

Họ và tên thí sinh: Lớp: SBD:

Câu 1. Với $a; b$ là các số thực dương và $m; n$ là các số nguyên, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$.

B. $(a.b)^n = a^n.b^n$.

C. $a^m.a^n = a^{m+n}$.

D. $\log a + \log b = \log a.\log b$.

Lời giải

Chọn D

Câu 2. Cho a là số thực dương, m, n tùy ý. Phát biểu nào sau đây là phát biểu **sai**?

A. $a^m + a^n = a^{m+n}$.

B. $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$.

C. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

D. $(a^m)^n = a^{m.n}$.

Lời giải

Chọn A

$a^m + a^n = a^{m+n}$ lũy thừa không có tính chất này.

Câu 3. Biểu thức $\sqrt{a}\sqrt{a}$, ($a > 0$) được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $a^{\frac{3}{4}}$.

B. $a^{\frac{3}{2}}$.

C. $a^{\frac{1}{2}}$.

D. $a^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt{a}\sqrt{a} = \sqrt{a.a^{\frac{1}{2}}} = \sqrt{a^{\frac{3}{2}}} = a^{\frac{3}{4}}$.

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log x + 10$.

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-10; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định $x > 0$.

Câu 5. Tìm tập xác định D với của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^e$.

A. $D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

B. $D = (0; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$

Vậy $D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Câu 6. So sánh hai số $a = \pi^{2019}$; $\log_3 b = 2019$.

A. $a < b$.

B. $a = b$.

C. $a > b$.

D. không so sánh được.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} a = \pi^{2019}; b = 3^{2019} \\ \pi > 3 \end{cases} \Rightarrow a > b.$

Câu 7. Giải phương trình $\pi^{x-4} = \frac{1}{\pi}.$

A. $x = 5.$

B. $x = 3.$

C. $x = 4 - \pi.$

D. $x = -5$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\pi^{x-4} = \frac{1}{\pi} \Leftrightarrow x - 4 = -1 \Leftrightarrow x = 3.$

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 0.$

A. $S = \{2\}.$

B. $S = \{0\}.$

C. $S = \mathbb{R}.$

D. $S = \emptyset.$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x < 1.$

Phương trình tương đương với $1-x=1 \Leftrightarrow x=0.$

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2(x^2 - x)$ là:

A. $S = \{2\}.$

B. $S = \{0\}.$

C. $S = \{0; 2\}.$

D. $S = \{1; 2\}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > 1.$

Với điều kiện trên ta có:

$$\log_2 x = \log_2(x^2 - x) \Leftrightarrow x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Đối chiếu điều kiện phương trình có tập nghiệm là $S = \{2\}.$

Câu 10. Bất phương trình $2^x > 4$ có tập nghiệm là:

A. $T = (2; +\infty).$

B. $T = (0; 2).$

C. $T = (-\infty; 2).$

D. $T = \emptyset.$

Lời giải

Chọn A

$$2^x > 4 \Leftrightarrow 2^x > 2^2 \Leftrightarrow x > 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $T = (2; +\infty).$

Câu 11. Cho hàm số $y = x^\pi$. Tính $y''(1).$

A. $y''(1) = \ln^2 \pi.$

B. $y''(1) = \pi \ln \pi.$

C. $y''(1) = 0.$

D. $y''(1) = \pi(\pi - 1)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = \pi x^{\pi-1} \Rightarrow y'' = \pi(\pi-1)x^{\pi-2}$ do đó $y''(1) = \pi(\pi-1).$

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x^4 = \log_{\sqrt[4]{2}} x$ là:

A. $\mathbb{R}.$

B. $\emptyset.$

C. $\{4\}.$

D. $(0; +\infty).$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Ta có: $\log_2 x^4 = \log_{\sqrt[4]{2}} x \Leftrightarrow 4 \log_2 x = 4 \log_2 x$ đúng với mọi $x > 0$.

Câu 13. Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$, với $a > 0$.

