MÃ ĐỀ 357

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN I - MÔN TOÁN
NĂM HỌC 2018 - 2019

Thời gian làm bài:90 phút;
(50 câu trắc nghiệm)

Họ và tên học sinh:... Số báo danh: ....

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ là:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 2: Đồ thị hàm số $y = -\dfrac{1}{2}x^4 + x^2 + \dfrac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 3: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m - 3$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của tam giác cân.

A. $m \geq 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m \neq 0$. **D.** $m < 0$.

Câu 4: Cho một khối chóp có đáy là đa giác lồi n cạnh. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **đúng:**

A. Số mặt và số đỉnh bằng nhau. **B.** Số đỉnh của khối chóp bằng $2n+1$.
C. Số mặt của khối chóp bằng $2n$. **D.** Số cạnh của khối chóp bằng $n+1$.

Câu 5: Tìm tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - 3x\right)^{-4}$.

A. $\mathrm{D} = (0;3)$. **B.** $\mathrm{D} = \mathbb{R} \setminus \{0;3\}$.
C. $\mathrm{D} = (-\infty;0) \cup (3;+\infty)$. **D.** $\mathrm{D} = \mathbb{R}$.

Câu 6: Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\dfrac{5^a}{5^b} = 5^{a-b}$. **B.** $\dfrac{5^a}{5^b} = 5^{\frac{a}{b}}$. **C.** $\dfrac{5^a}{5^b} = 5^{ab}$. **D.** $\dfrac{5^a}{5^b} = 5^{a+b}$.

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ là:

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** -2.

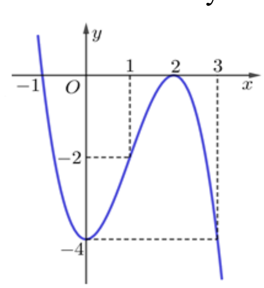
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Đồ thị như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 4.$ **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 - 4.$ **D.** $y = -x^3 - 3x^2 - 4.$

Câu 10: Cho đường thẳng d_2 cố định, đường thẳng d_1 song song và cách d_2 một khoảng cách không đổi. Khi d_1 quay quanh d_2 ta được

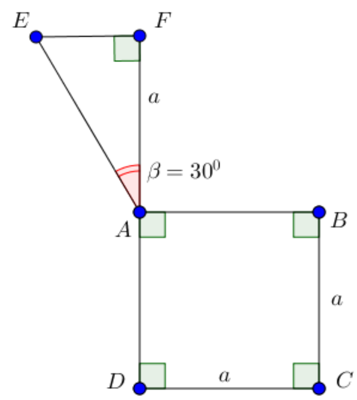
A. Hình tròn **B.** Khối trụ **C.** Hình trụ **D.** Mặt trụ

Câu 11: Cho $a > 0,\ a \neq 1$ và x, y là hai số thực thỏa mãn $xy > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y.$ **B.** $\log_a x^2 = 2\log_a x.$

C. $\log_a(xy) = \log_a|x| + \log_a|y|.$ **D.** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y.$

Câu 12: Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF :



A. $\dfrac{10\pi}{7}a^3.$ **B.** $\dfrac{\pi}{3}a^3.$ **C.** $\dfrac{5\pi}{2}a^3.$ **D.** $\dfrac{10\pi}{9}a^3.$

Câu 13: Khối đa diện đều loại $\{5,3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

A. Khối mười hai mặt đều. **B.** Khối lập phương.

C. Khối hai mươi mặt đều. **D.** Khối tứ diện đều.

Câu 14: Từ các chữ số $0,1,2,3,5$ có thể lập thành bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 120. **B.** 54. **C.** 72. **D.** 69.

Câu 15: Cho khai triển $\left(x + \dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển trên.

A. 80. **B.** 160. **C.** 240. **D.** 60.

Câu 16: Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây **sai**?

A. Hàm số $y = \left(\dfrac{2018}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$ ↘ -1		‖	$-\infty$ ↗	2	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$.

Câu 18: Một gia đình cần xây một bể nước hình hộp chữ nhật để chứa $10m^3$ nước. Biết mặt đáy có kích thước chiều dài $2,5m$ và chiều rộng $2m$. Khi đó chiều cao của bể nước là:

A. $h=3m.$ **B.** $h=1m.$ **C.** $h=1,5m.$ **D.** $h=2m.$

Câu 19: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\dfrac{2}{2x+1}.$ **B.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}.$ **C.** $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}.$ **D.** $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}.$

Câu 20: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân, cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón là :

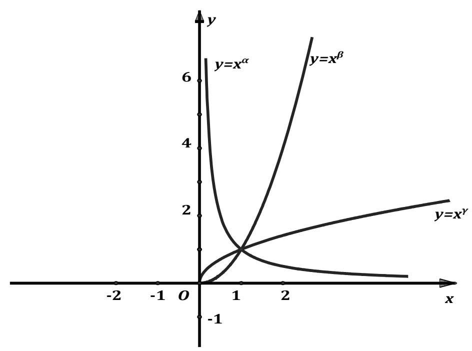
A. $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{6}a^3.$ **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{12}a^3.$ **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{4}a^3.$ **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{12}a^2.$

Câu 21: Cho hàm số $\mathrm{y}=\sin^2\mathrm{x}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $2y'+y''=\sqrt{2}\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right).$ **B.** $4y-y''=2.$

C. $4y+y''=2.$ **D.** $2y'+y'.\tan x=0.$

Câu 22: Cho các hàm số lũy thừa $y=x^{\alpha}, y=x^{\beta}, y=x^{\gamma}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề **đúng** là:



A. $\alpha>\beta>\gamma.$ **B.** $\beta>\alpha>\gamma.$ **C.** $\beta>\gamma>\alpha.$ **D.** $\gamma>\beta>\alpha.$

Câu 23: Cho hàm số $y=\dfrac{2018}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

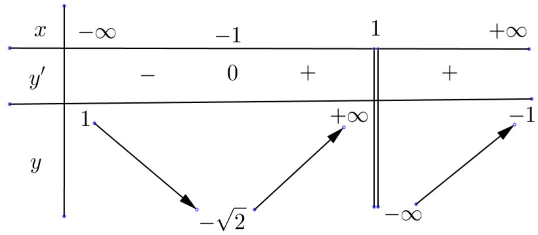
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2018$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Xét các mệnh đề sau:

I. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)$.

II. Nếu $f'(x)<0,\forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

III. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$.

Số mệnh đề **đúng** là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 26: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x. Diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích khối chóp bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}x^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}x^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}x^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{6}x^3$.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

A. $(1,+\infty)$. **B.** $(2,+\infty)$. **C.** $[2,+\infty)$. **D.** $[1,+\infty)$.

Câu 28: Sau khi khai triển và rút gọn thì $P(x)=(1+x)^{12}+\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{18}$ có tất cả bao nhiêu số hạng?

A. 27. **B.** 28. **C.** 30. **D.** 25.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét các hàm số $g(x)=f(x)-f(2x)$ và $h(x)=f(x)-f(4x)$. Biết rằng $g'(1)=18$ và $g'(2)=1000$. Tính $h'(1)$:

A. -2018. **B.** 2018. **C.** 2020. **D.** -2020.

Câu 30: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C', đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. E là trung điểm của B'C', CB' cắt BE tại M. Tính thể tích V của khối tứ diện ABCM biết AB = $3a$, AA' = $6a$.

A. $V=7a^3$. **B.** $6\sqrt{2}a^3$. **C.** $V=8a^3$. **D.** $V=6a^3$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=2a$. Gọi M là trung điểm của SD. Tính khoảng cách d giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ACM)

A. $d=\frac{3a}{2}$. **B.** $d=a$. **C.** $d=\frac{2a}{3}$. **D.** $d=\frac{a}{3}$.

Câu 32: Biết hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a<0;b\le 0$. **B.** $ab<0$. **C.** $a>0;b\ge 0$. **D.** $ab\ge 0$.

Câu 33: Cho các số thực a,b sao cho $0<a,b\neq 1$, biết rằng đồ thị các hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $M(\sqrt{2018};\sqrt[5]{2019^{-1}})$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a>1,b>1$. **B.** $a>1,0<b<1$. **C.** $0<a<1,b>1$. **D.** $0<a<1,0<b<1$.

Câu 34: Cho hàm số $y=\frac{2x-5}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $M(-1;2)$. Xét điểm A bất kì trên (C) có $x_A=a,(a\neq -1)$. Đường thẳng MA cắt (C) tại điểm B (khác A). Hoành độ điểm B là:

A. $-1-a$. **B.** $2-a$. **C.** $2a+1$. **D.** $-2-a$.

Câu 35: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Biết AM vuông góc với CN. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a}{\sqrt{10}}$. **B.** $\frac{3a}{\sqrt{10}}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{10}}$. **D.** $\frac{4a}{\sqrt{10}}$.

Câu 36: Cho hàm số f thỏa mãn $f(\cot x)=\sin 2x+\cos 2x,\forall x\in(0;\pi)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(\sin^2 x).f(\cos^2 x)$ trên $\mathbb{R}$ là.

