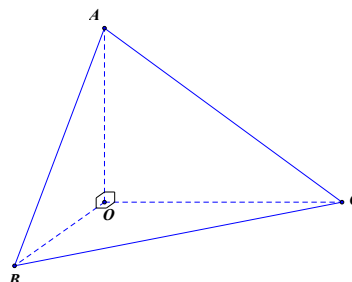
Khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có :

+ Đáy là tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $a$  nên có diện tích đáy:  $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

+ Chiều cao:  $h = AA' = a$ .

Vậy, thể tích của khối lăng trụ đã cho là:  $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 20.** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA$ ,  $OB$  và  $OC$  đôi một vuông góc (minh họa như hình vẽ). Biết  $OA = OB = OC = a$ , khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(ABC)$  bằng



A.  $\frac{a}{3}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $3a$ .

D.  $a\sqrt{3}$ .

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

$$\text{Thể tích khối tứ diện } OABC: V_{OABC} = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{a^3}{6}.$$

$$\Delta OAB = \Delta OAC = \Delta OBC \Rightarrow AB = AC = BC = a\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow \text{Tam giác } ABC \text{ đều có cạnh bằng } a\sqrt{2} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{(a\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có: } V_{OABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot d(O; (ABC)) \Rightarrow d(O; (ABC)) = \frac{3V_{OABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{6}}{\frac{a^2 \sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy, khoảng cách từ điểm } O \text{ đến mặt phẳng } (ABC) \text{ bằng } \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Cách 2:

$$\text{Gọi } H \text{ là chân đường vuông góc hạ từ điểm } O \text{ đến mặt phẳng } (ABC) \Rightarrow d(O; (ABC)) = OH.$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{3}{OA^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy, khoảng cách từ điểm } O \text{ đến mặt phẳng } (ABC) \text{ bằng } \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 21.** Tập xác định của hàm số  $y = (x-1)^{\frac{2}{3}}$  là

A.  $(1; +\infty)$ .

B.  $(0; +\infty)$ .

C.  $\mathbb{R}$ .

D.  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } \frac{2}{3} \notin \mathbb{Z} \text{ nên hàm số xác định } \Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 \text{ hay } x \in (1; +\infty).$$

**Câu 22.** Cho số thực dương  $a$ . Biểu thức  $a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$  được viết dưới dạng lũy thừa cơ số  $a$  là

A.  $a^{\frac{5}{6}}$ .

B.  $a^{\frac{6}{5}}$ .

C.  $a^{\frac{2}{5}}$ .

D.  $a^{\frac{1}{6}}$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}.$$

**Câu 23.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -x^3 - 3x$  trên đoạn  $[-2; 0]$  bằng

A. 4.

B. -14.

C. 14.

D. -4.

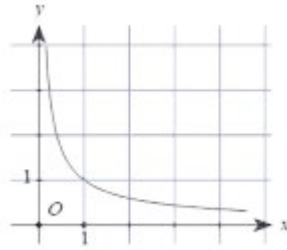
Lời giải

Chọn C

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R}. y' = -3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}, x = 1 \notin [-2; 0].$$

$$\text{Ta có } f(-1) = 4, f(-2) = 14, f(0) = 0 \text{ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng } 14.$$

**Câu 24.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ sau



A.  $y = x^{\frac{4}{3}}$ .

B.  $y = x^{-3}$ .

C.  $y = x^{\frac{3}{4}}$ .

D.  $y = x^{-\frac{3}{4}}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Tập xác định:  $D = (0; +\infty)$ . Theo đồ thị thì hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  nên hàm số đó là  $y = x^{-\frac{3}{4}}$ .

**Câu 25.** Cho hai số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $a^2b = 9$ . Giá trị của  $2\log_3 a + \log_3 b$  bằng

A. 9.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

**Chọn D**

Với  $a$  và  $b$  là hai số thực dương ta có

$$2\log_3 a + \log_3 b = \log_3 a^2 + \log_3 b = \log_3 (a^2b) = \log_3 9 = 2.$$

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

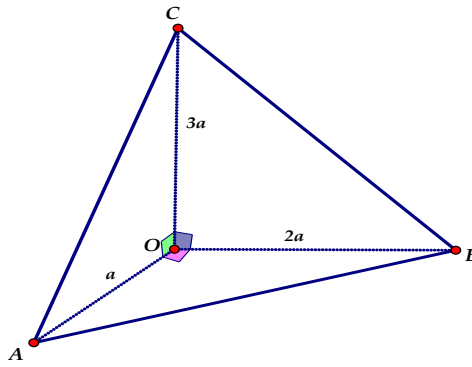
**Chọn A**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

|      |           |   |        |   |        |   |           |
|------|-----------|---|--------|---|--------|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 0      |   | 1      |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | + | 0      | - | 0      | + |           |
| $y$  |           |   | $f(0)$ |   | $f(1)$ |   |           |

Phương trình  $f'(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt,  $f'(x)$  đổi dấu hai lần nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**Câu 27.** Cho khối tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và  $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$  (minh họa như hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối tứ diện là