A. $P = a^5$.

B. $P = a^4$.

C. $P = a$.

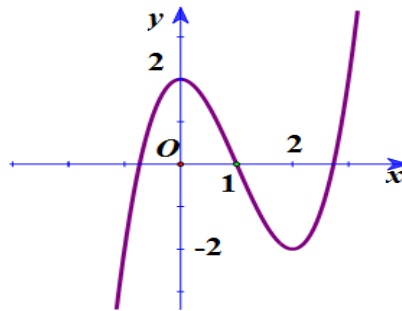
D. $P = a^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^{3+2} = a^5$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2^m$ tại hai điểm phân biệt



A. $m \in (0; 1]$.

B. $m \in [-1; 0]$.

C. $m > 1$.

D. $m < -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $f(x) = 2^m$.

Dựa vào đồ thị ta có để đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 2^m$ tại hai điểm phân biệt khi

$$2^m = 2 \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 15. Phương trình $\log_2^2 x - \log_2(8x) + 3 = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $\log_2^2 x + \log_2 x = 0$.

B. $\log_2^2 x - \log_2 x - 6 = 0$.

C. $\log_2^2 x - \log_2 x = 0$.

D. $\log_2^2 x - \log_2 x + 6 = 0$

Lời giải

Chọn C

Với điều kiện $x > 0$:

$$\log_2^2 x - \log_2(8x) + 3 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - (\log_2 8 + \log_2 x) + 3 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x = 0.$$

Câu 16. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(4 - 2^x) = 2 - x$ là:

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \mathbb{R}$.

C. $S = \{1\}$.

D. $S = (-\infty; 1)$.

Lời giải**Chọn C**

$$\log_2(4-2^x) = 2-x \Rightarrow 4-2^x = 2^{2-x} \Leftrightarrow 4-2^x = \frac{2^2}{2^x} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

So với điều kiện phương trình $S = \{1\}$.

Câu 17. Nghiệm nguyên dương lớn nhất của bất phương trình: $4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $[-1; 2)$. C. $[2; 4)$. D. $[4; +\infty)$.

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Ta có } 4^{x-1} - 2^{x-2} \leq 3 \Leftrightarrow \frac{1}{4} 4^x - \frac{1}{4} 2^x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow 0 < 2^x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 2.$$

Câu 18. Để chuẩn bị tiền sau 3 năm nữa cho con lựa chọn học nghề với các gói học phí như sau: gói 1: 150 triệu đồng, gói 2: 200 triệu đồng, gói 3: 250 triệu đồng, gói 4: 300 triệu đồng. Ông A đã gửi số tiền là 1 tỉ đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8% trên một năm. Hỏi sau 3 năm với số tiền lãi của ông A lĩnh được, con ông A có thể chọn được tối đa bao nhiêu nguyện vọng phù hợp với gói học phí đã nêu?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải**Chọn C**

Ta có: Số tiền ông A nhận được sau 3 năm là: $1000(1+8\%)^3 \approx 1259,712$ triệu đồng.

Tiền lãi sau 3 năm là: $T_l = 1259,712 - 1000 = 259,712$ triệu đồng.

Vậy chọn được tối đa 3 nguyện vọng.

Câu 19. Khi đặt $t = \log_5 x$, $x > 0$ thì bất phương trình $\log_5^2(5x) - 3\log_{\sqrt{5}} x - 5 \leq 0$ trở thành bất phương trình nào sau đây?

- A. $t^2 - 6t - 4 \leq 0$. B. $t^2 - 6t - 5 \leq 0$. C. $t^2 - 4t - 4 \leq 0$. D. $t^2 - 3t - 5 \leq 0$.

Lời giải**Chọn C**

$$\log_5^2(5x) - 3\log_{\sqrt{5}} x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow (\log_5 x + 1)^2 - 6\log_5 x - 5 \leq 0 \Leftrightarrow \log_5^2 x - 4\log_5 x - 4 \leq 0.$$

Với $t = \log_5 x$ bất phương trình trở thành: $t^2 - 4t - 4 \leq 0$.

Câu 20. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $3^x + 3 = m \cdot \sqrt{9^x + 1}$ có đúng 1 nghiệm.

- A. $[1; 3)$. B. $(3; \sqrt{10})$. C. $\{\sqrt{10}\}$. D. $(1; 3] \cup \{\sqrt{10}\}$.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Đặt } t = 3^x, t > 0 \Rightarrow pt \Leftrightarrow t + 3 = m \cdot \sqrt{t^2 + 1} \Leftrightarrow m = \frac{t+3}{\sqrt{t^2+1}} = f(t).$$

$$\text{Có } f'(t) = \frac{1-3t}{(\sqrt{t^2+1})^3} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1-3t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

Ta có bảng biến thiên hàm số $f(t)$ như sau:

t	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
f'(t)	+	0	-
f(t)	3	$\sqrt{10}$	1

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, với $m \in (1; 3] \cup \{\sqrt{10}\}$ thì phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm.