A. $\frac{6}{125}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{19}{500}$. **D.** $\frac{1}{25}$.

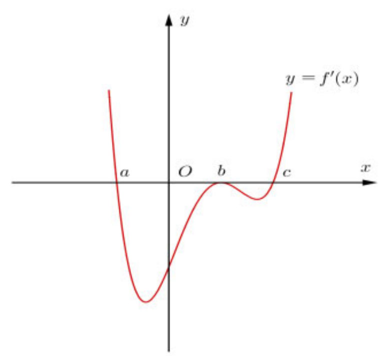
Câu 37: Trong một trò chơi điện tử, xác suất để game thủ thắng trong một trận là $0,4$ (không có hòa). Hỏi phải chơi tối thiểu bao nhiêu trận để xác suất thắng ít nhất một trận trong loạt chơi đó lớn hơn $0,95$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 38: Cho ba hình cầu tiếp xúc ngoài nhau từng đôi một và cùng tiếp xúc với một mặt phẳng. Các tiếp điểm của các hình cầu trên mặt phẳng lập thành tam giác có các cạnh bằng 4, 2 và 3. Tích bán kính của ba hình cầu trên là:

A. 12. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(|x^3|)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$.



A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-8x^2+(m^2+11)x-2m^2+2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox.

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 41: Cho khối chóp S.ABC có thể tích bằng $16cm^3$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC. Tính thể tích V của khối tứ diện AMNP.

A. $V=8cm^3$. **B.** $V=14cm^3$. **C.** $V=12cm^3$. **D.** $V=2cm^3$.

Câu 42: Cho parabol $(P): y=\frac{x^2-2x+3}{2}$ và đường thẳng $d: x-y-1=0$. Qua điểm M tùy ý trên đường thẳng d kẻ 2 tiếp tuyến MT_1, MT_2 tới (P) (với T_1, T_2 là các tiếp điểm). Biết đường thẳng T_1T_2 luôn đi qua điểm $I(a;b)$ cố định. Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A. $b\in(-1;3)$. **B.** $a<b$. **C.** $a+2b=5$. **D.** $a.b=9$.

Câu 43: Cho a,b là các số thực và hàm số $f(x)=a\log^{2019}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)+b\sin x.\cos(2018x)+6$. Biết $f(2018^{\ln 2019})=10$. Tính $P=f\left(-2019^{\ln 2018}\right)$.

A. $P=4$. **B.** $P=2$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=10$.

Câu 44: Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng theo thể thức lãi kép (tức là tiền lãi của kỳ trước được cộng vào vốn của kỳ kế tiếp) với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm gửi tiền vào ngân hàng gần bằng với kết quả nào sau đây. Biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền lãi suất ngân hàng không thay đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 212 triệu đồng. **B.** 216 triệu đồng. **C.** 210 triệu đồng. **D.** 220 triệu đồng.

Câu 45: Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\log(mx-m+2)$ xác định trên $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$ là:

A. 4. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 46: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và A là điểm thuộc (C). Tính giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ A đến các đường tiệm cận của (C).

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 47: Cho hình hộp đứng ABCD.A′B′C′D′ có AB = a, AD = $2a$, BD = $a\sqrt{3}$. Góc tạo bởi AB' và mặt phẳng (ABCD) bằng 60°. Tính thể tích của khối chóp D′.ABCD.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^2$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 48: Một bảng vuông gồm 100×100 ô vuông đơn vị. Chọn ngẫu nhiên một ô hình chữ nhật. Tính xác suất để ô được chọn là hình vuông *(trong kết quả lấy 4 chữ số ở phần thập phân)*.

A. $0,0134$. **B.** $0,0133$. **C.** $0,0136$. **D.** $0,0132$.

Câu 49: Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $\left|\vec{a}\right|=4;\left|\vec{b}\right|=3;\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$. Chọn phát biểu **đúng**.

A. $\alpha=60^0$. **B.** $\alpha=30^0$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{3}{8}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$, $\widehat{ASB}=60^0$, $\widehat{BSC}=90^0$, và $\widehat{CSA}=120^0$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và SB.

A. $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{22}}{11}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{22}}{22}$.

----------- HẾT ----------

SỞ GD VÀ ĐT THÁI BÌNH **ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN I - MÔN TOÁN**

TRƯỜNG THPT CHUYÊN **NĂM HỌC 2018-2019**

Thời gian làm bài 90 phút

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi tập nghiệm của phương trình $f\left(x\right)+2=0$ có bao nhiêu phần tử ?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Duy Chiến

Chọn B

Ta có $f\left(x\right)+2=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-2$. Phương trình đã cho là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng $y=-2$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương tình có 2 nghiệm.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^4+x^2+\dfrac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Duy Chiến

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $-\dfrac{1}{2}x^4+x^2+\dfrac{3}{2}=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$. Do đó đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm.

Câu 3. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m-3$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác cân.

A. $m\ge 0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ne 0$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Tác giả:Trần Thị Thanh Thủy

Chọn B

TXĐ $D=\mathbb{R}$

Cách 1.

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$

Do hàm số đã cho là hàm số trùng phương nên để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m-3$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác cân thì phương trình $y'=0$ phải có 3 nghiệm thực phân biệt.

$\Leftrightarrow x^2=m$ có hai nghiệm phân biệt $x\ne 0$

$\Leftrightarrow m>0$.

Cách 2. (Dùng cho trắc nghiệm)

Do hàm số đã cho là hàm số trùng phương nên để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m - 3$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác cân thì $a.b < 0 \Leftrightarrow 1.(-2m) < 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Câu 4. Cho khối chóp có đáy là đa giác lồi n cạnh. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào **đúng:**

A. Số mặt và số đỉnh bằng nhau. **B.** Số đỉnh của khối chóp bằng $2n+1$.

C. Số mặt của khối chóp bằng $2n$. **D.** Số cạnh của khối chóp bằng $n+1$.

Lời giải

Tác giả:Trần Thị Thanh Thủy

Chọn A

Khối chóp có đáy là đa giác lồi n cạnh có $n+1$ đỉnh; $n+1$ mặt và $2n$ cạnh.

Do đó khối chóp có đáy là đa giác lồi n cạnh có số mặt và số đỉnh bằng nhau.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y = \ x^2 - 3x\ ^{-4}$.

A. $D = (0;3)$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0;3\}$. **C.** $D = (-\infty;0) \cup (3;+\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Thị Bích

Chọn B

Hàm số $y = \left(x^2 - 3x\right)^{-4}$ xác định $\Leftrightarrow x^2 - 3x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số : $D = \mathbb{R} \setminus \{0;3\}$

Câu 6. Với các số thực a,b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\dfrac{5^a}{5^b} = 5^{a-b}$. **B.** $\dfrac{5^a}{5^b} = 5^{\frac{a}{b}}$. **C.** $\dfrac{5^a}{5^b} = 5^{ab}$. **D.** $\dfrac{5^a}{5^b} = 5^{a+b}$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Thị Bích

Chọn A

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ là:

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** -2.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Thị Thúy

Chọn B

Dễ thấy với mọi $x \in [1;2]$ thì $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x+1 > 0 \end{cases}$

Do đó $y = \dfrac{x-1}{2x+1} \geq 0 \forall x \in [1;2]$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 1$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0 khi $x = 1$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

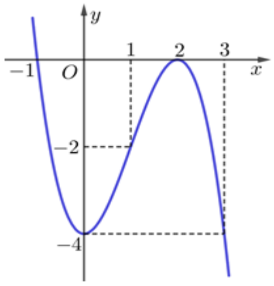
Lời giải

Tác giả:Nguyễn Thị Thúy

Chọn A

Hàm số có 4 điểm cực trị

Câu 9. Đồ thị như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 4$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ **C.** $y = x^3 - 3x^2 - 4$. **D.** $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

Lời giải

Tác giả: thpt tuyphong

Chọn B

Hàm số có dạng: $y = a.x^3 + bx^2 + cx + d$

Dựa vào đồ thị, ta có hệ số $a < 0$.

Tâm đối xứng $I(1;-2)$ →Chọn đáp án B

Câu 10. Cho đường thẳng d_2 cố định, đường thẳng d_1 song song và cách d_2 một khoảng cách không đổi. Khi d_1 quay quanh d_2 ta được

A. Hình tròn **B.** Khối trụ **C.** Hình trụ **D.** Mặt trụ

Lời giải

Tác giả: thpt tuyphong

Chọn D

Đường thẳng d_1 quay quanh d_2 sẽ tạo ra một mặt trục có bán kính là $R = d(d_1, d_2)$

Câu 11. Cho $a > 0, a \neq 1$ và x, y là hai số thực thỏa mãn $xy > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_a(x+y) = \log_a x + \log_a y$. **B.** $\log_a x^2 = 2\log_a x$.

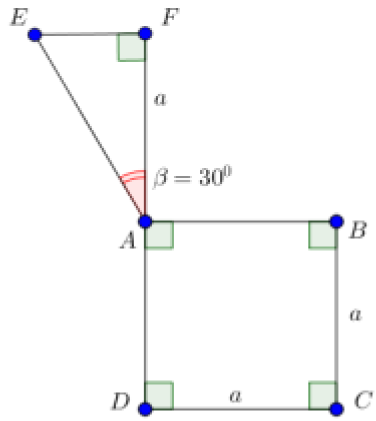
C. $\log_a(xy) = \log_a |x| + \log_a |y|$. **D.** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

Lời giải

Tác giả:Trần Văn Minh Chiến

Chọn C

Câu 12. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF:



A. $\frac{10\pi}{7}a^3$. **B.** $\frac{\pi}{3}a^3$. **C.** $\frac{5\pi}{2}a^3$. **D.** $\frac{10\pi}{9}a^3$.

Lời giải

Tác giả:Trần Văn Minh Chiến

Chọn D

Quay hình vuông $ABCD$ quanh trục DF ta được một hình trụ có bán kính bằng đường cao bằng a có thể tích $V_1 = \pi a^3$.

Trong tam giác vuông AEF có $EF = AF.\tan 30^0 = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Quay tam giác AEF quanh trục AEF ta được một hình nón có bán kính đáy $EF = \frac{a}{\sqrt{3}}$ và đường cao $AF = a$ có thể tích $V_2 = \frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{3}.a = \frac{\pi a^3}{9}$.