A.  $2a^3$ .

B.  $3a^3$ .

C.  $6a^3$ .

D.  $a^3$ .

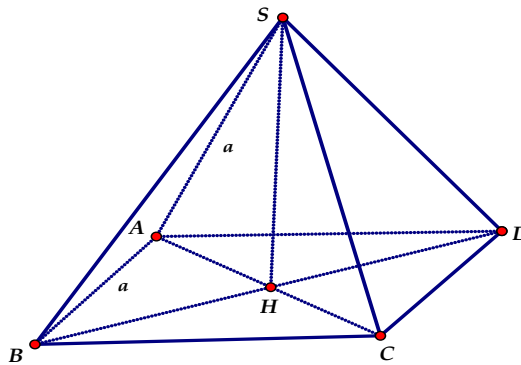
Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $\begin{cases} OC \perp OA \\ OC \perp OB \end{cases} \Rightarrow OC \perp (OAB)$  và  $OA \perp OB$  nên thể tích của tứ diện  $OABC$  là

$$V_{OABC} = \frac{1}{3} OC \cdot S_{\Delta OAB} = \frac{1}{3} \cdot OC \cdot \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{6} \cdot 3a \cdot a \cdot 2a = a^3.$$

**Câu 28.** Cho khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng  $a$  (minh họa như hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A.  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$ .

B.  $\frac{a^3}{3}$ .

C.  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$ .

D.  $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$ .

Lời giải

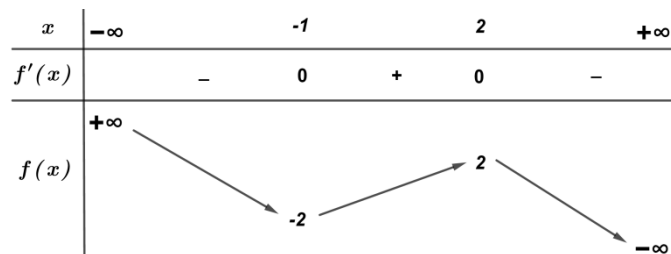
**Chọn D**

Ta có  $SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD}$ .

$$\text{Với } S_{ABCD} = a^2; AH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Thể tích của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}.$$

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:



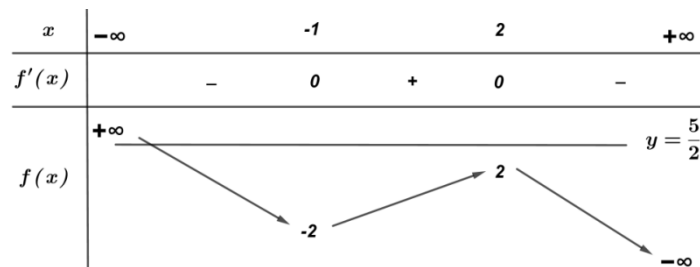
Số nghiệm của phương trình  $2f(x) - 5 = 0$  là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2} > 2.$$



Dựa vào BBT, ta có số nghiệm của phương trình  $2f(x) - 5 = 0$  là 1.

**Câu 30.** Cho số thực  $\alpha$  thỏa mãn  $9^\alpha + 9^{-\alpha} = 23$ . Giá trị của biểu thức  $\frac{5 + 3^\alpha + 3^{-\alpha}}{1 - 3^{-\alpha} - 3^\alpha}$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ . B.  $-\frac{5}{2}$ . C.  $\frac{3}{2}$ . D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 9^\alpha + 9^{-\alpha} = 23 \Leftrightarrow 3^{2\alpha} + 3^{-2\alpha} = 23 \Leftrightarrow (3^\alpha + 3^{-\alpha})^2 - 2 = 23 \Leftrightarrow (3^\alpha + 3^{-\alpha})^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 3^\alpha + 3^{-\alpha} = 5 \text{ (vì } 3^\alpha + 3^{-\alpha} > 0 \text{)}.$$

$$\text{Vậy } \frac{5 + 3^\alpha + 3^{-\alpha}}{1 - 3^{-\alpha} - 3^\alpha} = \frac{5 + 5}{1 - 5} = -\frac{5}{2}.$$

**Câu 31.** Gọi  $A, B, C$  là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 2$ . Diện tích của tam giác  $ABC$  bằng

- A. 4. B. 2. C.  $\sqrt{10}$ . D. 1.

Lời giải

Chọn D

Cách 1.

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = \pm 1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $A(-1;1)$ ,  $B(0;2)$ ,  $C(1;1)$ . Tam giác  $ABC$  cân tại  $B$ , có  $AC = 2$ ,  $H(0;1)$  là trung điểm của  $AC$ ,  $BH = 1$ .

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S = \frac{1}{2} AC.BH = \frac{1}{2}.2.1 = 1$ .

## Cách 2.

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = \pm 1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $A(-1;1)$ ,  $B(0;2)$ ,  $C(1;1)$ .

$$\overrightarrow{AB} = (1;1), \overrightarrow{AC} = (2;0),$$

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S = \frac{1}{2}|1.0 - 2.1| = 1$ .

**Câu 32.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

| $x$     | $-\infty$ |   | $-1$ |   | $3$ |   | $+\infty$ |
|---------|-----------|---|------|---|-----|---|-----------|
| $f'(x)$ |           | + | 0    | - | 0   | + |           |

Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 1)$  là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt  $g(x) = f(x^2 - 1)$ ,  $g'(x) = 2x.f'(x^2 - 1)$

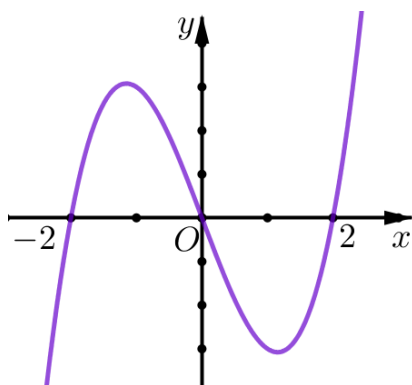
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = -1 \\ x^2 - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu  $g'(x)$ :

| $x$           | $-\infty$ |   | $-2$ |   | $0$ |   | $2$ |   | $+\infty$ |
|---------------|-----------|---|------|---|-----|---|-----|---|-----------|
| $2x$          |           | - |      | - | 0   | + |     | + |           |
| $f'(x^2 - 1)$ |           | + | 0    | - | 0   | - | 0   | + |           |
| $g'(x)$       |           | - | 0    | + | 0   | - | 0   | + |           |

Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số  $y = f(x^2 - 1)$  có 3 điểm cực trị.

