

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

**Câu 1:** Gọi  $M, N$  là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  trên  $[0; 2]$ . Khi đó  $M + N$  bằng

- A. 3.                                      B. 4.                                      C. 6.                                      D. 2.

**Câu 2:** Nghiệm của phương trình  $\log_2(3x - 2) = 2$  là

- A.  $x = \frac{2}{3}$ .                                      B.  $x = 2$ .                                      C.  $x = 1$ .                                      D.  $x = \frac{4}{3}$ .

**Câu 3:** Cho khối nón có chu vi đáy  $8\pi$  và chiều cao  $h = 3$ . Thể tích khối nón đã cho bằng?

- A.  $12\pi$ .                                      B.  $4\pi$ .                                      C.  $16\pi$ .                                      D.  $24\pi$ .

**Câu 4:** Với  $a > 0, a \neq 1, \log_{a^3} a$  bằng

- A. 3.                                      B. -3.                                      C.  $\frac{1}{3}$ .                                      D.  $-\frac{1}{3}$ .

**Câu 5:** Số phức liên hợp của số phức  $4 - 3i$  là

- A.  $3 + 4i$ .                                      B.  $-4 - 3i$ .                                      C.  $3 - 4i$ .                                      D.  $4 + 3i$ .

**Câu 6:** Họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + 2x + 3$  là

- A.  $\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x + C$ .                                      B.  $2x + 2 + C$ .                                      C.  $x^3 + x^2 + C$ .                                      D.  $x^3 + 2x^2 + 3x + C$ .

**Câu 7:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x-3}{6-3x}$  có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 3.                                      B. 1.                                      C. 2.                                      D. 0.

**Câu 8:** Cho các số thực dương  $a, b, x, y$  thỏa mãn  $a > 1, b > 1$  và  $a^{x-1} = b^y = \sqrt[3]{ab}$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 3x + 4y$  thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A.  $(7; 9]$ .                                      B.  $(11; 13)$ .                                      C.  $(1; 2)$ .                                      D.  $[5; 7)$ .

**Câu 9:** Cho số phức  $z$  thỏa  $(2+i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i$ . Mô đun của  $z$  bằng

- A. 5.                                      B. 18.                                      C.  $\sqrt{5}$ .                                      D.  $\sqrt{13}$ .

**Câu 10:** Tìm tất cả giá trị thực của tham số  $m$  sao cho khoảng  $(2;3)$  thuộc tập nghiệm của bất phương trình  $\log_5(x^2+1) > \log_5(x^2+4x+m)-1$ .

- A.  $m \in [-12;13]$ .      B.  $m \in [-13;12]$ .      C.  $m \in [-13;-12]$ .      D.  $m \in [12;13]$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $(0;+\infty)$ . Biết  $\frac{1}{x^2}$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = f'(x)\ln x$  và  $f(2) = \frac{1}{\ln 2}$ . Khi đó,  $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx$  bằng

- A.  $-\frac{7}{4}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $-\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{7}{4}$ .

**Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x+2y-1=0$ . Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?

- A.  $(1;2;-1)$ .      B.  $(1;2;0)$ .      C.  $(1;-2;0)$ .      D.  $(-1;2;0)$ .

**Câu 13:** Cho số phức  $z = a+bi$  và  $w = \frac{1}{2}(z+\bar{z})$ . Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG**?

- A.  $w = 2$ .      B.  $w$  là một số thực.  
C.  $w = i$ .      D.  $w$  là số thuần ảo.

**Câu 14:** Cho một khối chóp có diện tích đáy  $B = 6a^2$ , chiều cao  $h = 3a$ . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.  $6a^3$ .      B.  $18a^3$ .      C.  $9a^3$ .      D.  $54a^3$ .

**Câu 15:** Cho tích phân:  $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1-\ln x}}{x} dx$ . Đặt  $u = \sqrt{1-\ln x}$ . Khi đó  $I$  bằng

- A.  $I = 2 \int_0^1 u^2 du$ .      B.  $I = -2 \int_0^1 u^2 du$ .      C.  $I = \int_1^0 \frac{u^2}{2} du$ .      D.  $I = -\int_1^0 u^2 du$ .

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x) = (x-2)(x+3)^4(1-2x)^3$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2.      B. 3.      C. 1.      D. 0.

**Câu 17:** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 5x + 4$  và trục  $Ox$ . Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$  bằng:

- A.  $\frac{9}{2}$ .      B.  $\frac{81}{10}$ .      C.  $\frac{81\pi}{10}$ .      D.  $\frac{9\pi}{2}$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x)$ . Bảng biến thiên của hàm số  $f'(x)$  như sau:

|     |           |      |     |      |           |
|-----|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$  | $+\infty$ |
| $y$ | $+\infty$ | $-3$ | $2$ | $-1$ | $+\infty$ |

Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 2x)$  là:

- A. 7. B. 9. C. 3. D. 5.

