SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO LÀO CAI

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THỬ - KỲ THI THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2015 – 2016
Môn thi: **TOÁN**
Thời gian: **180 phút** (*Không kể thời gian giao đề*)

Câu 1 (1,0 *điểm*). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$

Câu 2 (1,0 *điểm*). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x - 2 + \dfrac{4}{x-1}$ trên đoạn $\left[2;4\right]$

Câu 3 (1,0 *điểm*).

a) Giải phương trình: $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$.

b) Tìm phần thực, phần ảo của số phức $\overline{z}$ biết: $z = \left(2 - \sqrt{3}i\right)\left(3 + \sqrt{3}i\right)$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I = \int\limits_1^e \dfrac{2 + x^3 \ln x}{x^2} dx$

Câu 5 (1,0 *điểm*).

a) Giải phương trình: $\sin 2x - \sqrt{3}\cos x = 0$.

b) Đội tuyển học sinh giỏi toán của một trường có 8 học sinh lớp 12 và 7 học sinh khối 11. Giáo viên cần chọn 5 em tham gia thi học sinh giỏi cấp tỉnh. Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có cả học sinh khối 12 và khối 11.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Trong không gian Oxyz cho điểm đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng (*P*) có phương trình $x - y - z + 1 = 0$. Tìm giao điểm *A* của đường thẳng *d* và mặt phẳng (*P*). Viết phương trình đường thẳng Δ qua *A* vuông góc với *d* và nằm trong (*P*).

Câu 7 (1,0 *điểm*) Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là nửa lục giác đều và $AB = BC = CD = a$. Hai mặt phẳng (*SAC*) và (*SBD*) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy (*ABCD*), góc giữa *SC* và (*ABCD*) bằng 60^0. Tính theo a thể tích của khối chóp *S.ABCD* và góc giữa đường thẳng *SC* và mặt phẳng (*SAD*).

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác *ABC* cân tại *A* và *M* là trung điểm của *AB*. Biết $I\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{1}{3}\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* và $G\left(3;0\right)$, $K\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{1}{3}\right)$ lần lượt là trọng tâm tam giác *ABC* và *ACM*. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

Câu 9 (1,0 *điểm*) Giải hệ phương trình sau trên tập số thực:

$$\begin{cases} (xy-3)\sqrt{y+2} + \sqrt{x} = \sqrt{x^5} + (y-3x)\sqrt{y+2} \\ \sqrt{9x^2+16} - 2\sqrt{2y+8} = 4\sqrt{2-x} \end{cases}$$

Câu 10 (*1,0 điểm*) Cho *a, b, c* là các số thực dương thoả mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} + \dfrac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} - \dfrac{3}{4}(a+b)^2$.

------------------------HẾT------------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO LÀO CAI **HDC KỲ THI THỬ THPT QUỐC GIA**

NĂM HỌC 2015 - 2016

Môn: **TOÁN**

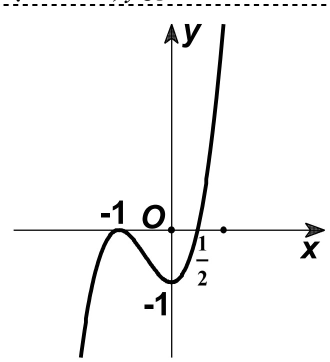
*HDC gồm có: **06** trang*

I. Hướng dẫn chấm:

1. Cho điểm lẻ tới 0,25;
2. Điểm toàn bài là tổng điểm thành phần, không làm tròn;
3. Chỉ cho điểm tối đa khi bài làm của thí sinh chính xác về mặt kiến thức;
4. Thí sinh giải đúng bằng cách khác cho điểm tương ứng ở các phần.

II. Biểu điểm:

Câu 1 (1,0 *điểm*).

Nội dung	**Điểm**
$y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ • TXĐ: $D = \mathbb{R}$ • Sự biến thiên: +) Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$	**0,25**
+) Bảng biến thiên: $y' = 6x^2 + 6x$ $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$ Bảng biến thiên $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -1 & & 0 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & -\infty & \nearrow & 0 & \searrow & -1 & \nearrow & +\infty \end{array}$	**0.25**
Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1),(0;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$; $y_{CĐ} = 0$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$; $y_{CT} = -1$	**0.25**
• Đồ thị:  	**0.25**

Câu 2 (1.0 *điểm*).

Nội dung	**Điểm**

Ta có f(x) liên tục trên đoạn $\left[2;4\right]$, $f'(x)=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$	**0,25**
Với $x\in(2;4)$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=3$	**0,25**
Ta có: $f(2)=4, f(3)=3, f(4)=\frac{10}{3}$	**0,25**
Vậy $\min\limits_{[2;4]} f\left(x\right)=3$ tại $x=3$; $\max\limits_{[2;4]} f\left(x\right)=4$ tại $x=2$.	**0,25**

Câu 3 (1,0 *điểm*).