Câu 21. Phương trình $x.2019^{-x} + 3.2019^{-x} = 0$ có tập nghiệm là:

- A.** $S = \{-3\}$. **B.** $S = \{-3; 2019\}$.
C. $S = \{2019\}$. **D.** $S = \{0; -3; 2019\}$.

Lời giải

Chọn A

$$x.2019^{-x} + 3.2019^{-x} = 0 \Leftrightarrow 2019^{-x}(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = -3$$

Câu 22. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2} - \ln x$ trên đoạn $[1; 2]$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số có dạng $a + b \ln a$, với $b \in \mathbb{Q}$ và a là số nguyên tố. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a = -4b$. **B.** $a < b$. **C.** $a^2 + b^2 = 10$. **D.** $a^2 < 9b$.

Lời giải

Chọn A

Xét trên $[1; 2]$ hàm số liên tục.

$$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} - \frac{1}{x}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2} = x^2.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{2} \in [1; 2].$$

$$y(1) = \sqrt{3}; y(2) = \sqrt{6} - \ln 2; y(\sqrt{2}) = 2 - \frac{1}{2} \ln 2.$$

$$\text{Nên } \min_{x \in [1; 2]} y = y(\sqrt{2}) = 2 - \frac{1}{2} \ln 2 \text{ và } \max_{x \in [1; 2]} y = y(2) = \sqrt{6} - \ln 2.$$

Câu 23. Bất phương trình: $\log_2^2 x - 4038 \log_2 x + 2019^2 + x^2 - 2^{2020} x + 2^{4038} \leq 0$ có tập nghiệm là:

- A.** $S = [2^{2019}; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 2020)$. **C.** $S = \{2^{2019}\}$. **D.** $S = (2019; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2^2 x - 4038 \log_2 x + 2019^2 + x^2 - 2^{2020} x + 2^{4038} \leq 0.$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 x - 2019)^2 + (x - 2^{2019})^2 \leq 0 \begin{cases} \log_2 x - 2019 = 0 \\ x - 2^{2019} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2^{2019}.$$

Câu 24. Giá trị biểu thức $\frac{\left(\sqrt{6-2\sqrt{5}}\right)^{2019} \cdot (\sqrt{5}+1)^{2020}}{2^{4036}} = \sqrt{a} + b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a^2 - b^6$.

A. -4071.

B. -4016.

C. 2304.

D. 2019.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } & \frac{\left(\sqrt{6-2\sqrt{5}}\right)^{2019} \cdot (\sqrt{5}+1)^{2020}}{2^{4036}} = \frac{\left[\sqrt{5}-1\right]^{2019} \cdot (\sqrt{5}+1)^{2020}}{2^{4036}} \\ & = \frac{\left[(\sqrt{5}-1) \cdot (\sqrt{5}+1)\right]^{2019} \cdot (\sqrt{5}+1)}{2^{4036}} \\ & = \frac{4^{2019} \cdot (\sqrt{5}+1)}{4^{2018}} = 4(\sqrt{5}+1) = \sqrt{80} + 4\end{aligned}$$

Vậy: $a = 80; b = 4 \Rightarrow a^2 - b^6 = 80^2 - 4^6 = 2304$.

Câu 25. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$ đồng thời tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $3x-4y+m=0$. Tính tổng các giá trị của S .

A. 20.

B. 4.

C. 12.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-4 \geq x^2+y^2+2 \Leftrightarrow 2 \geq (x-2)^2 + (y-2)^2$ (1)

Lại có tồn tại duy nhất cặp sao cho $3x-4y+m=0$.

Suy ra: $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 2 \\ 3x-4y+m=0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Hay đường thẳng tiếp xúc với hình tròn.

$$d_{(I;\Delta)} = \frac{|6-8+m|}{5} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m=12 \\ m=-8 \end{cases}$$

Vậy tổng các giá trị của S là 4.

----- HẾT -----