SỞ GD&ĐT HẢI PHÒNG

TRƯỜNG THPT AN LÃO

ĐỀ THI THỬ LẦN III

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 3

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút;

(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 105

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:... SBD: ....

Câu 1: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+4=0$. Một vec tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;4;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;0;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;4)$.

Câu 2: **[2D1-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. $y=-1$. **B.** $y=0$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

Câu 3: **[2D2-1]** Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

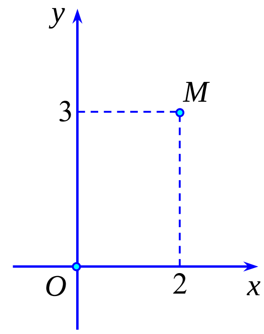
A. $\log(10a)=10\log a$. **B.** $\log(10a)=\log a$.

C. $\log(10a)=10+\log a$. **D.** $\log(10a)=1+\log a$.

Câu 4: **[1D2-1]** Cho các số nguyên k, n thỏa $0<k\le n$. Công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{k!n!}{(n-k)!}$.

Câu 5: **[2D4-1]** Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ bằng



A. $2+3i$. **B.** $2-3i$. **C.** $3+2i$. **D.** $3-2i$.

Câu 6: [2H1-1] Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a có thể tích bằng

A. $3a^3$. **B.** $\frac{3}{2}a^3$. **C.** $\frac{1}{2}a^3$. **D.** a^3.

Câu 7: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;6)$ là

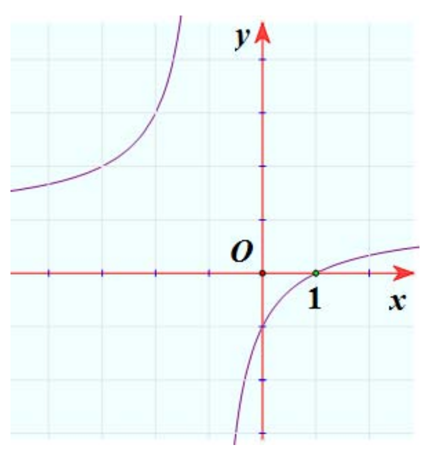
A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-6}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+6}{3}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{6}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{6}$.

Câu 8: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(1;0;2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** $\sqrt{29}$.

Câu 9: [2D1-1] Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\frac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=x^2+2$. **D.** $y=\frac{x+1}{x-1}$.

Câu 10: [2D3-1] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^2+3x-2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V=\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|\mathrm{d}x$.

B. $V=\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|^2\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int\limits_1^2\left(x^2-3x+2\right)^2\mathrm{d}x$.

D. $V=\pi\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|\mathrm{d}x$.

Câu 11: **[2D3-1]** Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3^x$ là

A. $3^x.\ln 3+C$.

B. $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

C. $\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+C$.

D. $3^{x+1}+C$.

Câu 12: **[2H2-1]** Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=3$ và đường sinh $l=6$ bằng

A. 54π.

B. 18π.

C. 108π.

D. 36π.

Câu 13: **[1D4-1]** $\lim\dfrac{2n^2-3}{n^2-1}$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 14: **[2D2-1]** Phương trình $\log_5\left(x+5\right)=2$ có nghiệm là

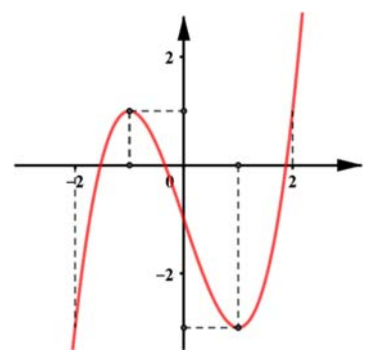
A. $x=20$.

B. $x=5$.

C. $x=27$.

D. $x=30$.

Câu 15: **[2D1-1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-1;2\right)$.

B. $\left(-2;-1\right)$.

C. $\left(-2;1\right)$.

D. $\left(-1;1\right)$.

Câu 16: **[1D2-2]** Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\dfrac{C_8^4}{C_{13}^4}$.