Nội dung	Điểm
$9^x-3^{x+1}+2=0\Leftrightarrow\left(3^x\right)^2-3.3^x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=1\\3^x=2\end{array}\right.$	**0,25**
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\log_3 2\end{array}\right.$. Phương trình (1) có tập nghiệm là $S=\left\{0;\log_3 2\right\}$	**0,25**
b) Tìm phần thực, ảo của số phức $\overline{z}$ biết : $z=\left(2-\sqrt{3}i\right)\left(3+\sqrt{3}i\right)$ $z=\left(2-\sqrt{3}i\right)\left(3+\sqrt{3}i\right)=9-\sqrt{3}i\Rightarrow\overline{z}=9+\sqrt{3}i$	**0,25**
Phần thực của $\overline{z}$ là: 9, Phần ảo của $\overline{z}$ là: $\sqrt{3}$	**0,25**

Câu 4 (1,0 *điểm*).

Nội dung	Điểm
$I=\int\limits_1^e\frac{2+x^3\ln x}{x^2}dx=\int\limits_1^e\left(\frac{2}{x^2}+x\ln x\right)dx=\int\limits_1^e\frac{2}{x^2}dx+\int\limits_1^e x\ln xdx$	**0,25**
$I_1=\int\limits_1^e\frac{2}{x^2}dx=\frac{-2}{x}\Big\vert_1^e=\frac{-2}{e}+2$	**0,25**
$I_2=\int\limits_1^e x\ln xdx$. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$ $I_2=\frac{x^2}{2}\ln x\Big\vert_1^e-\frac{1}{2}\int\limits_1^e xdx=\frac{e^2}{2}-\frac{x^2}{4}\Big\vert_1^e=\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}$	**0,25**
$I=I_1+I_2=\frac{-2}{e}+2+\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{e^3+9e-8}{4e}$	**0,25**

Câu 5(1,0 *điểm*).

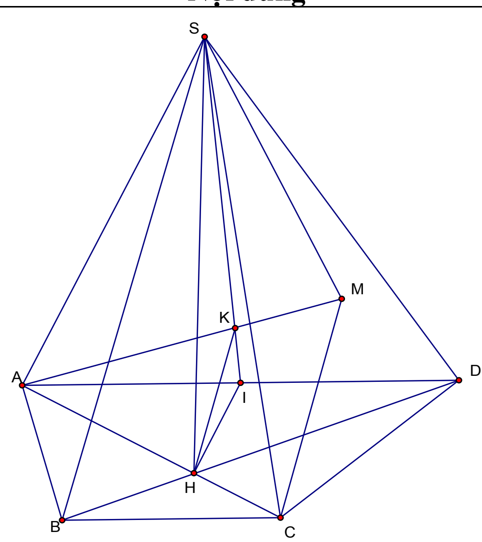
Nội dung	Điểm
a) Giải phương trình: $\sin 2x-\sqrt{3}\cos x$	

$\sin 2x-\sqrt{3}\cos x=0 \Leftrightarrow 2\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos x=0$ $\Leftrightarrow \cos x\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$	**0,25**
$\cos x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \vee x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi$	**0,25**
b) Số phần tử của không gian mẫu: $\lvert\Omega\rvert=C_{15}^{5}$ Gọi A là biến cố: " 8 học sinh chọn có cả khối 12 và 11" Số phần tử của biến cố A: $\lvert\Omega_A\rvert=C_{15}^{5}-C_{8}^{5}-C_{7}^{5}$	**0.25**
Xác suất: $P(A)=\dfrac{\lvert\Omega_A\rvert}{\lvert\Omega\rvert}=\dfrac{C_{15}^{5}-C_{8}^{5}-C_{7}^{5}}{C_{15}^{5}}=\dfrac{38}{39}$.	**0.25**

Câu 6 (1,0 *điểm*).

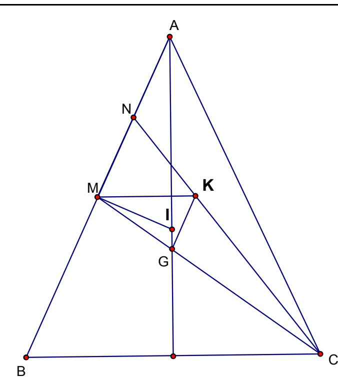
Nội dung	Điểm
Đường thẳng d có dạng tham số: $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-1-t\\ z=2t\end{cases}$ $A\in d\Rightarrow A\left(1+2t;-1-t;2t\right)$.	**0,25**
$A\in\left(P\right)\Rightarrow 1+2t+1+t-2t+1=0\Leftrightarrow t=-3$. Vậy $A\left(-5;2;-6\right)$.	**0,25**
Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}_p=\left(1;-1;-1\right)$ Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là: $\vec{u}_d=\left(2;-1;2\right)$ Δ có vectơ chỉ phương là: $\vec{u}=\left[\vec{n}_p,\vec{u}_d\right]=\left(-3;-4;1\right)$	**0,25**
Phương trình đường thẳng Δ: $\dfrac{x+5}{-3}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+6}{1}$	**0.25**

Câu 7 (1,0 *điểm*).

