

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO TP HCM

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017

TRƯỜNG THCS&THPT

MÔN: TOÁN

NGUYỄN KHUYẾN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Mã đề: 209

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 3$  ( $C_m$ ), với  $m$  là tham số. Xác định tất cả giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số ( $C_m$ ) có điểm cực đại và cực tiểu nằm cùng một phía đối với trục tung?

- A.  $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{1\}$     B.  $0 < m < 2$     C.  $m \neq 1$     D.  $-\frac{1}{2} < m < 1$

**Câu 2:** Giả sử hệ phương trình  $\begin{cases} \log_2(3y-2) = 2 \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất là  $(x; y) = (a; b)$  thì  $2b - a$  bằng

- A.  $2 + \log_2 3$ .    B. 4    C.  $4 - \log_2 3$ .    D. 2

**Câu 3:** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là đều cạnh  $AB = 2a\sqrt{2}$ . Biết  $AC' = 8a$  và tạo với mặt đáy một góc  $45^\circ$ . Thể tích khối đa diện  $ABCC'B'$  bằng

- A.  $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$ .    B.  $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$ .    C.  $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$ .    D.  $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 4:** Phương trình  $\log_{\sqrt[4]{2}}(x^2 - 2)^2 = 8$  có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 2    B. 3    C. 5    D. 8

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = a \sin 2x - b \cos 2x$  thỏa mãn  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$  và  $\int_a^b dx = 3$ . Tính tổng  $a + b$  bằng

- A. 3    B. 4    C. 5    D. 8

**Câu 6:** Với  $a > 0$ , cho các mệnh đề sau

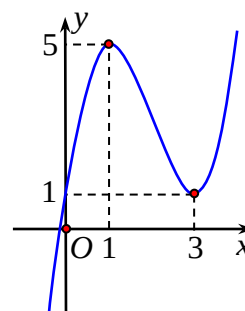
(i).  $\int \frac{dx}{ax+1} = \frac{1}{a} \ln(ax+1) + C$ .    (ii).  $\int a^{x+3} dx = \frac{a^{x+3}}{\ln a} + C$

(iii).  $\int (ax+b)^{22} dx = \frac{(ax+b)^{23}}{23} + C$

Số các khẳng định **sai** là:

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 0

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A.  $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$

B.  $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$

C.  $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$

D.  $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$

**Câu 8:** Cho biết  $\int_{-1}^5 f(x)dx = 15$ . Tính giá trị của  $P = \int_0^2 [f(5-3x) + 7]dx$

A.  $P = 15$

B.  $P = 37$

C.  $P = 27$

D.  $P = 19$

**Câu 9:** Cho  $f(x), g(x)$  là các hàm số liên tục trên đoạn  $[2; 6]$  và thỏa mãn  $\int_2^3 f(x)dx = 3;$

$\int_3^6 f(x)dx = 7; \int_3^6 g(x)dx = 5$ . Hãy tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A.  $\int_3^6 [3g(x) - f(x)]dx = 8$

B.  $\int_2^3 [3f(x) - 4]dx = 5$

C.  $\int_2^{\ln e^6} [2f(x) - 1]dx = 16$

D.  $\int_3^{\ln e^6} [4f(x) - 2g(x)]dx = 16$

**Câu 10:** Giả sử  $\int e^{2x}(2x^3 + 5x^2 - 2x + 4)dx = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C$ . Khi đó  $a + b + c + d$  bằng

A.  $-2$ .

B.  $3$ .

C.  $2$ .

D.  $5$ .

**Câu 11:** Nếu  $\int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{1+x}} dx = \int_1^2 f(t)dt$ , với  $t = \sqrt{1+x}$  thì  $f(t)$  là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A.  $f(t) = 2t^2 + 2t$ .      B.  $f(t) = t^2 - t$ .      C.  $f(t) = t^2 + t$ .      D.  $f(t) = 2t^2 - 2t$ .

**Câu 12:** Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác với độ dài cạnh đáy lần lượt  $5\text{ cm}$ ,  $13\text{ cm}$ ,  $12\text{ cm}$ . Một hình trụ có chiều cao bằng  $8\text{ cm}$  ngoại tiếp lăng trụ đã cho có thể tích bằng

A.  $V = 338\pi\text{ cm}^3$ .      B.  $V = 386\pi\text{ cm}^3$ .      C.  $V = 507\pi\text{ cm}^3$ .      D.  $V = 314\pi\text{ cm}^3$ .

**Câu 13:** Cho đoạn thẳng  $AB$  có độ dài bằng  $2a$ , vẽ tia  $Ax$  về phía điểm  $B$  sao cho điểm  $B$  luôn cách tia  $Ax$  một đoạn bằng  $a$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $B$  lên tia, khi tam giác  $AHB$  quay quanh trục  $AB$  thì đường gấp khúc  $AHB$  vẽ thành mặt tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

A.  $\frac{(2+\sqrt{2})\pi a^2}{2}$ .      B.  $\frac{(3+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$ .      C.  $\frac{(1+\sqrt{3})\pi a^2}{2}$ .      D.  $\frac{3\sqrt{2}\pi a^2}{2}$ .

**Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - 5y - 3z - 7 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{3}$ . Kết luận nào dưới đây là đúng?

A.  $d // (P)$ .      B.  $d$  cắt  $(P)$ .      C.  $d \perp (P)$ .      D.  $(P)$  chứa  $d$ .

**Câu 15:** Cho  $F(x)$  là nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{e^x + 3}$  và  $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 4$ . Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $3F(x) + \ln(x^3 + 3) = 2$  là

A.  $S = \{2\}$ .      B.  $S = \{-2; 2\}$ .      C.  $S = \{1; 2\}$ .      D.  $S = \{-2; 1\}$ .

**Câu 16:** Hàm số  $y = (-3a^2 + 10a - 2)^x$  đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$  khi

A.  $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ .      B.  $a \in (-3; +\infty)$ .      C.  $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right]$ .      D.  $a \in \left[\frac{1}{3}; 3\right)$ .

**Câu 17:** Giả sử  $\int x(1-x)^{2017} dx = \frac{(1-x)^a}{a} - \frac{(1-x)^b}{b} + C$  với  $a, b$  là các số nguyên dương.

Tính  $2a - b$ .

A. 2017.      B. 2018.      C. 2019.      D. 2020.

**Câu 18:** Với các giá trị nào của tham số  $m$  thì hàm số  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2mx - 2$  nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ ?

A.  $m \leq \frac{4}{3}$ .      B.  $m \geq -\frac{3}{2}$ .      C.  $m \leq -\frac{16}{3}$ .      D.  $m \leq -\frac{32}{27}$ .