**Câu 33.** Cho hàm số  $f(x)$ . Biết rằng hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số  $y = f(2 - 2x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A.  $(0;1)$ .

B.  $(-1;0)$ .

C.  $(-2;0)$ .

D.  $(0;2)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số  $y = g(x) = f(2-2x)$  ta có:  $g'(x) = -2f'(2-2x)$ .

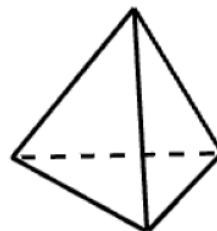
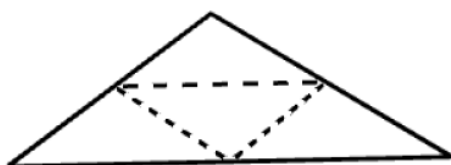
Hàm số  $y = g(x)$  đồng biến

$$\Leftrightarrow g'(x) > 0 \Leftrightarrow -2f'(2-2x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-2x < -2 \\ 0 < 2-2x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 0 < x < 1 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số  $y = g(x)$  đồng biến trên mỗi khoảng  $(0;1)$ ,  $(2;+\infty)$ .

Vậy chọn phương án A.

**Câu 34.** Từ một miếng bìa cứng có hình tam giác đều cạnh  $a$  người ta gấp theo các đường đứt đoạn như trong hình vẽ dưới đây để được một hình tứ diện đều. Thể tích của khối tứ diện tương ứng với hình tứ diện đó bằng



A.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{96}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

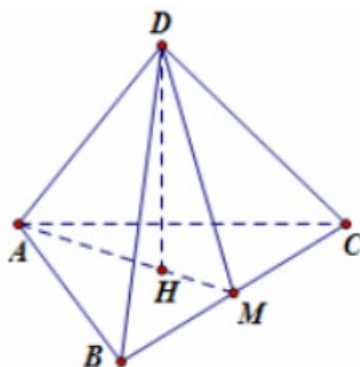
C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Do hình tam giác đều cạnh  $a$  nên hình tứ diện có các cạnh là  $\frac{a}{2}$ .



Xét tứ diện đều  $ABCD$  với  $H$  là tâm của tam giác đều  $ABC$ , suy ra  $DH \perp (ABC)$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ .

$$\text{Ta có } AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\frac{a}{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Xét tam giác } ADH \text{ vuông tại } H \text{ ta có } DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{6a^2}{36} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Vậy thể tích của khối tứ diện đều  $ABCD$  bằng

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot DH = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{48 \cdot 2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{96}.$$

**Câu 35.** Cho  $\log_2 15 = a$  và  $\log_5 30 = b$ . Biểu thức  $\log_9 225$  bằng

**A.**  $\frac{ab}{ab+a+1}.$

**B.**  $\frac{ab}{ab-b-1}.$

**C.**  $\frac{ab}{ab-a-1}.$

**D.**  $\frac{ab}{ab+b+1}.$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } a = \log_2 15 = \log_2 (3 \cdot 5) = \log_2 3 + \log_2 5 = \log_2 5 \cdot \log_5 3 + \log_2 5 = \log_2 5 \cdot (\log_5 3 + 1) \quad (1).$$

$$b = \log_5 30 = \log_5 (2 \cdot 3 \cdot 5) = \log_5 2 + \log_5 3 + 1 \Rightarrow \log_5 2 = b - \log_5 3 - 1. \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } a = \frac{\log_5 3 + 1}{b - \log_5 3 - 1} \Rightarrow a(b - \log_5 3 - 1) = \log_5 3 + 1$$

$$\Leftrightarrow (a+1)\log_5 3 = ab - a - 1 \Leftrightarrow \log_3 5 = \frac{a-1}{ab-a-1}.$$

$$\text{Vậy } \log_9 225 = \log_{3^2} (3^2 \cdot 5^2) = 1 + \log_3 5 = 1 + \frac{a-1}{ab-a-1} = \frac{ab}{ab-a-1}.$$

**Câu 36.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$ . Cạnh bên  $SA = a$  và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $SA, SB, SC, SD$ . Thể tích của khối chóp cắt  $MNPQ.ABCD$  bằng