Vậy thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF là:

$$V_1 + V_2 = \pi a^3 + \frac{\pi a^3}{9} = \frac{10\pi a^3}{9}$$

Câu 13. Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có tên gọi nào dưới đây ?

A. Khối mười hai mặt đều. **B.** Khối lập phương.
C. Khối hai mươi mặt đều. **D.** Khối tứ diện đều.

Lời giải

Tác giả:Vũ Thị Thơm

Chọn A

Câu 14. Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 5$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm 4 chữ số đôi một khác nhau ?

A. 120. **B.** 54. **C.** 72. **D.** 69.

Lời giải

Tác giả:Vũ Thị Thơm

Chọn B

□ Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 5$ là $A_5^4 - A_4^3 = 96$.

□ Gọi số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 5 lập từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 5$ có dạng $\overline{abcd}$.

TH1: $d = 0 \Rightarrow$ số các số tự nhiên là $A_4^3 = 24$.

TH2: $d=5$

a có 3 cách chọn; b có 3 cách chọn; c có 2 cách chon.

$\Rightarrow$ số các số tự nhiện là $3.3.2=18$.

□ Số các số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm 4 chữ số đôi một khác nhau, lập từ các chữ số $0,1$, 2, 3, 5 là $96-24-18=54$ số.

Câu 15: Cho khai triển $\left(x+\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x>0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển

A. 80. **B.** 160. **C.** 240. **D.** 60.

Lời giải

Tác giả : Phạm Thị Ngọc Huệ

Chọn B

Ta có :

$$\left(x+\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6=\sum_{k=0}^{6}C_6^k x^{6-k}\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k=\sum_{k=0}^{6}C_6^k 2^k x^{6-\frac{3}{2}k}$$

Dó đó số hạng chứa x^3 trong khai triển ứng với k thỏa mãn: $6-\dfrac{3}{2}k=3\Leftrightarrow k=2$

Hệ số của x^3 trong khai trienr là: $C_6^2 2^2=60$

Câu 16: Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây **sai** ?

A. Hàm số $y=\left(\dfrac{2018}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

B. Hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

C. Hàm số $y=\ln(-x)$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$

D. Hàm số $y=2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Tác giả : Phạm Thị Ngọc Huệ

Chọn A

Xét hàm số : $y=\left(\dfrac{2018}{\pi}\right)^{x^2+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$

$y'=\left(\dfrac{2018}{\pi}\right)^{x^2+1}.ln\dfrac{2018}{\pi}.2x$ Do đó $\begin{matrix} y'<0\forall x<0 \\ y'>0\forall x>0 \end{matrix}$

Vậy hàm số $y=\left(\dfrac{2018}{\pi}\right)^{x^2+1}$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$

Mệnh đề A sai.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-1 \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Nguyên Phương

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 18: Một gia đình cần xây một bể nước hình hộp chữ nhật để chứa $10\,\text{m}^3$ nước. Biết mặt đáy có kích thước chiều dài $2,5\,\text{m}$ và chiều rộng $2\,\text{m}$. Khi đó chiều cao của bể nước là:

A. $h=3\,\text{m}$. **B.** $h=1\,\text{m}$. **C.** $h=1,5\,\text{m}$. **D.** $h=2\,\text{m}$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Nguyên Phương

Chọn D

Gọi h (m) là chiều cao của bể nước hình hộp chữ nhật.

Ta có: $10=2,5.2.h \Leftrightarrow h=2$ m.

Câu 19: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\dfrac{2}{2x+1}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{(2x+1).\ln 2}$.

Lời giải

Tác giả: Võ Tự Lực

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{(2x+1)'}{(2x+1).\ln 2}=\dfrac{2}{(2x+1).\ln 2}$.

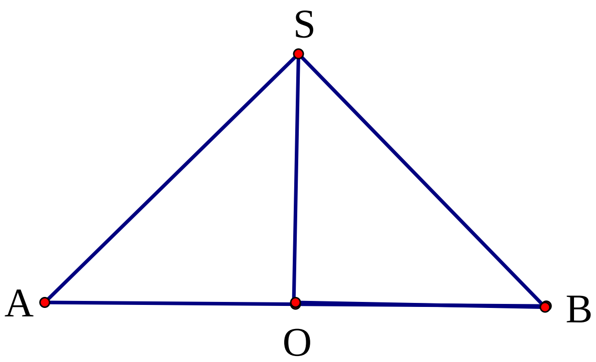
Câu 20: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân, cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón là:

A. $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{12}a^3$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{4}a^3$. **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{12}a^2$.

Lời giải

Tác giả: Võ Tự Lực

Chọn B



Mặt phẳng đi qua trục của hình nón cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông cân SAB có cạnh huyền $AB = a\sqrt{2}$.

Gọi O là tâm của đường tròn đáy, O chính là trung điểm của AB.

Bán kính đường tròn đáy $R = OA = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Đường cao hình nón $SO = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối nón: $V = \dfrac{1}{3}.\pi.R^2.h = \dfrac{1}{3}.\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\pi\sqrt{2}}{12}a^3$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Mệnh đềnào sau đây **đúng**?

A. $2y + y'' = \sqrt{2}\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

B. $4y - y'' = 2$.

C. $4y + y'' = 2$.

D. $2y' + y'.\tan x = 0$.

Lời giải

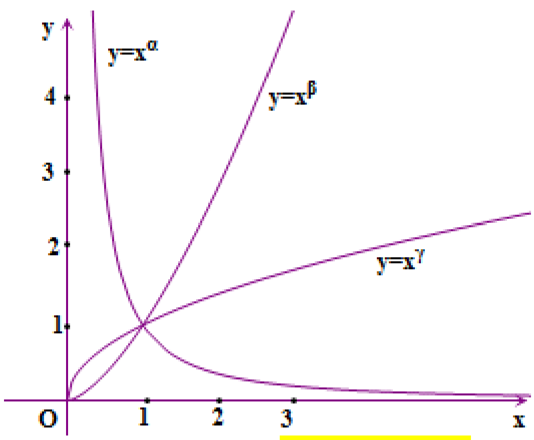
Tác giả : Lương Văn Huy

Chọn C

Ta có $y = \sin^2 x \Rightarrow \begin{cases} y' = 2\sin x.\cos x = \sin 2x \\ y'' = 2\cos 2x \end{cases}$

$4y + y'' = 4\sin^2 x + 2\cos 2x = 4\sin^2 x + 2\left(1 - 2\sin^2 x\right) = 2$.

Câu 22. Cho các hàm số lũy thừa $y = x^\alpha, y = x^\beta, y = x^\gamma$ có đồ thị như hình vẽ . Mệnh đề đúng là :



A. $\alpha > \beta > \gamma$.

B. $\beta > \alpha > \gamma$.

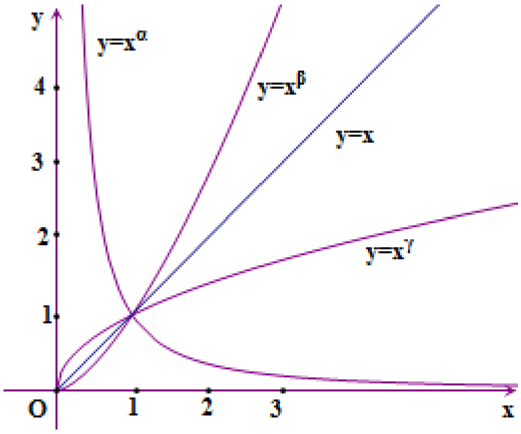
C. $\beta > \gamma > \alpha$.

D. $\gamma > \beta > \alpha$

Lời giải

Tác giả : Lương Văn Huy

Chọn C



Từ đồ thị hàm số ta có

Hàm số $y=x^\alpha$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ nên $\alpha<0$.

Hàm số $y=x^\beta, y=x^\gamma$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên $\beta>0, \gamma>0$.

Đồ thị hàm số $y=x^\beta$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y=x$ khi $x>1$ nên $\beta>1$.

Đồ thị hàm số $y=x^\gamma$ nằm phía dưới đồ thị hàm số $y=x$ khi $x>1$ nên $\gamma<1$.

Vậy $\alpha<0<\gamma<1<\beta$

Câu 23. Cho hàm số $y=\dfrac{2018}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2018$.

Lời giải

Tác giả:Phạm Văn Huy

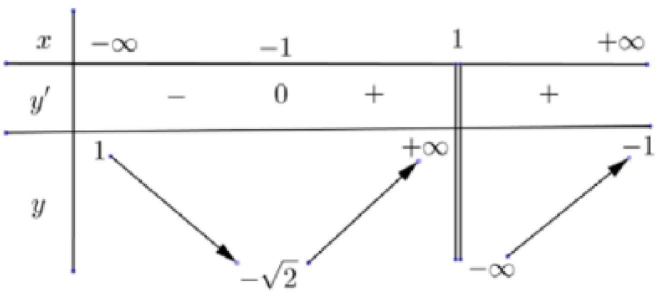
Chọn A

Ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2018}{x-1}=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2018}{x-1}=0$ vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

$\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2018}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2018}{x-1}=+\infty$ vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$



A. 1 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Tác giả: Phạm Văn Huy

Chọn D

Từ BBT ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1;\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ do đó đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=1; y=-1$.

$\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to1^+} y=-\infty$ do đó đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy tổng số có 3 đường tiệm cận.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Xét các mệnh đề sau:

I. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì $f'(x)>0, \forall x\in(a;b)$.

II. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f'(x)<0, \forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

III. Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và $f'(x)>0, \forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$.

Số mệnh đề **đúng** là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Trí Chính

Chọn C

I.Sai ví dụ hàm số $y=x^3$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ nhưng $y'\ge 0, \forall x\in(-\infty;+\infty)$

II.Đúng

III.Đúng

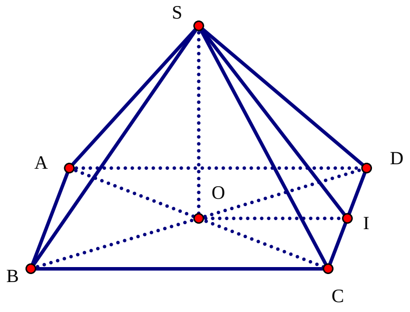
Câu 26: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x. Diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích khối chóp bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}x^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}x^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}x^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{6}x^3$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Trí Chính

Chọn D



Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}B.h$, có $B=x^2$

Gọi O là tâm của hình vuông, I là trung điểm DC thì $SI\perp CD$.

Đặt $SO = h$. Có $SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \sqrt{h^2 + \frac{x^2}{4}}$,

Có $S_{xq} = 2SI.CD$, $S_{xq} = 2B$.

Suy ra: $2x\sqrt{h^2 + \frac{x^2}{4}} = 2x^2 \Rightarrow \sqrt{h^2 + \frac{x^2}{4}} = x \Rightarrow h^2 + \frac{x^2}{4} = x^2 \Rightarrow \frac{3x^2}{4} = h^2 \Rightarrow h = \frac{x\sqrt{3}}{2}$

Lúc đó: $V = \frac{1}{3}x^2.\frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

A. $(1; +\infty)$ **B.** $(2; +\infty)$ **C.** $[2; +\infty)$ **D.** $[1; +\infty)$

Lời giải

Tác giả : Hoàng Minh Thành

Chọn C

Tập xác định : $D = R \setminus \{m\}$

Ta có : $y' = \frac{1-m}{(x-m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ khi và chỉ khi $y' < 0, \forall x < 2$, tức là :

$\begin{cases} 1-m < 0 \\ m \ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 2$.

Vậy tập giá trị m cần tìm là $[2; +\infty)$

Câu 28. Sau khi khai triển và rút gọn thì $P(x) = (1+x)^{12} + \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18}$ có tất cả bao nhiêu số hạng ?

A. 27 **B.** 28 **C.** 30 **D.** 25

Lời giải

Tác giả : Hoàng Minh Thành

Chọn A

Khai triển $(1+x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^k$ có 13 số hạng

Khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18} = \sum_{i=0}^{18} C_{18}^i (x^2)^{18-i}\left(\frac{1}{x}\right)^i = \sum_{i=0}^{18} C_{18}^i x^{36-3i}$ có 19 số hạng

Xét hệ $\begin{cases} k = 3(12-i) \\ 0 \le k \le 12 \\ 0 \le i \le 18 \end{cases}$ ta được $(k;i) = \{(0;12);(3;11);(6;10);(9;9);(12;8)\}$ nên có 5 số hạng của hai khai triển trên đồng dạng

Số số hạng sau khai triển là $13 + 19 - 5 = 27$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét các hàm số $g(x) = f(x) - f(2x)$ và $h(x) = f(x) - f(4x)$. Biết rằng $g'(1) = 18; g'(2) = 1000$. Tính $h'(1)$.

A. – 2018 **B.** 2018 **C.** 2020 **D.** – 2020

Lời giải

Chọn B

Tác giả: Lương Tuấn Đức

$g(x)=f(x)-f(2x)\Rightarrow g'(x)=f'(x)-2f'(2x)$

$\Rightarrow\begin{cases}18=g'(1)=f'(1)-2f'(2)\\1000=g'(2)=f'(2)-2f'(4)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}18=f'(1)-2f'(2)\\2000=2f'(2)-4f'(4)\end{cases}\Rightarrow 2018=f'(1)-4f'(4)$

Mặt khác $h(x)=f(x)-f(4x)\Rightarrow h'(x)=f'(x)-4f'(4x)\Rightarrow h'(1)=f'(1)-4f'(4)=2018$

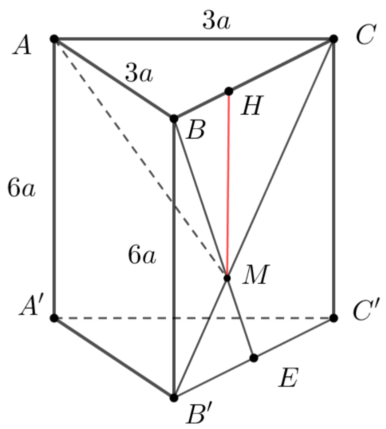
Câu 30. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, E là trung điểm của $B'C'$, CB' cắt BE tại M. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCM$ biết $AB=3a, AA'=6a$.

A. $V=7a^3$ **B.** $V=6\sqrt{2}a^3$ **C.** $V=8a^3$ **D.** $V=6a^3$

Lời giải

Chọn D

Tác giả: Lương Tuấn Đức



Kẻ MH vuông góc với BC ta có $MH\perp(ABC)$.

Theo định lý Talet $\frac{B'M}{MC}=\frac{B'E}{BC}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{MH}{BB'}=\frac{MC}{CB'}=\frac{2}{3}\Rightarrow MH=\frac{2}{3}.6a=4a$.

Tam giác ABC vuông cân tại A nên $S_{ABC}=\frac{1}{2}.3a.3a=\frac{9a^2}{2}$, vậy

$V_{MABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.MH=\frac{1}{3}.4a.\frac{9a^2}{2}=6a^3$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=2a$. Gọi M là trung điểm của SD. Tính khoảng cách d giữa đường thẳng SB và mặt phẳng ACM

A. $d=\frac{3a}{2}$. **B.** $d=a$. **C.** $d=\frac{2a}{3}$. **D.** $d=\frac{a}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang

Chọn D

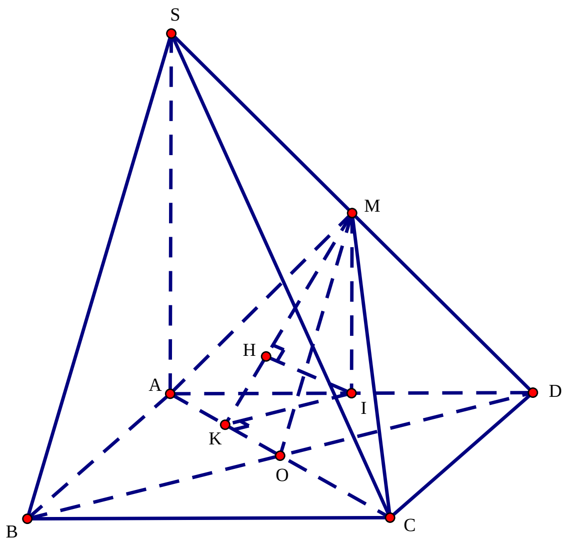
+ Gọi O là giao điểm của AC, BD

$\Rightarrow MO \parallel SB \Rightarrow SB \parallel \ ACM$

$\Rightarrow d\ \ SB,\ ACM\ \ = d\ \ B,\ ACM\ \ = d\ \ D,\ ACM\ \ .$

+ Gọi I là trung điểm của AD

$\Rightarrow \begin{cases} MI \parallel SA \Rightarrow MI \perp\ ABCD \\ d\ \ D,\ ACM\ \ = 2d\ \ I,\ ACM \end{cases}.$



+ Trong $\ ABCD\ : IK \perp AC$ (với $K \in AC$).

+ Trong $\ MIK\ : IH \perp MK$ (với $H \in MK$) $\ 1\ $.

+ Ta có: $AC \perp MI, AC \perp IK \Rightarrow AC \perp\ MIK\ \Rightarrow AC \perp IH\ \ 2\ $.

Từ 1 và 2 suy ra $IH \perp\ ACM\ \Rightarrow d\ \ I,\ ACM\ \ = IH$.

+ Tính IH?

- Trong tam giác vuông $MIK: IH = \dfrac{IM.IK}{\sqrt{IM^2 + IK^2}}$.

- Mặt khác: $MI = \dfrac{SA}{2} = a$, $IK = \dfrac{OD}{2} = \dfrac{BD}{4} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow IH = \dfrac{a.\dfrac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{a^2 + \dfrac{a^2}{8}}} = \dfrac{a}{3}$.

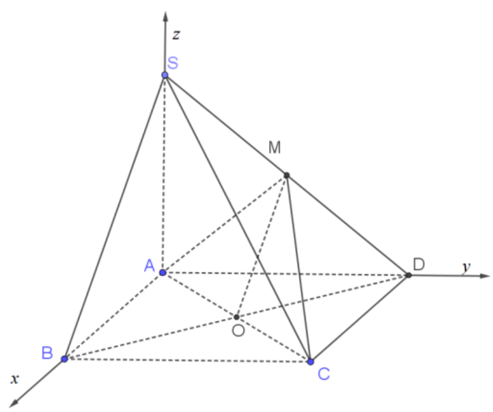
Vậy $d\ \ SB,\ ACM\ \ = \dfrac{2a}{3}$.