**Câu 19:** Hai tiếp tuyến tại hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  cách nhau một khoảng là

A. 1      B. 4      C. 3      D. 2

**Câu 20:** Một chất điểm chuyển động theo quy luật  $s = -t^3 + 6t^2 + 17t$ , với  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và  $s$  (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc  $v$  (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên bằng

A. 17 m/s.      B. 36 m/s.      C. 26 m/s.      D. 29 m/s.

**Câu 21:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $M, N, P$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $A(2; -1; 1)$  lên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(MNP)$  có phương trình là

- A.  $x - 2y + 2z - 2 = 0$ . B.  $x - 2y + 2z - 6 = 0$ . C.  $x - 2y - 4 = 0$ . D.  $x + 2z - 4 = 0$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{9^x}{3 + 9^x}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Nếu  $a + b = 3$  thì  $f(a) + f(b - 2)$  có giá trị bằng

- A. 1. B. 2. C.  $\frac{1}{4}$ . D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 23:** Số tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$  là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

**Câu 24:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $H(3; -4; 2)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ . Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là

- A.  $2x - 3y + 4z - 26 = 0$ . B.  $x - 3y + 2z - 17 = 0$ .  
C.  $4x + 2y - 3z + 2 = 0$ . D.  $3x - 4y + 2z - 29 = 0$ .

**Câu 25:** Biết đường thẳng  $y = x + 2$  cắt đường cong  $y = \frac{2x+1}{2x-1}$  tại hai điểm  $A, B$ . Độ dài đoạn  $AB$  bằng

- A.  $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ . B.  $5\sqrt{2}$ . C.  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ . D.  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 26:** Người ta thay nước mới cho một bể bơi dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu  $h_1 = 280$  cm. Giả sử  $h(t)$  cm là chiều cao của mực nước bơm được tại thời điểm  $t$  giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao nước tại giây thứ  $t$  là  $h'(t) = \frac{1}{500}\sqrt[3]{t+3}$ . Hỏi sau bao lâu thì

nước bơm được  $\frac{3}{4}$  độ sâu của hồ bơi?

- A. 7545,2 s. B. 7234,8 s. C. 7200,7 s. D. 7560,5 s.

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 3$ . Kết luận nào sau đây là ĐÚNG?

- A. Cực đại hàm số bằng 3. B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = 0$ .

C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ . D. Đồ thị của hàm số có 2 cực trị.

**Câu 28:** Phương trình  $x^3 + x(x+1) = m(x^2 + 1)^2$  có nghiệm thực khi và chỉ khi

A.  $-6 \leq m \leq -\frac{3}{2}$ . B.  $-1 \leq m \leq 3$ . C.  $m \geq 3$ . D.  $-\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$ .

**Câu 29:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 3; 0)$ ,  $B(0; -\sqrt{2}; 0)$ ,

$M\left(\frac{6}{5}; -\sqrt{2}; 2\right)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 2 - t \end{cases}$ . Điểm  $C$  thuộc  $d$  sao cho chu vi tam giác

$ABC$  là nhỏ nhất thì độ dài  $CM$  bằng

A.  $2\sqrt{3}$ . B. 4. C. 2. D.  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ .

**Câu 30:** Biết  $x = \frac{15}{2}$  là một nghiệm của bất phương trình

$2\log_a(23x - 23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2 + 2x + 15) (*)$ . Tập nghiệm  $T$  của bất phương trình  $(*)$  là

A.  $T = \left(-\infty; \frac{19}{2}\right)$ . B.  $T = \left(1; \frac{17}{2}\right)$ . C.  $T = (2; 8)$ . D.  $T = (2; 19)$ .

**Câu 31:** Cho hàm số  $f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} (4t^3 - 8t) dt$ . Gọi  $m, M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị

lớn nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[0; 6]$ . Tính  $M - m$ .

A. 18. B. 12. C. 16. D. 9.

**Câu 32:** Cho  $a$  là số nguyên dương lớn nhất thỏa mãn  $3\log_3(1 + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a}) > 2\log_2 \sqrt{a}$ . Tìm phần nguyên của  $\log_2(2017a)$ ?

A. 14. B. 22. C. 16. D. 19.

**Câu 33:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 1; 3)$ ,  $B(-1; 3; 2)$ ,  $C(-1; 2; 3)$ . Tính bán kính  $r$  của mặt cầu tâm  $O$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(ABC)$ .

A.  $r = 3$ . B.  $r = \sqrt{3}$ . C.  $r = \sqrt{6}$ . D.  $r = 2$ .

**Câu 34:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AD = 14$ ,  $BC = 6$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AC, BD$  và  $MN = 8$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $BC$  và  $MN$ . Tính  $\sin \alpha$ .

A.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ . B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . C.  $\frac{1}{2}$ . D.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật. Tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $A$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và  $SB = 4\sqrt{2}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SD$ . Tính khoảng cách  $l$  từ điểm  $M$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

- A.  $l = 2$ .                      B.  $l = 2\sqrt{2}$ .                      C.  $l = \sqrt{2}$ .                      D.  $l = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 36:** Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sqrt{e^{2x} + e^{-2x} + 2}$ .

- A.  $F(x) = e^x + e^{-x} + C$ .                      B.  $F(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-x} + C$ .  
C.  $F(x) = e^x - e^{-x} + C$ .                      D.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x} + C$ .

**Câu 37:** Cho các tích phân  $I = \int_0^{\alpha} \frac{1}{1 + \tan x} dx$  và  $J = \int_0^{\alpha} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$  với  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ , khẳng định **sai** là:

- A.  $I = \int_0^{\alpha} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx$ .                      B.  $I - J = \ln |\sin \alpha + \cos \alpha|$ .  
C.  $I = \ln |1 + \tan \alpha|$ .                      D.  $I + J = \alpha$ .

**Câu 38:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho ba mặt phẳng  $(P): 3x + y + z - 4 = 0$ ,  $(Q): 3x + y + z + 5 = 0$  và  $(R): 2x - 3y - 3z + 1 = 0$ . Xét các mệnh đề:

- (1):  $(P) \parallel (Q)$                       (2):  $(P) \perp (R)$ .

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. (1) đúng, (2) sai.                      B. (1) sai, (2) đúng.  
C. (1) đúng, (2) đúng.                      D. (1) đúng, (2) sai.

**Câu 39:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 3. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AD, BD$ . Lấy điểm không đổi  $P$  trên cạnh  $AB$  (khác  $A, B$ ). Thể tích khối chóp  $P.MNC$  bằng

- A.  $\frac{9\sqrt{2}}{16}$ .                      B.  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ .                      C.  $3\sqrt{3}$ .                      D.  $\frac{27\sqrt{2}}{12}$ .

**Câu 40:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $\Delta$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $x - y + 3z - 1 = 0$  và  $3x - 7z + 2 = 0$ . Một vector chỉ phương của  $\Delta$  là

- A.  $\vec{u} = (7; 16; 3)$ .                      B.  $\vec{u} = (7; 0; -3)$ .                      C.  $\vec{u} = (-4; 1; -3)$ .                      D.  $\vec{u} = (0; -16; 3)$ .