**A.**  $\frac{a^3}{6}.$

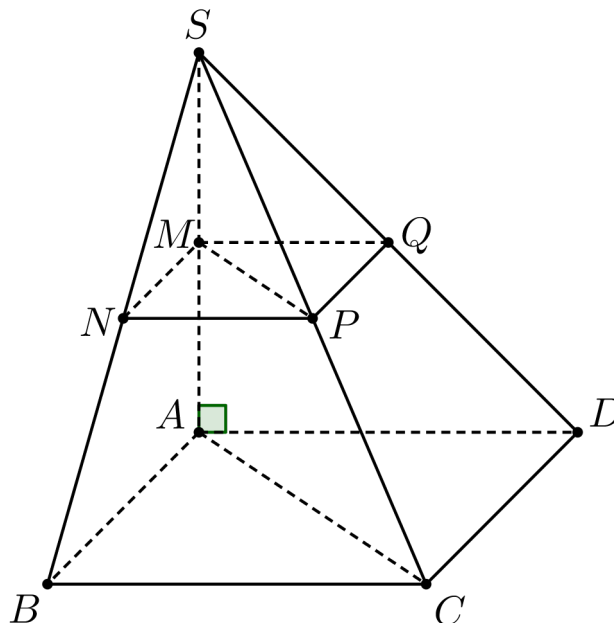
**B.**  $\frac{7a^3}{24}.$

**C.**  $\frac{a^3}{3}.$

**D.**  $\frac{a^3}{4}.$

**Lời giải**

**Chọn B**



$$\text{Ta có } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM.SN.SP}{SA.SB.SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

$$\frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM.SP.SQ}{SA.SC.SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

$$\Rightarrow V_{S.MNPQ} = V_{S.MNP} + V_{S.MPQ} = \frac{1}{8}(V_{S.ABC} + V_{S.ACD}) = \frac{1}{8}V_{S.ABCD}.$$

$$\Rightarrow V_{MNPQ.ABCD} = V_{S.ABCD} - V_{S.MNPQ} = \frac{7}{8}V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Mà } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a.a^2 = \frac{1}{3}a^3.$$

$$\text{Vậy } V_{MNPQ.ABCD} = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{3}a^3 = \frac{7}{24}a^3.$$

**Câu 37.** Một hộp chứa 15 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 15, rút ngẫu nhiên ba cái thẻ. Xác suất để rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ bằng?

- A.  $\frac{8}{65}$ .                      B.  $\frac{32}{65}$ .                      C.  $\frac{16}{65}$ .                      D.  $\frac{24}{65}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Rút ngẫu nhiên ba thẻ từ 15 thẻ được đánh số từ 1 đến 15 nên không gian mẫu có tất cả

$C_{15}^3$  phần tử. Vậy  $n(\Omega) = C_{15}^3$ .

Gọi biến cố  $B$ : “Rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ”.

TH1: Rút được ba thẻ đều ghi số lẻ có  $C_8^3$  (cách).

TH2: Rút được một thẻ ghi số lẻ và hai thẻ ghi số chẵn có  $C_8^1.C_7^2$  (cách).

Do đó  $n(B) = C_8^3 + C_8^1.C_7^2$ .

$$\text{Vậy xác suất } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{C_8^3 + C_8^1.C_7^2}{C_{15}^3} = \frac{32}{65}.$$

**Câu 38.** Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{4x^2 - 4x - 8}{(x-2)(x+1)^2}$  bằng?

- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Viết lại hàm số đã cho dưới dạng } y = \frac{4(x+1)(x-2)}{(x-2)(x+1)^2}.$$

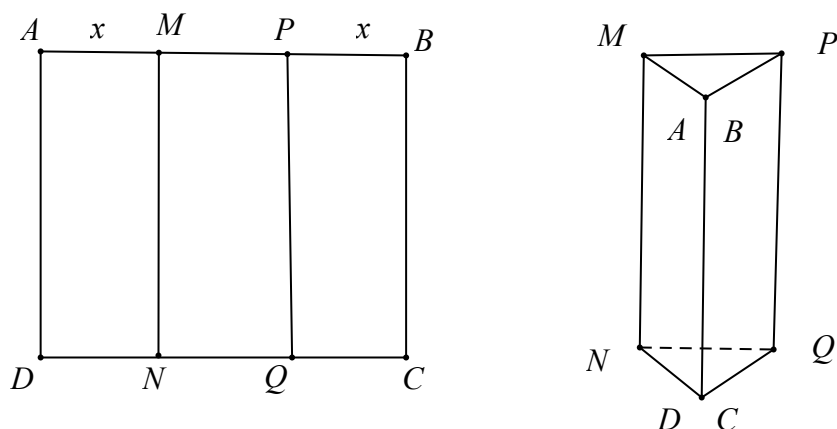
Điều kiện xác định:  $x \neq 2$ ;  $x \neq -1$ .

Khi đó hàm số trở thành:  $y = \frac{4}{x+1}$ .

Do  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{4}{x+1} = +\infty$  nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $x = -1$  làm đường tiệm cận đứng.

Do  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x+1} = 0$  nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $y = 0$  làm đường tiệm cận ngang.

**Câu 39.** Một tấm bìa hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $30\text{ cm}$  người ta gấp theo các đoạn  $MN$  và  $PQ$  sao cho  $AD$  và  $BC$  trùng nhau để tạo thành một hình lăng trụ bị khuyết hai đáy như hình minh họa dưới đây:



Để thể tích của khối lăng trụ tương ứng với hình lăng trụ tạo thành là lớn nhất thì giá trị của  $x$  bằng

A.  $8\text{ cm}$ .

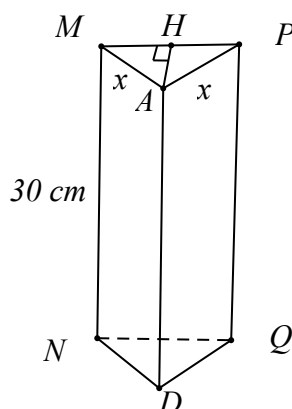
B.  $9\text{ cm}$ .

