PHẦN 2

HÌNH HỌC LỚP 10

CHƯƠNG 1. VÉC TƠ

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				Cộng
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
1. Tổng hiệu của hai véc tơ	Câu 1 Câu 2	Câu 3 Câu 4	Câu 5 Câu 6	Câu 7	7 28%
2. Tích của một số với véc tơ	Câu 8	Câu 9 Câu 10	Câu 11 Câu 12	Câu 13 Câu 14	7 28%
3. Tọa độ điểm và tọa độ véc tơ	Câu 15 Câu 16	Câu 17 Câu 18 Câu 19 Câu 20	Câu 21 Câu 22 Câu 23	Câu 24 Câu 25	11 44%
Cộng	5 (20%)	8 (32%)	7 (28%)	5 (20%)	25 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
Chủ đề 1. Hàm số lượng giác	1	NB	Nhận biết hai véc tơ bằng nhau
	2	NB	Nhận biết quy tắc ba điểm
	3	TH	Quy tắc phép trừ véc tơ
	4	TH	Quy tắc hình bình hành
	5	VDT	Tính độ dài vec tơ (tổng hoặc hiệu)
	6	VDT	Tìm đẳng thức vec tơ đúng (hoặc sai)
	7	VDC	Tìm đẳng thức vec tơ đúng (hoặc sai)
Chủ đề 2. Tích của một số với véc tơ	8	NB	Đẳng thức véc tơ liên quan đến trung điểm đoạn thẳng
	9	TH	Đẳng thức véc tơ liên quan đến trọng tâm tam giác
	10	TH	Tìm đẳng thức véc tơ đúng (hoặc sai)

	11	VDT	Phân tích một vec tơ theo hai vec tơ không cùng phương
	12	VDT	Phân tích một vec tơ theo hai vec tơ không cùng phương
	13	VDC	Xác định điểm thỏa mãn hệ thức véc tơ
	14	VDC	Bài toán thực tế hoặc liên môn
Chủ đề 3. Véc tơ và tọa độ	15	NB	Tọa độ vec tơ
	16	NB	Tọa độ véc tơ tổng, hiệu
	17	TH	Tìm tọa độ điểm thỏa điều kiện hình bình hành
	18	TH	Tìm tọa độ véc tơ, tọa độ véc tổng, hiệu, tích của một số với véc tơ
	19	TH	Hai vec tơ cùng phương, không cùng phương
	20	TH	Tọa độ các điểm đặc biệt trong tam giác
	21	VDT	Tìm tọa độ điểm thỏa mãn đẳng thức véc tơ
	22	VDT	Tìm tọa độ véc tơ thỏa mãn đẳng thức véc tơ
	23	VDT	Phân tích một véc tơ theo hai véc tơ
	24	VDC	Tìm tọa độ điểm thỏa mãn điều kiện cho trước
	25	VDC	Bài toán liên quan đến tọa độ điểm

C ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) Hai vec-tơ có giá vuông góc thì cùng phương.

(B) Hai vec-tơ cùng ngược hướng với vectơ thứ ba thì cùng hướng.

(C) Hai vec-tơ cùng phương thì cùng hướng.

D Hai vec-tơ cùng phương thì giá của chúng song song hoặc trùng nhau.

Lời giải.

Mệnh đề đúng là: Hai vectơ cùng phương thì giá của chúng song song hoặc trùng nhau (theo định nghĩa SGK Hình học 10).

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Cho $\vec{u} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$ với 4 điểm bất kì A, B, C, D. Chọn khẳng định đúng?

(A) $\vec{u} = \vec{0}$. (B) $\vec{u} = 2\overrightarrow{DC}$. **C** $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$. (D) $\vec{u} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải.

$\vec{u} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Cho ΔABC bất kì. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$. (B) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. (C) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$. (D) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải.

Đẳng thức "$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$" là đúng.

Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Cho hình bình hành $ABCD$. Tính $\vec{v} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$.

A $\vec{v} = \overrightarrow{DB}$. **B** $\vec{v} = \overrightarrow{BD}$. **C** $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$. **D** $\vec{v} = \overrightarrow{CA}$.

Lời giải.

$\vec{v} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}$, theo quy tắc hình bình hành.

Chọn đáp án B □

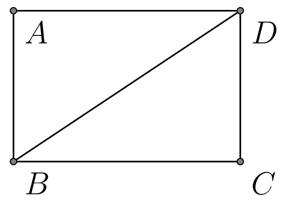
Câu 5. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$.

A $a\sqrt{3}$. **B** $2a$. **C** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D** $3a$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB}$.

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên ta có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$.



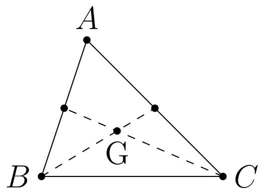
Chọn đáp án B □

Câu 6.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$. **B** $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C $\overrightarrow{AG} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$. **D** $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.



Lời giải.

Gọi M là trung điểm BC. Khi đó $\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Mà $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AM} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho ΔABC. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Hệ thức nào sau đây đúng?

A $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. **B** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}$.

C $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$. **D** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
&\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}\right) = \vec{0}\\
&\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}\right) = \vec{0}\\
&\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}\\
&\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{BC}\\
&\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{BA}
\end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của BC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$. **B** $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$.

C $\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MC}$. **D** $\overrightarrow{AM} = \dfrac{\overrightarrow{BC}}{2}$.

Lời giải.
Vì M là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MC}$.
Chọn đáp án C □

Câu 9. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm và M là trung điểm BC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{GA}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AG}$. C. $\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{BG}+\overrightarrow{CG}$. **D.** $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GM}$.

Lời giải.
Vì M là trung điểm của BC suy ra $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.
Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{MB}\\ \overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{MC}\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\underbrace{\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}_{\vec{0}}+2\overrightarrow{GM}=2\overrightarrow{GM}$.
Chọn đáp án D □

Câu 10. Cho tam giác đều ABC và điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}=2\overrightarrow{IB}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{CI}=\dfrac{\overrightarrow{CA}-2\overrightarrow{CB}}{3}$. B. $\overrightarrow{CI}=\dfrac{\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}}{3}$.

C. $\overrightarrow{CI}=-\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}$. D. $\overrightarrow{CI}=\dfrac{\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}}{-3}$.

Lời giải.
Từ giả thiết $\overrightarrow{IA}=2\overrightarrow{IB}\Rightarrow B$ là trung điểm của $IA\Rightarrow \overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{AB}$.
Lại có $\begin{cases}\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AB}\\ \overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{AB}.\end{cases}$
$\Rightarrow 2\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+3\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+3\left(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA}\right)=-2\overrightarrow{CA}+4\overrightarrow{CB}$
$\Leftrightarrow \overrightarrow{CI}=-\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}$.
Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho tam giác ABC. Hai điểm M, N chia cạnh BC theo ba phần bằng nhau $BM=MN=NC$. Tính $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A. $\overrightarrow{AM}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho hình bình hành $ABCD$. Tính $\overrightarrow{AB}$ theo $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BD}$.

A. $\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AM}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}$.

Lời giải.
Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}$.
Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\\ \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}\end{cases}\Rightarrow 2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}+\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}\right)=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$.
$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.
Chọn đáp án A □

Câu 13. Cho ba điểm A, B, C không thẳng hàng và điểm M thỏa mãn đẳng thức véc-tơ $\overrightarrow{MA}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}$. Tính giá trị biểu thức $P=x+y$.

(A) $P=0$. **(B)** $P=2$. (C) $P=-2$. (D) $P=3$.

Lời giải.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương nên tồn tại các số thực x, y sao cho

$$\begin{aligned}
& \overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC},\ \forall M\\
\Leftrightarrow\ & \overrightarrow{AM}=x\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}\right)+y\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MC}\right)\\
\Leftrightarrow\ & (1-x-y)\,\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}\\
\Leftrightarrow\ & (x+y-1)\,\overrightarrow{MA}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}.
\end{aligned}$$

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{MA}=x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}$ suy ra $x+y-1=1\Leftrightarrow x+y=2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Cho hình chữ nhật $ABCD$ và I là giao điểm của hai đường chéo. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$ là

(A) trung trực của đoạn thẳng AB.

(B) trung trực của đoạn thẳng AD.

(C) đường tròn tâm I, bán kính $\dfrac{AC}{2}$.

(D) đường tròn tâm I, bán kính $\dfrac{AB+BC}{2}$.

Lời giải.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD.

Khi đó $\begin{cases}\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{ME}\\ \overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{MF}\end{cases},\ \forall M.$

Do đó $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|\Leftrightarrow 2\left|\overrightarrow{ME}\right|=2\left|\overrightarrow{MF}\right|\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{ME}\right|=\left|\overrightarrow{MF}\right|$. $(*)$

Vì E, F là hai điểm cố định nên từ đẳng thức $(*)$ suy ra tập hợp các điểm M là trung trực của đoạn thẳng EF hay chính là trung trực của đoạn thẳng AD.

Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Cho $\vec{a}=(2;-4)$, $\vec{b}=(-5;3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}$.

(A) $\vec{u}=(7;-7)$. **(B)** $\vec{u}=(9;-11)$. (C) $\vec{u}=(9;-5)$. (D) $\vec{u}=(-1;5)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}2\vec{a}=(4;-8)\\ -\vec{b}=(5;-3)\end{cases}\Rightarrow\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}=(4+5;-8-3)=(9;-11).$

Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;3)$, $B(-1;2)$, $C(-2;1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

(A) $(-5;-3)$. **(B)** $(1;1)$. (C) $(-1;2)$. (D) $(-1;1)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-2;-1)\\ \overrightarrow{AC}=(-3;-2)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=(-2-(-3);-1-(-2))=(1;1).$

Chọn đáp án (B) □

Câu 17. Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

(A) $D(4;3)$. (B) $D(3;4)$. **(C)** $D(4;4)$. (D) $D(8;6)$.

Lời giải.

Gọi $D(x;y)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;1)$, $\overrightarrow{DC}=(6-x;5-y)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}2=6-x\\ 1=5-y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\ y=4\end{cases}\Rightarrow D(4;4).$

Chọn đáp án (C) □

Câu 18. Trong hệ trục tọa độ $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$, tọa độ của véc-tơ $\vec{i}+\vec{j}$ là

(A) $(0;1)$. (B) $(1;-1)$. (C) $(-1;1)$. **D** $(1;1)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\vec{i}=(1;0)\\ \vec{j}=(0;1)\end{cases} \Rightarrow \vec{i}+\vec{j}=(1;1)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 19. Cho $\vec{a}=(-5;0)$, $\vec{b}=(4;x)$. Tìm x để hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương.

(A) $x=-5$. (B) $x=4$. **C** $x=0$. (D) $x=-1$.

Lời giải.

Hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow -5\cdot x=0\cdot 4 \Rightarrow x=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(6;1)$, $B(-3;5)$ và trọng tâm $G(-1;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C.

(A) $C(6;-3)$. (B) $C(-6;3)$. **C** $C(-6;-3)$. (D) $C(-3;6)$.

Lời giải.

Gọi $C(x;y)$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases}\dfrac{6+(-3)+x}{3}=-1\\ \dfrac{1+5+y}{3}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-6\\ y=-3.\end{cases}$

Chọn đáp án (C) □

Câu 21. Cho $A(1;-2), B(0;4)$ và $C(3;2)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$.

A $M(-5;2)$. (B) $M(-8;0)$. (C) $M(8;0)$. (D) $M(-11;2)$.

Lời giải.

Giả sử $M(x;y)$. Ta có $\overrightarrow{CM}=(x-3;y-2), \overrightarrow{AB}=(-1;6), \overrightarrow{AC}=(2;4)$.

Suy ra $2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}=(-8;0)$. Do đó

$$\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases}x-3=-8\\ y-2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-5\\ y=2.\end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(3;2)$, $B(1;5)$ và điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}=(-10;1)$. Khi đó giá trị của $x+y$ là

(A) -1. (B) 1. (C) -7. **D** 7.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MA}=(3-x;2-y)$, $\overrightarrow{MB}=(1-x;5-y)$. Ta có

$$2\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}=(-10;1) \Leftrightarrow \begin{cases}2(3-x)+5(1-x)=-10\\ 2(2-y)+5(5-y)=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\ y=4.\end{cases}$$

Khi đó $x+y=7$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=(3;-7)$, $\vec{b}=(-5;4)$, $\vec{c}=(1;2)$. Hãy biểu diễn $\vec{a}$ theo $\vec{b}$ và $\vec{c}$.

A $\vec{a}=-\dfrac{13}{14}\vec{b}-\dfrac{23}{14}\vec{c}$. (B) $\vec{a}=\dfrac{13}{14}\vec{b}-\dfrac{23}{14}\vec{c}$.

(C) $\vec{a} = -\dfrac{23}{14}\vec{b} - \dfrac{13}{14}\vec{c}$.

(D) $\vec{a} = -\dfrac{13}{14}\vec{b} - \dfrac{13}{14}\vec{c}$.

Lời giải.

Giả sử $\vec{a} = x\vec{b} + y\vec{c}$. Ta có

$$\begin{cases} -5x + y = 3 \\ 4x + 2y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{13}{14} \\ y = -\dfrac{23}{14}. \end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCF$ có $A(-4;1)$, $B(2;4)$, $C(2;-2)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn FB sao cho $2FM = 3MB$. Tính tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{MB}$.

A $\overrightarrow{MB} = \left(\dfrac{12}{5};\dfrac{18}{5}\right)$.

(B) $\overrightarrow{MB} = \left(-\dfrac{12}{5};-\dfrac{18}{5}\right)$.

(C) $\overrightarrow{MB} = (2;-2)$.

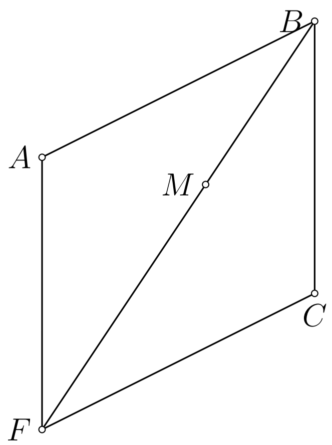
(D) $\overrightarrow{MB} = (2;2)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-6;-3), \overrightarrow{BC} = (0;-6)$.

Từ giả thiết có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MB} &= -\frac{2}{5}\overrightarrow{BF} \\ &= -\frac{2}{5}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right) \\ &= -\frac{2}{5}(-6+0;-3-6) \\ &= \left(\frac{12}{5};\frac{18}{5}\right). \end{aligned}$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(1+2t;1+3t)$ với $t \in \mathbb{R}$. Tìm tọa độ của điểm M khi $x_M^2 + y_M^2$ nhỏ nhất.

(A) $M\left(-\dfrac{5}{13};-\dfrac{5}{13}\right)$.

(B) $M\left(\dfrac{1}{13};\dfrac{2}{13}\right)$.

C $M\left(\dfrac{3}{13};-\dfrac{2}{13}\right)$.

(D) $M\left(-\dfrac{3}{13};\dfrac{5}{13}\right)$.

Lời giải.

Ta có $x_M^2 + y_M^2 = (1+2t)^2 + (1+3t)^2 = 13t^2 + 10t + 2 = 13\left(t + \dfrac{5}{13}\right)^2 + \dfrac{1}{13} \geq \dfrac{1}{13}$.

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow t = -\dfrac{5}{13}$. Với $t = -\dfrac{5}{13} \Rightarrow M\left(\dfrac{3}{13};-\dfrac{2}{13}\right)$.

Vậy với $M\left(\dfrac{3}{13};-\dfrac{2}{13}\right)$ thì $x_M^2 + y_M^2$ nhỏ nhất.

Chọn đáp án (C) □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. A	4. B	5. B	6. B	7. C	8. C	9. D	10. C
11. A	12. A	13. B	14. B	15. B	16. B	17. C	18. D	19. C	20. C
21. A	22. D	23. A	24. A	25. C					

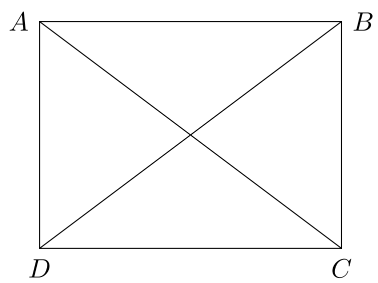
Đề số 2

Câu 1. Cho $ABCD$ là hình chữ nhật. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **B** $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$. (C) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$. (D) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$.

Lời giải.

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên ta có $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ vì chúng cùng hướng và cùng độ dài.



Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Cho ba điểm A, B, C bất kỳ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$. (B) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. (C) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$. (D) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$.

Lời giải.

Áp dụng qui tắc ba điểm ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$.
Khẳng định $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$ là không có cơ sở.
Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Cho ba điểm M, N, P bất kỳ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{PM}$. (B) $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{NP}$.
(C) $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}$. **D** $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{MP}$.

Lời giải.

Với ba điểm M, N, P bất kỳ ta có $\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Cho $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó

(A) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$. (B) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$. (C) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}=\vec{0}$. **D** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DA}$.

Lời giải.

Với $ABCD$ là hình bình hành ta có $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DA}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ là luôn đúng.
Chọn đáp án (D) □

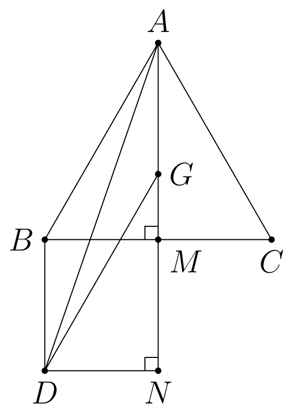
Câu 5. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a, trọng tâm G. Độ dài véc-tơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AG}$ bằng

(A) $\dfrac{2a\sqrt{7}}{6}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{15}}{6}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải.

Dựng hình bình hành $AGDB$, theo qui tắc hình bình hành ta có:

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AD}.$$



Gọi M là trung điểm của BC. Dựng $DN\perp AM$ tại N, suy ra tứ giác $BDNM$ là hình chữ nhật $\Rightarrow MN=BD=AG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, $DN=BM=\dfrac{a}{2}$.
Tam giác AND vuông tại N, có :

$AN=AM+MN=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}+\dfrac{a\sqrt{3}}{3}=\dfrac{5a\sqrt{3}}{6}$

$\Rightarrow AD=\sqrt{AN^2+ND^2}=\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.

Vậy $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AG}\right|=\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 6. Cho 5 điểm A, B, C, D, I bất kỳ. Chọn khẳng định đúng.