Lời giải khác

Tác giả: Trần Thị Chăm

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, trong đó:

$A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$; $C(a;a;0)$; $S(0;0;2a)$



Vì M là trung điểm của $SD \Rightarrow M\left(0;\dfrac{a}{2};a\right)$

Gọi O là giao điểm của AC, BD

$\Rightarrow MO \parallel SB \Rightarrow SB \parallel \ ACM$

$\Rightarrow d\ \ SB,\ ACM\ \ = d\ \ B,\ ACM\ \ .$

Ta có: $\left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AM}\right] = \left(a^2; -a^2; \dfrac{a^2}{2}\right) \Rightarrow \vec{n}(2;-2;1)$ là một VTPT của mp (ACM)

Vậy phương trình mặt phẳng $(ACM): 2x-2y+z=0$

$\Rightarrow d\ \ SB,\ ACM\ \ = d\ \ B,\ ACM\ \ = \dfrac{2a}{3}$

Câu 32. Biết hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \ a\neq 0$ đồng biến trên khoảng $0;+\infty$, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a<0, b\leq 0$. **B.** $ab<0$.

C. $a>0, b\geq 0$. **D.** $ab\geq 0$.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Thị Thu Trang

Chọn C

+ Ta có: $y' = 2x\ \ 2ax^2+b$.

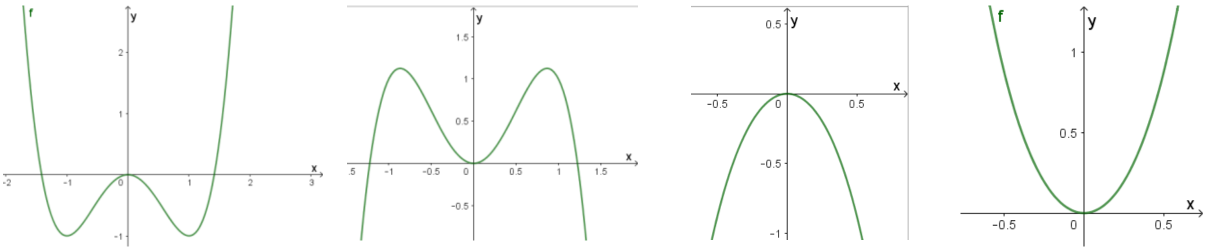
+ Hàm số đồng biến trên khoảng $0;+\infty$ khi

$$2ax^2+b\geq 0 \forall x>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0, a>0 \\ a>0, -\dfrac{b}{2a}<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow a>0, b\geq 0.$$

Lời giải khác:

Tác giả: Trần Thị Chăm

Dựa vào 4 dạng đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$



Như vậy, dựa vào 4 dạng đồ thị thì chỉ có trường hợp thứ 4 là hàm số

$y=ax^4+bx^2+c$ đồng biến trên khoảng $0;+\infty$ $\Leftrightarrow \begin{cases} ab\geq 0 \\ a>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b\geq 0 \\ a>0 \end{cases}$

Câu 33. Cho các số thực a, b sao cho $0<a, b\neq 1$, biết rằng đồ thị các hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $M(\sqrt{2018};\sqrt[5]{2019^{-1}})$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a>1, b>1$. **B.** $a>1, 0<b<1$. **C.** $0<a<1, b>1$. **D.** $0<a<1, 0<b<1$.

Lời giải

Tác giả:Vũ Thị Hằng

Chọn C

Cách 1. Vì đồ thị các hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $M(\sqrt{2018};\sqrt[5]{2019^{-1}})$,nên ta có hệ

$$\begin{cases} \sqrt[5]{2019^{-1}} = a^{\sqrt{2018}} \\ \sqrt[5]{2019^{-1}} = \log_b \sqrt{2018} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = (\sqrt[5]{2019^{-1}})^{\sqrt{2018^{-1}}} \\ b^{\sqrt[5]{2019^{-1}}} = \sqrt{2018} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\approx 0,96669 \\ b = \left(\sqrt{2018}\right)^{\sqrt[5]{2019}} > 1 \end{cases}$$ .Do đó chọn **C**.

Cách 2. Đồ thị các hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ cùng đi qua điểm $M(\sqrt{2018};\sqrt[5]{2019^{-1}})$ với $x_M>1; 0<y_M<1$ nên $0<a<1, b>1$. **Chọn C**

Câu 34. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $M(-1;2)$. Xét điểm A bất kì trên (C) có $x_A=a,(a\neq -1)$. Đường thẳng MA cắt (C) tại điểm B (khác A). Hoành độ điểm B là:

A. $-1-a.$ **B.** $2-a.$ **C.** $2a+1.$ **D.** $-2-a.$

Lời giải

Tác giả:Vũ Thị Hằng

Chọn D

TXĐ: $D=(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

Ta có : $\lim\limits_{x\to+\infty} y=2,\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$ nên đường thẳng $(d_1): y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C) .

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty, \lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty$ nên đường thẳng $(d_2): x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

Nhận xét : $M(-1;2)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận . Nên $M(-1;2)$ là tâm đối xứng của đồ thị (C) do đó M là trung điểm của AB suy ra $x_B=2x_M-x_A=-2-a$.

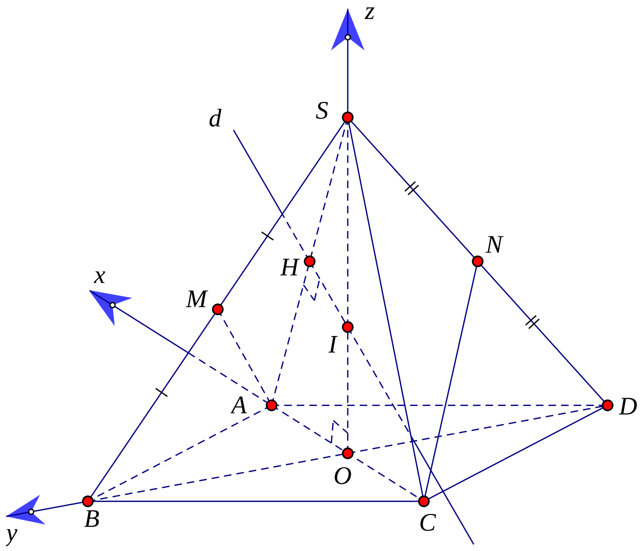
Câu 35. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Biết AM vuông góc với CN. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{2a}{\sqrt{10}}.$ **B.** $\dfrac{3a}{\sqrt{10}}.$ **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{10}}.$ **D.** $\dfrac{4a}{\sqrt{10}}.$

Tác giả: Lê Hồ Quang Minh

Lời giải

Chọn B



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, ta có:

$A\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $C\left(-\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $B\left(0;\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$, $D\left(0;-\dfrac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$. Đặt $SO=x>0$

$\Rightarrow S(0;0;x)$.

M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD nên: $M\left(0;\dfrac{a\sqrt{2}}{4};\dfrac{x}{2}\right)$ và $N\left(0;-\dfrac{a\sqrt{2}}{4};\dfrac{x}{2}\right)$.

$\overrightarrow{AM}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{x}{2}\right)$, $\overrightarrow{CN}=\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};-\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{x}{2}\right)$.

Theo giả thiết: $AM\perp CN\Rightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CN}=0\Leftrightarrow -\frac{a^2}{2}-\frac{a^2}{8}+\frac{x^2}{4}=0\Rightarrow x=\frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$.

SO là trục đường tròn ngoại tiếp mặt đáy.

Gọi H là trung điểm SA. Qua H dựng đường trung trực d của SA, $I=d\cap SO$.

$\Rightarrow$ Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có tâm I, bán kính $R=SI$.

$SA=\sqrt{SO^2+OA^2}=\sqrt{\frac{5a^2}{2}+\frac{a^2}{2}}=a\sqrt{3}\Rightarrow SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

ΔSHI đồng dạng với ΔSOA $\Rightarrow \frac{SI}{SA}=\frac{SH}{SO}\Rightarrow SI=\frac{SA.SH}{SO}=\frac{a\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{2}}}=\frac{3a}{\sqrt{10}}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là $R=\frac{3a}{\sqrt{10}}$.

Câu 36. Cho hàm số f thỏa mãn $f(\cot x)=\sin 2x+\cos 2x,\forall x\in(0;\pi)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(\sin^2 x).f(\cos^2 x)$ trên $\mathbb{R}$ là.

A. $\frac{6}{125}$. **B.** $\frac{1}{20}$. **C.** $\frac{19}{500}$. **D.** $\frac{1}{25}$.

Lời giải

Tác giả :HoangThiHongHanhc3ln@gmail.com

Chọn D

Đặt $u=\cot x,\ x\in(0;\pi)\Rightarrow u\in\mathbb{R}$.

$f(\cot x)=\sin 2x+\cos 2x$ hay $f(u)=\frac{2u}{u^2+1}+\frac{u^2-1}{u^2+1}=\frac{u^2+2u-1}{u^2+1}$

Đặt $t=\sin^2 x,\ x\in\mathbb{R}\Rightarrow t\in[0;1]$

$g(x)=f(t).f(1-t)=\frac{t^2+2t-1}{t^2+1}.\frac{(1-t)^2+2(1-t)-1}{(1-t)^2+1}=h(t)$

Cách 1: Dùng máy tính MODE 7 – nhập h(x) – start0 – and1 – step 0.1 được kết quả

Cách 2: (Tự luận) $h(x)=1-2\frac{5t^2-5t+2}{t^4-2t^3+3t^2-2t+2}$

$h'(x)=4\frac{(2t-1)(5t^4-10t^3+9t^2-4t-6)}{\left(t^4-2t^3+3t^2-2t+2\right)^2}$

$5t^4-10t^3+9t^2-4t-6=5t^3(t-1)-5t^3+9t(t-1)+5(t-5)-6<0,\forall t\in[0;1]$

Bảng biến thiên của $h(x)$ được giá trị lớn nhất $h(\frac{1}{2})=\frac{1}{25}$ $khi\ x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$

Câu 37. Trong một trò chơi điện tử, xác suất để game thủ thắng trong một trận là 0,4 (không có hòa). Hỏi phải chơi tối thiểu bao nhiêu trận để xác suất thắng ít nhất một trận trong loạt chơi đó lớn hơn $0,95$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Tuấn Đạt

Chọn A

A_i: Trận thứ i game thủ thắng .