**Câu 19:** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 4x^2 + 1$  và đồ thị hàm số  $y = x^2 - 1$  là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

**Câu 20:** Hàm số  $y = \frac{x - m^2}{x - 4}$  đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 4)$  và  $(4; +\infty)$  khi

- A.  $-2 \leq m \leq 2$ . B.  $\begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$ . C.  $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$ . D.  $-2 < m < 2$ .

**Câu 21:** Cho hình nón  $(N)$  có đỉnh  $S$ , bán kính đáy  $r = 1$  và độ dài đường sinh  $l = 2\sqrt{2}$ . Mặt cầu đi qua  $S$  và đường tròn đáy của  $(N)$  có bán kính bằng

- A.  $\frac{4\sqrt{7}}{7}$ . B.  $\frac{8\sqrt{7}}{7}$ . C.  $\sqrt{7}$ . D.  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 22:** Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của một quốc gia  $X$  là 0,2%. Năm 1998 dân số của quốc gia  $X$  là 125500000 người. Hỏi sau bao nhiêu năm thì dân số của quốc gia  $X$  là 140000000 người?

- A. 54 năm. B. 6 năm. C. 55 năm. D. 5 năm.

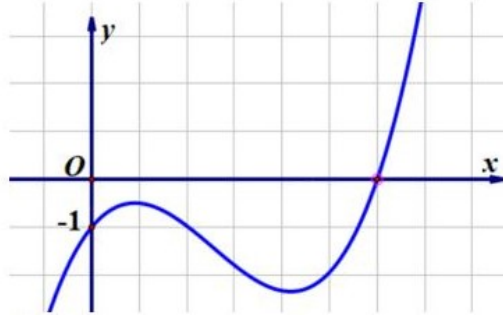
**Câu 23:** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{1-x}$ . Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(-1; +\infty)$ .  
 B. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .  
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .  
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 24:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 2$  và độ dài đường sinh  $l = 4$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.  $32\pi$ . B.  $8\pi$ . C.  $16\pi$ . D.  $48\pi$ .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình dưới. Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = -1$  là



A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

**Câu 26:** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $|\bar{iz} + 3 - 2i| = 4$ . Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp điểm biểu diễn số phức  $w = 2i\bar{z} + 5 - 6i$  là một đường tròn có tâm  $I(a; b)$ , bán kính  $R$ . Tính  $T = a + b + R$

A. 21.

B. 17.

C. 5.

D. -1.

**Câu 27:** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 7$  đạt cực đại tại

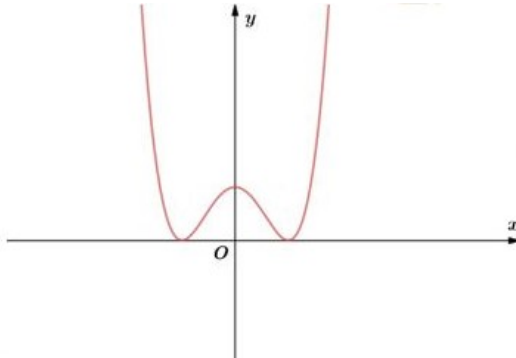
A.  $x = 3$ .

B.  $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ .

D.  $x = -1$ .

**Câu 28:** Cho đồ thị hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng



A.  $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac = 0$ .

B.  $a > 0; b > 0; c > 0; b^2 - 4ac = 0$ .

C.  $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac > 0$ .

D.  $a > 0; b < 0; c > 0; b^2 - 4ac < 0$ .

**Câu 29:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng qua  $A(3; 4; 1)$  và song song với mặt phẳng  $(Oxy)$  có phương trình là

A.  $x - 3 = 0$ .

B.  $z - 1 = 0$ .

C.  $y - 4 = 0$ .

D.  $3x + 4y + z = 0$ .

**Câu 30:** Nghiệm của phương trình  $9^{2x+3} = 81$  là

A.  $x = -\frac{3}{2}$ .

B.  $x = \frac{1}{2}$ .

C.  $x = -\frac{1}{2}$ .

D.  $x = \frac{3}{2}$ .

**Câu 31:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên đoạn  $[1; 2]$ ,  $f(1) = 1$  và  $f(2) = 2$ . Khi đó,  $I = \int_1^2 f'(x) dx$  bằng

- A.  $I = 1$ .                      B.  $I = -1$ .                      C.  $I = \frac{7}{2}$ .                      D.  $I = 3$ .

**Câu 32:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}$  là

- A.  $(-1; 2)$ .                      B.  $(-\infty; 5)$ .                      C.  $[5; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 33:** Số cạnh của hình bát diện đều là

- A. 8.                      B. 12.                      C. 10.                      D. 20.

**Câu 34:** Thể tích của khối cầu có bán kính  $r = 3$  là

- A.  $64\pi$ .                      B.  $48\pi$ .                      C.  $8\pi$ .                      D.  $36\pi$ .

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(1; 3; 5)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm nào sau đây?

- A.  $(1; 3; 0)$ .                      B.  $(1; 0; 5)$ .                      C.  $(0; 3; 5)$ .                      D.  $(1; 0; 0)$ .