(A) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{ID}$.
(B) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{ID}$.
(C) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DI}$.
(D) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{ID}$.

Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$.
Mà $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{ID}$ nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{ID}$.
Do đó $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{IA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{ID}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 7. Cho tứ giác $ABCD$. Xét các khẳng định sau

(I): $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$
(II): $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}$
(III): $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CD}$
(IV): $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$

Tìm số khẳng định đúng.

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.
Ta có:

- $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$. Vậy (I) đúng.
- $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}\neq\overrightarrow{CA}$. Vậy (II) sai.
- $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DB}$, luôn đúng. Vậy (III) đúng.
- $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CB}$, vô lí. Vậy (IV) sai.

Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Cho I là trung điểm của AB và điểm M bất kỳ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

(A) $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{AI}$.
(B) $\overrightarrow{AB}=-2\overrightarrow{IA}$.
(C) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$.
(D) $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=2\overrightarrow{IM}$.

Lời giải.
Vì I là trung điểm của AB nên ta có các kết quả: $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AI}=-2\overrightarrow{IA}$; $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$; $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}=-\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)=-2\overrightarrow{MI}=2\overrightarrow{IM}$; $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{BA}=2\overrightarrow{IA}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Cho G là trọng tâm tam giác ABC, gọi I là trung điểm của BC. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

(A) $\overrightarrow{GA}=2\overrightarrow{GI}$. (B) $\overrightarrow{IG}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$. (C) $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GI}$. (D) $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GA}$.

Lời giải.
Áp dụng quy tắc trung điểm: vì I là trung điểm của BC nên $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=2\overrightarrow{GI}$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Cho hình bình hành $ABCD$, tâm O, gọi G là trọng tâm tam giác ABD. Tìm mệnh đề **sai**:

(A) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$. (B) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$. (C) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{BO}$. (D) $\overrightarrow{GO}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$.

Lời giải.

- Xét phương án $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$
  Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ đúng theo qui tắc hình bình hành, nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ đúng.

- Xét phương án $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$
  Ta có $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$, mà $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AG}$ nên $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$ đúng.
- Xét phương án $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{BO}$
  Ta có $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$, mà $\overrightarrow{DB}$ và $\overrightarrow{BO}$ là hai véc-tơ ngược hướng nên $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{BO}$ sai.
- Xét phương án $\overrightarrow{GO}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OC}$
  Ta có G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GO}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AO}$ mà $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{OC}$, vậy phương án $\overrightarrow{GO}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OC}$ đúng.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho tam giác ABC. Gọi I là điểm thỏa điều kiên $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Biểu thị vec-tơ $\overrightarrow{AI}$ theo hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là

A $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

B $\overrightarrow{AI}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

C $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

D $\overrightarrow{AI}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải.
Từ $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ ta suy ra

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{IA}+2\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AB}\right)+3\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AC}\right)=\vec{0}\\ \Leftrightarrow\ &6\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}=\vec{0}\\ \Leftrightarrow\ &\overrightarrow{AI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho tứ giác $ABCD$, trên cạnh AB, CD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho $3\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}$ và $3\overrightarrow{DN}=2\overrightarrow{DC}$. Biểu diễn véc-tơ $\overrightarrow{MN}$ theo hai véc-tơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$.

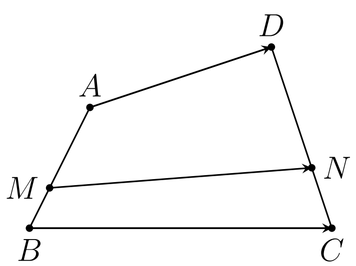
A $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

B $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

C $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

D $\overrightarrow{MN}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AD}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Lời giải.



Ta có $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}$

$$\begin{aligned}&=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}\\&=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}\right)+\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}\right)\\&=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\\&=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}.\end{aligned}$$

Vậy $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho tam giác ABC, trọng tâm G, gọi I là trung điểm BC, M là điểm thoả mãn: $2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$. Khi đó, tập hợp điểm M là

A Đường trung trực của BC.

B Đường tròn tâm G, bán kính BC.

C Đường trung trực của IG.

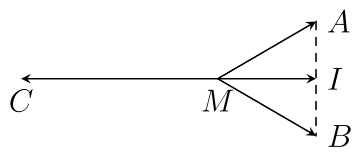
D Đường tròn tâm I, bán kính BC.

Lời giải.
Ta có $2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = 3\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$
$\Leftrightarrow 2\left|3\overrightarrow{MG}\right| = 3\left|2\overrightarrow{MI}\right| \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{MG}\right| = \left|\overrightarrow{MI}\right| \Leftrightarrow MG = MI.$
Vậy tập hợp điểm M thoả hệ thức trên là đường trung trực của IG.
Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho ba lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và làm vật đứng yên. Cho biết cường độ lực $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ đều là 100 N và $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Tìm cường độ và hướng của lực $\overrightarrow{F_3}$.

A. $|\overrightarrow{F_3}| = 100\sqrt{3}$ N và ngược hướng với tia phân giác góc M của tam giác AMB .
B. $|\overrightarrow{F_3}| = 100$ N và cùng hướng với tia phân giác góc M của tam giác AMB .
C. $|\overrightarrow{F_3}| = 200$ N và cùng hướng với véc-tơ $\overrightarrow{AB}$.
D. $|\overrightarrow{F_3}| = 100\sqrt{2}$ N và cùng hướng với véc-tơ $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải.



Gọi I là trung điểm của AB. Khi đó, MI là tia phân giác trong góc M của tam giác AMB. Do tam giác AMB đều cạnh bằng 100 nên $MI = \dfrac{100\sqrt{3}}{2}$.
Vì vật đứng yên nên $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MI}$.
Suy ra: $\overrightarrow{MC}$ và $\overrightarrow{MI}$ ngược hướng, đồng thời $\left|\overrightarrow{MC}\right| = 2\left|\overrightarrow{MI}\right| \Leftrightarrow MC = 2MI \Leftrightarrow MC = 100\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(2;4)$ và $B(4;-1)$. Khi đó, tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB} = (-2;5)$. B. $\overrightarrow{AB} = (6;3)$. C. $\overrightarrow{AB} = (2;5)$. D. $\overrightarrow{AB} = (2;-5)$.

Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (2;-5)$.
Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho $\vec{a} = (3;-4)$, $\vec{b} = (-1;2)$. Tọa độ của $\vec{a} + \vec{b}$ là

A. $(2;-2)$. B. $(-3;-8)$. C. $(4;-6)$. D. $(-4;6)$.

Lời giải.
Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (3-1;-4+2) = (2;-2)$.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$, $B(0;4)$, $C(5;-4)$. Toạ độ đỉnh D là

A. $(3;-5)$. B. $(3;7)$. C. $(3;\sqrt{2})$. D. $(\sqrt{7};2)$.

Lời giải.
$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = 5 - 0 \\ y_D - 3 = -4 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -5 \end{cases} \Rightarrow D(3;-5)$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $N(5;-3)$, $P(1;0)$ và M tùy ý. Khi đó $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP}$ có tọa độ là

A $(4;3)$. **B** $(-4;1)$. **C** $(4;-3)$. **D** $(-4;3)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{MN}-\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{PN}=(4;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Biết rằng hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Tìm giá trị của x sao cho hai véc-tơ $2\vec{a}-3\vec{b}$ và $\vec{a}+(x-1)\vec{b}$ cùng phương.

A $\frac{1}{2}$. **B** $-\frac{3}{2}$. **C** $-\frac{1}{2}$. **D** $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Do hai véc-tơ $2\vec{a}-3\vec{b}$ và $\vec{a}+(x-1)\vec{b}$ cùng phương nên

$$\begin{aligned} & 2\vec{a}-3\vec{b}=k\left[\vec{a}+(x-1)\vec{b}\right]\,(k\neq 0,\ k\in\mathbb{R}) \\ \Leftrightarrow\ & 2\vec{a}-3\vec{b}=k\vec{a}+k(x-1)\vec{b} \\ \Leftrightarrow\ & (k-2)\vec{a}+[k(x-1)+3]\,\vec{b}=\vec{0}. \qquad (1) \end{aligned}$$

Theo đầu bài hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nên

$$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}k=2\\k(x-1)=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=2\\x-1=-\dfrac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=2\\x=-\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

Vậy $x=-\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\triangle ABC$ với trọng tâm G. Biết rằng $A(-1;4)$, $B(2;5)$, $G(0;7)$. Hỏi tọa độ đỉnh C là cặp số nào?

A $(2;12)$. **B** $(-1;12)$. **C** $(3;1)$. **D** $(1;12)$.

Lời giải.

Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ nên $\begin{cases}3x_G=x_A+x_B+x_C\\3y_G=y_A+y_B+y_C\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_C=3x_G-x_B-x_A=-1\\y_C=3y_G-y_B-y_A=12.\end{cases}$

Vậy $C(-1;12)$.

Chọn đáp án B □

Câu 21. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(-1;-2)$. Cho $M(x;y)$ trên đoạn thẳng BC sao cho $S_{ABC}=4S_{ABM}$. Khi đó x^2-y^2 bằng

A $\frac{13}{8}$. **B** $\frac{3}{2}$. **C** $-\frac{3}{2}$. **D** $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

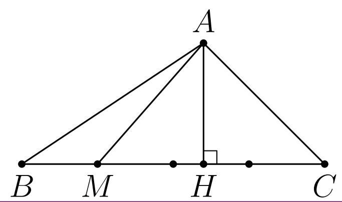
Vì $\triangle ABC$ và $\triangle ABM$ có chung đường cao AH nên

$$S_{ABC}=4S_{ABM}\Leftrightarrow BC=4BM.$$

Mà M thuộc đoạn BC nên $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\overrightarrow{BM}$.

Suy ra $\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{BM}\Leftrightarrow\begin{cases}-3=4(x-2)\\-3=4(y-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5}{4}\\y=\dfrac{1}{4}.\end{cases}$

Vậy $x^2-y^2=\frac{3}{2}$.



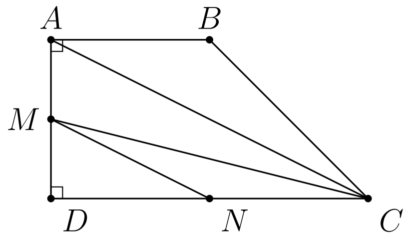
Chọn đáp án (B) □

Câu 22. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A, D có $AB = AD = a$ và $CD = 2a$; gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, DC. Tính $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MN}\right|$.

(A) $3a$. (B) $2a$. (C) $a\sqrt{5}$. **(D)** $a\sqrt{17}$.

Lời giải.

MN là đường trung bình ΔADC nên



$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}).$$

Do đó

$$\begin{aligned}\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MN}\right| &= \left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}\right| \\ &= 2MC = 2\sqrt{MD^2 + DC^2} \\ &= 2\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (2a)^2} \\ &= a\sqrt{17}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 23. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho ΔABC có $A(6;5), B(14;10), C(-6;3)$. Các đường thẳng AB, AC lần lượt cắt các trục Ox, Oy tại M, N. Tìm toạ độ trung điểm của đoạn thẳng MN.

(A) $(-2;1)$. (B) $(1;-2)$. (C) $(2;-1)$. **(D)** $(-1;2)$.

Lời giải.

Gọi $M(a;0) \in Ox$ và $N(0;b) \in Oy$.

$\overrightarrow{AB} = (8;5)$; $\overrightarrow{AC} = (-12;-2)$; $\overrightarrow{AM} = (a-6;-5)$; $\overrightarrow{AN} = (-6;b-5)$.

Các đường thẳng AB, AC lần lượt cắt các trục Ox, Oy tại M, N nên $\begin{cases} A, B, M \text{ thẳng hàng} \\ A, C, N \text{ thẳng hàng}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \text{ cùng phương } \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AN} \text{ cùng phương} \overrightarrow{AC}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{a-6}{8} = \dfrac{-5}{5} \\ \dfrac{-6}{-12} = \dfrac{b-5}{-2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(-2;0) \\ N(0;4).\end{cases}$$

Suy ra trung điểm của MN có toạ độ là $(-1;2)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 24. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho các điểm $E(3;-2)$, $F(-1;-3)$. Tìm tọa độ điểm G thuộc trục hoành sao cho G thuộc đường thẳng EF.

(A) $G\left(-\frac{11}{5};0\right)$. **(B)** $G\,(11;0)$. (C) $G\left(0;-\frac{11}{4}\right)$. (D) $G\left(0;-\frac{11}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{EF} = (-4;-1)$.

Lấy $G(x;0) \in Ox$.

Để $G \in EF$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{EG} = (x-3;2)$ và $\overrightarrow{EF}$ cùng phương, khi đó ta có

$$\frac{x-3}{-4} = \frac{2}{-1} \Leftrightarrow -x + 3 = -8 \Leftrightarrow x = 11.$$

Vậy ta có $G(11;0)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;0)$, $B(0;5)$ và $C(-3;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Oy sao cho $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A $M(0;5)$. **B** $M(0;6)$. **C** $M(0;-6)$. **D** $M(0;-5)$.

Lời giải.
Gọi $I(a;b)$ là điểm thỏa mãn: $3\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

Ta có: $3\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{IA}=2\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{9}{5} \\ b=-6 \end{cases} \Rightarrow I\left(-\dfrac{9}{5};-6\right)$

Khi đó $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right| = \left|3\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+4\overrightarrow{IC}-5\overrightarrow{IM}\right| = \left|\vec{0}-5\overrightarrow{IM}\right| = 5IM$

Do đó: $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi IM ngắn nhất. Suy ra M là hình chiếu vuông góc của $I\left(-\dfrac{9}{5};-6\right)$ trên $Oy \Rightarrow M(0;-6)$.

Chọn đáp án C □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. D	4. D	5. D	6. D	7. C	8. A	9. C	10. C
11. A	12. C	13. C	14. A	15. D	16. A	17. A	18. C	19. C	20. B
21. B	22. D	23. D	24. B	25. C					

Đề số 3

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O. Vectơ $\overrightarrow{AD}$ bằng vectơ nào sau đây?

A $\overrightarrow{BC}$. **B** $\overrightarrow{CB}$. **C** $\overrightarrow{AB}$. **D** $\overrightarrow{DC}$.

Lời giải.
$ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Tính tổng $\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{MP}$.

A $\vec{0}$. **B** $\overrightarrow{MN}$. **C** $\overrightarrow{PM}$. **D** $\overrightarrow{NM}$.

Lời giải.
Ta có: $\overrightarrow{PN}+\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{MN}$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$.

A ΔADC. **B** $\overrightarrow{DA}$. **C** $\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}$. **D** $\overrightarrow{AB}$.

Lời giải.
$\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DA}$.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho hình bình hành $ABCD$, M là điểm tùy ý. Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

A $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MA}=\vec{0}$. **B** $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MA}$.

C $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$. **D** $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MA}$.

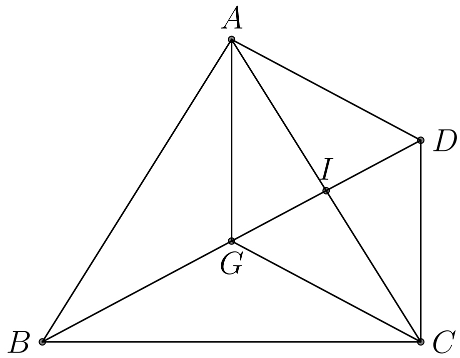
Lời giải.
Gọi I là tâm hình bình hành. Khi đó: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MI}$ và $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}=2\overrightarrow{MI}$.
Do đó: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho tam giác đều ABC có cạnh a , trọng tâm G . Khi đó $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{GC}\right|$ bằng

A $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B** $\dfrac{a}{3}$. **C** $\dfrac{2a}{3}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.



Gọi I là trung điểm của AC, D là điểm đối xứng với G qua I. Khi đó tứ giác $AGCD$ là hình bình hành. Suy ra $\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{AD}$.

$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{GC}\right|=DB=2BG=\dfrac{4}{3}BI=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{CD}$. **B** $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}$.
C $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$. **D** $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA}$.

Lời giải.

Xét các đáp án

A : $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$. Vậy A đúng.

B : $\begin{cases}\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{AD}\\ \overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{AD}\end{cases}$. Vậy B sai.

C : $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB}$. Vậy C đúng.

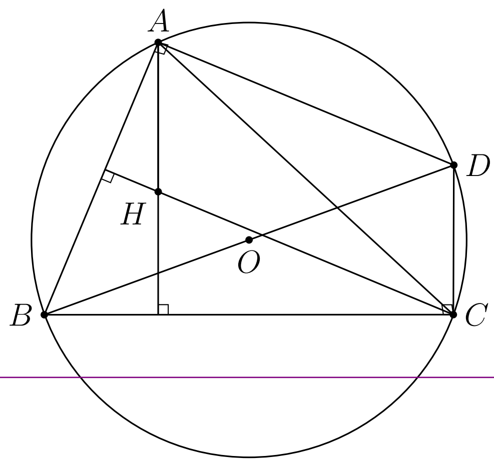
D : $\begin{cases}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AC}\end{cases}$. Vậy D đúng.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho tam giác ABC có trực tâm H, D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giac ABC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CH}$. **B** $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}$. **C** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AH}$. **D** $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{HA}$.

Lời giải.



Ta có: O là trung điểm của BD nên $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$. Do đó (B) sai.
Mặt khác: $AH \parallel DC$ (cùng vuông góc với BC) và $AD \parallel HC$ (cung vuông góc với AB) nên tứ giác $ADCH$ là hình bình hành. Suy ra:
+ $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ nên (A) sai.
+ $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC}$ nên (C) sai.
+ $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{HA}$ nên (D) đúng.
Chọn đáp án (D) □

Câu 8. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB?

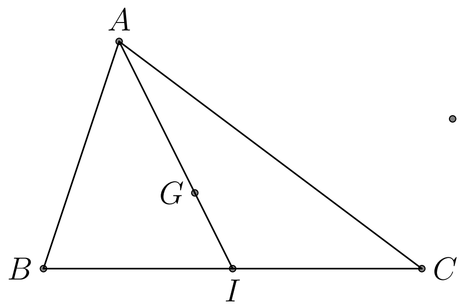
A $IA = IB$. **B** $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. **C** $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} = \vec{0}$. **D** $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$.

Lời giải.
I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 9. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, I là trung điểm của đoạn thẳng BC, M tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$. **B** $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.
C $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$. **D** $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$.

Lời giải.