**Câu 41:** Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ ?

A.  $y = \frac{x-3}{2x+2}$ .

B.  $y = \frac{x}{x^2-1}$ .

C.  $y = \log_{\sqrt{2}}(6-3x)$ .

D.  $y = 2\left(\frac{e}{4}\right)^{x+1}$ .

**Câu 42:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng

$d: \frac{2x-2}{3n} = \frac{y+1}{4} = \frac{3z+6}{2m}$  ( $m, n \neq 0$ ) và mặt phẳng  $(P): 3x+4y-2z+5=0$ . Khi đường

thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  thì  $m+n$  bằng

A. 1.

B. -1.

C. 3.

D. -5.

**Câu 43:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có

$A$  trùng với gốc tọa độ  $O$ , các đỉnh  $B(m; 0; 0)$ ,  $D(0; m; 0)$ ,  $A'(0; 0; n)$  với  $m, n > 0$  và  $m+n=4$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $CC'$ . Khi đó thể tích tứ diện  $BDA'M$  đạt giá trị lớn nhất bằng

A.  $\frac{245}{108}$ .

B.  $\frac{9}{4}$ .

C.  $\frac{64}{27}$ .

D.  $\frac{75}{32}$ .

**Câu 44:** Cho một cây nến hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là  $15\text{ cm}$  và  $5\text{ cm}$ . Người ta xếp cây nến trên vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Thể tích của chiếc hộp đó bằng

A.  $1500\text{ ml}$ .

B.  $600\sqrt{6}\text{ ml}$ .

C.  $1800\text{ ml}$ .

D.  $750\sqrt{3}\text{ ml}$ .

**Câu 45:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x-y+1=0$  và điểm

$I(4; -1; 2)$ . Mặt phẳng  $(Q)$  vuông góc với hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Oxy)$ , đồng thời  $(Q)$

cách điểm  $I$  một khoảng bằng  $\sqrt{5}$ . Mặt phẳng  $(Q)$  có phương trình là

A.  $x-2y-1=0$  hoặc  $2x-y-4=0$ .

B.  $x+2y-7=0$  hoặc  $x+2y+3=0$ .

C.  $y-2z+10=0$  hoặc  $y-2z=0$ .

D.  $2x+y-2=0$  hoặc  $2x+y-12=0$ .

**Câu 46:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x=2+3t \\ y=4-2t \\ z=-3+t \end{cases}$  cắt các mặt

phẳng  $Oxy, Oxz$  lần lượt tại các điểm  $M, N$ . Độ dài  $MN$  bằng

A. 3.

B.  $\sqrt{14}$ .

C.  $3\sqrt{2}$ .

D. 4.

**Câu 47:** Bất phương trình  $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} \leq 133.\sqrt{10^x}$  có tập nghiệm là  $S = [a; b]$  thì  $b - 2a$  bằng

- A. 6.                                      B. 10.                                      C. 12.                                      D. 16.

**Câu 48:** Hàm số  $y = (x^2 - 16)^{-5} - \ln(24 - 5x - x^2)$  có tập xác định là

- A.  $(-8; -4) \cup (3; +\infty)$ .                                      B.  $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$ .  
C.  $(-8; 3) \setminus \{-4\}$ .                                      D.  $(-4; 3)$ .

**Câu 49:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa  $0 < a \neq 1$  và  $b > 0, c > 0$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}$ .  
B.  $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$ .  
C.  $a^{f(x)} b^{g(x)} = c \Leftrightarrow f(x) + g(x) \log_a b = \log_a c$ .  
D.  $\log_a f(x) < g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^{g(x)}$ .

**Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hai mặt phẳng  $4x - 4y + 2z - 7 = 0$  và  $2x - 2y + z + 1 = 0$  chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích khối lập phương đó là

- A.  $V = \frac{27}{8}$ .                                      B.  $V = \frac{81\sqrt{3}}{8}$ .                                      C.  $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ .                                      D.  $V = \frac{64}{27}$ .

HẾT

Đáp án

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1-A  | 2-C  | 3-D  | 4-B  | 5-C  | 6-C  | 7-C  | 8-D  | 9-D  | 10-B |
| 11-D | 12-A | 13-B | 14-D | 15-A | 16-D | 17-D | 18-B | 19-B | 20-D |
| 21-B | 22-A | 23-A | 24-D | 25-C | 26-B | 27-A | 28-D | 29-C | 30-D |
| 31-C | 32-B | 33-A | 34-B | 35-C | 36-C | 37-C | 38-C | 39-A | 40-A |
| 41-A | 42-B | 43-C | 44-D | 45-B | 46-B | 47-B | 48-C | 49-D | 50-A |

### LỜI GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1: Đáp án A**

Ta có  $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$ .

$Y_{cđb} \Leftrightarrow y'$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  phân biệt và cùng dấu



$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - (2m-1) > 0 \\ P = 2m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$$

**Câu 2: Đáp án C**

$$\begin{cases} \log_2(3y-2) = 2 \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-2 = 4 \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 4^x + 2^x = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ 2^x = 3 \\ 2^x = -4 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Suy ra:  $2b - a = 4 - \log_2 3$ .

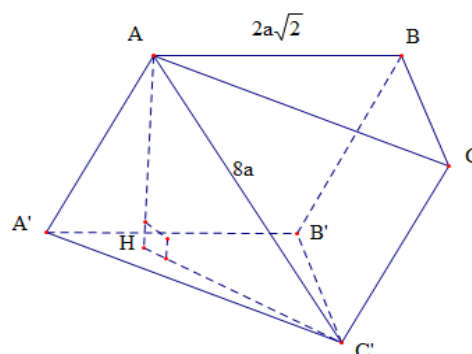
**Câu 3: Đáp án D**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $mp(A'B'C')$

$$\Rightarrow \widehat{HC'A} = 45^\circ$$

$\Rightarrow \Delta AHC'$  vuông cân tại  $H$ .

$$\Rightarrow AH = \frac{AC'}{\sqrt{2}} = \frac{8a}{\sqrt{2}} = 4a\sqrt{2}.$$



Nhận xét :

$$V_{A.BCC'B'} = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3} AH.S_{ABC} = \frac{2}{3} . 4a\sqrt{2} . \frac{(2a\sqrt{2})^2 . \sqrt{3}}{4} = \frac{16a^3\sqrt{6}}{3}.$$

**Câu 4: Đáp án B**

ĐK:  $x^2 - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{2}$  . Phương trình tương đương:  $(x^2 - 2)^2 = (\sqrt[4]{2})^8$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \vee x = 2 \\ x = 0. \end{cases}$$

**Câu 5: Đáp án C**

Ta có :  $f'(x) = 2a \cos 2x + 2b \sin 2x$  . Suy ra :  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2 \Leftrightarrow -2a = -2 \Leftrightarrow a = 1$ .

$$\int_a^b adx = \int_1^b dx = 3 \Leftrightarrow b - 1 = 3 \Leftrightarrow b = 4.$$

Vậy  $a + b = 1 + 4 = 5$ .