**Câu 36:** Biết  $\int_0^2 f(x) dx = 2020$ , khi đó  $I = \int_0^4 \left[ f\left(\frac{x}{2}\right) \right] dx$  bằng

- A. 2020.                      B. 1010.                      C. -2020.                      D. 4040.

**Câu 37:** Cho số phức  $z = 3 + 4i$ . Tìm phần thực  $a$  và phần ảo  $b$  của số phức  $z$ .

- A.  $a = 3, b = 4$ .                      B.  $a = 4, b = 3$ .                      C.  $a = 4, b = -3$ .                      D.  $a = 3, b = -4$ .

**Câu 38:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

- A.  $(-2; 0; 1)$ .                      B.  $(-2; 0; -1)$ .                      C.  $(2; 0; 1)$ .                      D.  $(2; 0; -1)$ .

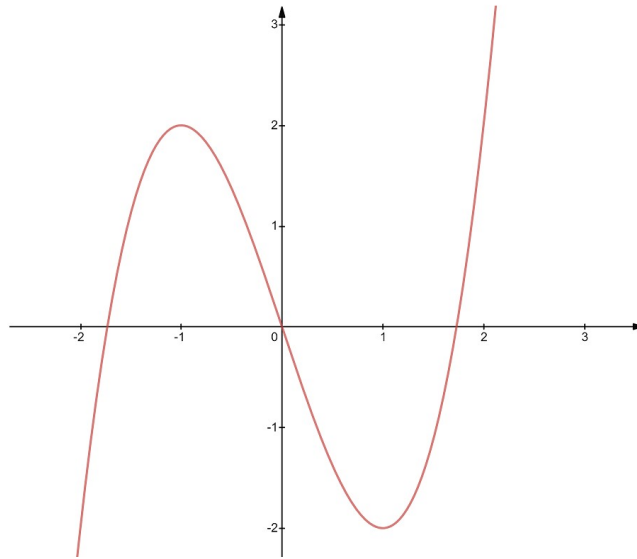
**Câu 39:** Cho số phức  $z = \frac{1+2i}{1-i}$ . Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $z$  là điểm nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ .                      B.  $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ .                      C.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .                      D.  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 40:** Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng  $2a$ . Thể tích khối trụ bằng

- A.  $\pi a^3$ .                      B.  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .                      C.  $\frac{\pi a^3}{3}$ .                      D.  $2\pi a^3$ .

**Câu 41:** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A.  $y = -x^3 + 2x$ .

B.  $y = x^3 - 3x$ .

C.  $y = x^3 + 3x$ .

D.  $y = -x^3 - 2x$ .

**Câu 42:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 5)$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ . Phương trình đường thẳng qua  $A$  vuông góc với  $(P)$  là:

A.  $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 5 - t \end{cases}$

**Câu 43:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và  $OB = OC = a\sqrt{6}, OA = a$ . Thể tích khối tứ diện đã cho bằng

A.  $3a^3$ .

B.  $2a^3$ .

C.  $6a^3$ .

D.  $a^3$ .

**Câu 44:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $B = 8$  và chiều cao  $h = 6$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 48.

B. 16.

C. 24.

D. 14.

**Câu 45:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$  là

A.  $(-3; 2)$ .

B.  $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ .

C.  $\mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$ .

D.  $[-3; 2]$ .

**Câu 46:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = z+1$ , điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng  $d$ ?

A.  $(2; 3; 0)$ .

B.  $(2; 3; 1)$ .

C.  $(1; -2; -1)$ .

D.  $(-1; 2; 1)$ .

**Câu 47:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(4; -1; 3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ . Tọa độ điểm  $M$  là điểm đối xứng với điểm  $A$  qua  $d$  là

A.  $M(0; -1; 2)$ .

B.  $M(2; -5; 3)$ .

C.  $M(-1; 0; 2)$ .

D.  $M(2; -3; 5)$ .

**Câu 48:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $2$ | $5$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $+$       |
| $y$  |           |      |     |     |           |

Số nghiệm của phương trình  $f(2^{3x^4-4x^2+2}) + 1 = 0$  là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 5.

**Câu 49:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$ . Giá trị của biểu thức  $A = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)_2}$  là

A. 129.

B. 519.

C. 469.

D. 729.

**Câu 50:** Cho khối tứ diện  $ABCD$  có thể tích  $V$ . Gọi  $G_1, G_2, G_3, G_4$  lần lượt là trọng tâm của bốn mặt của hình tứ diện. Thể tích khối tứ diện  $G_1 G_2 G_3 G_4$  bằng

A.  $\frac{V}{32}$ .

B.  $\frac{V}{9}$ .

C.  $\frac{V}{27}$ .

D.  $\frac{V}{12}$ .

----- HẾT -----

## ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1-D  | 2-B  | 3-C  | 4-C  | 5-D  | 6-A  | 7-C  | 8-A  | 9-D  | 10-A |
| 11-D | 12-B | 13-B | 14-A | 15-A | 16-A | 17-C | 18-A | 19-C | 20-B |
| 21-A | 22-C | 23-C | 24-B | 25-A | 26-C | 27-D | 28-A | 29-B | 30-C |
| 31-A | 32-B | 33-B | 34-D | 35-C | 36-D | 37-A | 38-D | 39-D | 40-D |
| 41-B | 42-A | 43-D | 44-A | 45-A | 46-C | 47-D | 48-B | 49-C | 50-C |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### Câu 1: Chọn D.