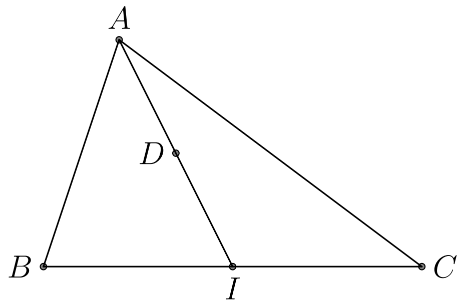


I là trung điểm của đoạn thẳng $BC \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Cho ΔABC có trung tuyến AI, D là trung điểm AI. Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi điểm O?

A $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OI}$. **B** $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$.
C $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$. **D** $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OD}$.

Lời giải.



Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$ với G là trọng tâm của ΔABC nên (A), (C) sai.
$2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OI} = 2\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OI}\right) = 4\overrightarrow{OD}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Cho tam giác ABC có M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó

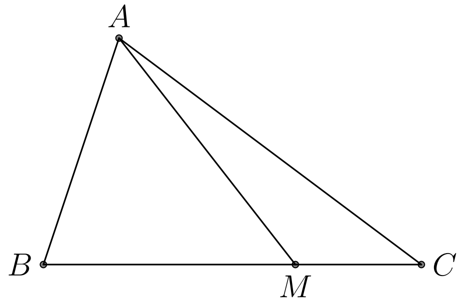
A $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

B $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

C $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

D $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

Lời giải.



$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi I là trung điểm của cạnh AC , K là điểm thỏa $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$. Phân tích $\overrightarrow{CK}$ theo $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{ID}$.

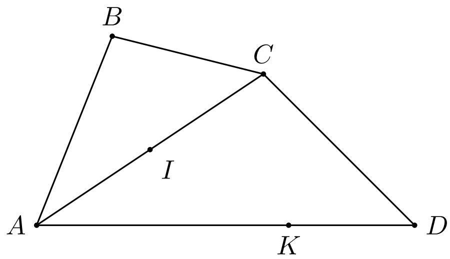
A $\overrightarrow{CK} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{ID}$.

B $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{ID}$.

C $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{ID}$.

D $\overrightarrow{CK} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{ID}$.

Lời giải.



Ta có

$$\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{ID} + \overrightarrow{DK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{ID} + \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{ID} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{ID}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{ID} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\overrightarrow{CA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{ID} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{ID}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB}$. Tìm vị trí điểm M.

A M là trung điểm của AC.

B M là trung điểm của AB.

C M là trung điểm của BC.

D M là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$.

Lời giải.

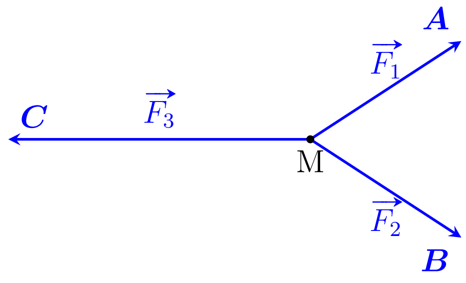
$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow M$ là trung điểm của AC.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}, \vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên. Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 50 N và góc $\widehat{AMB} = 60^0$. Khi đó cường độ lực của $\vec{F_3}$ là

Ⓐ $100\sqrt{3}$ N. Ⓑ $25\sqrt{3}$ N. Ⓒ $50\sqrt{3}$ N. Ⓓ $50\sqrt{2}$ N.

Lời giải.



Gọi I là trung điểm của AB. Vì MAB là tam giác đều nên $MI = MA \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$.

Do đó: $MC = 2MI = 50\sqrt{3}$ N.

Vậy $\overrightarrow{F_3}$ có cường độ $50\sqrt{3}$ N.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(-5;2), B(10;8)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

Ⓐ $(5;10)$. Ⓑ $(15;6)$. Ⓒ $(5;6)$. Ⓓ $(-50;16)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (15;6)$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 16. Trong hệ trục tọa độ $(O;\vec{i};\vec{j})$ tọa độ $\vec{i}+\vec{j}$ là:

Ⓐ $(0;1)$. Ⓑ $(1;-1)$. Ⓒ $(-1;1)$. Ⓓ $(1;1)$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{i} = (1;0)$, $\vec{j} = (0;1) \Rightarrow \vec{i}+\vec{j} = (1;1)$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(1;2), B(-2;3), C(2;-1)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Ⓐ $D(4;-4)$. Ⓑ $D(5;2)$. Ⓒ $D(4;-2)$. Ⓓ $D(5;-2)$.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -2 \end{cases}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\vec{a} = (1;\,-1)$, $\vec{b} = (0;\,2)$. Xác định tọa độ của vectơ $\vec{x}$ sao cho $\vec{x} = \vec{b} - 2\vec{a}$.

Ⓐ $\vec{x} = (-2;0)$. Ⓑ $\vec{x} = (-2;\,4)$. Ⓒ $\vec{x} = (-1;\,1)$. Ⓓ $I(-1;\,3)$.

Lời giải.

$\vec{x} = \vec{b} - 2\vec{a} \Rightarrow \vec{x} = (-2;\,4)$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 19. Cho hai vectơ $\vec{a} = (5;2)$, $\vec{b} = (x,4)$. Hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương nếu

Ⓐ $x = 8$. Ⓑ $x = 10$. Ⓒ $x = 9$. Ⓓ $x = 7$.

Lời giải.

$\vec{a}$, $\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{x}{5} = \dfrac{4}{2} \Leftrightarrow x = 10$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 20. Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(6;1), B(-3;5)$ và trọng tâm $G(-1;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C?

A $(6;-3)$. **B** $(-6;3)$. **C** $(-6;-3)$. **D** $(-3;6)$.

Lời giải.

G là trọng tâm của $\Delta ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -6 \\ y_C = -3 \end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(2;5)$, $B(1;1)$, $C(3;3)$, một điểm E trong mặt phẳng tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$. Tọa độ của E là

A $(3;-3)$. **B** $(-3;3)$. **C** $(-3;-3)$. **D** $(-2;-3)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OA} = 3\left(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}\right) - 2\left(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}\right) \Rightarrow \overrightarrow{OE} = 3\overrightarrow{OB} - 2\overrightarrow{OC}$

$\Rightarrow \begin{cases} x_E = 3x_B - 2x_C \\ y_E = 3y_B - 2y_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_E = -3 \\ y_E = -3 \end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 22. Trong mp Oxy cho tam giác ABC có $A(2;1)$, $B(-3;-1)$, $C(4;3)$. Tọa độ $\overrightarrow{u} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ là

A $(-3;0)$. **B** $(-17;0)$. **C** $(-3;8)$. **D** $(-17;-8)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB} = (-5;-2), \overrightarrow{BC} = (7;4) \Rightarrow \overrightarrow{u} = (-17;-8)$.

Chọn đáp án D □

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\overrightarrow{a} = (2;3)$, $\overrightarrow{b} = (-4;2)$, $\overrightarrow{c} = (-5;-4)$. Tính $P = m - n$ sao cho $\overrightarrow{a} = m\overrightarrow{b} + n\overrightarrow{c}$.

A $P = \dfrac{23}{26}$. **B** $P = -\frac{9}{26}$. **C** $P = -\frac{23}{26}$. **D** $P = \frac{9}{26}$.

Lời giải.

$\overrightarrow{a} = m\overrightarrow{b} + n\overrightarrow{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m - 5n = 2 \\ 2m - 4n = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{7}{26} \\ -\dfrac{8}{13} \end{cases} \Rightarrow P = m - n = \dfrac{23}{26}$.

Chọn đáp án A □

Câu 24. Cho $A(2;3), B(0;2)$. Điểm M trên trục hoành sao cho A, M, B thẳng hàng. Tọa độ của M là

A $(-4;0)$. **B** $(4;0)$. **C** $(5;0)$. **D** $(-3;0)$.

Lời giải.

$M \in Ox \Rightarrow M(x;0)$.

$\overrightarrow{AM} = (x-2;-3), \overrightarrow{AB} = (-2;-1)$.

$$\begin{aligned} A, M, B \text{ thẳng hàng} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \text{ và } \overrightarrow{AB} \text{ cùng phương} \\ &\Leftrightarrow \frac{x-2}{-2} = \frac{-3}{-1} \\ &\Leftrightarrow x = -4. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(1;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Ox sao cho $\left|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất?

A M$(4;5)$. **B** $M(0;4)$. **C** $M(-4;0)$. **D** $M(2;3)$.

Lời giải.
$M \in Ox \Rightarrow M(x;0)$.
Ta có: $\overrightarrow{MA} = (1-x;0), \overrightarrow{MB} = (-x;3), \overrightarrow{MC} = (-3-x;-5)$.
Suy ra: $2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = (-x-4;-19)$.
Khi đó: $\left|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right| = \sqrt{(x+4)^2+19^2} \geq 19$.
Do đó: $\left|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi $x+4=0 \Leftrightarrow x=-4$.
Vậy $M(-4;0)$.
Chọn đáp án C □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. B	4. C	5. A	6. B	7. D	8. B	9. C	10. D
11. B	12. B	13. A	14. C	15. B	16. D	17. D	18. B	19. B	20. C
21. C	22. D	23. A	24. A	25. C					

CHƯƠNG 2. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ VÀ ỨNG DỤNG

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				Cộng
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Giá trị lượng giác của một góc bất kì từ 0° đến 180°	Câu 1	Câu 2 Câu 3	Câu 4 Câu 5		5 25%
② Tích vô hướng của hai véc-tơ	Câu 6 Câu 7	Câu 8 Câu 9 Câu 10 Câu 11	Câu 12 Câu 13 Câu 14 Câu 15	Câu 16 Câu 17	12 60%
③ Các hệ thức lượng trong tam giác và giải tam giác	Câu 18	Câu 19	Câu 20		12 45%
Cộng	4 20%	7 35%	7 35%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
Chủ đề 1. Giá trị lượng giác của một góc bất kì từ 0° *đến* 180°	1	NB	Tính giá trị lượng giác của một góc khi biết một GTLG
	2	TH	Chứng minh đẳng thức lượng giác
	3	TH	Tính giá trị biểu thức lượng giác
	4	VDT	Rút gọn biểu thức lượng giác
	5	VDT	Các hệ thức liên quan đến tam giác
Chủ đề 2. Giá trị lượng giác của một cung	6	NB	Xác định góc giữa hai vectơ bằng định nghĩa
	7	NB	Tính tích vô hướng của hai vectơ theo định nghĩa
	8	TH	Tính góc giữa hai véc-tơ
	9	TH	Dùng tích vô hướng để chứng minh vuông góc
	10	TH	Tính độ dài vectơ khi biết tọa độ véc-tơ
	11	TH	Tìm tọa độ trung điểm, trọng tâm
	12	VDT	Các dạng toán liên quan đến thẳng hàng, cùng phương

	13	VDT	Chứng minh hệ thức liên quan đến tích vô hướng
	14	VDT	Biểu thức tọa độ tích vô hướng
	15	VDT	Tìm tọa độ điểm thỏa hệ thức khác
	16	VDT	Tìm tọa độ trực tâm, chân đường cao, tâm đường tròn ngoại tiếp
	17	VDC	Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp
Chủ đề 3. Công thức lượng giác	18	NB	Hệ thức lượng trong tam giác vuông, tỉ số lượng giác
	19	TH	Sử dụng các HTL để chứng minh
	20	TH	Tính các yếu tố trong tam giác, giải tam giác

C ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Cho α là góc tù. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

(A) $\sin\alpha < 0$. (B) $\cos\alpha > 0$. (C) $\cot\alpha > 0$. (D) $\tan\alpha < 0$.

Lời giải.

Do $\alpha > 90^\circ$ nên $\tan\alpha < 0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Trong các hệ thức sau hệ thức nào đúng?

(A) $\sin^2\alpha + \cos\alpha^2 = 1$. (B) $\sin^2\alpha + \cos^2\dfrac{\alpha}{2} = 1$.

(C) $\sin\alpha^2 + \cos\alpha^2 = 1$. (D) $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$.

Lời giải.

Công thức cơ bản $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Cho biết $\cos\alpha = -\dfrac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $E = \dfrac{\cot\alpha + 3\tan\alpha}{2\cot\alpha + \tan\alpha}$?

(A) $-\dfrac{19}{13}$. (B) $\dfrac{19}{13}$. (C) $\dfrac{25}{13}$. (D) $-\dfrac{25}{13}$.

Lời giải.

$$E = \frac{\cot\alpha + 3\tan\alpha}{2\cot\alpha + \tan\alpha} = \frac{1 + 3\tan^2\alpha}{2 + \tan^2\alpha} = \frac{3\left(\tan^2\alpha + 1\right) - 2}{1 + \left(1 + \tan^2\alpha\right)} = \frac{\dfrac{3}{\cos^2\alpha} - 2}{\dfrac{1}{\cos^2\alpha} + 1} = \frac{3 - 2\cos^2\alpha}{1 + \cos^2\alpha} = \frac{19}{13}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Biểu thức $\tan^2 x \cdot \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng

(A) -1. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

$$\tan^2 x \cdot \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x = \tan^2 x\left(\sin^2 x - 1\right) + \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\left(-\cos^2 x\right) + \sin^2 x = 0$$

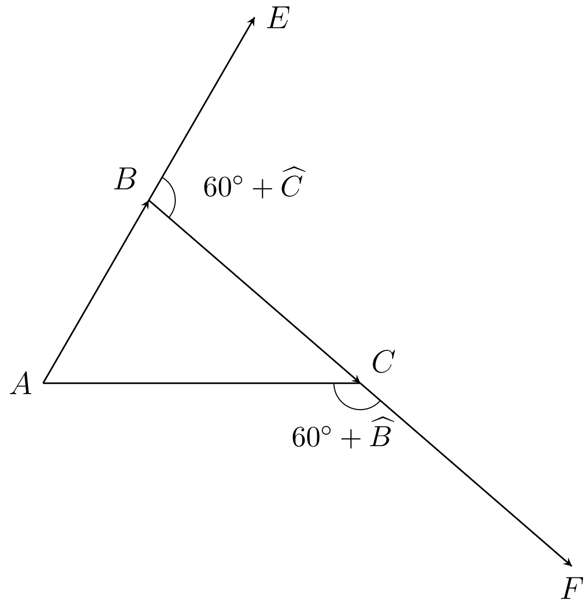
Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Cho tam giác ABC với $\widehat{A}=60^\circ$. Tính tổng $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CA}\right)$.

A 360°. **B** 240°. **C** 270°. **D** 120°.

Lời giải.

Dựng $(\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{BE}$ và $(\overrightarrow{BC}=(\overrightarrow{CF}$ Ta có $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CA}\right)=\left(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BC}\right)+\left(\overrightarrow{CF},\overrightarrow{CA}\right)$
$=\widehat{CBE}+\widehat{ACF}=(60^\circ+\widehat{C})+(60^\circ+\widehat{B})=240^\circ$.



Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A và góc $\widehat{ABC}=30^\circ$. Xác định góc giữa hai véc-tơ $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$.

A 120°. **B** -30°. **C** 60°. **D** 30°.

Lời giải.

Góc giữa hai véc-tơ $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)=\widehat{ACB}=90^\circ-30^\circ=60^\circ$.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$.

A $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2a$. **B** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=a\sqrt{2}$. **C** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=a^2$. **D** $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2a^2$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=a\cdot a\sqrt{2}\cos 45^\circ=a^2$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho $\vec{a}=(1;2)$, $\vec{b}=(-2;-1)$. Giá trị của $\vec{a}\cdot\vec{b}$ là

A 4. **B** $(-3,3)$. **C** $(-1,1)$. **D** -4.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2$.

Do đó ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot(-2)+2\cdot(-1)=-4$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(-1;2)$, $B\left(\dfrac{9}{2};3\right)$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C và C có tọa độ nguyên.

A $(-3;0)$. **B** $(3;0)$. **C** $(0;-3)$. **D** $(0;3)$.

Lời giải.

Gọi $C(c;0)$ là điểm thuộc Ox. Để tam giác ABC vuông tại C thì

$$\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow(c+1)\left(c-\frac{9}{2}\right)+(-2)(-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=3\\c=\dfrac{1}{2}\end{array}\right..$$

Vì C có tọa độ nguyên nên suy ra $C\,(3;0)$.
Chọn đáp án B □

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm $A(-4;2)$, $B(2;4)$. Tính độ dài AB.

A $AB = 40$. **B** $AB = 2$. **C** $AB = 4$. **D** $AB = 2\sqrt{10}$.

Lời giải.
$\overrightarrow{AB} = (6;2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$.
Chọn đáp án D □

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(-1;-1)$, $B(4;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB.

A $G\,(1;0)$. **B** $G\left(\dfrac{3}{2};0\right)$. **C** $G\left(\dfrac{5}{2};-1\right)$. **D** $G\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải.
Ta có $x_G = \dfrac{x_O + x_A + x_B}{3} = 1$ và $y_G = \dfrac{y_O + y_A + y_B}{3} = 0$. Vậy $G\,(1;0)$
Chọn đáp án A □

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(2;1), B(-1;2)$. Xác định tọa độ điểm C thuộc Ox sao cho A, B, C thẳng hàng.

A $(0;5)$. **B** $(0;-1)$. **C** $(5;0)$. **D** $(-1;0)$.

Lời giải.
Gọi $C(a;0) \in Ox$ (với $a \in \mathbb{R}$).
Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3;1); \overrightarrow{AC} = (a-2;-1)$.
Để ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Rightarrow a - 2 = 3$ hay $a = 5$.
Vậy $C(5;0)$.
Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A $\vec{a}\cdot\vec{b} = \dfrac{1}{2}\left(\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 - \left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2\right)$. **B** $\vec{a}\cdot\vec{b} = \dfrac{1}{4}\left(\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 - \left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2\right)$.

C $\vec{a}\cdot\vec{b} = \dfrac{1}{2}\left(|\vec{a}|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 - \left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2\right)$. **D** $\vec{a}\cdot\vec{b} = \dfrac{1}{2}\left(\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 - |\vec{a}|^2 - \left|\vec{b}\right|^2\right)$.

Lời giải.
Dễ thấy $\dfrac{1}{2}\left(\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 - \left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2\right) = 2\vec{a}\cdot\vec{b}$ nên $\vec{a}\cdot\vec{b} = \dfrac{1}{2}\left(\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2 - \left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2\right)$ sai.
Chọn đáp án A □

Câu 14. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho $\vec{u} = (2;5)$ và $\vec{v} = (-3;1)$. Tìm số thực m để $\vec{a} = m\vec{u} + \vec{v}$ tạo với $\vec{b} = (1;1)$ một góc 45°.