**Câu 6: Đáp án C**

**Cách 1:**

$$(i). \int \frac{dx}{ax+1} = \frac{1}{a} \ln(ax+1) + C \text{ đúng (Đây là nguyên hàm cơ bản).}$$

$$(ii). \int a^{x+3} dx = \frac{a^{x+3}}{\ln a} + C \text{ đúng (Đây cũng là nguyên hàm cơ bản).}$$

$$(iii). \int (ax+b)^{22} dx = \frac{(ax+b)^{23}}{23} + C \text{ sai. Đúng phải là } \int (ax+b)^{22} dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{23}}{23} + C.$$

Vậy có 2 phương án đúng.

**Cách 2:**

$$\text{Ta thấy } \left( \frac{1}{a} \ln(ax+1) + C \right)' = \frac{1}{ax+1} \text{ nên (i) đúng.}$$

$$\left( \frac{a^{x+3}}{\ln a} + C \right)' = \frac{1}{\ln a} a^{x+3} \cdot \ln a = a^{x+3} \text{ nên (ii) đúng.}$$

$$\left( \frac{(ax+b)^{23}}{23} + C \right)' = a(ax+b)^{22} \text{ nên (iii) sai.}$$

**Câu 7: Đáp án C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$  nên B, D loại.

$y = f(x)$  giao với trục tung tại điểm  $(0;1)$  nên  $d > 0$  nên chọn C.

**Câu 8: Đáp án D**

$$P = \int_0^2 [f(5-3x) + 7] dx = \int_0^2 f(5-3x) dx + \int_0^2 7 dx = -\frac{1}{3} \int_5^1 f(x) dx + 7(2-0) = 5 + 14 = 9$$

**Câu 9: Đáp án D**

$$\text{Ta có } \int_2^3 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx = \int_2^6 f(x) dx = 10$$

$$\text{Ta có } \int_3^6 [3g(x) - f(x)] dx = 3 \int_3^6 g(x) dx - \int_3^6 f(x) dx = 15 - 7 = 8 \text{ nên A đúng.}$$

$$\int_2^3 [3f(x) - 4] dx = 3 \int_2^3 f(x) dx - 4 \int_2^3 dx = 9 - 4 = 5 \text{ nên B đúng.}$$

$$\int_2^{\ln e^6} [2f(x) - 1] dx = \int_2^6 [2f(x) - 1] dx = 2 \int_2^6 f(x) dx - 1 \int_2^6 dx = 20 - 4 = 16 \text{ nên C đúng.}$$

$$\int_3^{\ln e^6} [4f(x) - 2g(x)] dx = \int_3^6 [4f(x) - 2g(x)] dx = 4 \int_3^6 f(x) dx - 2 \int_3^6 g(x) dx = 28 - 10 = 18$$

Nên D sai.

**Câu 10: Đáp án B**

Ta có :  $\int e^{2x}(2x^3 + 5x^2 - 2x + 4)dx = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C$  nên

$$\begin{aligned} ((ax^3 + bx^2 + cx + d)e^{2x} + C)' &= (3ax^2 + 2bx + c)e^{2x} + 2e^{2x}(ax^3 + bx^2 + cx + d) \\ &= (2ax^3 + (3a + 2b)x^2 + (2b + 2c)x + c + 2d)e^{2x} \\ &= (2x^3 + 5x^2 - 2x + 4)e^{2x} \end{aligned}$$

$$\text{Do đó : } \begin{cases} 2a = 2 \\ 3a + 2b = 5 \\ 2b + 2c = -2 \\ c + 2d = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -2 \\ d = 3 \end{cases} . \text{ Vậy } a + b + c + d = 3.$$

**Câu 11: Đáp án D**

Đặt  $t = \sqrt{1+x}$ , suy ra  $t^2 = 1+x$ ,  $2tdt = dx$

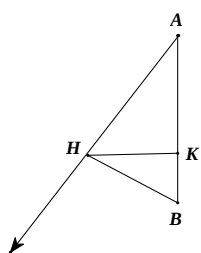
$$\text{Ta có } \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx = \int_1^2 \frac{t^2-1}{1+t} \cdot 2tdt = \int_1^2 (t-1) \cdot 2tdt = \int_1^2 (2t^2 - 2t) dt$$

**Câu 12: Đáp án A**

Đây là tam giác với độ dài cạnh đáy lần lượt là 5;12;13 nên đây là tam giác vuông với độ dài cạnh huyền là 13. Suy ra hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đứng có đáy là đường tròn bán kính là  $\frac{13}{2}$ .

Vậy thể tích hình trụ đó là  $V = \pi \left(\frac{13}{2}\right)^2 \cdot 8 = 338\pi \text{ cm}^3$ .

**Câu 13: Đáp án B**



Khi quay quanh tam giác  $AHB$  thì đường gấp khúc  $AHB$  vẽ lên một mặt tròn xoay. Diện tích mặt tròn xoay này bằng tổng diện tích xung quanh hai hình nón đường sinh  $AH$  và  $BH$ .

Ta có  $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = a\sqrt{3}$

$$HK = \frac{AH \cdot BH}{AB} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Diện tích xung quanh hình nón có đường sinh  $AH$  là  $S_1 = \pi \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^2\pi}{2}$

Diện tích xung quanh hình nón có đường sinh  $BH$  là  $S_2 = \pi \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^2\pi}{2}$

Diện tích mặt tròn xoay cần tìm là  $S = S_1 + S_2 = \frac{(3+\sqrt{3})a^2\pi}{2}$ .

**Câu 14: Đáp án D**

( $P$ ) có một VTPT  $\vec{n} = (2; -5; -3)$ .

$d$  có một VTCP  $\vec{u} = (2; -1; 3)$  và đi qua  $A(2; 0; -1)$

Ta có  $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$  nên  $d \parallel (P)$  hoặc ( $P$ ) chứa  $d$ .

Mặt khác  $A(2; 0; -1) \in (P)$  nên ( $P$ ) chứa  $d$ .

**Câu 15: Đáp án A**

Ta có:  $F(x) = \int \frac{dx}{e^x + 3} = \frac{1}{3} \int \left( 1 - \frac{e^x}{e^x + 3} \right) dx = \frac{1}{3} (x - \ln(e^x + 3)) + C$ .

Do  $F(0) = -\frac{1}{3} \ln 4$  nên  $C = 0$ . Vậy  $F(x) = \frac{1}{3} (x - \ln(e^x + 3))$ .

Do đó:  $3F(x) + \ln(e^x + 3) = 2 \Leftrightarrow x = 2$ .

**Câu 16: Đáp án D**

Hàm số  $y = (-3a^2 + 10a - 2)^x$  đồng biến trên  $(-\infty; +\infty)$  khi  $-3a^2 + 10a - 2 > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < a < 3$ .