Ta có  $y' = 3x^2 - 3$ .

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$$

Ta có  $y(0) = 1; y(1) = -1; y(2) = 3$ .

Vậy  $M = 3, N = -1 \Rightarrow M + N = 2$ .

### Câu 2: Chọn B.

Ta có  $\log_2(3x - 2) = 2 \Leftrightarrow 3x - 2 = 2^2 \Leftrightarrow x = 2$ .

Vậy nghiệm của phương trình  $\log_2(3x - 2) = 2$  là  $x = 2$ .

### Câu 3: Chọn C.

Gọi  $r$  là bán kính đáy của khối nón. Ta có:  $2\pi r = 8\pi \Rightarrow r = 4$

Thể tích của khối nón đã cho là:  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$ .

### Câu 4: Chọn C.

Với  $a > 0, a \neq 1, \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$

### Câu 5: Chọn D.

Ta có:  $\overline{4 - 3i} = 4 + 3i$ .

### Câu 6: Chọn A.

Ta có:  $\int f(x) dx = \int (x^2 + 2x + 3) dx = \int x^2 dx + 2 \int x dx + 3 \int dx = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x + C$ .



**Câu 7: Chọn C.**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}.$$

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{6-3x} = -\frac{1}{3}$  nên đường thẳng  $y = -\frac{1}{3}$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Mà  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-3}{6-3x} = +\infty$  nên đường thẳng  $x = 2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số  $y = \frac{x-3}{6-3x}$  có tất cả 2 đường tiệm cận, trong đó 1 đường tiệm cận ngang và 1 đường tiệm cận đứng.

**Câu 8: Chọn A.**

$$\text{Ta có } a^{x-1} = b^y = \sqrt[3]{ab} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{3} \log_a ab = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \log_a b \\ y = \frac{1}{3} \log_b ab = \frac{1}{3} (1 + \log_b a) = \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{\log_a b} \right) \end{cases}$$

Thay vào  $P$ , ta được

$$\begin{aligned} P &= 3x + 4y = 3 \left( \frac{4}{3} + \frac{1}{3} \log_a b \right) + 4 \cdot \frac{1}{3} \left( 1 + \frac{1}{\log_a b} \right) \\ &= \frac{16}{3} + \left( \log_a b + \frac{4}{3 \log_a b} \right) \end{aligned}$$

Vì  $a > 1, b > 1$  nên  $\log_a b > 0$ . Áp dụng BĐT Cô-si, ta có:

$$P = \frac{16}{3} + \left( \log_a b + \frac{4}{3 \log_a b} \right) \geq \frac{16}{3} + 2 \sqrt{\log_a b \cdot \frac{4}{3 \log_a b}} = \frac{16 + 4\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \log_a b = \frac{4}{3} \log_a b \Leftrightarrow \log_a b = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của } P \text{ bằng } \frac{16 + 4\sqrt{3}}{3} \in (7; 9].$$

**Câu 9: Chọn D.**

Gọi  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Khi đó:

$$(2+i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i \Leftrightarrow (2+i)(a+bi) - 4(a-(b+1)i) = -8 + 19i$$

$$\Leftrightarrow (2a-b) + (a+2b)i - 4a + 4(b+1)i = -8 + 19i, \text{ nên ta có hệ phương trình}$$

$$\begin{cases} -2a-b=-8 \\ a+6b+4=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a-b=-8 \\ a+6b=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}. \text{ Vậy } |z|=\sqrt{13}.$$

**Câu 10: Chọn A.**

Điều kiện xác định:  $x^2 + 4x + m > 0$ .

Với điều kiện trên, bất phương trình tương đương với  $5(x^2 + 1) > (x^2 + 4x + m)$ .

Để khoảng  $(2;3)$  thuộc tập nghiệm của bất phương trình thì hệ bất phương trình 
$$\begin{cases} x^2 + 4x + m > 0 \\ 5(x^2 + 1) > (x^2 + 4x + m) \end{cases}$$
 nghiệm đúng với mọi  $x \in (2;3)$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 + 4x > -m \\ g(x) = 4x^2 - 4x + 5 > m \end{cases} \text{ nghiệm đúng với mọi } x \in (2;3).$$

Xét hàm số  $f(x) = x^2 + 4x$  trên khoảng  $(2;3)$  có  $f'(x) = 2x + 4 > 0, \forall x \in (2;3)$  suy ra  $f(x) > f(2) = 12$ . Do đó  $12 \geq -m \Leftrightarrow m \geq -12$

Xét hàm số  $g(x) = 4x^2 - 4x + 5$  trên khoảng  $(2;3)$  có  $g'(x) = 8x - 4 > 0, \forall x \in (2;3)$  suy ra  $g(x) > g(2) = 13$ . Do đó  $13 \geq m \Leftrightarrow m \leq 13$ .