A $m = -1$. **B** $m = 2$. **C** $m = -\dfrac{1}{5}$. **D** $m = \dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

Vec-tơ $\vec{a}=(2m-3;5m+1)$; $\vec{b}=(1;1)$.

$$\begin{aligned}
&\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{(2m-3)\cdot 1+(5m+1)\cdot 1}{\sqrt{(2m-3)^2+(5m+1)^2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{7m-2}{\sqrt{29m^2-2m+10}}=1\\
\Leftrightarrow\ &\sqrt{29m^2-2m+10}=7m-2\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}7m-2\ge 0\\ 29m^2-2m+10=49m^2-28m+4\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}m\ge\dfrac{2}{7}\\ 20m^2-26m-6=0\end{cases}\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 15. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1;-2)$, $B(-5;3)$ và $G\left(\frac{2}{3};1\right)$ là trọng tâm tam giác ABC. Tìm tọa độ đỉnh D.

A $D(10;-4)$. **B** $D(12;-3)$. **C** $D(10;-3)$. **D** $D(3;-10)$.

Lời giải.

Gọi $D(x;y)$. Khi đó $\overrightarrow{BD}=(x+5;y-3)$ và $\overrightarrow{BG}=\left(\frac{17}{3};-2\right)$.

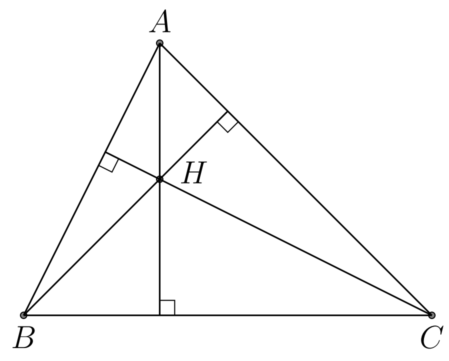
Ta có $\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{BG}\Rightarrow\begin{cases}x+5=17\\ y-3=-6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=12\\ y=-3\end{cases}\Rightarrow D(12;-3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(4;3)$, $B(-5;6)$ và $C(-4;-1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

A $H(3;-2)$. **B** $H(-3;-2)$. **C** $H(-3;2)$. **D** $H(3;2)$.

Lời giải.



Gọi $H(x;y)$ là trực tâm của tam giác ABC.
Ta có:
$\overrightarrow{AH}=(x-4;y-3)$; $\overrightarrow{BC}=(1;-7)$.
$\overrightarrow{BH}=(x+5;y-6)$; $\overrightarrow{AC}=(-8;-4)$.
Vì H là trực tâm của tam giác ABC nên:

$$\begin{cases}\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}\\ \overrightarrow{BH}\perp\overrightarrow{AC}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-4-7(y-3)=0\\ -8(x+5)-4(y-6)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-7y=-17\\ 2x+y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\ y=2.\end{cases}$$

Vậy $H(-3;2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 17. Trong mặt phẳng (Oxy) cho tam giác ABC với $A(-2;3)$, $B\left(\frac{1}{4};0\right)$, $C(2;0)$. Tìm tâm J của đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

A $J\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **B** $J\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C** $J\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **D** $J\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(\frac{9}{4};-3\right)$, $\overrightarrow{AC}=(4;-3)\Rightarrow AB=\frac{15}{4}$ và $AC=5$.

Gọi AD là phân giác trong của góc A với D thuộc BC. Gọi tọa độ của điểm $D(x;y)$.

$\overrightarrow{DC}=(2-x;-y);\overrightarrow{DB}=\left(\frac{1}{4}-x;-y\right)$.

Mặt khác

$$\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow\overrightarrow{DB}=-\frac{AB}{AC}\cdot\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\overrightarrow{DB}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{4}-x=-\frac{3}{4}(2-x)\\-y=\frac{-3}{4}(-y)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=0.\end{cases}$$

Vậy $D(1;0)$.

Gọi BJ là đường phân giác trong góc B với J thuộc AD. Gọi tọa độ của điểm J là $J(x;y)$.

$\overrightarrow{BA}=\left(-\frac{9}{4};3\right)\Rightarrow AB=\frac{15}{4}$.

$\overrightarrow{BD}=\left(\frac{3}{4};0\right)\Rightarrow BD=\frac{3}{4}$.

Theo tính chất đường phân giác góc B ta có

$$\frac{JA}{JD}=\frac{BA}{BD}\Rightarrow\overrightarrow{JA}=-5\overrightarrow{JD}\Leftrightarrow\begin{cases}-2-x=-5(1-x)\\3-y=-5(-y)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\frac{1}{2}.\end{cases}$$

Vậy tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC là $J\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=2\text{cm}$, $AC=4\text{cm}$. Độ dài đường cao AH là

A $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B** $\sqrt{5}$. **C** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **D** $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải.

Ta có $AH=\frac{AB\cdot AC}{\sqrt{AB^2+AC^2}}=\frac{2\cdot 4}{\sqrt{2^2+4^2}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho tam giác ABC có $BC=a, CA=b, AB=c$. Biểu thức $a^2+b^2-c^2$ bằng

A $-2ab\cos C$. **B** $2bc\cos A$. **C** $2ab\cos C$. **D** $-2bc\cos A$.

Lời giải.

Ta có $a^2+b^2-c^2=a^2+b^2-(a^2+b^2-2ab\cos C)=2ab\cos C$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 12. Nếu tăng độ dài cạnh AB lên ba lần, đồng thời giảm độ dài cạnh AC còn một nửa và giữ nguyên độ lớn của góc A thì được một tam giác mới có diện tích S bằng bao nhiêu?

(A) $S = 16$. (B) $S = 8$. (C) $S = 60$. (D) $S = 18$.

Lời giải.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin\widehat{BAC} \Rightarrow AB \cdot AC \cdot \sin\widehat{BAC} = 24$.

Diện tích tam giác ABC sau khi thay đổi độ dài các cạnh là

$S = \dfrac{1}{2} \cdot 3AB \cdot \dfrac{AC}{2} \cdot \sin\widehat{BAC} = \dfrac{3}{4} \cdot 24 = 18$.

Chọn đáp án (D) □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. B	4. B	5. B	6. C	7. C	8. D	9. B	10. D
11. A	12. C	13. A	14. D	15. B	16. C	17. A	18. D	19. C	20. D

Đề số 2

Câu 1. Cho góc nhọn α có $\sin\alpha = \dfrac{1}{2}$. Giá trị của $\cos\alpha$ là

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) $-\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$.

Do α là góc nhọn, suy ra $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x\cos^2 x$. (B) $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2\cos^2 x$.

(C) $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x$. (D) $\sin^4 x - \cos^4 x = 2\cos^2 x - 1$.

Lời giải.

Ta có $\sin^4 x - \cos^4 x = \left(\sin^2 x - \cos^2 x\right)\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) = 1 - 2\cos^2 x$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Cho $\sin x = \dfrac{3}{5}$, $90^\circ < x < 180^\circ$. Giá trị của biểu thức $P = \tan x \cdot \cos^2 x$ bằng

(A) $\dfrac{12}{25}$. (B) $\dfrac{25}{12}$. (C) $-\dfrac{25}{12}$. (D) $-\dfrac{12}{25}$.

Lời giải.

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \dfrac{9}{25} = \dfrac{16}{25} \Rightarrow \cos x = \pm\dfrac{4}{5}$.

Do $90^\circ < x < 180^\circ \Rightarrow \cos x < 0$. Vậy $\cos x = -\dfrac{4}{5}$.

$P = \tan x \cdot \cos^2 x = \dfrac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos^2 x = \sin x \cdot \cos x = \dfrac{3}{5} \cdot \left(-\dfrac{4}{5}\right) = -\dfrac{12}{25}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{\tan\alpha - 3\cot\alpha}{\tan\alpha + \cot\alpha}$ được kết quả là

(A) $P = 1 - 2\sin^2\alpha$. (B) $P = 1 - 4\sin^2\alpha$. (C) $P = 1 - 2\cos^2\alpha$. (D) $P = 1 - 4\cos^2\alpha$.

Lời giải.

Ta có $P=\dfrac{\tan\alpha-3\cot\alpha}{\tan\alpha+\cot\alpha}=\dfrac{\tan\alpha-\dfrac{3}{\tan\alpha}}{\tan\alpha+\dfrac{1}{\tan\alpha}}=\dfrac{\tan^2\alpha-3}{\tan^2\alpha+1}=1-\dfrac{4}{\tan^2\alpha+1}=1-4\cos^2\alpha$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho tam giác ABC. Đẳng thức nào **sai**?

A. $\cos\dfrac{B+C}{2}=\sin\dfrac{A}{2}$.
B. $\sin(A+B-2C)=\sin 3C$.
C. $\sin(A+B)=\sin C$.
D. $\cos\dfrac{A+B+2C}{2}=\sin\dfrac{C}{2}$.

Lời giải.

- $\cos\dfrac{B+C}{2}=\cos\dfrac{180^\circ-A}{2}=\cos\left(90^\circ-\dfrac{A}{2}\right)=\sin\dfrac{A}{2}$, nên "$\cos\dfrac{B+C}{2}=\sin\dfrac{A}{2}$" đúng.
- $\sin(A+B-2C)=\sin(180^\circ-3C)=\sin 3C$ nên "$\sin(A+B-2C)=\sin 3C$" đúng.
- $\sin(A+B)=\sin(180^\circ-C)=\sin C$ nên "$\sin(A+B)=\sin C$ " đúng.
- "$\cos\dfrac{A+B+2C}{2}=\sin\dfrac{C}{2}$" sai.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Cho tam giác ABC. Góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{CA}$ và $\overrightarrow{CB}$ là

A. $\widehat{ABC}$.
B. $\widehat{CAB}$.
C. $\widehat{ACB}$.
D. $\widehat{ABC}$.

Lời giải.

Theo định nghĩa góc giữa hai véc-tơ, ta có $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)=\widehat{ACB}$.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng a. Khi đó tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ bằng

A. $-\dfrac{a^2}{2}$.
B. $\dfrac{3a^2}{2}$.
C. $\dfrac{5a^2}{2}$.
D. $\dfrac{a^2}{2}$.

Lời giải.

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\cdot AC\cos 60^\circ=\dfrac{a^2}{2}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 8. Cho hai véc-tơ $\vec{a}=(4;3)$, $\vec{b}=(-1;-7)$. Tính góc giữa hai véc-tơ đó.

A. 135°.
B. 45°.
C. 30°.
D. 60°.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=4\cdot(-1)+3\cdot(-7)=-25$.

$|\vec{a}|=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

$\left|\vec{b}\right|=\sqrt{(-1)^2+(-7)^2}=5\sqrt{2}$.

$\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{-25}{5\cdot5\sqrt{2}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=135^\circ$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho $\vec{a}=(1;-2)$. Với giá trị nào của y thì $\vec{b}=(-3;y)$ vuông góc với $\vec{a}$?

A. -6.
B. 6.
C. $-\dfrac{3}{2}$.
D. 3.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (-3) + (-2) \cdot y = 0 \Leftrightarrow -3 - 2y = 0 \Leftrightarrow y = -\dfrac{3}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Trong hệ tọa độ Oxy, cho véc-tơ $\vec{a} = (3; -4)$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A $|\vec{a}| = 5$. **B** $|\vec{a}| = 3$. **C** $|\vec{a}| = 4$. **D** $|\vec{a}| = 7$.

Lời giải.

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P là điểm thuộc trục Oy, trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox. Tọa độ điểm P là

A $(2; 4)$. **B** $(0; 4)$. **C** $(0; 2)$. **D** $(2; 0)$.

Lời giải.

$P \in Oy \Rightarrow P(0; y)$.

$G \in Ox \Rightarrow G(x; 0)$.

Điểm G là trọng tâm của tam giác $MNP \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1+5+0}{3} \\ 0 = \dfrac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 12. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$. Điểm C thuộc trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C có tọa độ là

A $C(3; 0)$. **B** $C(-3; 0)$. **C** $C(-1; 0)$. **D** $C(2; 0)$.

Lời giải.

Ta có $C \in Ox \Rightarrow C(x; 0)$. Khi đó $\overrightarrow{AC} = (x-2; -3)$; $\overrightarrow{BC} = (x+2; -1)$.

Tam giác ABC vuông tại $C \Rightarrow \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy $C(-1; 0)$ hoặc $C(1; 0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 4$; $\left|\vec{b}\right| = 3$; $\left|\vec{a} - \vec{b}\right| = 4$. Gọi α là góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$. Chọn phát biểu **đúng**.

A $\alpha = 60^\circ$. **B** $\alpha = 30^\circ$. **C** $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$. **D** $\cos\alpha = \dfrac{3}{8}$.

Lời giải.

Ta có $\left|\vec{a} - \vec{b}\right| = 4 \Rightarrow \left|\vec{a} - \vec{b}\right|^2 = 16 \Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a})^2 + \left(\vec{b}\right)^2 - 16 = |\vec{a}|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 - 16 = 9$.

Khi đó $\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right|} = \dfrac{3}{8}$.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (4; 1)$ và $\vec{v} = (1; 4)$. Tìm m để véc-tơ $\vec{a} = m \cdot \vec{u} + \vec{v}$ tạo với véc-tơ $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ một góc 45°.

A $m = 4$. **B** $m = -\dfrac{1}{2}$. **C** $m = -\dfrac{1}{4}$. **D** $m = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = (4m + 1; m + 4)$; $\vec{b} = (1; 1)$ và $\left(\vec{a}; \vec{b}\right) = 45^\circ$.

$\Rightarrow \dfrac{4m+1+m+4}{\sqrt{(4m+1)^2+(m+4)^2}\cdot\sqrt{1^2+1^2}} = \cos 45^\circ$

$\Leftrightarrow \dfrac{5m+5}{\sqrt{17m^2+16m+17}\cdot\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow \sqrt{17m^2+16m+17} = 5m+5$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5m+5 \geq 0 \\ 8m^2+34m+8=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m = -\dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB = 2AD$ và điểm K thuộc cạnh AB thoả mãn $\overrightarrow{BK} = x\overrightarrow{BA}$. Tìm x để CK vuông góc với BD.

A $x = \dfrac{1}{2}$. B $x = \dfrac{1}{3}$. C $x = -\dfrac{1}{2}$. **D** $x = \dfrac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BK} = -\overrightarrow{AD} + x\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$.

Để CK vuông góc với BD, ta có

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{CK}\cdot\overrightarrow{BD} = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left(-\overrightarrow{AD} + x\overrightarrow{BA}\right)\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}\right) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & xAB^2 - AD^2 = 0 \qquad (\text{vì } AB \perp AD \Rightarrow \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AD} = 0) \\ \Leftrightarrow\ & 4xAD^2 - AD^2 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & x = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $x = \dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho tam giác ABC có $A(-1;3)$, $B(-2;0)$, $C(5;1)$. Trực tâm H của tam giác ABC có tọa độ là

A $(3;-1)$. **B** $(-1;3)$. C $(1;-3)$. D $(-1;-3)$.

Lời giải.

Gọi $H(x;y)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (x+1;y-3)$, $\overrightarrow{BC} = (7;1)$, $\overrightarrow{BH} = (x+2;y)$, $\overrightarrow{AC} = (6;-2)$.

H là trực tâm của tam giác ABC nên ta có:

$\begin{cases} \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(x+1)+1(y-3)=0 \\ 6(x+2)-2y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x+y=-4 \\ 6x-2y=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow H(-1;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho ba điểm $A(-2;3)$, $B\left(\dfrac{1}{4};0\right)$, $C(2;0)$. Tìm toạ độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

A $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. B $\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. C $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. D $\left(\dfrac{1}{12};1\right)$.

Lời giải.

$AB = \dfrac{15}{4}, AC = 5, k = -\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{-3}{4}$

Gọi D là giao điểm của phân giác trong góc $\widehat{A}$ và $BC \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -\dfrac{3}{4}\overrightarrow{DC}$

$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{4} - x = -\dfrac{3}{4}(2-x) \\ -y = -\dfrac{3}{4}(0-y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow D(1;0).$

$BA = \dfrac{15}{4}, BD = \dfrac{3}{4} \Rightarrow k' = -5$

Gọi J là giao điểm của phân giác trong góc B và AD.

Ta có: $\overrightarrow{JA} = -5\overrightarrow{JD} \Rightarrow \begin{cases} -2-x = -5(1-x) \\ 3-y = -5(0-y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{2} \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow J\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right).$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Tính giá trị biểu thức $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$.

A $P = 1$. B $P = 0$. C $P = \sqrt{3}$. D $P = -\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho $\triangle ABC$ có độ dài ba cạnh lần lượt là 2, 3, 4. Góc nhỏ nhất của $\triangle ABC$ có sin bằng bao nhiêu?

A $\dfrac{\sqrt{15}}{8}$. B $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. C $-\dfrac{1}{2}$. D $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Không mất tính tổng quát, giả sử tam giác $\triangle ABC$ có $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$.

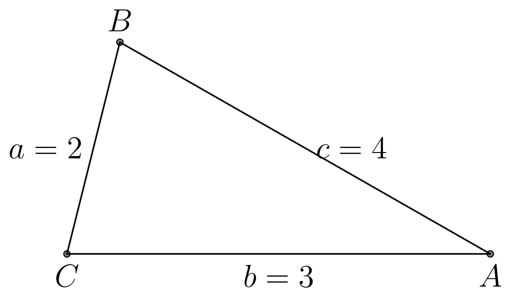
Khi đó, góc nhỏ nhất của $\triangle ABC$ là $\widehat{BAC}$.

Ta có

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{3^2 + 4^2 - 2^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{7}{8}.$$

Mặt khác

$\sin \widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{BAC}} = \sqrt{1 - \left(\dfrac{7}{8}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{15}}{8}$.

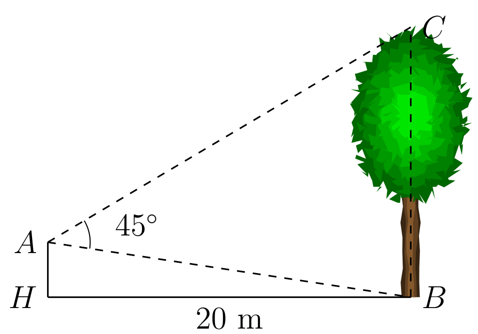


Chọn đáp án A □

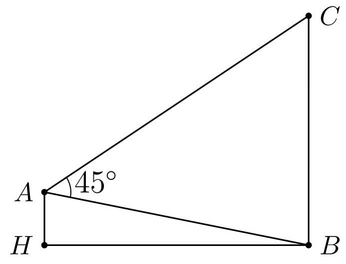
Câu 20.

Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao biết $AH = 4$ m, $HB = 20$ m, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Chiều cao của cây gần với kết quả nào nhất?

A 17,3 m. B 16,7 m. C 24 m. D 15,2 m.



Lời giải.



Xét $\triangle AHB$ ta có:
$AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 4\sqrt{26}$;
$\cos\widehat{ABH} = \dfrac{HB}{AB} = \dfrac{20}{4\sqrt{26}} = \dfrac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow \widehat{ABH} \approx 11^\circ 18'$.
Suy ra $\widehat{ABC} = 90^\circ - 11^\circ 18' = 78^\circ 42'$
$\Rightarrow \widehat{ACB} = 180^\circ - (45^\circ + 78^\circ 42') = 56^\circ 18'$
Áp dụng Định lý sin trong $\triangle ABC$, ta có

$$\frac{BC}{\sin\widehat{BAC}} = \frac{AB}{\sin\widehat{ACB}} \Leftrightarrow BC = \frac{\sin\widehat{BAC}}{\sin\widehat{ACB}} \cdot AB \approx 17{,}3.$$

Vậy chiều cao của cây gần bằng 17,3 m.
Chọn đáp án A □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. D	4. D	5. D	6. C	7. D	8. A	9. C	10. A
11. A	12. C	13. D	14. C	15. D	16. B	17. A	18. A	19. A	20. A

Đề số 3

Câu 1. Giá trị $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$ bằng bao nhiêu?
A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 0.

Lời giải.
Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được

$$\begin{cases} \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?
A. $\sin(180^\circ - a) = -\cos a$. B. $\sin(180^\circ - a) = -\sin a$.
C. $\sin(180^\circ - a) = \sin a$. D. $\sin(180^\circ - a) = \cos a$.

Lời giải.
Ta có $\sin(180^\circ - a) = \sin a$.
Chọn đáp án C □

Câu 3. Tính giá trị biểu thức $P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ$.
A. $P = \sqrt{3}$. B. $P = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. C. $P = 1$. **D.** $P = 0$.

Lời giải.
Vì 30° và 60° là hai góc phụ nhau nên $\begin{cases} \sin 30^\circ = \cos 60^\circ \\ \sin 60^\circ = \cos 30^\circ. \end{cases}$
$\Rightarrow P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \cos 60^\circ \cos 30^\circ = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 4. Cho biết $\cos\alpha = -\dfrac{2}{3}$. Giá trị của $P = \dfrac{\cot\alpha + 3\tan\alpha}{2\cot\alpha + \tan\alpha}$ bằng bao nhiêu?

(A) $P = -\dfrac{19}{13}$. (B) $P = \dfrac{19}{13}$. (C) $P = \dfrac{25}{13}$. (D) $P = -\dfrac{25}{13}$.

Lời giải.

Ta có biểu thức $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha = \dfrac{5}{9}$.

Ta có $P = \dfrac{\cot\alpha + 3\tan\alpha}{2\cot\alpha + \tan\alpha} = \dfrac{\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + 3\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}{2\cdot\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} + \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}} = \dfrac{\cos^2\alpha + 3\sin^2\alpha}{2\cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = \dfrac{\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2 + 3\cdot\dfrac{5}{9}}{2\cdot\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2 + \dfrac{5}{9}} = \dfrac{19}{13}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Cho tam giác ABC. Tính $P = \sin A\cdot\cos(B+C) + \cos A\cdot\sin(B+C)$.

(A) $P = 0$. (B) $P = 1$. (C) $P = -1$. (D) $P = 2$.

Lời giải.

Giả sử $\widehat{A} = \alpha$; $\widehat{B} + \widehat{C} = \beta$.

Biểu thức trở thành $P = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$.

Trong tam giác ABC, có

$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ$.

Do hai góc α và β bù nhau nên $\sin\alpha = \sin\beta$; $\cos\alpha = -\cos\beta$.

Do đó, $P = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = -\sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha = 0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Cho hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}\cdot\vec{b} = -|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|$.

(A) $\alpha = 180^\circ$. (B) $\alpha = 0^\circ$. (C) $\alpha = 90^\circ$. (D) $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})$.

Mà theo giả thiết $\vec{a}\cdot\vec{b} = -|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|$, suy ra $\cos(\vec{a},\vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a},\vec{b}) = 180^\circ$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai véc-tơ cùng hướng và đều khác véc-tơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|$. (B) $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$.

(C) $\vec{a}\cdot\vec{b} = -1$. (D) $\vec{a}\cdot\vec{b} = -|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})$.

Do $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai véc-tơ cùng hướng nên $(\vec{a},\vec{b}) = 0^\circ \Rightarrow \cos(\vec{a},\vec{b}) = 1$. Vậy $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-1;1)$ và $\vec{b} = (2;0)$. Tính cosin của góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

(A) $\cos(\vec{a},\vec{b}) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. (B) $\cos(\vec{a},\vec{b}) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(C) $\cos(\vec{a},\vec{b}) = -\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$. (D) $\cos(\vec{a},\vec{b}) = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right|} = \dfrac{-1 \cdot 2 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai véc-tơ $\vec{u} = \dfrac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm k để véc-tơ $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

A $k = 20$. B $k = -20$. **C** $k = -40$. D $k = 40$.

Lời giải.

Từ giả thiết suy ra $\vec{u} = (\dfrac{1}{2}; -5)$, $\vec{v} = (k; -4)$.

Yêu cầu bài toán suy ra $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}k + (-5) \cdot (-4) = 0 \Leftrightarrow k = -40$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Trong hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho véc-tơ $\vec{a} = -\dfrac{3}{5}\vec{i} - \dfrac{4}{5}\vec{j}$. Độ dài của véc-tơ $\vec{a}$ bằng

A $\dfrac{1}{5}$. **B** 1. C $\dfrac{6}{5}$. D $\dfrac{7}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} = -\dfrac{3}{5}\vec{i} - \dfrac{4}{5}\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = \left(-\dfrac{3}{5}; -\dfrac{4}{5}\right) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{(-\dfrac{3}{5})^2 + (-\dfrac{4}{5})^2} = 1$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-3; -2)$, $B(3; 6)$ và $C(11; 0)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

A $D(5; -8)$. . B $D(8; 5)$. C $D(-5; 8)$. D $D(-8; 5)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (-6; -8)$, $\overrightarrow{BC} = (8; -6)$.

Khi đó $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = (-6) \cdot 8 + (-8) \cdot (-6) = 0 \Rightarrow \widehat{ABC} = 90^\circ$.

Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$. Suy ra I là trung điểm của $AC \Rightarrow I(4; -1)$.

Gọi $D(x; y)$, do I cũng là trung điểm của $BD \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x+3}{2} = 4 \\ \dfrac{y+6}{2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -8 \end{cases} \Rightarrow D(5; -8)$.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $M(-2; 2)$ và $N(1; 1)$. Tìm tọa độ điểm P thuộc trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng.

A $P(0; 4)$. B $P(0; 4)$. C $P(4; 0)$. **D** $P(4; 0)$.

Lời giải.

Ta có $P \in Ox$ nên $P(x; 0)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{MP} = (x + 2; -2) \\ \overrightarrow{MN} = (3; -1). \end{cases}$

Do M, N, P thẳng hàng nên $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{-2}{-1} \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow P(4; 0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Tính $P = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC}$.

A $P = b^2 - c^2$. B $P = \dfrac{c^2 + b^2}{2}$. C $P = \dfrac{c^2 + b^2 + a^2}{3}$. D $P = \dfrac{c^2 + b^2 - a^2}{2}$.

Lời giải.

Ta có $P = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$

$= (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AC}^2 - \overrightarrow{AB}^2 = AC^2 - AB^2 = b^2 - c^2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(-8;0)$, $B(0;4)$, $C(2;0)$ và $D(-3;-5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) Hai góc $\widehat{BAD}$ và $\widehat{BCD}$ phụ nhau.
(B) Góc $\widehat{BCD}$ là góc nhọn.
(C) $\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) = \cos(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD})$.
(D) Hai góc $\widehat{BAD}$ và $\widehat{BCD}$ bù nhau.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (8;4)$, $\overrightarrow{AD} = (5;-5)$, $\overrightarrow{CB} = (-2;4)$, $\overrightarrow{CD} = (-5;-5)$.

Suy ra $\begin{cases} \cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) = \dfrac{8\cdot 5 + 4\cdot(-5)}{\sqrt{8^2+4^2}\cdot\sqrt{5^2+5^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{10}} \\ \cos(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}) = \dfrac{(-2)\cdot(-5) + 4\cdot(-5)}{\sqrt{2^2+4^2}\cdot\sqrt{5^2+5^2}} = -\dfrac{1}{\sqrt{10}}. \end{cases}$

$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) + \cos(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}) = 0 \Rightarrow \widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 180^\circ$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;4)$ và $B(8;4)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc trục hoành sao cho tam giác ABC vuông tại C.

(A) $C(6;0)$.
(B) $C(0;0)$, $C(6;0)$.
(C) $C(0;0)$.
(D) $C(-1;0)$.

Lời giải.

Ta có $C \in Ox$ nên $C(c;0)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{CA} = (-2-c;4) \\ \overrightarrow{CB} = (8-c;4). \end{cases}$

Tam giác ABC vuông tại C nên $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB} = 0$

$$\Leftrightarrow (-2-c)\cdot(8-c) + 4\cdot 4 = 0 \Leftrightarrow c^2 - 6c = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 6 \Rightarrow C(6;0) \\ c = 0 \Rightarrow C(0;0). \end{array}\right.$$

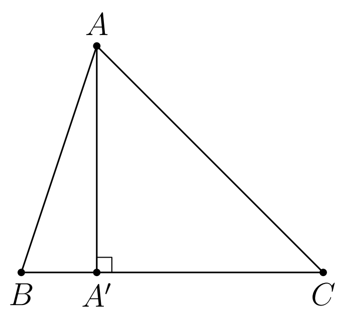
Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$ và $C(-3;-8)$. Tìm toạ độ chân đường cao A' kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC.

(A) $A'(1;-4)$.
(B) $A'(-1;4)$.
(C) $A'(1;4)$.
(D) $A'(4;1)$.

Lời giải.

Gọi $A'(x;y)$. Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AA'} = (x-4;y-3) \\ \overrightarrow{BC} = (-5;-15) \\ \overrightarrow{BA'} = (x-2;y-7). \end{cases}$



Từ giả thiết, ta có

$\begin{cases} AA' \perp BC \\ B, A', C \text{ thẳng hàng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{BC} = 0 & (1) \\ \overrightarrow{BA'} = k\overrightarrow{BC}. & (2) \end{cases}$

- $(1) \Leftrightarrow -5(x-4) - 15(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y = 13$.
- $(2) \Leftrightarrow \dfrac{x-2}{-5} = \dfrac{y-7}{-15} \Leftrightarrow 3x - y = -1$.

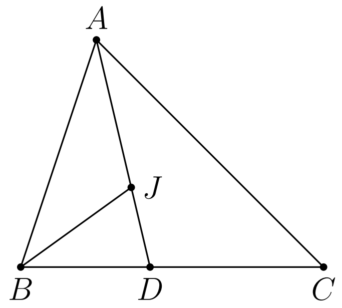
Giải hệ $\begin{cases} x + 3y = 13 \\ 3x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow A'(1;4)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 17. Trong mặt phẳng (Oxy), cho tam giác ABC có $A(-2;3)$, $B\left(\frac{1}{4};0\right)$, $C(2;0)$. Tìm tọa độ tâm J của đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

A $J\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **B** $J\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **C** $J\left(\frac{1}{2};0\right)$. **D** $J\left(0;-\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.



Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(\frac{9}{4};-3\right)\Rightarrow AB=\frac{15}{4}$ và $\overrightarrow{AC}=(4;-3)\Rightarrow AC=5$.

Gọi $D(x;y)$ là chân đường phân giác trong góc A.

Ta có $\overrightarrow{DC}=(2-x;-y)$ và $\overrightarrow{DB}=\left(\frac{1}{4}-x;-y\right)$.

Theo tính chất đường phân giác $\frac{DB}{DC}=\frac{AB}{AC}=\frac{3}{4}$.

Suy ra $\overrightarrow{DB}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{4}-x=-\frac{3}{4}(2-x)\\-y=-\frac{3}{4}\cdot(-y)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}\Rightarrow D(1;0)$.

Ta có $\overrightarrow{BD}=\left(\frac{3}{4};0\right)\Rightarrow BD=\frac{3}{4}$.

Vì BJ là đường phân giác trong góc B của tam giác ABD nên $\frac{JA}{JD}=\frac{BA}{BD}=5$

$\Rightarrow\overrightarrow{JA}=-5\overrightarrow{JD}\Leftrightarrow\begin{cases}-2-x=-5(1-x)\\3-y=-5(-y)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\frac{1}{2}.\end{cases}$

Vậy tọa độ $J\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Tam giác ABC vuông tại A và có $AB=AC=a$. Tính độ dài đường trung tuyến BM của tam giác đã cho.

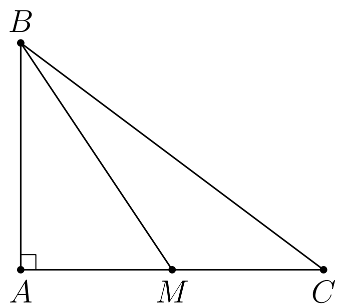
A $BM=1{,}5a$. **B** $BM=\sqrt{2}a$. **C** $BM=\sqrt{3}a$. **D** $BM=\frac{\sqrt{5}}{2}a$.

Lời giải.

M là trung điểm của $AC\Rightarrow AM=\frac{AC}{2}=\frac{a}{2}$.

Xét tam giác BAM vuông tại A, ta có

$BM=\sqrt{AB^2+AM^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.



Chọn đáp án D □

Câu 19. Tam giác ABC có độ dài ba trung tuyến lần lượt là 9, 12, 15. Diện tích của tam giác ABC bằng

A 24. **B** $24\sqrt{2}$. **C** 72. **D** $72\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} m_a^2 = \dfrac{b^2+c^2}{2} - \dfrac{a^2}{4} = 81 \\ m_b^2 = \dfrac{a^2+c^2}{2} - \dfrac{b^2}{4} = 144 \\ m_c^2 = \dfrac{a^2+b^2}{2} - \dfrac{c^2}{4} = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 292 \\ b^2 = 208 \\ c^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{73} \\ b = 4\sqrt{13} \\ c = 10. \end{cases}$

$p = \dfrac{a+b+c}{2} = 5 + \sqrt{73} + 2\sqrt{13}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 72$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho tam giác ABC có $BC = \sqrt{6}$, $AC = 2$ và $AB = \sqrt{3}+1$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A $\sqrt{5}$. **B** $\sqrt{3}$. **C** $\sqrt{2}$. **D** 2.

Lời giải.

Nửa chu vi của tam giác ABC là $p = \dfrac{AB+BC+CA}{2} = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}+3}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} = \dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$.

Mà $S = \dfrac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R} \Rightarrow R = \dfrac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S} = \sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. D	4. B	5. A	6. A	7. A	8. B	9. C	10. B
11. A	12. D	13. A	14. D	15. B	16. C	17. A	18. D	19. C	20. C

CHƯƠNG 3. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				Cộng
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
1. Phương trình đường thẳng	Câu 1	Câu 2 Câu 3	Câu 4		4 20%
2. Phương trình đường tròn	Câu 5 Câu 6	Câu 7 Câu 8 Câu 9 Câu 10	Câu 11 Câu 12 Câu 13 Câu 14	Câu 15 Câu 16	12 60%
3. Phương trình đường Elíp	Câu 17	Câu 18 Câu 19	Câu 20		4 20%
Cộng	4 20%	8 40%	6 30%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
Chủ đề 1. Phương trình đường thẳng	1	NB	Tìm điểm, VTCP, VTPT của đường thẳng có PTTS, PTCT.
	2	TH	Viết PTTS, PTCT của đường thẳng
	3	TH	Bài toán về hình chiếu, điểm đối xứng
	4	VDT	Bài toán liên quan đến khoảng cách
Chủ đề 2. Phương trình đường tròn	5	NB	Nhận dạng phương trình đường tròn
	6	NB	Tìm toạ độ tâm, tính bán kính của đường tròn
	7	TH	Viết phương trình đường tròn biết tâm và bán kính
	8	TH	Viết phương trình đường tròn qua hai, ba điểm
	9	TH	Viết phương trình đường tròn sử dụng điều kiện tiếp xúc
	10	TH	Tiếp tuyến với đường tròn
	11	VDT	Bài toán liên quan đến hình vuông

	12	VDT	Bài toán liên quan đến hình chữ nhật
	13	VDT	Bài toán liên quan đến hình bình hành
	14	VDT	Bài toán liên quan đến hình thang
	15	VDC	Bài toán tổng hợp về tam giác
	16	VDC	Bài toán thực tế, liên môn
Chủ đề 3. Phương trình đường Elíp	17	NB	Nhận dạng phương trình elip
	18	TH	Viết phương trình elip
	19	TH	Các biểu thức liên quan elip
	20	VDT	Bài toán thực tế

C ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;2)$ và $B(1;4)$?

(A) $\overrightarrow{u_1} = (-1;2)$. (B) $\overrightarrow{u_2} = (2;1)$. (C) $\overrightarrow{u_3} = (-2;6)$. (D) $\overrightarrow{u_4} = (1;1)$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;2)$ và $B(1;4)$ có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (4;2)$ hoặc $\vec{u}\,(2;1)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là

(A) $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1+3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = t \\ y = 3-5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3+5t \\ y = t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng qua B và song song với AC.

Ta có $\begin{cases} B(0;3) \in d \\ \vec{u}_d = \overrightarrow{AC} = (-5;-1) = -1\cdot(5;1) \end{cases} \to d\colon \begin{cases} x = 5t \\ y = 3+t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon 2x+y-3=0$ có phương trình tổng quát là

(A) $2x+y=0$. (B) $x-2y-3=0$. (C) $x+y-1=0$. (D) $x-2y+5=0$.

Lời giải.