$\overline{A_i}$: Trận thứ i game thủ thua.

Ta có $P\left(A_i\right)=0,4$

Suy ra: $P\left(\overline{A_i}\right)=0,6$.

Giả sử game thủ chơi n ván

A: Game thủ thắng ít nhất một trận.

$\overline{A}$: Game thủ không thắng trận nào hay thua tất.

Các biến cố độc lập nên ta có

$P(\overline{A})=P(\overline{A_1}.\overline{A_2}...\overline{A_n})=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_n})...P(\overline{A_n})=0,6^n$

$P(A)=1-P(\overline{A})>0,95 \Leftrightarrow P(\overline{A})<0,05$

Nên ta có bất phương trình: $0,6^n \le 0,05 \Rightarrow n \ge \log_{0,6} 0,05 \approx 5,86 \Rightarrow n=6$ là số trận tối thiểu.

Câu 38. Cho 3 hình cầu tiếp xúc ngoài từng nhau từng đôi một và cùng tiếp xúc với một mặt phẳng. Các tiếp điểm của các hình cầu trên mặt phẳng lập thành tam giác có các cạnh bằng 4, 2 và 3. Tích bán kính của ba hình cầu trên là

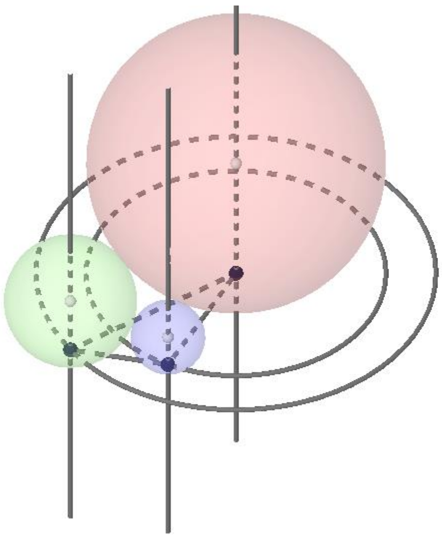
A. 12. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 9.

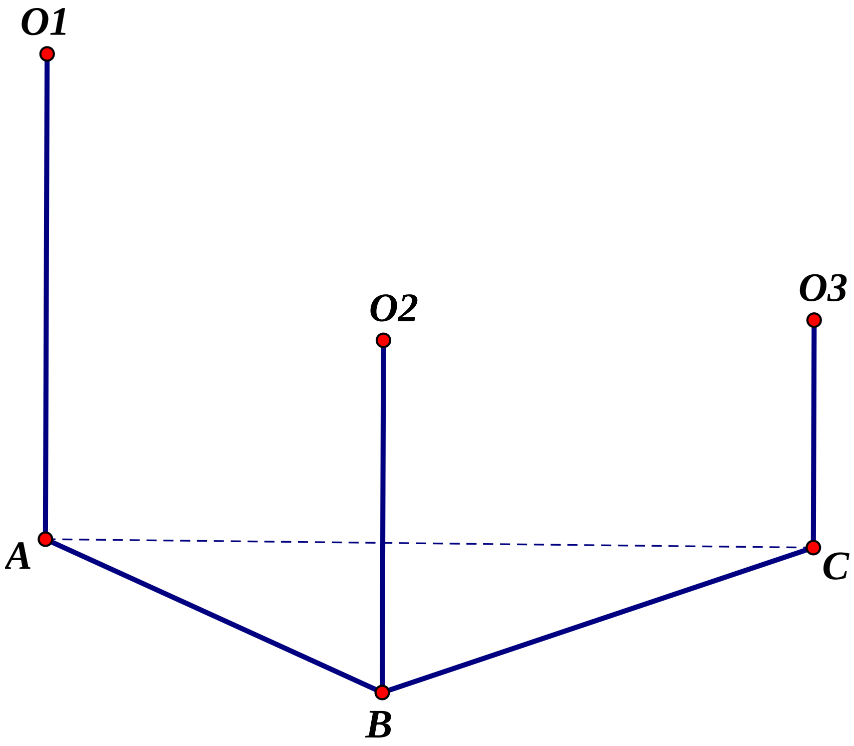
Lời giải

Tác giả:Nguyễn Tuấn Đạt

Chọn B

Gọi $O_1;O_2;O_3$ lần lượt là tâm của 3 mặt cầu và A,B,C lần lượt là hình chiếu của 3 tâm trên mặt phẳng đã cho.

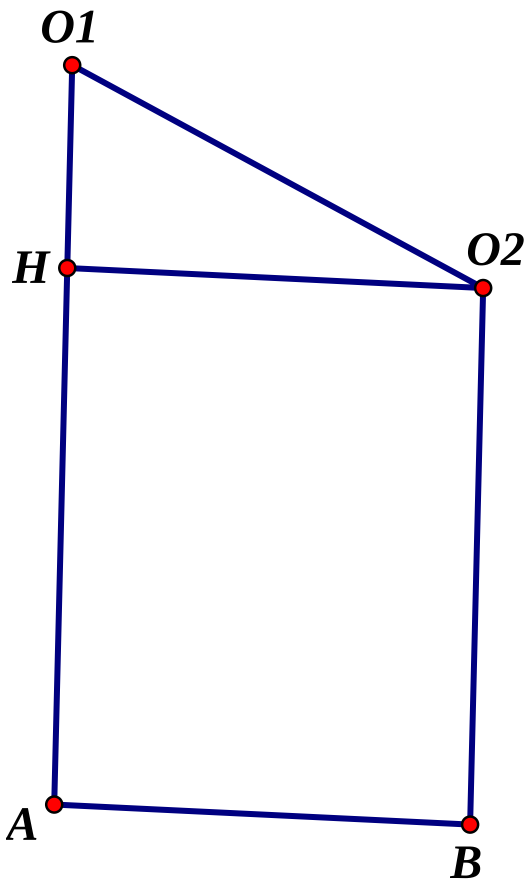




Không mất tính tổng quát, gọi bán kính của 3 mặt cầu lần lượt là $R_1;R_2;R_3$

Dễ thấy: $O_1A\perp(\alpha);O_2B\perp(\alpha);O_3C\perp(\alpha)$ và $O_1A=R_1;O_2B=R_2;O_3C=R_3$

Xét hình thang vuông O_1ABO_2 vuông tại A và B. Từ O_2 kẻ $O_2H\perp AO_1$



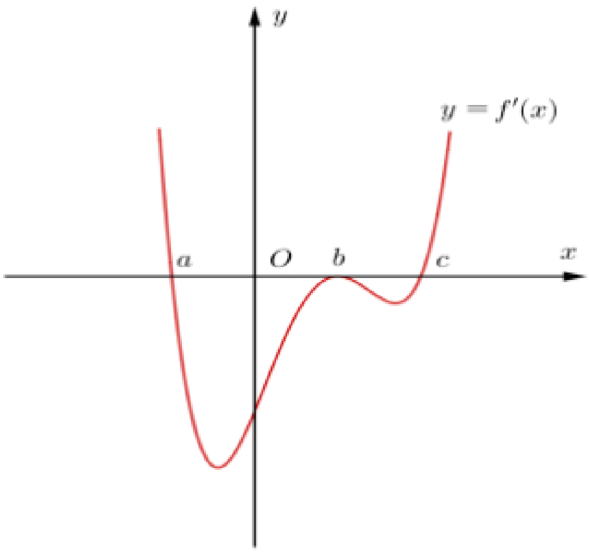
Suy ra: $AH=R_2;O_1H=R_1-R_2;O_2H=AB;O_1O_2=R_1+R_2$

Xét tam giác vuông $O_1O_2H:(O_1O_2)^2=O_1H^2+AB^2\Rightarrow(R_1+R_2)^2=(R_1-R_2)^2+AB^2$

$\Rightarrow R_1.R_2 = \dfrac{AB^2}{4}$

Tương tự: $R_2.R_3 = \dfrac{BC^2}{4}$; $R_1.R_3 = \dfrac{AC^2}{4}$ $\Rightarrow R_1.R_2.R_3 = 3$

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f\left(\left|x^3\right|\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$.