**Câu 17: Đáp án D**

$\int x(1-x)^{2017} dx = \int (x-1+1)(1-x)^{2017} dx = \int ((1-x)^{2017} - (1-x)^{2018}) dx = -\frac{(1-x)^{2018}}{2018} + \frac{(1-x)^{2019}}{2019} + C$

Vậy  $a = 2019$ ,  $b = 2018 \Rightarrow 2a - b = 2020$ .

**Câu 18: Đáp án B**

Ta có:  $y' = -3x^2 + 6x + 2m$ .

Do hàm số liên tục trên nửa khoảng  $[0; +\infty)$  nên hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  cũng đồng nghĩa với việc hàm số nghịch biến trên  $[0; +\infty)$ . Điều này tương đương với

$y' = -3x^2 + 6x + 2m \leq 0, \forall x \in [0; +\infty) \Leftrightarrow 2m \leq 3x^2 - 6x = f(x), \forall x \in [0; +\infty)$

$\Leftrightarrow 2m \leq \min_{[0; +\infty)} f(x) \Leftrightarrow 2m \leq f(1) \Leftrightarrow 2m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -\frac{3}{2}$

**Câu 19: Đáp án B**

Ta có:  $f'(x) = 3x^2 - 3$ . Do đó:  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -1 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$ .

Hai tiếp tuyến tại 2 điểm cực trị là  $y = -1$  và  $y = 3$ . Do đó khoảng cách giữa chúng là 4.

**Câu 20: Đáp án D**

Vận tốc của chất điểm là  $v = s' = -3t^2 + 12t + 17 = -3(t-2)^2 + 29 \leq 29$ .

Vậy vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng 29 khi  $t = 2$ .

**Câu 21: Đáp án B**

Ta có:  $M(2; 0; 0)$ ,  $N(0; -1; 0)$ ,  $P(0; 0; 1)$

$$\Rightarrow (MNP): \frac{x}{2} - \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 2 = 0$$

Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (MNP) có phương trình là:  $x - 2y + 2z - 6 = 0$ .

**Câu 22: Đáp án A**

Ta có:  $b - 2 = 1 - a$ . Do đó:

$$f(a) = \frac{9^a}{3 + 9^a}; f(b - 2) = f(1 - a) = \frac{9^{1-a}}{3 + 9^{1-a}} = \frac{3}{3 + 9^a}$$

$$\text{Suy ra: } f(a) + f(b - 2) = \frac{9^a}{3 + 9^a} + \frac{3}{3 + 9^a} = 1.$$

**Câu 23: Đáp án A**

**TXĐ:**  $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm 1$  đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \left( -\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right) = 0$$

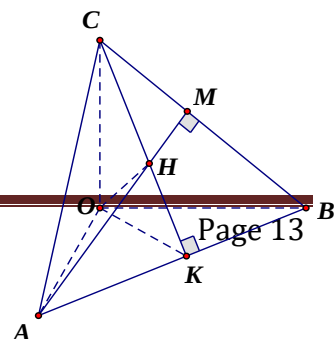
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = +\infty \text{ đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng } x = 1$$

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

**Câu 24: Đáp án D**

Gọi CK, AM là hai đường cao của tam giác ABC.

Suy ra  $H = AM \cap CK$ .



Ta có: 
$$\left. \begin{array}{l} AB \perp (OKC) \Rightarrow AB \perp OH \\ BC \perp (AOM) \Rightarrow BC \perp OH \end{array} \right\} \Rightarrow OH \perp (ABC)$$

Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $H$  và nhận  $\overline{OH}$  làm một VTPT

Nên mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình:  $3x - 4y + 2z - 29 = 0$ .

**Câu 25: Đáp án C**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $x + 2 = \frac{2x+1}{2x-1} \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 3 \\ x = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \end{cases}$

$A(1; 3), B\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow AB = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 26: Đáp án B**

Sau  $m$  giây mức nước của bể là:

$$h(m) = \int_0^m h'(t)dt = \int_0^m \frac{1}{500} \sqrt[3]{t+3} dt = \frac{3\sqrt[3]{(t+3)^4}}{2000} \Big|_0^m = \frac{3}{2000} [\sqrt[3]{(m+3)^4} - 3\sqrt[3]{3}]$$

Yêu cầu bài toán, ta có:  $\frac{3}{2000} [\sqrt[3]{(m+3)^4} - 3\sqrt[3]{3}] = \frac{3}{4} 280$ . Suy ra:

$$\sqrt[3]{(m+3)^4} = 140000 + 3\sqrt[3]{3} \Leftrightarrow m = \sqrt[4]{(140000 + 3\sqrt[3]{3})^3} - 3 = 7234,8.$$

**Câu 27: Đáp án A**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .  $f'(x) = x^4 - 4x = x(x^2 - 4)$ . Giải  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$  | $+\infty$ |
|---------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$  | $+$       |
| $f(x)$  | $+\infty$ | $-9$ | $3$ | $-9$ | $+\infty$ |

Cực đại hàm số bằng 3.

**Câu 28: Đáp án D**

**Cách 1: Sử dụng máy tính bỏ túi.**

$$x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2 \Leftrightarrow mx^4 - x^3 + (2m-1)x^2 - x + m = 0$$

Chọn  $m = 3$ . Phương trình trở thành:  $3x^4 - x^3 + 5x^2 - x + 3 = 0$  (không có nghiệm thực) nên loại đáp án B, C.

Chọn  $m = -6$ . Phương trình trở thành:  $-6x^4 - x^3 - 13x^2 - x - 6 = 0$  (không có nghiệm thực) nên loại đáp án A.

Kiểm tra với  $m = 0$  phương trình trở thành  $-x^3 - x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0$  nên chọn đáp án D.

**Cách 2:**

$x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2 \Leftrightarrow mx^4 - x^3 + (2m-1)x^2 - x + m = 0$ . Đây là dạng phương trình bậc 4 đặc biệt.

+ TH1: Với  $x = 0$ . Ta nhận  $m = 0$ .

+ TH2: Với  $x \neq 0$ . Chia phương trình cho  $x^2$ , ta được:

$$m\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right) + (2m-1) = 0 \Leftrightarrow m\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{\left(x + \frac{1}{x}\right)} + \frac{1}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} = f(x)$$

Ta có:

$$f'(x) = \frac{-\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} + \frac{-2\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^2} = 0 \\ x + \frac{1}{x} + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1$$

| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$            | $1$           | $+\infty$ |
|---------|-----------|------|----------------|---------------|-----------|
| $f'(x)$ |           | 0    |                | 0             |           |
| $f(x)$  |           |      |                |               |           |
|         |           | 0    |                | 0             |           |
|         |           |      | $-\frac{1}{4}$ |               |           |
|         |           |      |                | $\frac{3}{4}$ |           |
|         |           |      |                |               | 0         |

Dựa vào BBT, phương trình  $m = f(x)$  có nghiệm khi và chỉ khi (kết với  $m = 0$ ) là:

$$-\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$$

**Chú ý:**

+ Trong cách 2 này, ta có thể đặt  $t = x + \frac{1}{x}$ ,  $|t| \geq 2$ . Khi đó phương trình trở thành:

$m = \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} = g(t)$  với  $t \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ , ta cũng được kết quả như trên.