$\begin{cases} M(-1;2) \in d \\ d \perp \Delta\colon 2x+y-3=0 \end{cases} \to \begin{cases} M(-1;2) \in d \\ d\colon x-2y+c=0 \end{cases} \to -1-2.2+c=0 \Leftrightarrow c=5$. Vậy $d\colon x-2y+5=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;3)$ và $B(1;4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều hai điểm A và B?

(A) $x-y+2=0$. (B) $x+2y=0$. (C) $2x-2y+10=0$. (D) $x-y+100=0$.

Lời giải.

- Xét $\Delta\colon x-y+2=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ nên $x-y+2=0$ thỏa mãn.

- Xét $\Delta\colon x+2y=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=\dfrac{8}{\sqrt{5}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{9}{\sqrt{5}}$ nên $x+2y=0$ không thỏa mãn.
- Xét $\Delta\colon 2x-2y+10=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=\dfrac{4}{\sqrt{2}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{2}{\sqrt{2}}$ nên $2x-2y+10=0$ không thỏa mãn.
- Xét $\Delta\colon x-y+100=0$. Ta có $\mathrm{d}(A;\Delta)=\dfrac{99}{\sqrt{2}}$ và $\mathrm{d}(B;\Delta)=\dfrac{97}{\sqrt{2}}$ nên $x-y+100=0$ không thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+3)^2=16$ là

A. $I(-1;3), R=4$. **B.** $I(1;-3), R=4$. C. $I(1;-3), R=16$. D. $I(-1;3), R=16$.

Lời giải.

$$(C)\colon (x-1)^2+(y+3)^2=16 \Rightarrow I\left(1;-3\right), R=\sqrt{16}=4.$$

Chọn đáp án B □

Câu 6. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2+y^2-x-y+9=0$. **B.** $x^2+y^2-x=0$.

C. $x^2+y^2-2xy-1=0$. D. $x^2-y^2-2x+3y-1=0$.

Lời giải.

Loại các đáp án $x^2+y^2-2xy-1=0$ và $x^2-y^2-2x+3y-1=0$ vì không có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$.

Xét đáp án $x^2+y^2-x-y+9=0 \Rightarrow a=\dfrac{1}{2}, b=\dfrac{1}{2}, c=9 \Rightarrow a^2+b^2-c<0 \Rightarrow$ loại.

Xét đáp án $x^2+y^2-x=0 \Rightarrow a=\dfrac{1}{2}, b=c=0 \Rightarrow a^2+b^2-c>0$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Đường tròn có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+2x+4y-4=0$. B. $x^2+y^2+2x-4y-4=0$.

C. $x^2+y^2-2x+4y-4=0$. D. $x^2+y^2-2x-4y-4=0$.

Lời giải.

$$(C)\colon \begin{cases} I(1;2) \\ R=3 \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x-1)^2+(y-2)^2=9 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x-4y-4=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Đường tròn (C) có tâm $I(-2;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y+5=0$ có phương trình là

A. $(x+2)^2+(y-1)^2=1$. B. $(x+2)^2+(y-1)^2=\dfrac{1}{25}$.

C. $(x-2)^2+(y+1)^2=1$. D. $(x+2)^2+(y-1)^2=4$.

Lời giải.

$$(C)\colon \begin{cases} I(-2;1) \\ R=\mathrm{d}\left(I;\Delta\right)=\dfrac{|-6-4+5|}{\sqrt{9+16}}=1 \end{cases} \Rightarrow (C)\colon (x+2)^2+(y-1)^2=1.$$

Chọn đáp án A □

Câu 9. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$.

A. $I(0;0)$. B. $I(1;0)$. C. $I(3;2)$. **D.** $I(1;1)$.

Lời giải.

$$A, B, C \in (C)\colon x^2+y^2+2ax+2by+c=0 \Leftrightarrow \begin{cases}16+8b+c=0\\20+4a+8b+c=0\\16+8a+c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\b=-1\\c=-8\end{cases} \Rightarrow I(1;1).$$

Chọn đáp án D ☐

Câu 10. Cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+2)^2=8$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $A(3;-4)$.

A $d: x+y+1=0$.
B $d: x-2y-11=0$.
C $d: x-y-7=0$.
D $d: x-y+7=0$.

Lời giải.
Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ nên tiếp tuyến tại A có VTPT là $\vec{n}=\overrightarrow{IA}=(2;-2)$.
Nên có phương trình là: $1(x-3)-1(y+4)=0 \Leftrightarrow x-y-7=0$.
Chọn đáp án C ☐

Câu 11. Hình vuông $ABCD$ có $A(2;1), C(4;3)$. Tọa độ của đỉnh B có thể là

A $(2;3)$.
B $(1;4)$.
C $(-4;-1)$.
D $(3;2)$.

Lời giải.

Cách 1: Phương trình đường thẳng AC có dạng: $x-y-1=0$.
Gọi I là trung điểm của AC nên $I(3;2)$.
Phương trình đường thẳng Δ đi qua I và vuông góc AC có dạng: $x+y-5=0$
Phương trình đường tròn (C) qua $I(3;2)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{2}$:

$$(x-3)^2+(y-2)=2$$

Khi đó $B=(C)\bigcap(\Delta)$, tọa độ B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}(x-3)^2+(y-2)=2\\x+y-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=3\end{cases} \vee \begin{cases}x=4\\y=1\end{cases}$$

Cách 2: Gọi $B(x;y)$, suy ra $\overrightarrow{AB}=(x-2;y-1)$; $\overrightarrow{BC}=(4-x;3-y)$. Để B là đỉnh của hình vuông $ABCD$ thì

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}\\AB=BC\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-2)(4-x)+(y-1)(3-y)=0\\(x-2)^2+(y-1)^2=(4-x)^2+(3-y)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=3\end{cases} \vee \begin{cases}x=4\\y=1\end{cases}$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 12. Đường tròn $(C):(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ cắt đường thẳng $x+2y-a-2b=0$ theo dây cung có độ dài bằng bao nhiêu? (Ở đây $R>0$).

A $R\sqrt{2}$.
B $\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.
C R.
D $2R$.

Lời giải.
Đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$, bán kính R.
Nhận xét, tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng $x+2y-a-2b=0$.
Suy ra dây cung tạo bởi đường thẳng và đường tròn chính là đường kính của đường tròn. Do đó độ dài bằng $2R$.
Chọn đáp án D ☐

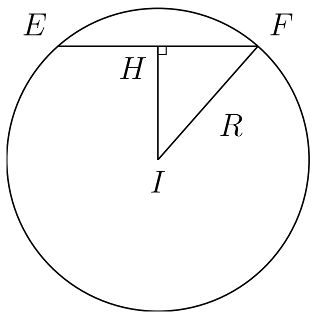
Câu 13. Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+2y-7=0$ và đường thẳng $d: x+y+1=0$. Tìm tất cả các đường thẳng song song với đường thẳng d và cắt đường tròn (C) theo dây cung có độ dài bằng 2.

A $x+y+4=0$ và $x+y-4=0$. **B** $x+y+2=0$.
C $x+y+4=0$. **D** $x+y+2=0$ và $x+y-2=0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ và bán kính

$$R=\sqrt{1^2+(-1)^2-(-7)}=3.$$



Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.
Ta có $\Delta \parallel d$ mà $d: x+y+1=0 \Rightarrow \Delta: x+y+c=0$, $(c\neq 1)$. Đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) theo dây cung EF.

Gọi H là hình chiếu của I lên dây cung, ta có

$$IH=\sqrt{IF^2-HF^2}=\sqrt{IF^2-\left(\frac{EF}{2}\right)^2}=\sqrt{(3)^2-1^2}=2\sqrt{2}.$$

Ta có

$$\begin{aligned}&d(I,\Delta)=IH\\ \Leftrightarrow\ &\frac{|1-1+c|}{\sqrt{1^2+1^2}}=2\sqrt{2}\\ \Leftrightarrow\ &|c|=4\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}c=4(\text{ nhận })\\ c=-4(\text{ nhận })\end{array}\right.\end{aligned}$$

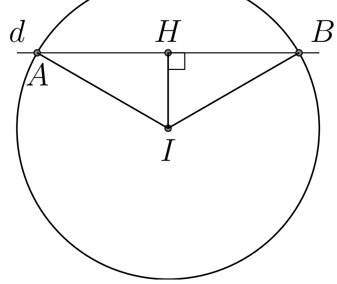
Với $c=4\Rightarrow \Delta: x+y+4=0$. Với $c=-4\Rightarrow \Delta: x+y-4=0$.
Chọn đáp án A $\square$

Câu 14. Đường thẳng $d: 3x+4y+8=0$ cắt đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-2y-23=0$ theo dây cung AB. Tính độ dài đoạn AB.

A $AB=6$. **B** $AB=4$. **C** $AB=8$. **D** $AB=3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+1^2-(-23)}=5$.
Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow IH=\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{|3+4+8|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3$.
$\triangle IHA$ vuông tai $H\Rightarrow HA=\sqrt{R^2-IH^2}=5$.
Do đó $AB=8$.



Chọn đáp án C $\square$

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(-1;-1)$, $B(1;1)$, $C(5;-3)$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$

A $(x-2)^2+(y+2)^2=100$. **B** $(x-2)^2+(y-2)^2=10$.
C $(x-2)^2+(y+2)^2=10$. **D** $(x+2)^2+(y+2)^2=\sqrt{10}$.

Lời giải.
Gọi phương trình đường tròn cần tìm có dạng: $(C): x^2+y^2+2ax+2by+c=0$.
Vì (C) ngoại tiếp $\triangle ABC$ nên $\begin{cases}1+1-2a-2b+c=0\\1+1+2a+2b+c=0\\25+9+10a-6b+c=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+2b-c=2\\2a+2b+c=-2\\10a-6b+c=-34\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-2\\b=2\\c=-2\end{cases}$
Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2+y^2-4x+4y-2=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+2)^2=10$
Chọn đáp án B □

Câu 16. Tam giác ABC có đỉnh $A(-1;2)$, trực tâm $H(3;0)$, trung điểm của BC là $M(6;1)$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. 4.

Lời giải.
Gọi $D(x_D;y_D)$ là điểm đối xứng với điểm $H(3;0)$ qua $M(6;1)$, ta có

$$\begin{cases}x_D=2x_M-x_H\\y_D=2y_M-y_H\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_D=9\\y_D=2\end{cases} \Rightarrow D(9;2)$$

Vì AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle ABC$, suy ra I là trung điểm của AD. Gọi $I(x_I;y_I)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Khi đó

$$\begin{cases}x_I=\dfrac{x_A+x_D}{2}\\y_I=\dfrac{y_A+y_D}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_I=\dfrac{-1+9}{2}\\y_I=\dfrac{2+2}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_I=4\\y_I=2\end{cases} \Rightarrow I(4;2)$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R=IA=\sqrt{(-5)^2}=5$
Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho Elip $E: x^2+4y^2=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Elip có tiêu cự bằng $\sqrt{3}$.
B. Elip có trục nhỏ bằng 2.
C. Elip có một tiêu điểm là $F\left(0;\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)$.
D. Elip có trục lớn bằng 4.

Lời giải.
Ta có

$$E: x^2+4y^2=1 \Leftrightarrow E: \frac{x^2}{1^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=1 \Rightarrow \begin{cases}a=1\\b=\dfrac{1}{2}\\c=\sqrt{a^2-b^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}.$$

Do đó:

- E có tiêu cự $F_1F_2=2c=\sqrt{3}$.
- E có trục nhỏ bằng 1, trục lớn bằng 2.
- E có tiêu điểm là $F_1\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $F_2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Phương trình của elip E có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là

A. $9x^2+16y^2=144$. B. $9x^2+16y^2=1$. C. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$. D. $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

Lời giải.
Xét đáp án A. Ta có

$$E: 9x^2+16y^2=144 \Leftrightarrow E: \frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{3^2}=1 \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases}.$$

Do đó E có độ dài trục lớn là 8, độ dài trục nhỏ là 6.
Chọn đáp án A □

Câu 19. Lập phương trình chính tắc của elip biết tỉ số giữa độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $\sqrt{2}$, tổng bình phương độ dài trục lớn và tiêu cự bằng 64.

A $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{8}=1$. **B** $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{12}=1$. **C** $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$. **D** $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.

Lời giải.
Elip E có tỉ số độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $\sqrt{2} \Rightarrow \frac{2b}{2c}=\sqrt{2} \Rightarrow c=\frac{b\sqrt{2}}{2}$. Mặt khác, $(2a)^2+(2c)^2=64 \Leftrightarrow a^2+c^2=16$. Ta có $\begin{cases} c=\frac{b\sqrt{2}}{2} \\ a^2+c^2=16 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+\frac{1}{2}b^2=16 \\ a^2-\frac{3}{2}b^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=12 \\ b^2=8 \end{cases}$. Phương trình chính tắc của elip là $E: \frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{8}=1$.
Chọn đáp án A □

Câu 20. Viết phương trình chính tắc của Elip (E) biết tọa độ một đỉnh $A_1(-5;0)$ và bốn đỉnh A_1, B_1, A_2, B_2 làm thành một tứ giác có chu vi bằng 28.

Lời giải.
Gọi $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $a>b>0$.
Đỉnh $A_1(-5;0) \Rightarrow a=5$.
Bốn đỉnh A_1, B_1, A_2, B_2 là bốn đỉnh của hình thoi
$\Rightarrow$ Chu vi $A_1B_1A_2B_2=4A_1B_1=4\sqrt{a^2+b^2}=28 \Rightarrow b=2\sqrt{6}$.
Vậy $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=1$. □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. D	4. A	5. B	6. B	7. A	8. A	9. D	10. C
11. A	12. D	13. A	14. C	15. B	16. A	17. A	18. A	19. A	

Đề số 2

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình tiếp tuyến với $(C): (x-1)^2+(y+2)^2=10$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: x+3y-5=0$.

A $x+3y+5=0$. **B** $x+3y+10=0$. **C** $x+3y-1=0$. **D** $x+3y+15=0$.

Lời giải.
Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{10}$.
Vì tiếp tuyến Δ của (C) song song với d nên Δ có dạng $x+3y+m=0$ với $m \neq -5$.
Vì Δ tiếp xúc (C) nên $\mathrm{d}(I;\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{|1+3\cdot(-2)+m|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\sqrt{10} \Leftrightarrow m=15$ hoặc $m=-5$ (loại).
Vậy tiếp tuyến cần tìm có phương trình $x+3y+15=0$.
Chọn đáp án D □

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon 2x+y+3=0$ và elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với d cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 1.

A $\Delta\colon x-2y+2=0$ hoặc $\Delta\colon x-2y-2=0$. **B** $\Delta\colon x-2y+2=0$ hoặc $\Delta\colon x+2y-2=0$.
C $\Delta\colon x+2y+2=0$ hoặc $\Delta\colon x+2y-2=0$. **D** $\Delta\colon x+2y+2=0$ hoặc $\Delta\colon x-2y-2=0$.

Lời giải.
Δ là đường thẳng vuông góc với d, khi đó phương trình đường thẳng $\Delta\colon x-2y+c=0$.
Tọa độ giao điểm của A, B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x=2y-c \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-c \\ (2y-c)^2+4y^2=4 \end{cases} \Rightarrow$
$8y^2-4yc+c^2-4=0.$ 1
(1) có hai nghiệm phân biệt y_1, y_2 khi và chỉ khi $4c^2-8(c^2-4)>0 \Leftrightarrow c^2<8$.
Gọi $A(2y_1-c;y_1), B(2y_2-c;y_2) \Rightarrow AB=\sqrt{5\left((y_1+y_2)^2-4y_1y_2\right)}=\sqrt{5\cdot\dfrac{8-c^2}{4}}$.
Theo bài ra $S_{OAB}=1 \Leftrightarrow \mathrm{d}(O,AB)\cdot AB=2 \Leftrightarrow c^4-8c^2+16=0 \Leftrightarrow c^2=4 \Leftrightarrow c=\pm 2$ (thỏa mãn).
Vậy $\Delta\colon x-2y+2=0$ hoặc $\Delta\colon x-2y-2=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=3+5t \end{cases}$ song song với đường thẳng nào dưới đây?

A $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+5t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+10t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x=1+t \\ y=8-5t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=-t \\ y=5t \end{cases}$.

Lời giải.
Đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=3+5t \end{cases}$ đi qua $A(2;3)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(-1;5)$. Ta có

- $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+5t \end{cases}$ đi qua $A(2;3)$ (loại).
- $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+10t \end{cases}$ đi qua $B(1;2)$ mà $B(1;2)$ thuộc đường thẳng d nên (loại).
- $\begin{cases} x=1+t \\ y=8-5t \end{cases}$ đi qua $C(1;8)$ mà $C(1;8)$ thuộc đường thẳng d nên (loại).
- $\begin{cases} x=-t \\ y=5t \end{cases}$ đi qua $O(0;0)$ mà $O(0;0)$ không thuộc đường thẳng d và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(-1;5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình đường tròn tâm $I(-1;2)$ và đi qua điểm $M(2;1)$.

A $x^2+y^2+2x-4y-5=0$. **B** $x^2+y^2+2x-4y-3=0$.
C $x^2+y^2-2x-4y-5=0$. **D** $x^2+y^2+2x+4y-5=0$.

Lời giải.
Ta có $IM=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$.
Vậy đường tròn tâm $I(-1;2)$ và đi qua điểm $M(2;1)$ có phương trình là

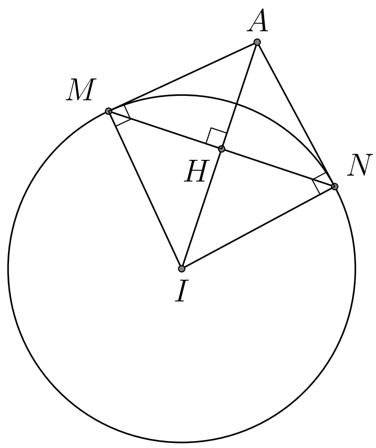
$$(x+1)^2+(y-2)^2=10 \Leftrightarrow x^2+y^2+2x-4y-5=0.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(3;4)$ và đường tròn $(\mathcal{C})\colon x^2+y^2-4x-2y=0$. Các tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ đi qua A và tiếp xúc với $(\mathcal{C})$ tại M,N. Hãy tính độ dài đoạn thẳng MN.

A $\sqrt{10}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) 5. (D) 10.

Lời giải.