**Câu 11: Chọn D.**

Vì  $\frac{1}{x^2}$  là một nguyên hàm của hàm số  $y = f'(x) \ln x$ , nên  $\left(\frac{1}{x^2}\right)' = f'(x) \ln x \Leftrightarrow -\frac{2}{x^3} = f'(x) \ln x$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = \frac{1}{x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \ln x \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } \int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx &= f(x) \cdot \ln(x) \Big|_1^2 - \int_1^2 f'(x) \ln x dx = f(2) \cdot \ln(2) + \int_1^2 \frac{2}{x^3} dx = \frac{1}{\ln 2} \cdot \ln 2 - \frac{1}{x^2} \Big|_1^2 \\ &= 1 - \left(\frac{1}{2^2} - 1\right) = \frac{7}{4}. \end{aligned}$$

**Câu 12: Chọn B.**

Ta có:  $\vec{n} = (1; 2; 0)$  là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$ .

**Câu 13: Chọn B.**

Ta có  $\bar{z} = a - bi$  do đó  $w = \frac{1}{2}(z + \bar{z}) = \frac{1}{2}(a + bi + a - bi) = a$  là một số thực.

**Câu 14: Chọn A.**

Thể tích của khối chóp  $V = \frac{1}{3} B.h = \frac{1}{3} .6a^2 .3a = 6a^3$ .

**Câu 15: Chọn A.**

Đặt  $u = \sqrt{1 - \ln x} \Rightarrow u^2 = 1 - \ln x$

$$\Rightarrow \frac{dx}{x} = -2u du \text{ (với } x=1 \rightarrow u=1; x=e \rightarrow u=0)$$

Ta có  $I = 2 \int_0^1 u^2 du$ .

**Câu 16: Chọn A.**

Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Trong đó  $x = 2, x = \frac{1}{2}$  là các nghiệm bội bậc lẻ nên hàm số  $y = f(x)$  có 2 điểm cực trị.

Còn  $x = -3$  là nghiệm bội bậc chẵn nên không là điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$ .

**Câu 17: Chọn C.**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục  $Ox$  là:  $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$

Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình  $(H)$  quanh trục  $Ox$  bằng:

$$V = \pi \int_1^4 (x^2 - 5x + 4) dx = \frac{81}{10} \pi$$

Vậy chọn đáp án C là đáp án đúng.

**Câu 18: Chọn A.**

Xét  $y = f(x^2 - 2x) \Rightarrow y' = (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = x_1 \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 2x = x_2 \in (-1; 0) \\ x^2 - 2x = x_3 \in (0; 1) \\ x^2 - 2x = x_4 \in (1; +\infty) \end{cases}$$

**Trường hợp 1:**  $x^2 - 2x = x_1 \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - x_1 = 0$ .

Ta có  $\Delta' = 1 - 1 \cdot (-x_1) = 1 + x_1 < 0, \forall x_1 \in (-\infty; -1)$  nên phương trình vô nghiệm. Suy ra trường hợp này không có điểm cực trị.

**Trường hợp 2:**  $x^3 - 2x = x_2 \in (-1; 0) \Leftrightarrow x^2 - 2x - x_2 = 0$ .

Ta có  $\Delta' = 1 - 1 \cdot (-x_2) = 1 + x_2 > 0, \forall x_2 \in (-1; 0)$  nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Suy ra trường hợp này có hai điểm cực trị.

**Trường hợp 3:**  $x^2 - 2x = x_3 \in (0; 1)$ . Xét thấy hệ số  $a$  và  $c$  trong phương trình luôn trái dấu nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Suy ra trường hợp này có hai điểm cực trị.

**Trường hợp 4:**  $x^2 - 2x = x_4 \in (1; +\infty)$ . Xét thấy hệ số  $a$  và  $c$  trong phương trình luôn trái dấu nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt. Suy ra trường hợp này có hai điểm cực trị.

Mặt khác, các hệ số trong các phương trình ở trường hợp 2, 3, 4 vừa xét đều khác nhau hệ số  $c$  nên các nghiệm của phương trình này đều khác nhau và đều khác 1.

Vậy hàm số  $y = f(x^2 - 2x)$  có 7 điểm cực trị. Ta chọn đáp án A.

**Câu 19: Chọn C.**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 4x^2 + 1$  và đồ thị hàm số  $y = x^2 - 1$  là

$$-x^4 + 4x^2 + 1 = x^2 - 1.$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \\ x^2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \end{cases} (L) \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3 + \sqrt{17}}{2}}.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 4x^2 + 1$  và đồ thị hàm số  $y = x^2 - 1$  là 2.