Ta có  $x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$  (1)

+ Từ việc xét TH1, ta nhận  $m = 0$ , giúp ta loại được A, C. Khi đó thử với  $m = -1$ , ta cũng sẽ thấy B sai. Vậy sẽ chọn được D. Điều này giúp cho việc loại trừ nhanh hơn.

**Cách 3:** Phương trình tương đương:  $x^3 + x(x+1) = m(x^2+1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$

Xét hàm số  $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x^3 + x^2 + x)'(x^4 + 2x^2 + 1) - (x^3 + x^2 + x)(x^4 + 2x^2 + 1)'}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{(3x^2 + 2x + 1)(x^4 + 2x^2 + 1) - (x^3 + x^2 + x)(4x^3 + 4x)}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{-x^6 - 2x^5 - x^4 + x^2 + 2x + 1}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} = \frac{(-x^4 + 1)(x^2 + 2x + 1)}{(x^4 + 2x^2 + 1)^2} \end{aligned}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow (-x^4 + 1)(x^2 + 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

|      |           |                        |                         |              |   |
|------|-----------|------------------------|-------------------------|--------------|---|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$                   | $1$                     | $+\infty$    |   |
| $y'$ | -         | 0                      | +                       | 0            | - |
| $y$  | 0         | $\searrow \frac{1}{4}$ | $\nearrow -\frac{3}{4}$ | $\searrow 0$ |   |

Phương trình (1) có nghiệm thực khi đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3 + x^2 + x}{x^4 + 2x^2 + 1}$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}.$$

**Câu 29: Đáp án C**

Do  $AB$  có độ dài không đổi nên chu vi tam giác  $ABC$  nhỏ nhất khi  $AC + CB$  nhỏ nhất.

$$\text{Vì } C \in d \Rightarrow C(t; 0; 2-t) \Rightarrow AC = \sqrt{(\sqrt{2}t - 2\sqrt{2})^2 + 9}, BC = \sqrt{(\sqrt{2}t - \sqrt{2})^2 + 4}$$



$$\Rightarrow AC + CB = \sqrt{(\sqrt{2}t - 2\sqrt{2})^2 + 9} + \sqrt{(\sqrt{2}t - \sqrt{2})^2 + 4}.$$

Đặt  $\vec{u} = (\sqrt{2}t - 2\sqrt{2}; 3)$ ,  $\vec{v} = (-\sqrt{2}t + \sqrt{2}; 2)$ . Áp dụng BĐT:  $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$ . Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $\vec{u}, \vec{v}$  cùng hướng, ta được:

$$\sqrt{(\sqrt{2}t - 2\sqrt{2})^2 + 9} + \sqrt{(\sqrt{2}t - \sqrt{2})^2 + 4} \geq \sqrt{(\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2 + 25}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $\frac{\sqrt{2}t - 2\sqrt{2}}{-\sqrt{2}t + \sqrt{2}} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow t = \frac{7}{5}$ . Suy ra:

$$C\left(\frac{7}{5}; 0; \frac{3}{5}\right) \Rightarrow CM = \sqrt{\left(\frac{6}{5} - \frac{7}{5}\right)^2 + 2 + \left(2 - \frac{3}{5}\right)^2} = 2.$$

**Câu 30: Đáp án D**

$$2\log_a(23x - 23) > \log_{\sqrt{a}}(x^2 + 2x + 15) \Leftrightarrow \log_a(23x - 23) > \log_a(x^2 + 2x + 15)$$

Ta có:  $x = \frac{15}{2}$  là một nghiệm của bất phương trình

$$\text{nên } \log_a \frac{299}{2} > \log_a \frac{345}{4} \Leftrightarrow a > 1 \text{ (do } \frac{299}{2} > \frac{345}{4} \text{)}.$$

Với  $a > 1$ , ta có:

$$\log_a(23x - 23) > \log_a(x^2 + 2x + 15) \Leftrightarrow \begin{cases} 23x - 23 > x^2 + 2x + 15 \\ x^2 + 2x + 15 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 19$$

**Câu 31: Đáp án C**

$$f(x) = \int_1^{\sqrt{x}} (4t^3 - 8t) dt = (t^4 - 4t^2) \Big|_1^{\sqrt{x}} = x^2 - 4x + 3, \text{ với } x \geq 0.$$

$$f'(x) = 2x - 4; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \in [0; 6].$$

$$f(0) = 3; f(2) = -1; f(6) = 15. \text{ Suy ra } M = 15, m = -1. \text{ Suy ra: } M - m = 16.$$

**Câu 32: Đáp án B**

Đặt  $t = \sqrt[6]{a}$ , vì  $a$  là số nguyên dương nên  $t \geq 1$ . Từ giả thiết, ta có:

$$3\log_3(1 + t^3 + t^2) > 2\log_2 t^3 \Leftrightarrow f(t) = \log_3(1 + t^3 + t^2) - \log_2 t^2 > 0.$$

**Cách 1: (Dùng kỹ thuật, giải bất phương trình bằng phương trình)**

$$\text{Xét phương trình: } \log_3(1 + t^3 + t^2) - \log_2 t^2 = 0 \Leftrightarrow \log_3(1 + t^3 + t^2) = \log_2 t^2 = u.$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} t^3 + t^2 + 1 = 3^u \\ t = (\sqrt{2})^u \end{cases} \Rightarrow (2\sqrt{2})^u + 2^u + 1 = 3^u \Leftrightarrow \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^u + \left(\frac{2}{3}\right)^u + \left(\frac{1}{3}\right)^u = 1$$

Vế trái là hàm nghịch biến nên phương trình có nghiệm duy nhất  $u = 4$ . Suy ra:  $t = 4$ . Do đó, phương trình  $\log_3(1+t^3+t^2) - \log_2 t^2 = 0$  cũng có nghiệm duy nhất  $t = 4$ .

Lập BBT, với chú ý:  $f(2) > 0$ ,  $f(5) < 0$  (cái này bấm máy)

|        |   |   |           |
|--------|---|---|-----------|
| $t$    | 1 | 4 | $+\infty$ |
| $f(t)$ | + | 0 | -         |

Do đó:

$$f(t) > 0 \Leftrightarrow 1 \leq t < 4 \Leftrightarrow 1 \leq \sqrt[6]{a} < 4 \Leftrightarrow 1 \leq a < 4096.$$

Suy ra: số nguyên lớn nhất là:  $a = 4095$

Vậy  $\log_2(2017a) = \log_2(2017 \times 4095) \approx 22,9776$  nên phần nguyên của  $\log_2(2017a)$  bằng 22.