Đuòng tròn $(\mathcal{C})\colon (x-2)^2+(y-1)^2=5$ có tâm $I(2;1)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Đường thẳng Δ qua $A(3;4)$ có phương trình:

$$a(x-3)+b(y-4)=0,\ (a^2+b^2\neq 0).$$

Δ là tiếp tuyến của $(\mathcal{C})$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}
& d(I;\Delta)=R\\
\Leftrightarrow\ & \frac{|a(2-3)+b(1-4)|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{5}\\
\Leftrightarrow\ & |a+3b|=\sqrt{5(a^2+b^2)}\\
\Leftrightarrow\ & a^2+6ab+9b^2=5a^2+5b^2\\
\Leftrightarrow\ & 4a^2-6ab-4b^2=0.
\end{aligned}$$

Với $b=0\Rightarrow a=0$ (không thỏa mãn điều kiện).

Với $b\neq 0$, chia hai vế phương trình cho b^2 và đặt $t=\dfrac{a}{b}$ ta có:$2t^2-3t-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2\\ t=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Với $t=2\Rightarrow \dfrac{a}{b}=2$. Chọn $a=2;b=1$, ta có phương trình $\Delta_1\colon 2x+y-10=0$.

d_1 qua $I(2;1)$ vuông góc với Δ_1 có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(1;-2)\Rightarrow d_1\colon 1(x-2)-2(y-1)=0\Leftrightarrow x-2y=0$.

Ta có $M=d_1\cap\Delta_1\colon \begin{cases} x-2y=0\\ 2x+y-10=0\end{cases}\Rightarrow M(4;2)$.

Với $t=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\dfrac{a}{b}=-\dfrac{1}{2}$. Chọn $a=1;b=-2$, ta có phương trình $\Delta_2\colon x-2y+5=0$.

d_2 qua $I(2;1)$ vuông góc với Δ_2 có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(2;1)\Rightarrow d_2\colon 2(x-2)+(y-1)=0\Leftrightarrow 2x+y-5=0$.

Ta có $N=d_2\cap\Delta_2\colon \begin{cases} 2x+y-5=0\\ x-2y+5=0\end{cases}\Rightarrow N(1;3)$.

Vậy $MN=\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (A) □

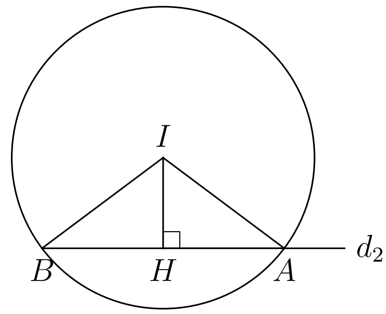
Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1\colon 3x-y-5=0$ và $d_2\colon x-4=0$. Viết phương trình đường tròn có bán kính $R=5$, tâm thuộc đường thẳng d_1 với tung độ âm và cắt đường thẳng d_2 theo dây cung có độ dài bằng 8.

(A) $(x+1)^2+(y+2)^2=25$. (B) $(x-1)^2+(y+2)^2=5$.

(C) $(x-7)^2+(y-16)^2=25$. **D** $(x-1)^2+(y+2)^2=25$.

Lời giải.

Ta có $d_1\colon \begin{cases} x = t \\ y = 3t - 5. \end{cases}$



Gọi $(C) = (I; R)$ là đường tròn có tâm nằm trên d_1 và cắt d_2 theo dây cung $AB = 8 \Rightarrow I(t; 3t - 5)$ (với điều kiện $3t - 5 < 0$).
Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow IH \perp AB$ và $HA = 4$.
Ta có $IH = \mathrm{d}(I, \Delta) = \dfrac{|t-4|}{1}$. Mà $IH^2 + HA^2 = R^2$ nên ta có phương trình

$$(t-4)^2 + 16 = 25 \Leftrightarrow (t-4)^2 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ t = 9 \text{ (loại)}. \end{array}\right.$$

Với $t = 1 \Rightarrow I(1; -2) \Rightarrow$ phương trình đường tròn (C) là $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.
Chọn đáp án D □

Câu 7. Tính độ dài trục lớn A_1A_2 của elip $(E): \dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{16} = 1$.

A. $A_1A_2 = 36$. **B.** $A_1A_2 = 12$. C. $A_1A_2 = 6$. D. $A_1A_2 = 4$.

Lời giải.
$(E): \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a$. Vậy $(E): \dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{16} = 1$ có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 12$.
Chọn đáp án B □

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho (E) có phương trình $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Xác định độ dài trục lớn AA' và độ dài trục bé BB' của Elip (E).

A. $AA' = 8$, $BB' = 6$. B. $AA' = 16$, $BB' = 9$.
C. $AA' = 16$, $BB' = 10$. D. $AA' = 16$, $BB' = 6$.

Lời giải.
Ta có $a = 4$, $b = 3$ suy ra $AA' = 2a = 8$, $BB' = 2b = 6$.
Chọn đáp án A □

Câu 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, lập phương trình đường tròn có đường kính AB với $A(1; 2)$ và $B(5; 0)$.

A. $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 10 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 5 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 10 = 0$.

Lời giải.
Gọi I là tâm đường tròn. Lúc đó I là trung điểm AB nên $I(3; 1)$ và bán kính đường tròn là $R = IA = \sqrt{5}$.
Vậy đường tròn có phương trình là $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Phương trình đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y - 8 = 0$ và đường thẳng $(d): x - y - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng nào trong các phương án dưới đây là phương trình tiếp tuyến của (C) song song với (d)?

A. $x - y - 4 = 0$. B. $x + y + 4\sqrt{2} = 0$. **C.** $x - y - 4\sqrt{2} = 0$. D. $-x + y + 4 = 0$.

Lời giải.
(C) có tâm $I(2; 2)$, bán kính $R = \sqrt{4 + 4 + 8} = 4$.
Đường thẳng Δ song song với đường thẳng d có dạng $x - y + m = 0$.
Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi: $\mathrm{d}(I, \Delta) = 4 \Leftrightarrow \dfrac{|m|}{\sqrt{2}} = 4 \Leftrightarrow m = \pm 4\sqrt{2}$.
Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn $x - y - 4\sqrt{2} = 0$ và $x - y + 4\sqrt{2} = 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 11. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2+8x+6y+9=0$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

(A) Đường tròn (C) có bán kính $R=4$.

(B) Đường tròn (C) không đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.

(C) Đường tròn (C) đi qua điểm $M(-1;0)$.

(D) Đường tròn (C) có tâm $I(-4;-3)$.

Lời giải.
Đường tròn đã cho có tâm $I(-4;-3)$, bán kính $R=\sqrt{16+9-9}=4$.
Thế toạ độ $M(-1;0)$ vào phương trình đường tròn thấy không thoả mãn. Thế toạ độ $O(0;0)$ vào cũng thấy không thoả mãn.
Chọn đáp án (C) □

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $d: x+2y+4=0$ và $\Delta: 2x-y+6=0$. Số đo của góc giữa hai đường thẳng d và Δ là

(A) 60°. (B) 30°. (C) 90°. (D) 45°.

Lời giải.
Đường thẳng d có vtpt $\vec{a}=(1;2)$, đường thẳng Δ có vtpt $\vec{b}=(2;-1)$.
Nhận thấy $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ nên góc giữa hai đường thẳng d và Δ bằng 90°.
Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, điểm nào trong các điểm sau đây nằm trên đường tròn có phương trình $x^2+y^2-2x+4y-20=0$?

(A) $C\,(2;-6)$. (B) $B\,(-2;-6)$. (C) $A\,(0;3)$. (D) $D\,(3;0)$.

Lời giải.
Lần lượt thay tọa độ trong các đáp án vào phương trình đường tròn ta thấy điểm B nằm trên đường tròn.
Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường cong $(C_m): x^2+y^2-8x+10y+m=0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?

(A) $m=-4$. (B) $m=-8$. (C) $m=4$. (D) $m=8$.

Lời giải.

- Phương trình đã cho là phương trình đường tròn khi $41-m>0 \Leftrightarrow m<41$.
- Khi đó

$$R=7 \Leftrightarrow \sqrt{41-m}=7 \Leftrightarrow 41-m=49 \Leftrightarrow m=-8 \quad \text{(thỏa mãn)}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(4;-1)$, phương trình $CD: 2x+5y+6=0$. Viết phương trình cạnh AB.

(A) $2x-5y-3=0$. (B) $4x-y-3=0$. (C) $2x+5y-3=0$. (D) $2x+5y+3$.

Lời giải.
Cạnh AB đi qua $A(4;-1)$ và song song với CD nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;5)$. Vậy AB có phương trình $2(x-4)+5(y+1)=0 \Leftrightarrow 2x+5y-3=0$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng $\Delta: 3x-4y+7=0$ đi qua điểm nào trong các điểm sau?

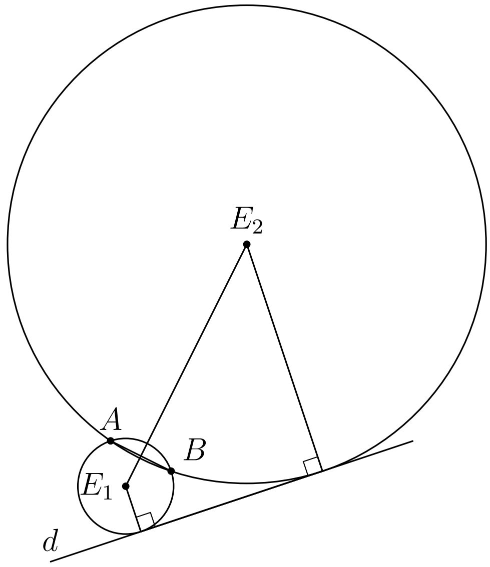
(A) $M_3(-1;1)$. (B) $M_4(1;-1)$. (C) $M_2(-1;-1)$. (D) $M_1(1;1)$.

Lời giải.
Với $x = 1 \Rightarrow y = \dfrac{5}{2}$.
Với $x = -1 \Rightarrow y = 1$.
Chọn đáp án A □

Câu 17. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(3;6)$ và $B(7;4)$. Biết rằng có hai đường tròn có bán kính lần lượt là a và b cùng đi qua hai điểm A, B đồng thời nhận đường thẳng $d\colon x-3y-5=0$ làm tiếp tuyến chung. Tính $T = ab$.

A $T = 36$. **B** $T = 50$. **C** $T = 24$. **D** $T = 45$.

Lời giải.



Dễ thấy đường nối tâm của hai đường tròn là đường trung trực Δ của đoạn thẳng AB, có phương trình $2x - y - 5 = 0$. Giả sử có E là tâm một trong hai đường tròn. Do $E \in \Delta$ nên $E(t; 2t-5)$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned}
& EA = d(E,d) \\
\Rightarrow\ & \sqrt{(t-3)^2 + (2t-11)^2} = \frac{|t - 3(2t-5) - 5|}{\sqrt{1^2+3^2}} \\
\Rightarrow\ & \sqrt{5t^2 - 50t + 130} = \frac{|5t-10|}{\sqrt{10}} \\
\Rightarrow\ & t^2 - 16t + 48 = 0 \\
\Rightarrow\ & \left[\begin{aligned} t &= 4 \\ t &= 12. \end{aligned}\right.
\end{aligned}$$

Từ đó, ta có tâm của hai đường tròn lần lượt là $E_1(4;3)$, $E_2(12;19)$. Vậy

$$T = ab = E_1A \cdot E_2A = \sqrt{10} \cdot 5\sqrt{10} = 50.$$

Chọn đáp án B □

Câu 18. Viết phương trình đường tròn tiếp xúc với trục hoành tại điểm $A(6;0)$ và đi qua điểm $B(9;9)$.

A $(x+6)^2 + (y+5)^2 = 25$. **B** $(x-6)^2 + (y-5)^2 = 25$.
C $(x+6)^2 + (y-5)^2 = 125$. **D** $(x-6)^2 + (y+5)^2 = 125$.

Lời giải.

Do đường tròn tiếp xúc với trục hoành tại điểm $A(6;0)$, nên có tâm $I(6;a)$ và bán kính $R=a$. Do đó phương trình đường tròn có dạng $(x-6)^2+(y-a)^2=a^2$.
Lại có $B(9;9)$ thuộc đường tròn nên $9+(9-a)^2=a^2 \Leftrightarrow a=5$.
Vậy phương trình đường tròn $(x-6)^2+(y-5)^2=25$.
Chọn đáp án B □

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của e-líp (E) có tiêu cự là 6 và độ dài trục bé là 8.

A $(E)\colon \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{x^2}{16}=1$. B $(E)\colon \dfrac{x^2}{5}+\dfrac{x^2}{4}=1$.
C $(E)\colon \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{x^2}{3}-1=0$. D $(E)\colon \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{x^2}{9}=1$.

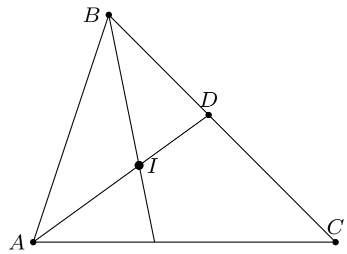
Lời giải.
Từ giả thiết, ta có $b=4, c=3$, suy ra được $a=\sqrt{b^2+c^2}=5$. Ta có phương trình e-líp $(E)\colon \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.
Chọn đáp án A □

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;6)$, $B(-3;-4)$, $C(5;0)$. Xác định tọa độ điểm I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.

A $I(-2;1)$. B $I(2;1)$. C $I(1;2)$. D $I(1;-2)$.

Lời giải.
Ta có: $\overrightarrow{AB}(-5;-10)$, $\overrightarrow{AC}(3;-6)$
nên $AB=5\sqrt{5}, AC=3\sqrt{5}$ và $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{5}{3}$.
Gọi $D(m;n)$ là chân đường phân giác trong của góc A.
Khi đó $\overrightarrow{BD}=\dfrac{AB}{AC}\overrightarrow{DC}=-\dfrac{5}{3}\overrightarrow{CD}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}3(m+3)+5(m-5)=0\\3(n+4)+5(n-0)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=2\\n=-\dfrac{3}{2}\end{cases} \Rightarrow D\left(2;-\dfrac{3}{2}\right).$$



Tương tự, ta có tâm I của đường tròn nội tiếp tam giác ABC cũng chính là chân đường phân giác trong từ đỉnh B của tam giác ABD nên $\overrightarrow{AI}=\dfrac{BA}{BD}\overrightarrow{ID}$, từ đó suy ra $I(-2;1)$.
Chọn đáp án B □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. D	4. A	5. A	6. D	7. B	8. A	9. C	10. C
11. C	12. C	13. B	14. B	15. C	16. A	17. B	18. B	19. A	20. B

Đề số 3

Câu 1. Cho hai điểm $A(4;7), B(7;4)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A $x+y=1$. B $x-y=1$. C $x-y=0$. D $x+y=0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB ta có $\begin{cases}x_I=\dfrac{4+7}{2}=\dfrac{11}{2}\\y_I=\dfrac{7+4}{2}=\dfrac{11}{2}\end{cases}$

$\overrightarrow{AB} = (3, -3)$ là VTPT của đường trung trực đoạn thẳng AB nên ta có phương trình

$$3\left(x - \frac{11}{2}\right) - 3\left(y - \frac{11}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - y = 0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho hai điểm $A(4; 7), B(7; 4)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A $x + y = 1$. **B** $x - y = 1$. **C** $x - y = 0$. **D** $x + y = 0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB ta có $\begin{cases} x_I = \dfrac{4+7}{2} = \dfrac{11}{2} \\ y_I = \dfrac{7+4}{2} = \dfrac{11}{2} \end{cases}$.

Lại có $\overrightarrow{AB} = (3, -3)$ là VTPT của đường trung trực đoạn thẳng AB nên ta có phương trình của đường trung trực của AB là

$$3\left(x - \frac{11}{2}\right) - 3\left(y - \frac{11}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - y = 0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm $A\,(1; 2)\,, B\,(4; 6)$, tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích $\triangle MAB$ bằng 1.

A $(0; 0)$ và $\left(0; \dfrac{4}{3}\right)$. **B** $(0; 2)$. **C** $(1; 0)$. **D** $(0; 1)$.

Lời giải.

$M \in Oy$, do đó M có tọa độ là $M(0, a)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 4) \Rightarrow AB = 5$.

Mặt khác phương trình đường thẳng $AB : 4x - 3y + 2 = 0$, nên

$$d\,(M; AB) = \frac{|-3a + 2|}{5}$$

Theo giả thiết $S_{\triangle MAB} = 1$, khi đó

$$\Rightarrow \frac{1}{2}AB \cdot d\,(M; AB) = \frac{1}{2}5 \cdot \frac{|-3a + 2|}{5} = 1 \Leftrightarrow |-3a + 2| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = \dfrac{4}{3}. \end{array}\right.$$

Vậy $M\,(0; 0)$ hoặc $M\left(0; \dfrac{4}{3}\right)$

Chọn đáp án A □

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(3; 4)$, trực tâm $H(1; 3)$ và tâm đường tròn ngoại tiếp$I(2; 0)$. Phương trình đường thẳng BC là

A $4x + 2y - 3 = 0$. **B** $2x + 4y - 3 = 0$. **C** $4x - 2y + 3 = 0$. **D** $2x + 4y + 3 = 0$.

Lời giải.

Gọi D là điểm đối xứng với A qua I. Suy ra $D(1; -4)$.

Ta có

$$\begin{cases} AB \perp BD, AB \perp HC \\ AC \perp CD, AC \perp HB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BD \parallel HC \\ CD \parallel HB. \end{cases}$$

Do đó tứ giác $BHCD$ là hình bình hành.

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow M$ cũng là trung điểm của $HD \Rightarrow M\left(1;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Do $IM \perp BC$ nên đường thẳng BC có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{MI}=\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Mà BC đi qua M nên

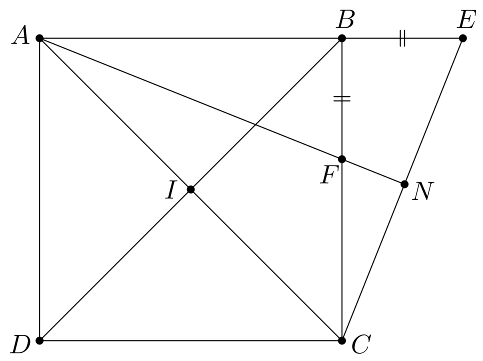
$$BC: 1(x-1)+\frac{1}{2}\left(y+\frac{1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow 4x+2y-3=0.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình vuông $ABCD$, trên tia đối của tia BA và trên cạnh BC lần lượt lấy các điểm E và F sao cho $BE=BF$, gọi $N\left(\dfrac{12}{5};\dfrac{29}{5}\right)$ là giao điểm của hai đường thẳng CE và AF, biết $EF: y-5=0$ và $B(3;4)$. Tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ là

(A) $A(0;1), B(3;4), C(0;7), D(-5;2)$.
B $A(0;1), B(3;4), C(0;7), D(-3;4)$.
(C) $A(4;2), B(3;4), C(0;7), D(-3;4)$.
(D) $A(0;1), B(3;4), C(-2;5), D(-3;4)$.