B. $\dfrac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

C. $\dfrac{C_8^4}{A_{13}^4}$.

D. $\dfrac{A_5^4}{C_8^4}$.

Câu 17: **[2D4-2]** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+2=0$. Giá trị của biểu thức $\left|z_1^{\,2}\right|+\left|z_2^{\,2}\right|$ bằng

A. 8.

B. 0.

C. 4.

D. $8i$.

Câu 18: **[2H2-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

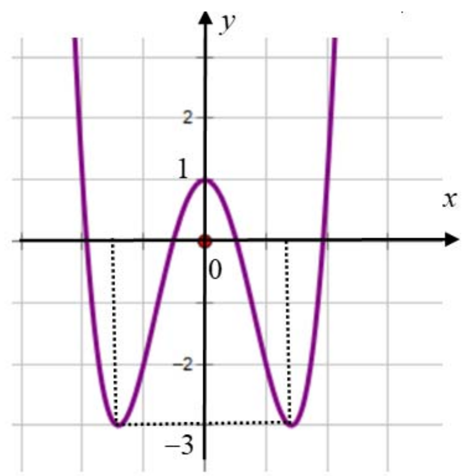
Câu 19: **[2D1-1]** Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$. **B.** $y=\frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x^2+1}{x}$. **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$.

Câu 20: **[2D3-1]** Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $\int_0^2 (f(x)+1)\mathrm{d}x$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 21: **[2D1-1]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên



Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 22: **[2D3-2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x$, $y=x^2$, $y=1$ trên miền $x\geq 0, y\leq 1$ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 23: **[2D2-2]** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 12 phút. **B.** 7 phút. **C.** 19 phút. **D.** 48 phút.

Câu 24: **[2D1-1]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 4. **B.** -5. **C.** 3. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Câu 25: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2;-4;3)$?

A. $x-6y+8z-50=0$. **B.** $x-2y-2z-4=0$.

C. $x-2y-2z+4=0$. **D.** $3x-6y+8z-54=0$.

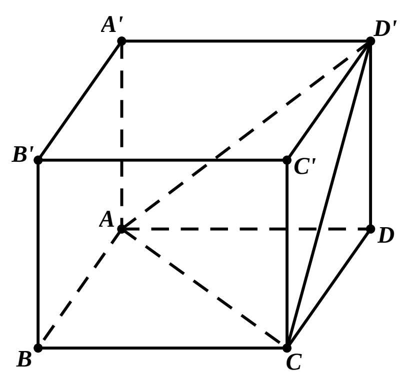
Câu 26: **[2H2-3]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{7}}{6}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{3}\pi a^3$.

Câu 27: **[2D1-3]** Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

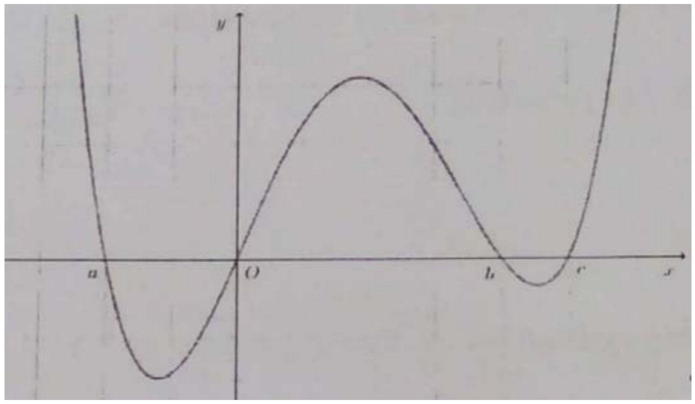
Câu 28: **[1H3-3]** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$; $BC=a\sqrt{2}$; $AA'=a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ **(tham khảo hình vẽ)**.



Giá trị $\tan\alpha$ bằng:

A. 2. **B.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 29: **[2D3-4]** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Biết phương trình $f'(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt a, 0, b, c với $a<0<b<c$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f\left(b\right)>f\left(a\right)>f\left(c\right)$. **B.** $f\left(c\right)>f\left(b\right)>f\left(a\right)$.

C. $f\left(b\right)>f\left(c\right)>f\left(a\right)$. **D.** $f\left(c\right)>f\left(a\right)>f\left(b\right)$.

Câu 30: **[2D2-3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x-3^{x+2}+2=m$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 20. **B.** 18.

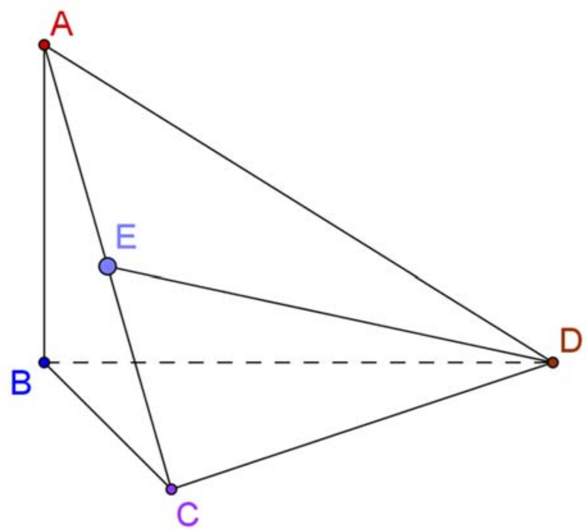
C. 21. **D.** 19.