### Cách 2: (Khảo sát trực tiếp hàm số)

Ta có:

$$f'(t) = \frac{1}{\ln 3} \cdot \frac{3t^2 + 2t}{t^3 + t^2 + 1} - \frac{2}{\ln 2} \cdot \frac{1}{t} = \frac{(3\ln 2 - 2\ln 3)t^3 + (2\ln 2 - 2\ln 3)t^2 - 2\ln 3}{\ln 2 \cdot \ln 3 \cdot (t^4 + t^3 + t)}$$

Vì đề xét  $a$  nguyên dương nên ta xét  $t \geq 1$ .

$$\text{Xét } g(t) = (3\ln 2 - 2\ln 3)t^3 + (2\ln 2 - 2\ln 3)t^2 - 2\ln 3$$

$$\text{Ta có } g'(t) = 3\ln \frac{8}{9}t^2 + 2\ln \frac{4}{9}t = t \left( 3\ln \frac{8}{9}t + 2\ln \frac{4}{9} \right)$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2\ln \frac{9}{4}}{3\ln \frac{8}{9}} < 0.$$

Lập bảng biến thiên suy ra hàm số  $g(t)$  giảm trên khoảng  $[1; +\infty)$ .

$$\text{Suy ra } g(t) \leq g(1) = 5\ln 2 - 6\ln 3 < 0 \Rightarrow f'(t) < 0.$$

Suy ra hàm số  $f(t)$  luôn giảm trên khoảng  $[1; +\infty)$ .

Nên  $t = 4$  là nghiệm duy nhất của phương trình  $f(t) = 0$ .

$$\text{Suy ra } f(t) > 0 \Leftrightarrow f(t) > f(4) \Leftrightarrow t < 4 \Leftrightarrow \sqrt[6]{a} < 4 \Leftrightarrow a < 4096.$$

Nên số nguyên  $a$  lớn nhất thỏa mãn giả thiết bài toán là  $a = 4095$ .

Lúc đó  $\log_2(2017a) \approx 22,97764311$ .

Nên phần nguyên của  $\log_2(2017a)$  bằng 22.

**Câu 33: Đáp án A**

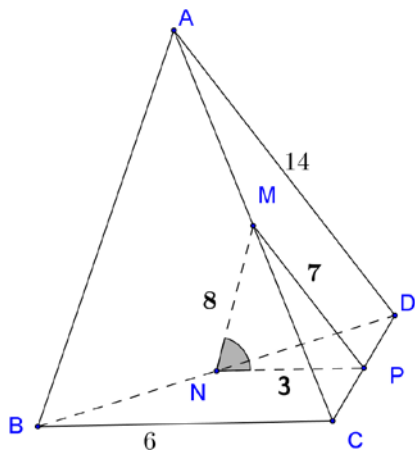
Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -1), \overrightarrow{AC} = (-2; 1; 0)$ .

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(ABC)$ :  $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 2; 2)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ :  $x - 1 + 2(y - 1) + 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 9 = 0$ .

Bán kính mặt cầu cần tìm:  $r = d(O, (ABC)) = \frac{9}{3} = 3$ .

**Câu 34: Đáp án B**

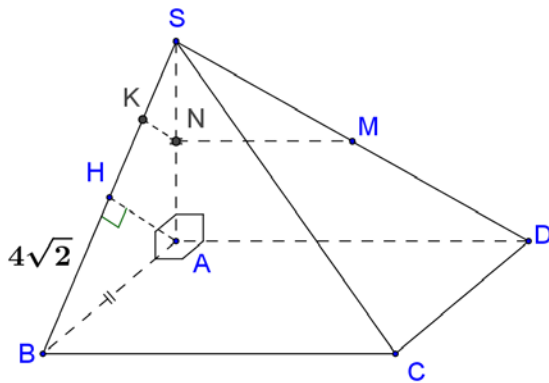


Gọi  $P$  là trung điểm của cạnh  $CD$ , ta có  $\alpha = (\widehat{MN, BC}) = (\widehat{MN, NP})$ .

Trong tam giác  $MNP$ , ta có  $\cos \widehat{MNP} = \frac{MN^2 + PN^2 - MP^2}{2MN \cdot NP} = \frac{1}{2}$ . Suy ra  $\widehat{MNP} = 60^\circ$ .

Suy ra  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 35: Đáp án C**



Theo giả thiết, ta có  $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD), (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SA \perp AB \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$

Gọi  $N, H, K$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $SA, SB$  và đoạn  $SH$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Mà  $AH \perp SB$  ( $\triangle ABC$  cân tại  $A$  có  $AH$  là trung tuyến).

Suy ra  $AH \perp (SBC)$ , do đó  $KN \perp (SBC)$  (vì  $KN \parallel AH$ , đường trung bình).

Mặt khác  $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel (SBC)$ .

$$\text{Nên } d(M, (SBC)) = d(N, (SBC)) = NK = \frac{1}{2}AH = 2\sqrt{2}.$$

**Câu 36: Đáp án C**

Ta có:  $F(x) = \int \sqrt{e^{2x} + e^{-2x} + 2} dx = \int \sqrt{(e^x + e^{-x})^2} dx = \int (e^x + e^{-x}) dx = e^x - e^{-x} + C$

**Câu 37: Đáp án C**

Ta có:  $\frac{1}{1+\tan \alpha} = \frac{1}{1+\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$  nên A đúng.

$$I - J = \int_0^{\alpha} \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} dx = \int_0^{\alpha} \frac{d(\cos x + \sin x)}{\cos x + \sin x} = \ln |\cos x + \sin x| \Big|_0^{\alpha} = \ln |\cos \alpha + \sin \alpha|. \text{ Nên B}$$

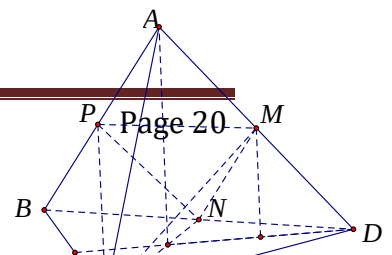
đúng.

$$I + J = \int_0^{\alpha} dx = x \Big|_0^{\alpha} = \alpha \text{ . Nên D đúng.}$$

**Câu 38: Đáp án C**

Do  $\overrightarrow{n_p} = \overrightarrow{n_q}$  và  $M(0;0;4) \in (P)$  nhưng không thuộc  $(Q)$  nên  $(P) \parallel (Q)$  vậy (1) đúng.

Mặt khác  $\overrightarrow{n_P} \cdot \overrightarrow{n_R} = 0$  nên  $(P) \perp (R)$  nên (2) đúng. Vậy (1) và (2) đúng.