**Câu 20: Chọn B.**

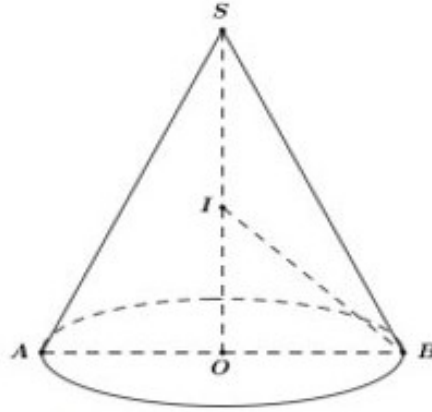
TXĐ:  $D = (-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$ .

$$\text{Ta có } y = \frac{x - m^2}{x - 4} \Rightarrow y' = \frac{-4 + m^2}{(x - 4)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 4)$  và  $(4; +\infty)$  khi và chỉ khi

$$y' = \frac{-4 + m^2}{(x - 4)^2} > 0 \Leftrightarrow -4 + m^2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}.$$

**Câu 21: Chọn A.**



Gọi  $I$  là tâm của mặt cầu đi qua  $S$  và đường thẳng đáy của  $(N)$ .

$R$  là bán kính của mặt cầu cần tìm.

Theo giả thiết, ta có  $SO = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{7}$ .

**Trường hợp 1.**  $IO = SO - R = \sqrt{7} - R$ .

Trong tam giác vuông  $IOB$ , ta có  $IB^2 = IO^2 + OB^2 \Leftrightarrow R^2 = (\sqrt{7} - R)^2 + 1 \Leftrightarrow R = \frac{4\sqrt{7}}{7}$ .

**Trường hợp 2.**  $IO = R - SO = R - \sqrt{7}$ .

Trong tam giác vuông  $IOB$ , ta có  $IB^2 = IO^2 + OB^2 \Leftrightarrow R^2 = (R - \sqrt{7})^2 + 1 \Leftrightarrow R = \frac{4\sqrt{7}}{7}$ .

**Câu 22: Chọn C.**

Gọi  $A$  là dân số của quốc gia  $X$  năm 1998,  $r$  là tỷ lệ tăng dân số và  $A_n$  là dân số của quốc gia  $X$  sau  $n$  (năm) tính từ năm 1998.

$$A_n \geq 140000000 \Leftrightarrow 125500000 \cdot (1 + 0,2\%)^n \geq 140000000 \Leftrightarrow n \geq \frac{\ln \frac{140000000}{125500000}}{\ln(1 + 0,2\%)} \approx 54,72.$$

Vậy sau 55 năm thì dân số của quốc gia  $X$  là 140000000 người.

**Câu 23: Chọn C.**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

$$\text{Ta có } y' = \frac{2}{(1-x)^2} > 0, \forall x \in D.$$

Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**Câu 24: Chọn B.**

$$\text{Ta có } S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 2 \cdot 4 = 8\pi.$$

**Câu 25: Chọn A.**

Số nghiệm thực của phương trình  $f(x) = -1$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = -1$ .

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 26: Chọn C.**

Do  $z \in \mathbb{C} \Rightarrow z = x + yi$  với  $x, y \in \mathbb{R}$ .

Theo đề bài:  $w = 2i\bar{z} + 5 - 6i = 2(\bar{iz} + 3 - 2i) - (1 + 2i) \Leftrightarrow w + (1 + 2i) = 2(\bar{iz} + 3 - 2i)$ .

$$\Leftrightarrow w + (1 + 2i) = 2(\bar{iz} + 3 - 2i) \Leftrightarrow |w + (1 + 2i)| = 2|\bar{iz} + 3 - 2i| = 8.$$

Suy ra:

$$|w + (1 + 2i)| = 8 \Leftrightarrow |x + yi + 1 + 2i| = 8 \Leftrightarrow |x + 1 + (y + 2)i| = 8 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 8^2.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn  $w$  là một đường tròn có tâm  $I(-1; -2)$ , bán kính  $R = 8$  nên ta có:

$$T = a + b + R = -1 - 2 + 8 = 5.$$

**Câu 27: Chọn D.**

Xét  $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$ . Ta có:  $y'' = 6x - 6$ ;  $y''(-1) = -12 < 0$ ;  $y''(3) = 12 > 0$ . Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = -1$  và đạt cực tiểu tại điểm  $x = 3$ .

**Câu 28: Chọn A.**

\* Từ hình vẽ suy ra  $a > 0, c > 0$ .

\* Xét  $y' = 4ax^3 + 2bx = 0 \Leftrightarrow 2x(2ax^2 + b) = 0$ . Để hàm số có 3 cực trị như hình vẽ thì  $a, b$  trái dấu, suy ra  $b < 0$ .

\* Xét  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c = 0 \Leftrightarrow at^2 + bt + c = 0$ ;  $t = x^2 \geq 0$  có một nghiệm kép theo ẩn phụ  $t$ . Từ đồ thị, ta thấy phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành chỉ có hai nghiệm  $x$  đối nhau  $\Leftrightarrow$  phương trình bậc hai theo ẩn phụ  $t$  chỉ có một nghiệm dương  $\Leftrightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 0$ .

