

Bài 1: (5,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + 1 + y^2 + xy = 4y \\ x + y - 2 = \frac{y}{x^2 + 1} \end{cases}.$$

2. Tìm giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm:

$$x^6 + 3x^5 + (6-m)x^4 + (7-2m)x^3 + (6-m)x^2 + 3x + 1 = 0.$$

Bài 2: (5,0 điểm)

1. Cho biểu thức: $(x^3 - x - 2)^{2022}$. Tính tổng S của các hệ số của x^{2k+1} với k nguyên dương trong khai triển biểu thức trên.

2. Tìm tất cả các số nguyên dương có 100 chữ số thỏa mãn điều kiện tất cả các chữ số của nó đều là lẻ và hiệu của hai chữ số liên tiếp của số đó bằng 2.

Bài 3: (3,0 điểm)

Dãy số (x_n) được xác định bởi $\begin{cases} x_1 = 4 \\ x_{n+1} = x_n^2 - 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tính: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_{n+1}}{x_1 x_2 x_3 \dots x_n}$.

Bài 4: (5,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp trong đường tròn tâm O . Trên đoạn OA lấy điểm J không trùng với A và O , đường thẳng qua J vuông góc với OA cắt các đường thẳng AB , AC , BC lần lượt tại M , N , Q . Các đường thẳng BN và CM cắt nhau tại K , đường thẳng AK cắt BC tại P . Gọi I là trung điểm BC .

1. Chứng minh tứ giác $MNIP$ nội tiếp.

2. Gọi L là trực tâm của tam giác ABC , H là trực tâm của tam giác AMN . Chứng minh 3 điểm H , K , L thẳng hàng.

Bài 5: (2,0 điểm)

Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2(b+c)}{b\sqrt{b}+2c\sqrt{c}} + \frac{b^2(c+a)}{c\sqrt{c}+2a\sqrt{a}} + \frac{c^2(a+b)}{a\sqrt{a}+2b\sqrt{b}} \geq 2.$$

----- HẾT -----