A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thơm

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	−	0	+	
$y = f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↘		↗	$+\infty$

Với $a < 0, b > 0, c > 0, a = -b$

$$g(x) = \begin{cases} f\left(x^3\right); x \ge 0 \\ f\left(-x^3\right); x < 0 \end{cases}$$

$$g'(x) = \begin{cases} \left(x^3\right)' f'\left(x^3\right); x \ge 0 \\ \left(-x^3\right)' f'\left(-x^3\right); x < 0 \end{cases}$$

+ Khi $x \ge 0$. Ta có $g'(x) = 3x^2 f'\left(x^3\right)$. Ta có:

$$g'(x)=3x^2f'(x^3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3=b\\x^3=c\\x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt[3]{b}\\x=\sqrt[3]{c}\\x=0\end{array}\right.$$

$$g'(x)>0\Leftrightarrow f'(x^3)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3<a\\x^3>c\end{array}\right.\Leftrightarrow x>\sqrt[3]{c}\ \text{(Do } x\ge 0)$$

$$g'(x)<0\Leftrightarrow f'(x^3)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b<x^3<c\\a<x^3<0\\0<x^3<b\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt[3]{b}<x<\sqrt[3]{c}\\0<x<\sqrt[3]{b}\end{array}\right.\ \text{(Do } x\ge 0)$$

+ Khi $x<0$. Ta có $g'(x)=-3x^2f'(-x^3)$. Ta có:

$$g'(x)=-3x^2f'(-x^3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-x^3=b\\-x^3=c\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\sqrt[3]{b}\\x=-\sqrt[3]{c}\end{array}\right.$$

$$g'(x)>0\Leftrightarrow\begin{cases}f'(-x^3)<0\\x<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a<-x^3<b\\b<-x^3<c\end{array}\right.\\x<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\sqrt[3]{-b}<x<\sqrt[3]{-a}\\\sqrt[3]{-c}<x<\sqrt[3]{-b}\end{array}\right.\\x<0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt[3]{-b}<x<0\\\sqrt[3]{-c}<x<\sqrt[3]{-b}\end{array}\right.$$

$$g'(x)<0\Leftrightarrow\begin{cases}f'(-x^3)>0\\x<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}-x^3<a\\-x^3>c\end{array}\right.\\x<0\end{cases}\Leftrightarrow x<\sqrt[3]{-c}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$

x	$-\infty$		$\sqrt[3]{-c}$		$\sqrt[3]{-b}$		0		$\sqrt[3]{b}$		$\sqrt[3]{c}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ BBT suy ra hàm số $y=g(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-8x^2+(m^2+11)x-2m^2+2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox.

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thơm

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=x^3-8x^2+(m^2+11)x-2m^2+2\ (C)$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox $\Leftrightarrow (C)$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow x^3-8x^2+(m^2+11)x-2m^2+2=0\ (*)$ có ba nghiệm phân biệt.

Ta có $(*)\Leftrightarrow(x-2)(x^2-6x+m^2-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x^2-6x+m^2-1=0\ (1)\end{array}\right.$

(C) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 2.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 10 - m^2 > 0 \\ 2^2 - 6.2 + m^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{10} < m < \sqrt{10} \\ m \neq \pm 3 \end{cases}$$

Có 5 giá trị nguyên của m thoả mãn điều kiện trên.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $16cm^3$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC. Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

A. $V = 8cm^3$. **B.** $V = 14cm^3$. **C.** $V = 12cm^3$. **D.** $V = 2cm^3$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Mai

Chọn D

Ta có $V_{A.MNP} = V_{S.MNP}$ (do M là trung điểm của SA, nên $d(A, MNP) = d(S, MNP)$.

Mà $\dfrac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}.\dfrac{SP}{SC} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow V_{S.MNP} = \dfrac{1}{8}V_{S.ABC} = 2$.

Câu 42. Cho parabol (P): $y = \dfrac{x^2 - 2x + 3}{2}$ và đường thẳng d: $x - y - 1 = 0$. Qua điểm M tuỳ ý trên đường thẳng d kẻ hai tiếp tuyến MT_1, MT_2 tới (P) (với T_1, T_2 là các tiếp điểm). Biết rằng đường thẳng T_1T_2 luôn đi qua điểm $I(a;b)$ cố định. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $b \in (-1;3)$. **B.** $a < b$. **C.** $a + 2b = 5$. **D.** $a.b = 9$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Mai

Chọn A

Ta đặt $T_1(x_1; y_1)$, $T_2(x_2; y_2)$ và $M(m; m-1) \in d$.

Viết phương trình tiếp tuyến tại $T_1: y = (x_1 - 1)(x - x_1) + \dfrac{x_1^2 - 2x_1 + 3}{2}$

Vì M thuộc tiếp tuyến nên $m - 1 = (x_1 - 1)(m - x_1) + \dfrac{x_1^2 - 2x_1 + 3}{2}$ (1)

Viết phương trình tiếp tuyến tại T_2 $: y = (x_2 - 1)(x - x_2) + \dfrac{x_2^2 - 2x_2 + 3}{2}$

Vì M thuộc tiếp tuyến nên $m - 1 = (x_2 - 1)(m - x_2) + \dfrac{x_2^2 - 2x_2 + 3}{2}$ (2)

Từ (1), $(2) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ \dfrac{5 - x_1^2}{2 - x_1} = \dfrac{5 - x_2^2}{2 - x_2} \end{cases} \Rightarrow x_1.x_2 = 4m - 5$.

Có thể nhận thấy x_1, x_2 là nghiệm của phương trình

$$X^2 - 2mX + 4m - 5 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = m - \sqrt{m^2 - 4m + 5} \\ x_2 = m + \sqrt{m^2 - 4m + 5} \end{array}\right..$$

Viết phương trình (T_1T_2): $\dfrac{x-x_1}{y-y_1}=\dfrac{x_1-x_2}{y_1-y_2}\Leftrightarrow m(x-2)-x-y+4=0\Rightarrow I(2;2)$.

Câu 43. Cho a,b là các số thực và hàm số $f(x)=a\log^{2019}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)+b\sin x.\cos(2018x)+6$. Biết rằng $f\left(2018^{\ln 2019}\right)=10$. Tính $P=f\left(-2019^{\ln 2018}\right)$.

A. $P=4$. **B.** $P=2$. **C.** $P=-2$. **D.** $P=10$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Chí Tuân

Chọn B

Xét hàm số $g(x)=f(x)-6=a\log^{2019}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)+b\sin x.\cos(2018x)$

Do $\sqrt{x^2+1}+x>|x|+x\geq 0$ nên hàm số $g(x)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $\forall x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $g(-x)=a\log^{2019}\left(\sqrt{(-x)^2+1}+(-x)\right)+b\sin(-x).\cos(2018.(-x))$

$\Leftrightarrow g(-x)=a\log^{2019}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)-b\sin x.\cos(2018x)$

$\Leftrightarrow g(-x)=a\log^{2019}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\right)-b\sin x.\cos(2018x)$

$\Leftrightarrow g(-x)=-a\log^{2019}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)-b\sin x.\cos(2018x)$

$\Leftrightarrow g(-x)=-g(x)$.

Vậy hàm số $g(x)$ là hàm số lẻ.

Lại có: $2018^{\ln 2019}=2019^{\ln 2018}\Rightarrow g\left(2018^{\ln 2019}\right)=-g\left(-2019^{\ln 2018}\right)$

$\Leftrightarrow f\left(2018^{\ln 2019}\right)-6=-\left[f\left(-2019^{\ln 2018}\right)-6\right]$

$\Leftrightarrow 10-6=-f\left(-2019^{\ln 2018}\right)+6$

$\Leftrightarrow f\left(-2019^{\ln 2018}\right)=2$.

Câu 44. Một người lần đầu gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng theo thể thức lãi kép (tức là tiền lãi của kỳ trước được cộng vào vốn của kỳ kế tiếp) với kì hạn 3 tháng, lãi suất 2% một quý. Sau đúng 6 tháng, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó. Tổng số tiền người đó nhận được sau 1 năm gửi tiền vào ngân hàng gần bằng với kết quả nào sau đây. Biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền lãi suất ngân hàng không thay đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 212 triệu đồng. **B.** 216 triệu đồng. **C.** 210 triệu đồng. **D.** 220 triệu đồng.

Lời giải

Tác giả: Phạm Chí Tuân

Chọn A

Số tiền người đó có được sau đúng 6 tháng gửi là: $T_1=10^8.(1+2\%)^2=104.040.000$ (đồng).

Số tiền người đó có được sau 1 năm khi người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kỳ hạn và lãi suất như trước đó là: $T_2 = (104.000.000 + 100.000.000)(1+2\%)^2 = 212.283.216$ (đồng).

Câu 45: Số các giá trị nguyên của tham số *m* để hàm số $y = \log(mx - m + 2)$ xác định trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số $y = \log(mx - m + 2)$ là: $mx - m + 2 > 0$ $(*)$.

Trường hợp 1: $m = 0$

$(*) \Leftrightarrow 2 > 0$ (luôn đúng với $\forall x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$)

Do đó $m = 0$ nhận.

Trường hợp 2: $m > 0$

$(*) \Leftrightarrow x > \frac{m-2}{m}$.

Suy ra tập xác định của hàm số là $D = \left(\frac{m-2}{m}; +\infty\right)$.

Do đó, hàm số $y = \log(mx - m + 2)$ xác định trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow \frac{m-2}{m} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3\}$.

Trường hợp 3: $m < 0$

$(*) \Leftrightarrow x < \frac{m-2}{m}$.

Suy ra tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; \frac{m-2}{m}\right)$.

Nhận thấy $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \not\subset D$ nên không có giá trị $m < 0$ nào thỏa mãn yêu cầu.

Kết hợp 3 trường hợp ta được $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy có tất cả 4 giá trị nguyên của *m* thỏa mãn yêu cầu đề ra.

Câu 46. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và A là điểm thuộc (C). Tính giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách từ A đến các đường tiệm cận của (C).

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{2}$.

Tác giả: Nguyễn Văn Phú

Lời giải

Chọn D

+) Ta có đồ thị (C) có hai đường tiệm cận, TCĐ: $x = 1 \Leftrightarrow x - 1 = 0$ và TCN: $y = 1 \Leftrightarrow y - 1 = 0$

+) Điểm A là điểm thuộc (C) nên $A\left(x;1+\frac{2}{x-1}\right), x\neq 1$

+) Khi đó $d=d(A,\text{TCĐ})+d(A,\text{TCN})=|x-1|+\left|\frac{2}{x-1}\right|\geq 2\sqrt{|x-1|.\left|\frac{2}{x-1}\right|}=2\sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $|x-1|=\left|\frac{2}{x-1}\right|\Leftrightarrow |x-1|^2=2\Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{2}.$

Có hai điểm thỏa mãn $A\left(1+\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right);A\left(1-\sqrt{2};1-\sqrt{2}\right)$

+) Vậy $d_{\min}=2\sqrt{2}$

Câu 47. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, $AB=a$, $AD=2a$, $BD=a\sqrt{3}$. Góc tạo bởi AB' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0. Tính thể tích của khối chóp $D'.ABCD$.