**Câu 29: Chọn B.**

Mặt phẳng qua  $A(3; 4; 1)$  và song song với mặt phẳng  $(Oxy)$  có VTPT:  $\vec{n} = \vec{k}(0; 0; 1)$

Có phương trình:  $0(x - 3) + 0(y - 4) + 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow z = 1$ .

**Câu 30: Chọn C.**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Phương trình đã cho tương đương:  $9^{2x+3} = 9^2 \Leftrightarrow 2x + 3 = 2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 31: Chọn A.**

$$\text{Ta có: } I = \int_1^2 f'(x) dx = d(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 2 - 1 = 1.$$

**Câu 32: Chọn B.**

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow 2x - 4 < x + 1 \Leftrightarrow x < 5.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là  $(-\infty; 5)$ .

**Câu 33: Chọn B.**

**Câu 34: Chọn D.**

$$\text{Thể tích của khối cầu có bán kính } r = 3 \text{ là } V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi.$$

**Câu 35: Chọn C.**

Hình chiếu vuông góc của điểm  $M(a; b; c)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm  $M'(0; b; c)$ . Do đó điểm cần tìm là  $(0; 3; 5)$ .

**Câu 36: Chọn D.**

$$\text{Đặt } t = \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \left(\frac{x}{2}\right)' dx = \frac{1}{2} dx \Rightarrow dx = 2dt$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x = 4 \Rightarrow t = 2 \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = 2 \int_0^2 f(t) dt = 2 \cdot 2020 = 4040$$

Vậy  $I = 4040$ .

**Câu 37: Chọn A.**

Phần thực  $a$  và phần ảo  $b$  của số phức  $z$  là  $a = 3, b = 4$ .

**Câu 38: Chọn D.**

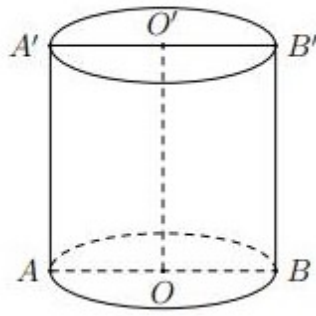
Tâm của  $(S)$  có tọa độ là  $(2; 0; -1)$

**Câu 39: Chọn D.**

$$\text{Ta có: } z = \frac{1+2i}{1-i} = \frac{(1+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+3i}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i.$$

Vậy trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $z$  là  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 40: Chọn D.**



Vì thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên  $AB = 2R = 2a \Leftrightarrow R = a$  và  $h = AA' = 2a$ .

Thể tích khối trụ là  $V = \pi R^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$ .

**Câu 41: Chọn B.**

Đồ thị hình bên là đồ thị hàm bậc 3 với hệ số  $a > 0$  nên loại A và D. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là  $(-1; 2)$  và  $(1; -2)$  nên  $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$  do đó loại đáp án C và chọn đáp án B.

**Câu 42: Chọn A.**

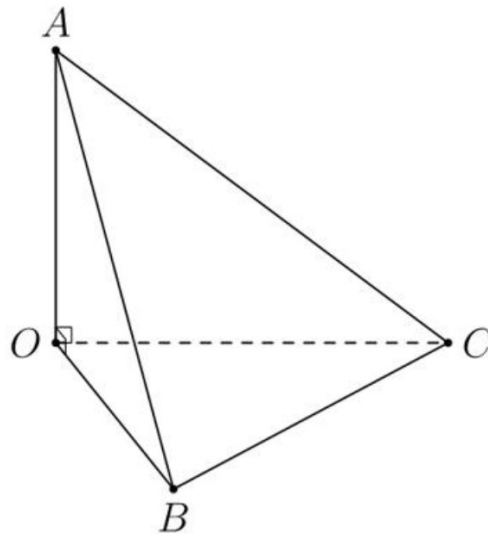
Mặt phẳng  $(P): x - 2y + z - 1 = 0$  có vector pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -2; 1)$ .

Đường thẳng vuông góc với mp  $(P): x - 2y + z - 1 = 0$  nhận vector  $\vec{n} = (1; -2; 1)$  hoặc vector  $\vec{u} = (-1; 2; -1)$  làm

vector chỉ phương nên loại các đáp án B, D. Ta lại có tọa độ điểm  $A(1; 2; 5)$  thỏa mãn phương trình 
$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases}$$

nên đáp án A đúng.

**Câu 43: Chọn D.**

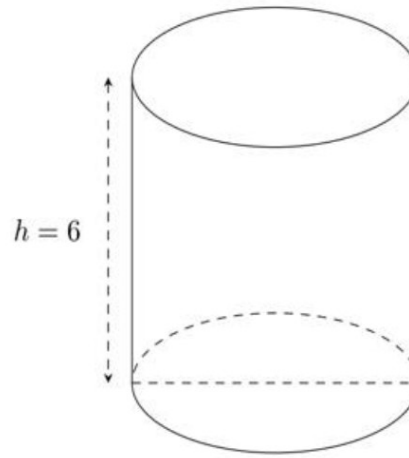


Vì  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc nên  $OA \perp (OBC)$  và  $\triangle OBC$  vuông tại  $O$ .