Nội dung	Điểm
 Gọi H là giao điểm của AC và BD. Do (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng	0,25

($ABCD$) nên SH vuông góc với ($ABCD$). Góc giữa SC và ($ABCD$) là góc $\widehat{SCH}$ suy ra $\widehat{SCA}=60^0$. Ta có: $AC=a\sqrt{3}$ Do $BC \,//\, AD$ suy ra $\frac{HC}{HA}=\frac{BC}{AD}=\frac{1}{2}\Rightarrow HC=\frac{1}{3}AC=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ Xét tam giác SHC vuông tại H, có: $SH=HC.\tan 60^0=a$	
Ta có $S_{ABCD}=S_{ABD}+S_{BCD}=\frac{1}{2}AB.BD+\frac{1}{2}BC.CD.\sin 120^0=\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$ Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$	0,25
Gọi I là trung điểm AD, K là hình chiếu vuông góc của H lên đường thẳng SI. suy ra K là hình chiếu của H trên (SAD). Gọi M là hình chiếu của C trên (SAD) suy ra SM là hình chiếu của SC trên (SAD) do đó góc giữa SC và (SAD) là $\widehat{MSA}$ Ta có $HI=\frac{1}{2}AH=\frac{a\sqrt{3}}{3}$	0,25
Xét tam giác SHI vuông tại H, có: $HK=\frac{HI.HS}{\sqrt{HI^2+HS^2}}=\frac{a}{2}\Rightarrow MC=\frac{3}{2}HK=\frac{3a}{4}$ Xét tam giác SHC vuông tại H, có: $SC=2HC=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ Xét tam giác SMC vuông tại M, có: $\sin\widehat{MSC}=\frac{MC}{SC}=\frac{3\sqrt{3}}{8}\Rightarrow \widehat{MSC}\approx 40^0 30'$ Vậy góc giữa SC và (SAD) là: $\widehat{MSC}\approx 40^0 30'$	0,25

Câu 8 (1,0 *điểm*).

Nội dung	Điểm
Gọi N là trung điểm của AM, khi đó: $\frac{CK}{CN}=\frac{CG}{CM}=\frac{2}{3}\Rightarrow GK \,//\, AB$ Do I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $IM\perp AB\Rightarrow IM\perp GK$ Lại có: $\frac{MN}{BN}=\frac{NK}{NC}=\frac{1}{3}\Rightarrow MK//BC$ Mà $IG\perp BC\Rightarrow IG\perp MK$ Do đó I là trực tâm của tam giác MGK  	**0,25**
Gọi $M(x;y)$. Ta có: $\overrightarrow{KM}=\left(x-\frac{7}{3};y-\frac{1}{3}\right),\overrightarrow{GM}=(x-3;y),\overrightarrow{GI}=\left(\frac{-1}{3};\frac{1}{3}\right),\overrightarrow{KI}=\left(\frac{1}{3};0\right)$ I là trực tâm tam giác MGK nên ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{GI}.\overrightarrow{KM}=0\\ \overrightarrow{KI}.\overrightarrow{GM}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\ y=1\end{cases}\Rightarrow M(3;1)$	**0.25**
G là trọng tâm tam giác ABC nên	**0,25**

$\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c - 3 = 3(3-3) \\ y_c - 1 = 3(0-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = 3 \\ y_c = -2 \end{cases} \Rightarrow C(3;-2)$	
K là trọng tâm tam giác ACM nên: $\begin{cases} x_A = 3x_K - (x_C + x_M) \\ y_A = 3y_K - (y_C + y_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 1 \\ y_A = 2 \end{cases} \Rightarrow A(1;2)$ M là trung điểm của AB suy ra $B(5;0)$ Vậy $A(1;2)$, $B(5;0)$, $C(3;-2)$.	**0,25**

Câu 9 (1,0 *điểm*).