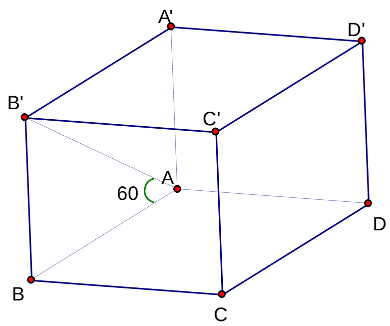
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

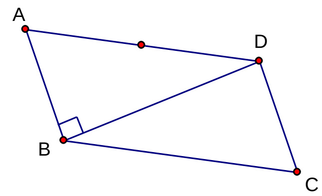
Lời giải

Tác giả: Nguyễn Viết Hòa

Chọn C

□Xét hình bình hành $ABCD$, ta có $AB^2+BD^2=AD^2$ suy ra tam giác ABD vuông tại B, suy ra $S_{ABCD}=AB.BD=a^2\sqrt{3}$.





Góc giữa AB' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $B'AB$ nên $B'AB=60^0$.

Suy ra $D'D=B'B=AB\tan 60^0=a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{D'.ABCD}=\frac{1}{3}D'D.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}=a^3$.

Câu 48. Một bảng vuông gồm 100×100 ô vuông. Chọn ngẫu nhiên một ô hình chữ nhật. Tính xác suất để ô được chọn là hình vuông (*trong kết quả lấy 4 chữ số ở phần thập phân*)

A. $0,0134$. **B.** $0,0133$. **C.** $0,0136$. **D.** $0,0132$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Nhàn

Chọn B

Giả sử bảng vuông gồm 100×100 ô vuông được xác định bởi các đường thẳng $x=0$, $x=1$, $x=2$, …, $x=100$ và $y=0$, $y=1$, $y=2$, …, $y=100$ trong hệ trục tọa độ Oxy.

Mỗi hình chữ nhật được tạo bởi 2 đường thẳng khác nhau $x=a$, $x=b$ ($0\leq a, b\leq 100$) và hai đường thẳng khác nhau $y=c$, $y=d$ ($0\leq c,d\leq 100$) nên có $C_{101}^2.C_{101}^2$ hình chữ nhật.

Suy ra không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega)=C_{101}^2.C_{101}^2$.

Gọi A là biến cố "ô được chọn là hình vuông ".

Xét các trường hợp sau:

+) TH1: ô được chọn có kích thước 1×1: có $100.100=100^2$ hình vuông.

+) TH2: ô được chọn có kích thước 2×2: mỗi ô được tạo thành bởi 2 đường thẳng khác nhau $x=a, x=b$ $(0\le a<b\le 100)$ và hai đường thẳng khác nhau $y=c$, $y=d$ $(0\le c<d\le 100)$ sao cho $b-a=d-c=2 \Rightarrow$ có $99.99=99^2$ hình vuông.

Tương tự:

+) TH3: ô được chọn có kích thước 3×3: có $98.98=98^2$ hình vuông.

…

+) TH100: ô được chọn có kích thước 100×100: có $1.1=1^2$ hình vuông.

Suy ra không gian thuận lợi cho biến cố A có số phần tử là

$$n(\Omega_A)=100^2+99^2+98^2+...+1^2=\frac{100.(100+1)(2.100+1)}{6}=338350.$$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{n(\Omega_A)}{n(\Omega)}=\frac{338350}{C_{101}^2.C_{101}^2}=\frac{67}{5050}\approx 0,0133$.

Câu 49. Cho hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}|=4; |\vec{b}|=3; |\vec{a}-\vec{b}|=4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ $\vec{a},\vec{b}$. Chọn phát biểu **đúng**.

A. $\alpha=60^0$. **B.** $\alpha=30^0$. **C.** $\cos\alpha=\frac{1}{3}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{3}{8}$.

Lời giải

Tác giả:Nguyễn Thị Thúy

Chọn D

Ta có $|\vec{a}-\vec{b}|=4 \Rightarrow |\vec{a}-\vec{b}|^2=16 \Rightarrow \vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}\vec{b}=16$

$$\Rightarrow 2\vec{a}\vec{b}=\vec{a}^2+\vec{b}^2-16=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-16=4^2+3^2-16=9 \Rightarrow \vec{a}\vec{b}=\frac{9}{2}$$

Từ đó suy ra $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{3}{8}$.

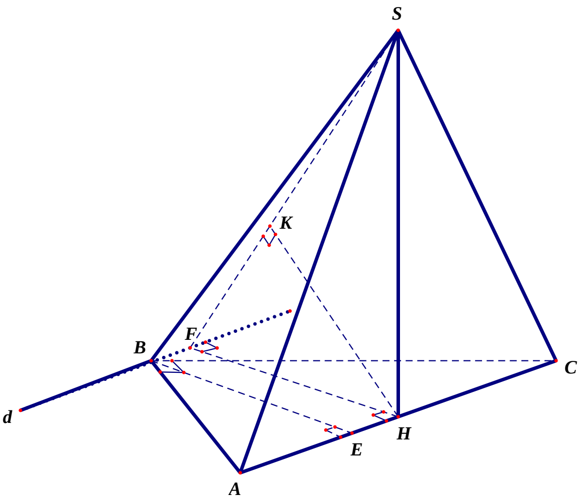
Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$, $ASB=60^o, BSC=90^o$ và $CSA=120^o$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và SB .

A. $d=\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{22}}{11}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{22}}{22}$.

Lời giải

Tác giả : Lưu Thị Thêm

Chọn C



+) Từ giả thiết có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$, suy ra ΔABC vuông tại B.

+) Gọi H là trung điểm của AC .

+) Ta có $\begin{cases} SA = SB = SC \\ HA = HB = HC \end{cases} \Rightarrow SH$ là trục đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

+) Kẻ đường thẳng d qua B và song song với AC .

+) Gọi (α) là mặt phẳng chứa SB và d

$\Rightarrow AC // (\alpha) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (\alpha)) = d(H, (\alpha))$.

+) Kẻ $HF \perp d$, $F \in d$ và kẻ $HK \perp SF$, $K \in SF$

$\Rightarrow HK \perp (\alpha) \Rightarrow d(H, (\alpha)) = HK$.

+) Kẻ $BE \perp AC$, $E \in AC$.

+) $\dfrac{1}{BE^2} = \dfrac{1}{BA^2} + \dfrac{1}{BC^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{2a^2} = \dfrac{3}{2a^2} \Rightarrow \dfrac{1}{HF^2} = \dfrac{3}{2a^2}$.

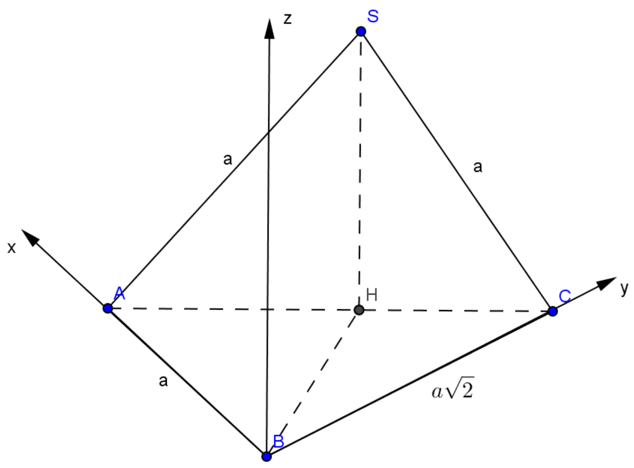
+) Ta có $SH = \dfrac{1}{2} SA = \dfrac{a}{2}$. .

+) $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HF^2} \Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{22}}{11}$.

Cách 2: Toạ độ hoá.

Người giải : Nguyễn Văn Quý, FB: Quybacninh

Chọn C



Áp dụng định lí Cosin $a^2 = b^2 + c^2 - 2.bc.\cos A$, trong $\Delta BSC, \Delta ASC$ ta dễ dàng tính được $BC = a\sqrt{2}$, $AC = a\sqrt{3}$. Suy ra ΔABC vuông tại B.

Gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ khi đó tọa độ các điểm:

$A(a;0;0)$, $C\left(0;a\sqrt{2};0\right)$, $S\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a}{2}\right)$, $B(0;0;0)$.

(Trắc nghiệm)

Cho $a=2$ thì $A(2;0;0)$, $C\left(0;2\sqrt{2};0\right)$, $S\left(1,\sqrt{2},1\right)$, $B(0;0;0)$.

$\overrightarrow{SB}\left(-1;-\sqrt{2};-1\right)$, $\overrightarrow{AC}\left(-2;2\sqrt{2};0\right)$, $\overrightarrow{BC}\left(0;2\sqrt{2};0\right)$

Nên $\left[\overrightarrow{SB};\overrightarrow{AC}\right] = \left(2\sqrt{2};2;-4\sqrt{2}\right)$, $\left[\overrightarrow{SB};\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{BC} = 4\sqrt{2}$

Khoảng cách $d\left(SB,AC\right) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{SB};\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{BC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SB};\overrightarrow{AC}\right]\right|} = \dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{8+4+32}} = \dfrac{2\sqrt{22}}{11}$

Đáp số bài toán là: $\dfrac{2\sqrt{22}}{11}a$.