C.  $10\text{ cm}$ .

D.  $5\text{ cm}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có  $AM = BP = AP = x$  nên tam giác  $AMP$  cân tại  $A$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $MP \Rightarrow AH \perp MP$ .

$$MP = 30 - 2x \Rightarrow MH = 15 - x \Rightarrow AH = \sqrt{x^2 - (15 - x)^2} = \sqrt{30x - 225} \Rightarrow \frac{15}{2} < x < 15$$

$$\text{Diện tích tam giác } AMP : S = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot MP = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{30x - 225} \cdot (30 - 2x).$$

$$\text{Thể tích lăng trụ tạo thành: } V = MN \cdot S_{AMP} = 30 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{30x - 225} \cdot (30 - 2x) = \sqrt{30x - 225} \cdot (450 - 30x)$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{30x - 225} \Rightarrow 0 < t < 15$$

$$450 - 30x = 225 - t^2$$

$$\Rightarrow V = f(t) = t(225 - t^2) = 225t - t^3$$

$$f'(t) = 225 - 3t^2; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{15}{\sqrt{3}}$$

Bảng biến thiên của  $f(t)$ .

Từ bảng biến thiên, ta thấy thể tích khối lăng trụ lớn nhất bằng  $\frac{450}{3\sqrt{3}}$  khi

$$t = \frac{15}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{225}{3} = 30x - 225 \Leftrightarrow 90x = 900 \Leftrightarrow x = 10.$$

**Câu 40.** Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - mx - 4$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 1)$  là

**A.**  $[-\infty; 0)$ .

**B.**  $(-\infty; -3]$ .

**C.**  $[-3; 9]$ .

**D.**  $[0; 9]$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = 3x^2 + 6x - m$

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-2; 1) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-2; 1) \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - m \geq 0, \forall x \in (-2; 1)$ .

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x \geq m, \forall x \in (-2; 1).$$

Xét hàm số  $f(x) = 3x^2 + 6x$  trên khoảng  $(-2; 1)$ .

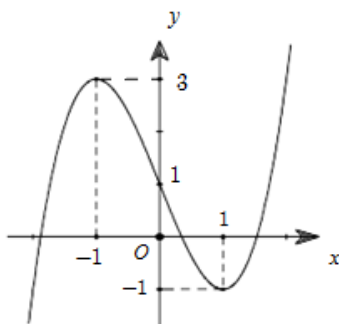
$$f'(x) = 6x + 6; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Bảng biến thiên:

Từ bảng biến thiên, ta thấy  $f(x) \geq m, \forall x \in (-2; 1) \Leftrightarrow \min_{(-2; 1)} f(x) \geq m \Leftrightarrow m \leq -3$

hay  $m \in (-\infty; -3]$ .

**Câu 41.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$ . Trong đó hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình  $g(f(x)) = 0$  là

A. 1.

B. 3.

C. 6.

D. 9.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta xét phương trình:  $g(x) = 0$

$$\Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + 2x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó phương trình } g(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -1 & (1) \\ f(x) = 2 & (2) \\ f(x) = 4 & (3) \end{cases}.$$

Quan sát đồ thị của hàm số  $f(x)$  ta có

- Đường thẳng  $y = -1$  có hai điểm chung với đồ thị hàm số  $f(x)$  nên phương trình (1) có hai nghiệm.
- Đường thẳng  $y = 2$  có ba điểm chung với đồ thị hàm số  $f(x)$  nên phương trình (2) có ba nghiệm.
- Đường thẳng  $y = 4$  có một điểm chung với đồ thị hàm số  $f(x)$  nên phương trình (3) có một nghiệm.

Vậy, phương trình  $g(f(x)) = 0$  có tất cả 6 nghiệm.

**Câu 42.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = a$  và  $AD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

A.  $30^\circ$ .

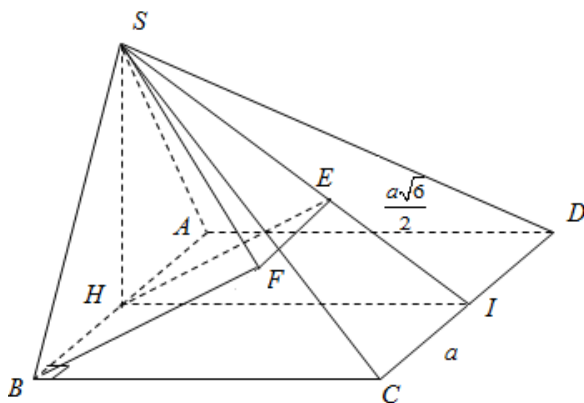
B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $H$  là trung điểm cạnh  $AB \Rightarrow SH \perp AB$  (vì tam giác  $SAB$  đều).

Mặt khác:

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \subset (SAB) \end{cases}$$

Suy ra  $SH \perp (ABCD)$ .

Gọi  $I$  là trung điểm cạnh  $CD$ , ta có:  $\begin{cases} CD \perp HI \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHI) \Rightarrow (SCD) \perp (SHI)$ .

Mà  $(SCD) \cap (SHI) = SI$ .

Gọi  $E$  là hình chiếu của  $H$  trên  $SI \Rightarrow HE \perp (SCD)$ .

Gọi  $F$  là hình chiếu của  $B$  trên  $(SCD) \Rightarrow \begin{cases} BF \parallel HE \\ BF = HE \end{cases}$ .