**Câu 39: Đáp án A**

Do  $AB \parallel (CMN)$  nên  $d(P, (CMN)) = d(A, (CMN)) = d(D, (CMN))$

$$\text{Vậy } V_{PCMN} = V_{DPMN} = V_{MCND} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$$

(Do diện tích đáy và chiều cao đều bằng một nửa).

$$\text{Mặt khác } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{27\sqrt{2}}{12} \text{ nên } V_{MCND} = \frac{1}{4} \cdot \frac{27\sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}}{16}$$

**Câu 40: Đáp án A**

Vector chỉ phương của  $\Delta$  chính là tích có hướng của hai vector pháp tuyến của hai mặt phẳng đã cho.

**Câu 41: Đáp án A**

Ta có  $y' = \frac{8}{(2x+2)^2} > 0$  với mọi  $x \in (-\infty; -1)$  nên chọn A.

**Câu 42: Đáp án B**

VTPT của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n} = (3; 4; -2)$

VTCP của đường thẳng  $d$  là  $\vec{u} = \left(\frac{3n}{2}; 4; \frac{2m}{3}\right)$

Đường thẳng  $d$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$

$$\Leftrightarrow \frac{n}{2} = 1 = -\frac{m}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow m + n = -1$$

**Câu 43: Đáp án C**

Tọa độ điểm  $C(m; m; 0), C'(m; m; n), M\left(m; m; \frac{n}{2}\right)$

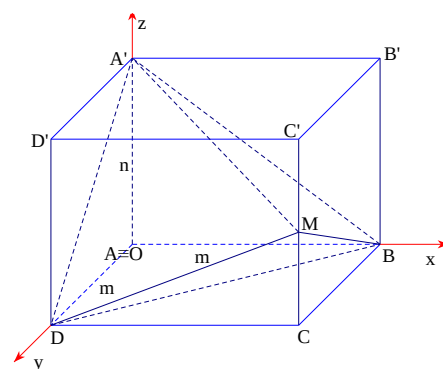
$$\vec{BA'} = (-m; 0; n), \vec{BD} = (-m; m; 0), \vec{BM} = \left(0; m; \frac{n}{2}\right)$$

$$[\vec{BA'}, \vec{BD}] = (-mn; -mn; -m^2)$$

$$V_{BDA'M} = \frac{1}{6} |[\vec{BA'}, \vec{BD}] \cdot \vec{BM}| = \frac{m^2 n}{4} = \frac{m^2 (4-m)}{4}$$

$$\text{Ta có } \frac{m^2 (4-m)}{4} = \frac{m \cdot m (8-2m)}{8} \leq \frac{1}{8} \left(\frac{m+m+8-2m}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}. \text{ Suy ra: } V_{BDA'M} \leq \frac{64}{27}$$

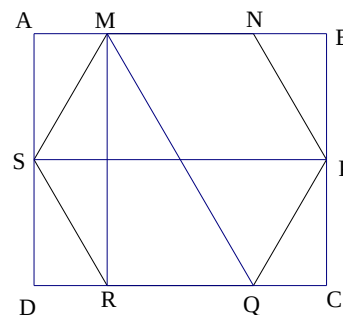
**Câu 44: Đáp án D**



Ta có  $AB = 10\text{ cm}$ ,  $AD = 5\sqrt{3}\text{ cm}$

$$S_{ABCD} = 50\sqrt{3}$$

$$V = S_{ABCD} \cdot h = 750\sqrt{3}$$



**Câu 45: Đáp án B**

VTPT của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n}_p = (2; -1; 0)$

VTPT của mặt phẳng  $(Oxy)$  là  $\vec{k} = (0; 0; 1)$

VTPT của mặt phẳng  $(Q)$  là  $\vec{n}_Q = [\vec{n}_p, \vec{k}] = (-1; -2; 0)$

Phương trình mặt phẳng  $(Q)$ :  $x + 2y + D = 0$

Theo bài ra ta có:  $d(I; (Q)) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|4 - 2 + D|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} D + 2 = 5 \\ D + 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 3 \\ D = -7 \end{cases}$

**Câu 46: Đáp án B**

Tọa độ điểm  $M$  là nghiệm của hệ phương trình 
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 - 2t \\ z = -3 + t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = -2 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(11; -2; 0)$$

Tọa độ điểm  $N$  là nghiệm của hệ phương trình 
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 - 2t \\ z = -3 + t \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 0 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow N(8; 0; -1)$$

$$\text{Độ dài } MN = \sqrt{(8 - 11)^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{14}$$

**Câu 47: Đáp án B**

Ta có:  $2.5^{x+2} + 5.2^{x+2} \leq 133.\sqrt{10^x} \Leftrightarrow 50.5^x + 20.2^x \leq 133\sqrt{10^x}$  chia hai vế bất phương trình

$$\text{cho } 5^x \text{ ta được: } 50 + \frac{20.2^x}{5^x} \leq \frac{133\sqrt{10^x}}{5^x} \Leftrightarrow 50 + 20.\left(\frac{2}{5}\right)^x \leq 133.\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x \quad (1)$$

Đặt  $t = \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x$ , ( $t \geq 0$ ) phương trình (1) trở thành:  $20t^2 - 133t + 50 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5} \leq t \leq \frac{25}{4}$

Khi đó ta có:  $\frac{2}{5} \leq \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^x \leq \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^2 \leq \left(\frac{2}{5}\right)^x \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{-4} \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 2$  nên  $a = -4, b = 2$

Vậy  $b - 2a = 10$ .

**Câu 48: Đáp án C**

Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 16)^{-5} - \ln(24 - 5x - x^2)$  là :

$$\begin{cases} x^2 - 16 \neq 0 \\ 24 - 5x - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 4 \\ -8 < x < 3 \end{cases}$$

Vậy tập xác định là :  $D = (-8; 3) \setminus \{-4\}$ .

**Câu 49: Đáp án D**

$\log_a f(x) < g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^{g(x)}$  chỉ đúng khi cơ số  $a > 1$ . Vậy với  $0 < a \neq 1$  thì đẳng thức

$\log_a f(x) < g(x) \Leftrightarrow 0 < f(x) < a^{g(x)}$  chưa chắc đúng.

**Câu 50: Đáp án A**

Theo bài ra hai mặt phẳng  $4x - 4y + 2z - 7 = 0$  và  $2x - 2y + z + 1 = 0$  chứa hai mặt của hình lập phương. Mà hai mặt phẳng  $(P): 4x - 4y + 2z - 7 = 0$  và  $(Q): 2x - 2y + z + 1 = 0$  song song với nhau nên khoảng cách giữa hai mặt phẳng sẽ bằng cạnh của hình lập phương.

$$\text{Ta có } M(0; 0; -1) \in (Q) \text{ nên } d((Q), (P)) = d(M, (P)) = \left| \frac{-2 - 7}{\sqrt{4^2 + (-4)^2 + 2^2}} \right| = \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy thể tích khối lập phương là: } V = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}.$$

**HẾT**