Lời giải.



Dễ thấy $EF \parallel BD$ (cùng tạo với AB góc 45°).

Khi đó

$$\begin{cases} EF \perp AC \\ CB \perp AB \end{cases} \Rightarrow AF \perp CE \quad (F \text{ là trực tâm}).$$

Khi đó, phương trình $BD: y-4=0$, gọi $I(t;4)$.

Ta có $IB=IB$, nên

$$(t-3)^2=\left(\frac{12}{5}-t\right)^2+\left(4-\frac{29}{5}\right)^2 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow I(0;4).$$

Từ đó suy ra $D(-3;4)$ khi đó phương trình AC là $x=0$.

Gọi $A(0;u)$, ta có

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0 \Leftrightarrow -9+(4-u)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=1 \Rightarrow A(0;1) \\ u=7 \Rightarrow A(0;7). \end{array}\right.$$

Do A và B cung phía với EF nên loại $A(0;7)$.

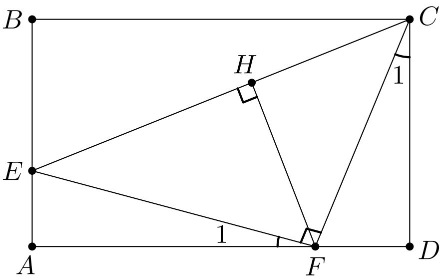
Khi đó $A(0;1); C(0;7)$. Vậy tọa độ các đỉnh của hình vuông là $A(0;1), B(3;4), C(0;7), D(-3;4)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có E, F lần lượt thuộc các đoạn AB, AD sao cho $EB=2EA$, $FA=3FD$, $F(2;1)$ và tam giác CEF vuông tại F. Biết rằng đường thẳng $x-3y-9=0$ đi qua hai điểm C, E. Tìm tọa độ điểm C, biết C có hoành độ dương.

A $C(6;-1)$.
(B) $C(6;1)$.
(C) $C(0;-3)$.
(D) $C(0;3)$.

Lời giải.



Ta có $\widehat{F_1} = \widehat{C_1}$ (vì cùng phụ với $\widehat{F_2}$) và $\widehat{A} = \widehat{D} = 90°$, suy ra

$$\Delta AEF \sim \Delta DFC \Rightarrow \frac{AE}{DF} = \frac{AF}{DC} = \frac{EF}{FC}.$$

Mà $\begin{cases} EB = 2EA \\ FA = 3FD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AE = \dfrac{1}{3}AB \\ DF = \dfrac{1}{4}AD; AF = \dfrac{3}{4}AD. \end{cases}$, khi đó

$$\frac{\frac{1}{3}AB}{\frac{1}{4}AD} = \frac{\frac{3}{4}AD}{AB} \Leftrightarrow AB^2 = \frac{9}{16}AD^2 \Leftrightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{3}{4}.$$

Do đó

$$\frac{EF}{FC} = \frac{AE}{DF} = \frac{\frac{1}{3}AB}{\frac{1}{4}AD} = 1 \Rightarrow EF = FC$$

suy ra ΔFEC vuông cân tại F.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của F trên EC. Khi đó

$$CF = \sqrt{2}FH = \sqrt{2}.d(F, CE) = \sqrt{2}.\frac{|2-3-9|}{\sqrt{1^2+3^2}} = 2\sqrt{5}.$$

Gọi $C(3t+9; t)$ với $t > -3$ (do $x_C > 0$). Suy ra

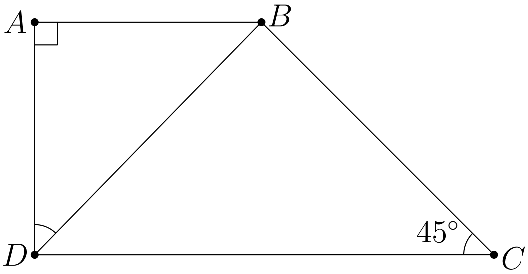
$$CF^2 = 20 \Leftrightarrow (3t+7)^2 + (t-1)^2 = 20 \Leftrightarrow t^2 + 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = -3\,(\text{loại}) \end{array}\right. \Rightarrow C(6; -1).$$

Vậy $C(6; -1)$.
Chọn đáp án A □

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có đáy lớn CD và $\widehat{BCD} = 45°$. Đường thẳng AD và BD lần lượt có phương trình $3x - y = 0$ và $x - 2y = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC biết diện tích hình thang bằng 15và điểm B có tung độ dương.

A $x + 2y - 10 = 0$. B $2x - y + 10 = 0$. C $x + 2y + 10 = 0$. D $2x + y - 10 = 0$.

Lời giải.



Do $AD \cap BD = \{D\}$ nên tọa độ điểm D là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow D(0; 0)..$
Ta có các vectơ pháp tuyến tương ứng của AD và BD là: $\vec{n}_{AD} = (3; -1)$, $\vec{n}_{BD} = (1; -2)$.

Suy ra $\cos(AD, BD) = \dfrac{|\vec{n}_{AD} \cdot \vec{n}_{BD}|}{|\vec{n}_{AD}| \cdot |\vec{n}_{BD}|} = \dfrac{|3+2|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{ADB} = 45°$.

Khi đó tam giác ABD và BDC lần lượt vuông cân tại A và B, suy ra $AB = AD = \dfrac{DC}{2}$.

Ta có $S_{ABCD} = \dfrac{(AB + DC) \cdot AD}{2} = \dfrac{(AB + 2AB) \cdot AB}{2} = \dfrac{3}{2}AB^2 = 15 \Rightarrow AB = \sqrt{10} \Rightarrow BD = 2\sqrt{5}$.

Gọi $B(2t; t)$ với $t > 0$.

Khi đó $BD = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow BD^2 = 20 \Leftrightarrow (2t)^2 + t^2 = 20 \Leftrightarrow t^2 = 4 \Leftrightarrow t = 2$ hoặc $t = -2$ (loại) $\Rightarrow B(4;2)$.
Đường thẳng BC đi qua $B(4;2)$ và có vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_{BC} = \vec{u}_{BD} = (2;1)$ (vì tam giác BDC vuông tại B) nên ta có phương trình: $2(x-4)+(y-2) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 10 = 0$.
Chọn đáp án D □

Câu 8. Phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ là phương trình của đường tròn nào?

A. Đường tròn có tâm $(-1;2)$, bán kính $R = 1$.
B. Đường tròn có tâm $(1;-2)$, bán kính $R = 2$.
C. Đường tròn có tâm $(2;-4)$, bán kính $R = 2$.
D. Đường tròn có tâm $(1;-2)$, bán kính $R = 1$.

Lời giải.
Phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$.
Vậy đường tròn có tâm $(1;-2)$, bán kính $R = 2$.
Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho đường tròn có phương trình $x^2+y^2+5x-4y+4 = 0$. Bán kính của đường tròn là

A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{4}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{6}{2}$.

Lời giải.
Phương trình tổng quát của đường tròn có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $I(a;b)$ là tâm và bán kính được tính bằng công thức $R = \sqrt{a^2+b^2-c}$.
Từ phương trình tổng quát của $C : x^2+y^2+5x-4y+4 = 0$ ta suy ra $R = \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 + 2^2 - 4} = \frac{5}{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 10. Phương trình nào là phương trình của đường tròn có tâm $I(-3;4)$ và bán kính $R = 2$?

A. $(x+3)^2 + (y-4)^2 - 4 = 0$. B. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$.
C. $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 4$. D. $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 2$.

Lời giải.
Phương trình của đường tròn có tâm $I(-3;4)$ và bán kính $R = 2$ có dạng

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 4 \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-4)^2 - 4 = 0$$

Chọn đáp án A □

Câu 11. Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;5)$, $B(3;4)$, $C(-4;3)$.

A. $(-1;-1)$. B. $(3;1)$. C. $(0;0)$. D. $(-6;-2)$.

Lời giải.
Gọi $(C) : x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. $A, B, C \in (C)$ nên

$$\begin{cases} 25 - 10b + c = 0 \\ 25 - 6a - 8b + c = 0 \\ 25 + 8a - 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = -25. \end{cases}$$

Vậy tâm $I \equiv O(0;0)$
Chọn đáp án C □

Câu 12. Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(-2;0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d : 2x+y-1 = 0$ là:

A. $x^2 + (y+2)^2 = 5$. B. $(x-2)^2 + y^2 = 5$. C. $(x+2)^2 + y^2 = 5$. D. $x^2 + (y-2)^2 = 5$.

Lời giải.

Vì đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng d nên $R = d(I,d) = \dfrac{|2.(-2)-1|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \sqrt{5}$.
Đường tròn (C) có tâm $I(-2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$ có phương trình tổng quát là

$$(C):(x+2)^2+y^2=5.$$

Chọn đáp án C □

Câu 13. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) có phương trình:$x^2+y^2-4x-8y-5=0$. Đi qua điểm $A(-1;0)$.

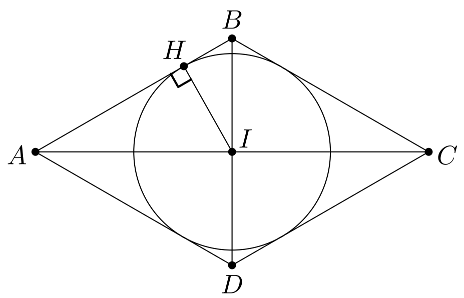
A $3x+4y-3=0$. B $3x4y+3=0$. C $3x+4y+3=0$. D $-3x+4y+3=0$.

Lời giải.
Đường tròn (C) có tâm $I(2;4)$, bán kính $R=\sqrt{2^2+(-4)^2+5}=5$.
Ta thấy $A(-1;0)\in(C)$ (tọa độ của A thỏa phương trình (C)).
Do đó, tiếp tuyến của (C) đi qua $A(-1;0)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{IA}=(-3;-4)=-(3;4)$.
Phương trình tiếp tuyến có dạng $3(x+1)+4y=0\Leftrightarrow 3x+4y+3=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho hình thoi $ABCD$ ngoại tiếp đường tròn $(C):x^2+y^2-2x+2y-18=0$. Biết $AC=2BD$, điểm B có hoành độ dương và thuộc đường thẳng $\Delta:2x-y-5=0$. Phương trình cạnh AB là

A $2x-y-11=0$ hoặc $2x-11y-41=0$. B $2x+y-11=0$.
C $2x+11y-41=0$. D $2x+y-11=0$ hoặc $2x+11y-41=0$.

Lời giải.



Đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ và bán kính $R=2\sqrt{5}$.
Gọi H là hình chiếu của I trên AB, suy ra $IH=R=2\sqrt{5}$.
Vì $ABCD$ là hình thoi và $AC=2BD$ nên $AI=2BI$, khi đó xét tam giác vuông ABI ta có:

$$\frac{1}{AI^2}+\frac{1}{BI^2}=\frac{1}{IH^2}\Leftrightarrow\frac{1}{4BI^2}+\frac{1}{BI^2}=\frac{1}{\left(2\sqrt{5}\right)^2}\Leftrightarrow BI=5$$

Gọi $B(t;2t-5)\in\Delta$ với $t>0$, khi đó

$$BI=5\Leftrightarrow BI^2=25\Leftrightarrow(t-1)^2+(2t-4)^2=25\Leftrightarrow 5t^2-18t-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=4\\ t=-\dfrac{2}{5}\text{ (loại)}\end{array}\right.\Rightarrow B(4;3).$$

Gọi vectơ pháp tuyến của AB là $\overrightarrow{n_{AB}}=(a;b)$ với $a^2+b^2>0$, khi đó phương trình AB có dạng

$$a(x-4)+b(y-3)=0\Leftrightarrow ax+by-4a-3b=0.$$

Ta có

$$d(I,AB)=R\quad\Leftrightarrow\quad\frac{|a-b-4a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \quad (3a+4b)^2 = 20(a^2+b^2)\\
&\Leftrightarrow \quad 11a^2 - 24ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow 11\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 24\left(\frac{a}{b}\right) + 4 = 0\\
&\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l}\dfrac{a}{b} = 2\\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{2}{11}.\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Với $\frac{a}{b} = 2$ chọn $\begin{cases} a = 2\\ b = 1\end{cases}$, khi đó phương trình ABlà: $2x + y - 11 = 0$.

Với $\frac{a}{b} = \frac{2}{11}$ chọn $\begin{cases} a = 2\\ b = 11\end{cases}$, khi đó phương trình AB là: $2x + 11y - 41 = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho hai điểm $A\,(8;0)$ và $B\,(0;6)$. Phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 9$.
B. $(x-7)^2 + (y-5)^2 = 4$.
C. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$.
D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Lời giải.

Ta có $OA = 8; OB = 6; AB = \sqrt{8^2+6^2} = 10$.

Mặt khác $\frac{1}{2}OA.OB = pr$ (vì cùng bằng diện tích tam giác ABC).

Suy ra $r = \dfrac{OA.OB}{OA+OB+AB} = 2$.

Dễ thấy đường tròn cần tìm có tâm thuộc góc phần tư thứ nhất và tiếp xúc với hai trục tọa độ nên tâm của đường tròn có tọa độ là $(2;2)$.

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho phương trình đường cong (C_m): $x^2 + y^2 + (m+2)\,x - (m+4)\,y + m + 1 = 0$. Tìm điểm khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua điểm cố định đó

A. $M_1\,(-1;0)$ và $M_2\,(1;2)$.
B. $M_1\,(-1;1)$ và $M_2\,(-1;2)$.
C. $M_1\,(-1;1)$ và $M_2\,(1;2)$.
D. $M_1\,(-1;1)$ và $M_2\,(1;1)$.

Lời giải.

Gọi $M\,(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà họ (C_m)luôn đi qua.

Khi đó ta có

$$\begin{aligned}
& \quad x_o^2 + y_0^2 + (m+2)\,x_0 - (m+4)\,y_0 + m + 1 = 0, \forall m\\
\Leftrightarrow & \quad (x_0 - y_0 - 1)\,m + x_o^2 + y_0^2 + 2x_0 - 4y_0 + 1 = 0, \forall m\\
\Leftrightarrow & \quad \begin{cases} x_0 - y_0 + 1 = 0\\ x_0^2 + y_0^2 + 2x_0 - 4y_0 + 1 = 0\end{cases}\\
\Leftrightarrow & \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x_0 = -1\\ y_0 = 0\end{cases}\\ \begin{cases} x_0 = 1\\ y_0 = 2\end{cases}\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy có hai điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua với mọi m là $M_1\,(-1;0)$ và $M_2\,(1;2)$

Chọn đáp án A □

Câu 17. Phương trình của Elip có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $9x^2 + 16y^2 = 1$.
B. $\dfrac{x^2}{64} + \dfrac{y^2}{36} = 1$.
C. $9x^2 + 16y^2 = 144$.
D. $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải.

Giả sử phương trình chính tắc của $(E): \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$.

Elip có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 $\Rightarrow \begin{cases}2a=8\\2b=6\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=4\\b=3.\end{cases}$

Vậy $(E): \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 18. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $A\,(2;1)$ và có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$?

A $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{5}=1$. B $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$. C $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. D $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

Lời giải.

Giả sử elip có phương trình tổng quát là $E: \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Do E đi qua điểm $A\,(2;1)$ và có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ nên ta có

$$\begin{cases}\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1\\ a^2-b^2=c^2=\left(\sqrt{3}\right)^2=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1\\ a^2=b^2+3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1\\ b^4-2b^2-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2=6\\ b^2=3\end{cases} \Rightarrow E: \dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 19. Cho Elíp có phương trình $16x^2+25y^2=100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm thuộc Elíp có hoành độ $x=2$ đến hai tiêu điểm.

A $\sqrt{3}$. B $2\sqrt{2}$. C 5. D $4\sqrt{3}$.

Lời giải.

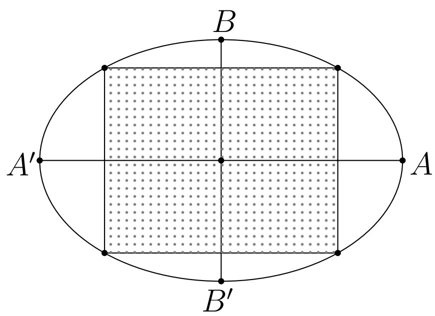
$E: 16x^2+25y^2=100 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\frac{25}{4}}+\dfrac{y^2}{4}=1 \Rightarrow \begin{cases}a^2=\dfrac{25}{4}\\ b^2=4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=\dfrac{5}{2}\\ b=2\end{cases}$

Ta có:$MF_1+MF_2=2a=2.\dfrac{5}{2}=5$.

Vậy tổng khoảng cách từ điểm thuộc Elíp có hoành độ $x=2$ đến hai tiêu điểm bằng 5

Chọn đáp án C ☐

Câu 20. Một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng $12m$, độ dài trục bé bằng $8m$. Người ta dự định trồng hoa trong một hình chữ nhật nội tiếp của elip như hình vẽ. Hỏi diện tích trồng hoa lớn nhất có thể là?



A $62m^2$. B $46m^2$. C $\dfrac{576}{13}m^2$. D $48m^2$.

Lời giải.

Đặt phương trình chính tắc của $E: \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Ta có $2a=12 \Rightarrow a=6$, $2b=8 \Rightarrow b=4$. Suy ra $E: \dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Chọn $A\,(x_A;y_A)$ là đỉnh hình chữ nhật và $x_A>0$, $y_A>0$. Khi đó $\dfrac{x_A^2}{36}+\dfrac{y_A^2}{16}=1$;

Diện tích hình chữ nhật là $S = 4x_Ay_A = 48.2.\dfrac{x_A}{6}.\dfrac{y_A}{4} \leq 48\left(\dfrac{x_A^2}{36} + \dfrac{y_A^2}{16}\right) = 48.$

Chọn đáp án D □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. A	4. A	5. B	6. A	7. D	8. B	9. C	10. A
11. C	12. C	13. C	14. D	15. D	16. A	17. C	18. B	19. C	20. D