Khi đó ta có tứ giác  $BHEF$  là hình chữ nhật.

Suy ra góc giữa  $SB$  với mặt phẳng  $(SCD)$  bằng góc  $\widehat{BSF}$ .

Xét trong tam giác vuông  $SHI$ , có:  $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ;  $HI = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ ;

$$\frac{1}{HE^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{HE^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{6a^2} = \frac{2}{a^2} \Leftrightarrow HE = \frac{a\sqrt{2}}{2} = BF.$$

Xét trong tam giác vuông  $SFB$ , có:  $\sin \widehat{BSF} = \frac{BF}{SB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{BSF} = 45^\circ$ .

Vậy, góc giữa  $SB$  với mặt phẳng  $(SCD)$  bằng  $45^\circ$ .

**Câu 43.** Giá trị của tham số  $m$  thuộc khoảng nào dưới đây để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$  cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ lập thành cấp số cộng?

**A.**  $(-\infty; -4)$ .

**B.**  $(-4; 0)$ .

**C.**  $(0; 5)$ .

**D.**  $(5; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm  $x^3 - 3x^2 - 9x + m = 0$  (1).

Giả sử (1) có ba nghiệm  $x_1, x_2, x_3$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng, suy ra  $x_1 + x_3 = 2x_2$  (2).

Theo hệ thức Viet cho phương trình bậc ba ta có  $x_1 + x_2 + x_3 = 3$  (3).

Thay (2) vào (3) ta được  $3x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = 1$ .

Thay  $x_2 = 1$  vào phương trình (1) ta được  $m = 11$ .

Thử lại: thay  $m = 11$  vào phương trình (1) ta được  $x^3 - 3x^2 - 9x + 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 2\sqrt{3} \\ x = 1 \\ x = 1 + 2\sqrt{3} \end{cases}$ .

Suy ra  $m = 11$  là giá trị cần tìm.

**Câu 44.** Cho  $\log_8 a + \log_4 b = 4$  và  $\log_4 a^2 + \log_8 b = 5$ . Giá trị của  $ab$  bằng

A.  $2^9$ .

B.  $2^{18}$ .

C.  $2^3$ .

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Đặt } \begin{cases} x = \log_2 a \\ y = \log_2 b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^x \\ b = 2^y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_8 a + \log_4 b = 4 \\ \log_4 a^2 + \log_8 b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_8 2^x + \log_4 2^y = 4 \\ \log_4 2^{2x} + \log_8 2^y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 4 \\ x + \frac{1}{3}y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } a.b = 2^3.2^6 = 2^9$$

**Câu 45.** Cho khối lăng trụ có tất cả các cạnh bằng  $a$ , đáy là lục giác đều và góc tạo bởi cạnh bên với mặt đáy là  $60^\circ$ . Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A.  $\frac{3a^3}{2}$ .

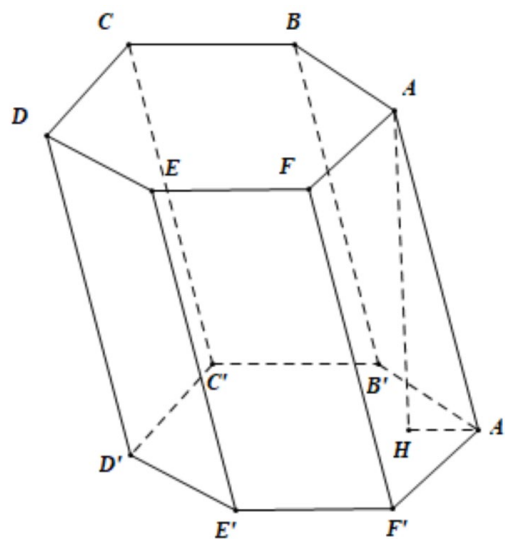
B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $\frac{27a^3}{8}$ .

D.  $\frac{9a^3}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



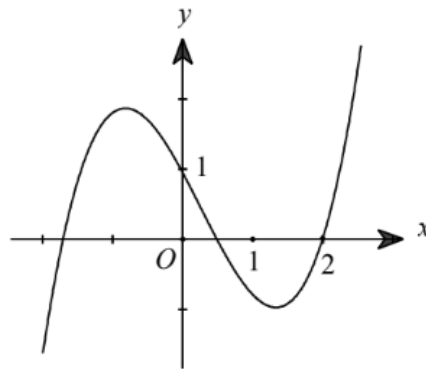
Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên mặt phẳng  $(A'B'C'D'E'F')$ . Suy ra  $\widehat{AA'H} = 60^\circ$ .

Do  $ABCDEF$  là hình lục giác đều nên  $S_{ABCDEF} = 6 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$ .

Xét tam giác  $AHA'$  vuông tại  $H$  có:  $AH = AA' \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Vậy thể tích khối lăng trụ là:  $V = S_{ABCDEF} \cdot AH = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3}{4}$ .

**Câu 46.** Cho hàm số  $f(x)$ , hàm số  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình  $f(\sqrt{x+1}) < \sqrt{x+1} + m$ , ( $m$  là tham số thực) nghiệm đúng với mọi  $x \in (-1; 3)$  khi và chỉ khi



- A.**  $m \leq f(2) - 2$ .      **B.**  $m > f(0)$ .      **C.**  $m < f(2) - 2$ .      **D.**  $m \geq f(0)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Bất phương trình  $f(\sqrt{x+1}) < \sqrt{x+1} + m \Leftrightarrow m > f(\sqrt{x+1}) - \sqrt{x+1}$ .