Nội dung	Điểm
$\begin{cases} (xy-3)\sqrt{y+2} + \sqrt{x} = \sqrt{x^5} + (y-3x)\sqrt{y+2} (1) \\ \sqrt{9x^2+16} - 2\sqrt{2y+8} = 4\sqrt{2-x} (2) \end{cases}$ Điều kiện: $\begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ y \ge -2 \end{cases}$ $(*)$. Với điều kiện (*) ta có $(1) \Leftrightarrow (x-1)\left[(y+3)\sqrt{y+2} - (x+1)\sqrt{x}\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ (y+3)\sqrt{y+2} = (x+1)\sqrt{x} \quad (3) \end{array}\right.$ Với $x = 1$ thay vào (2) ta được: $2\sqrt{2y+8} = 1 \Leftrightarrow y = -\frac{31}{8}$ (Không thỏa mãn điều kiện)	**0,25**
Ta có: $(3) \Leftrightarrow \left(\sqrt{y+2}\right)^3 + \sqrt{y+2} = (\sqrt{x})^3 + \sqrt{x}$ (4). Xét hàm số $f(t) = t^3 + t$ trên $\mathbb{R}$; $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ Suy ra, hàm số $f(t)$ đồng biến và liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó: $(4) \Leftrightarrow f(\sqrt{y+2}) = f(\sqrt{x}) \Leftrightarrow \sqrt{y+2} = \sqrt{x} \Leftrightarrow y = x - 2$	**0,25**
Thay $y = x - 2$ vào (2) ta được: $4\sqrt{2-x} + 2\sqrt{2x+4} = \sqrt{9x^2+16}$ $\Leftrightarrow 32 - 8x + 16\sqrt{2(4-x^2)} = 9x^2 \Leftrightarrow 8(4-x^2) + 16\sqrt{2(4-x^2)} - (x^2+8x) = 0$ Đặt: $t = \sqrt{2(4-x^2)}$ $(t \ge 0)$; PT trở thành:	**0,25**

$4t^2+16t-(x^2+8x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{x}{2} \\ t=-\dfrac{x}{2}-4<0(loai) \end{array}\right.$	
Ta có: $\sqrt{2(4-x^2)}=\dfrac{x}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 2 \\ x^2=\dfrac{32}{9} \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{4\sqrt{2}}{3} \Rightarrow y=\dfrac{4\sqrt{2}-6}{3}$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};\dfrac{4\sqrt{2}-6}{3}\right)$	**0,25**

Câu 10 (1,0 điểm).

Nội dung	**Điểm**
Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có $\dfrac{a^2}{(b+c)^2+5bc} \ge \dfrac{a^2}{(b+c)^2+\frac{5}{4}(b+c)^2}=\dfrac{4a^2}{9(b+c)^2}$. Tương tự, ta có $\dfrac{b^2}{(c+a)^2+5ca} \ge \dfrac{4b^2}{9(c+a)^2}$.	**0,25**
Suy ra $\dfrac{a^2}{(b+c)^2+5bc}+\dfrac{b^2}{(c+a)^2+5ca} \ge \dfrac{4}{9}\left(\dfrac{a^2}{(b+c)^2}+\dfrac{b^2}{(c+a)^2}\right) \ge \dfrac{2}{9}\left(\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}\right)^2$ $=\dfrac{2}{9}\left(\dfrac{a^2+b^2+c(a+b)}{ab+c(a+b)+c^2}\right)^2 \ge \dfrac{2}{9}\left(\dfrac{\frac{(a+b)^2}{2}+c(a+b)}{\frac{(a+b)^2}{4}+c(a+b)+c^2}\right)^2=\dfrac{2}{9}\left(\dfrac{2(a+b)^2+4c(a+b)}{(a+b)^2+4c(a+b)+4c^2}\right)^2$. Vì $a+b+c=1 \Leftrightarrow a+b=1-c$ nên $P \ge \dfrac{2}{9}\left(\dfrac{2(1-c)^2+4c(1-c)}{(1-c)^2+4c(1-c)+4c^2}\right)^2-\dfrac{3}{4}(1-c)^2=\dfrac{8}{9}\left(1-\dfrac{2}{c+1}\right)^2-\dfrac{3}{4}(1-c)^2$. (1)	**0,25**
Xét hàm số $f(c)=\dfrac{8}{9}\left(1-\dfrac{2}{c+1}\right)^2-\dfrac{3}{4}(1-c)^2$ với $c\in(0;\,1)$. Ta có $f'(c)=\dfrac{16}{9}\left(1-\dfrac{2}{c+1}\right).\dfrac{2}{(c+1)^2}-\dfrac{3}{2}(c-1)$; $f'(c)=0 \Leftrightarrow (c-1)\left(64-(3c+3)^3\right)=0 \Leftrightarrow c=\dfrac{1}{3}$. Bảng biến thiên: c: 0 ; $\frac{1}{3}$; 1 $f'(c)$: − ; 0 ; + $f(c)$: ↘ ; $-\frac{1}{9}$; ↗	**0,25**
Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(c)\ge -\dfrac{1}{9}$ với mọi $c\in(0;\,1)$. (2) Từ (1) và (2) suy ra $P\ge -\dfrac{1}{9}$, dấu đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\dfrac{1}{3}$.	**0,25**

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\frac{1}{9},$ đạt khi $a=b=c=\frac{1}{3}.$	