Nên thể tích khối chóp  $OABC$  là  $V = \frac{1}{6}.OA.OB.OC = \frac{1}{6}.a\sqrt{6}.a\sqrt{6}.a = a^3$ .

**Câu 44: Chọn A.**



Áp dụng công thức thể tích hình trụ ta có  $V = B.h = 8.6$ .

Vậy thể tích hình trụ là  $V = 48$ .

**Câu 45: Chọn A.**

Hàm số  $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$  có điều kiện xác định:  $\frac{x+3}{2-x} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$ .

Vậy tập xác định  $D = (-3; 2)$ .

**Câu 46: Chọn C.**

Thay tọa độ điểm  $(1; -2; -1)$  vào đường thẳng  $d$  ta được:

$$\frac{1-1}{2} = \frac{(-2)+2}{3} = (-1)+1 = 0 \text{ (luôn đúng)}.$$

Suy ra điểm  $(1; -2; -1)$  thuộc đường thẳng  $d$ .

**Câu 47: Chọn D.**

Gọi  $N(2t+1; -t-1; t+3) \in d$  là hình chiếu của  $A$  trên  $d$ . Suy ra  $N$  là trung điểm  $AM$ .

Ta có:  $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-3) - (-t) + t = 0 \Leftrightarrow t = 1$ .

Vậy  $N(3; -2; 4)$ .

Suy ra  $M(2; -3; 5)$ .

**Câu 48: Chọn B.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

$$f\left(2^{3x^4-4x^3+2}\right)+1=0 \Leftrightarrow f\left(2^{3x^4-4x^3+2}\right)=-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{3x^4-4x^3+2}=a_1 < -1(1) \\ 2^{3x^4-4x^3+2}=2 \\ 2^{3x^4-4x^3+2}=a_2 > 5 \end{cases}$$

**TH1:**  $2^{3x^4-4x^3+2}=2$

$$\Leftrightarrow 3x^4-4x^3+2=1 \Leftrightarrow (x-1)^2(3x^3+2x+1)=0 \Leftrightarrow x=1$$

**TH2:**  $2^{3x^4-4x^3+2}=a_2$

$$\Leftrightarrow 3x^4-4x^3+2=\log_2 a_2$$

Xét hàm số  $g(x)=3x^4-4x^3+2$ , khảo sát hàm số, ta được bảng biến thiên sau:

|         |           |                                                                                    |   |   |   |   |           |
|---------|-----------|------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |                                                                                    | 0 |   | 1 |   | $+\infty$ |
| $g'(x)$ |           | -                                                                                  | 0 | - | 0 | + |           |
| $g(x)$  | $+\infty$ |  |   |   |   |   | $+\infty$ |

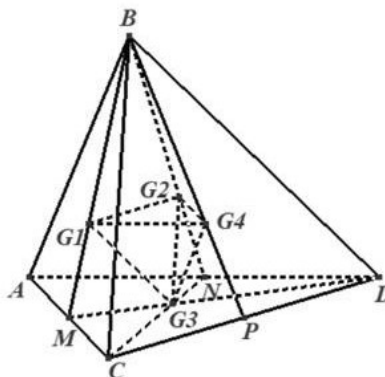
Do  $\log_2 a_2 > \log_2 5 > 1$  nên  $3x^4-4x^3+2=\log_2 a_2$  có hai nghiệm phân biệt khác 1.

Vậy phương trình  $f\left(2^{3x^4-4x^3+2}\right)+1=0$  có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 49: Chọn C.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } A &= a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)_2} = \left(a^{\log_3 7}\right)^{\log_3 7} + \left(b^{\log_7 11}\right)^{\log_7 11} + \left(c^{\log_{11} 25}\right)^{\log_{11} 25} \\ &= 27^{\log_3 7} + 49^{\log_7 11} + \sqrt{11}^{\log_{11} 25} = \left(3^{\log_3 7}\right)^3 + \left(7^{\log_7 11}\right)^2 + \left(11^{\log_{11} 25}\right)^{\frac{1}{2}} = 7^3 + 11^2 + 25^{\frac{1}{2}} = 469. \end{aligned}$$

**Câu 50: Chọn C.**



Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AC, AD, CD$ .

Ta có

$$V_{G_1G_2G_3G_4} = \frac{1}{3}d\left(G_3, (G_1G_2G_4)\right).S_{G_1G_2G_4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot d\left(B, (G_1G_2G_4)\right).S_{G_1G_2G_4} = \frac{1}{2}V_{BG_1G_2G_4}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 V_{BMNP} = \frac{4}{27} \cdot \frac{1}{4} V_{BACD} = \frac{V}{27}.$$

\_\_\_\_\_ HẾT \_\_\_\_\_

<https://toanmath.com/>