Đặt  $g(x) = f(\sqrt{x+1}) - \sqrt{x+1}$

$$\Rightarrow g'(x) = (\sqrt{x+1})' \cdot f'(\sqrt{x+1}) - (\sqrt{x+1})' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} [f'(\sqrt{x+1}) - 1].$$

Với  $x \in (-1; 3) \Rightarrow \sqrt{x+1} \in (0; 2)$ .

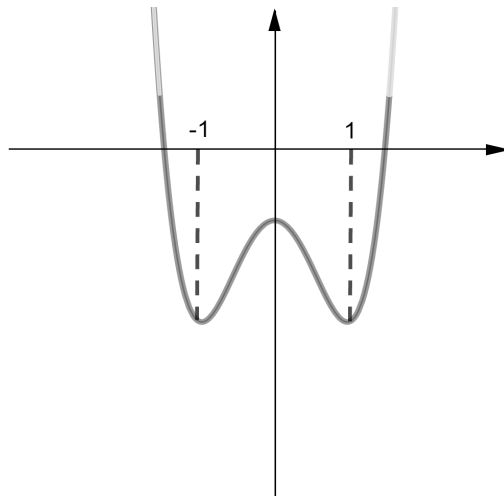
Dựa vào đồ thị ta thấy  $f'(\sqrt{x+1}) < 1, \forall \sqrt{x+1} \in (0; 2)$ . Suy ra  $g'(x) < 0, \forall x \in (-1; 3)$ .

Vậy hàm số  $g(x)$  luôn nghịch biến trên  $(-1; 3) \Rightarrow g(x) < g(-1) = f(0)$  với  $\forall x \in (-1; 3)$ .

Ta có  $m > f(\sqrt{x+1}) - \sqrt{x+1}, \forall x \in (-1; 3) \Leftrightarrow m \geq g(-1) = f(0)$ .

**Câu 47.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Để hàm số  $y = f(ax^2 + bx + 1)$ , với  $a, b \neq 0$  có 5 cực trị thì điều kiện cần và đủ là

- A.**  $4a < b^2 \leq 8a$ .      **B.**  $b^2 \leq 4a$ .  
**C.**  $4a \leq b^2 < 8a$ .      **D.**  $b^2 \geq 8a$ .



Lời giải

Chọn A

Ta có:  $y' = (2ax + b)f'(ax^2 + bx + 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2ax + b = 0 \\ f'(ax^2 + bx + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} \\ ax^2 + bx + 1 = 0 \\ ax^2 + bx + 1 = -1 \\ ax^2 + bx + 1 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} \\ x = 0 \\ x = -\frac{b}{a} \\ ax^2 + bx + 1 = 0 \text{ (1), } \Delta_1 = b^2 - 4a \\ ax^2 + bx + 2 = 0 \text{ (2), } \Delta_2 = b^2 - 8a \end{cases}$$

Ta thấy nếu  $x_0$  là nghiệm của (1) thì không thể là nghiệm của (2) và ngược lại và

$x = 0, x = -\frac{b}{a}$  cũng không là nghiệm của (1) và (2).

Do đó để hàm số có 5 cực trị thì:

TH1: (1) có hai nghiệm phân biệt và (2) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

TH2: (1) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép và (2) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 > 0 \\ \Delta_2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a < b^2 \leq 8a \text{ (3)} \\ 8a < b^2 \leq 4a \text{ (4)} \end{cases} \Leftrightarrow 4a < b^2 \leq 8a$$

(vì (4) vô nghiệm với cả 2 trường hợp  $a > 0$  và  $a < 0$ )

Kết luận:  $4a < b^2 \leq 8a$ .

**Câu 48.** Cho khối tứ diện  $ABCD$  có  $AB = CD = 5a$ ;  $AC = BD = 6a$ ;  $AD - BC = 7a$ . Thể tích khối tứ diện đó bằng

A.  $a^3\sqrt{95}$ .

B.  $8a^3\sqrt{95}$ .

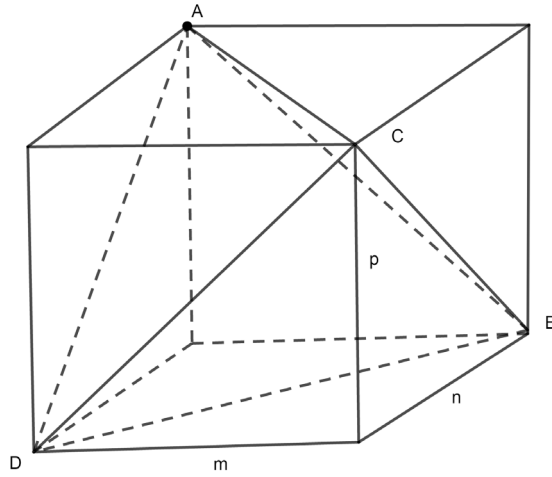
C.  $2a^3\sqrt{95}$ .

D.  $4a^3\sqrt{95}$ .

Lời giải

Chọn C

Gọi  $A, B, C, D$  là bốn đỉnh hình hộp chữ nhật (hh), có các cạnh lần lượt là  $m, n, p$  như hình vẽ.



Suy ra:  $V_{ABCD} = \frac{1}{3}V_{hh} = \frac{1}{3}mnp$

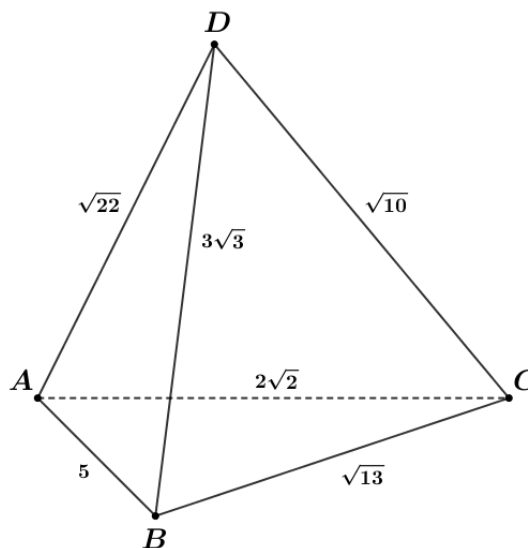
Ta có: 
$$\begin{cases} m^2 + n^2 = (6a)^2 \\ n^2 + p^2 = (7a)^2 \\ p^2 + m^2 = (5a)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 = \frac{(6a)^2 + (5a)^2 - (7a)^2}{2} \\ n^2 = \frac{(6a)^2 + (7a)^2 - (5a)^2}{2} \\ p^2 = \frac{(5a)^2 + (7a)^2 - (6a)^2}{2} \end{cases}$$

Vậy 
$$V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{[(6a)^2 + (5a)^2 - (7a)^2][(6a)^2 + (7a)^2 - (5a)^2][(5a)^2 + (7a)^2 - (6a)^2]} \\ = 2a^3\sqrt{95}$$

- Câu 49.** Cho khối tứ diện  $ABCD$  có  $AB = 5$ ,  $CD = \sqrt{10}$ ,  $AC = 2\sqrt{2}$ ,  $BD = 3\sqrt{3}$ ,  $AD = \sqrt{22}$ ,  $BC = \sqrt{13}$ .  
Thể tích của khối tứ diện đó bằng
- A.** 20.                      **B.** 5.                      **C.** 15.                      **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn B**



Đặt  $DA = a$ ,  $DB = b$ ,  $DC = c$ ,  $\widehat{ADB} = \alpha$ ,  $\widehat{BDC} = \beta$ ,  $\widehat{CDA} = \gamma$ .

Khi đó, thể tích  $V$  của khối tứ diện  $ABCD$  được tính bởi công thức:

$$V = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \gamma}.$$

Áp dụng công thức trên, với:  $a = \sqrt{22}$ ,  $b = 3\sqrt{3}$ ,  $c = \sqrt{10}$ ,  $\cos \alpha = \frac{DA^2 + DB^2 - AB^2}{2DA \cdot DB} = \frac{2\sqrt{66}}{33}$ ,  
 $\cos \beta = \frac{DB^2 + DC^2 - BC^2}{2DB \cdot DC} = \frac{2\sqrt{30}}{15}$ ,  $\cos \gamma = \frac{DC^2 + DA^2 - CA^2}{2DC \cdot DA} = \frac{6\sqrt{55}}{55}$ , ta được  $V = 5$ .

- Câu 50.** Cho  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $a > b > 1$ . Biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_{\frac{a}{b}} a^2 + 3 \log_b \frac{a}{b}$  là một số nguyên dương có hai chữ số. Tổng của hai chữ số đó bằng
- A. 8.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 6.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt  $x = \log_{\frac{a}{b}} a$ ,  $t = \log_{\frac{a}{b}} b$  thì  $x - t = 1 \Leftrightarrow x = t + 1$ . Vì  $a > b > 1$  nên  $t > 0$ .

Khi đó,  $P = 4 \log_{\frac{a}{b}}^2 a + \frac{3}{\log_{\frac{a}{b}} b} = 4x^2 + \frac{3}{t} = 4(t+1)^2 + \frac{3}{t}$ .

• **CÁCH 1:**

Xét hàm số  $f(t) = 4(t+1)^2 + \frac{3}{t}$ ,  $t > 0$ . Ta có:  $f'(t) = 8(t+1) - \frac{3}{t^2} = \frac{8t^3 + 8t^2 - 3}{t^2}$ .

Cho  $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 8t^3 + 8t^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$  (nhận).

Ta được bảng biến thiên của hàm số  $f(t)$  như sau:

|         |           |               |           |           |
|---------|-----------|---------------|-----------|-----------|
| $t$     | 0         | $\frac{1}{2}$ | $+\infty$ |           |
| $f'(t)$ |           | -             | 0         | +         |
| $f(t)$  | $+\infty$ |               | 15        | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta được  $\min P = \min_{(0; +\infty)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 15$ .

• **CÁCH 2:**

$P = 4t^2 + 8t + \frac{3}{t} + 4 = (4t^2 - 4t + 1) + \left(12t + \frac{3}{t}\right) + 3 = (2t-1)^2 + 3\left(4t + \frac{1}{t}\right) + 3$ .

Áp dụng BĐT Cauchy cho hai số dương  $4t$  và  $\frac{1}{t}$ , ta được:  $4t + \frac{1}{t} \geq 2\sqrt{4t \cdot \frac{1}{t}} = 4$ .

Do đó,  $P \geq 15$ .

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow \begin{cases} 2t-1=0 \\ 4t=\frac{1}{t} \\ t>0 \end{cases} \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$ .

Vậy  $\min P = 15$ .

**--- HẾT ---**