Câu 31: **[2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+5}{-1}$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x-3y+z-6=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng nằm trong mặt phẳng $\left(P\right)$, cắt và vuông góc với $\left(d\right)$?

A. $\dfrac{x-8}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+7}{11}$. **B.** $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-3}{5}=\dfrac{z-3}{11}$.

C. $\dfrac{x+8}{2}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-7}{11}$. **D.** $\dfrac{x+4}{2}=\dfrac{y+3}{5}=\dfrac{z+3}{11}$.

Câu 32: **[1H3-3]** Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với mặt phẳng $\left(BCD\right)$. Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, $AC=a\sqrt{2}$, $CD=a$. Gọi E là trung điểm của AC **(tham khảo hình vẽ bên)**.



Góc giữa đường thẳng AB và DE bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Câu 33: **[1D2-3]** Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của biểu thức $\left(\frac{1}{x^3}-2\sqrt{x^5}\right)^{12}$ **(với** $x>0$ **)** bằng

A. 59136. **B.** 126720. **C.** -59136. **D.** -126720.

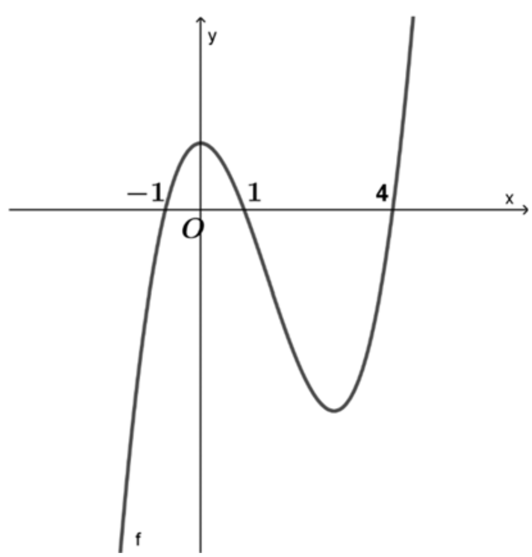
Câu 34: **[2D4-3]** Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa đồng thời các điều kiện $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 35: **[2D3-2]** Biết $I=\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$ với a,b,c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$

A. $S=6$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=0$.

Câu 36: **[2D1-3]** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $y=f\left(2-e^x\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;\ln 3)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 37: **[2D3-2]** Một ô tô đang chạy với tốc độ $36(\text{km/h})$ thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+10(\text{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $10(\text{m})$. **B.** $20(\text{m})$. **C.** $2(\text{m})$. **D.** $0,2(\text{m})$.

Câu 38: **[2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $10+2\sqrt{7}$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S)?

A. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=100$. **B.** $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=7$.

C. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=25$. **D.** $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=28$.

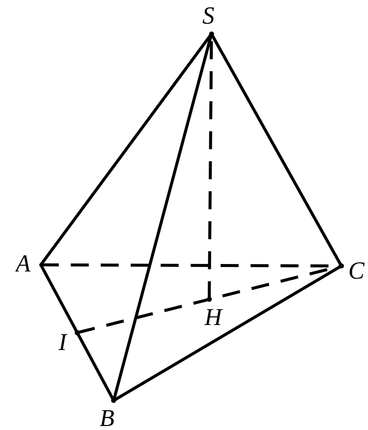
Câu 39: **[2D1-3]** Biết $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ sao cho đoạn thẳng AB có độ dài nhỏ nhất. Tính $P=x_A^2+x_B^2+y_A.y_B$.

A. $P=5+\sqrt{2}$. **B.** $P=6+\sqrt{2}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=5$.

Câu 40: **[1D2-3]** Có 3 chiếc hộp A, B, C. Hộp A chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp B chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ.

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{13}{30}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{39}{70}$.

Câu 41: **[1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a; gọi I là trung điểm của AB, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của CI, góc giữa SA và mặt đáy bằng $45°$ **(tham khảo hình vẽ bên dưới)**.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{a\sqrt{77}}{22}$. **C.** $\frac{a\sqrt{14}}{8}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

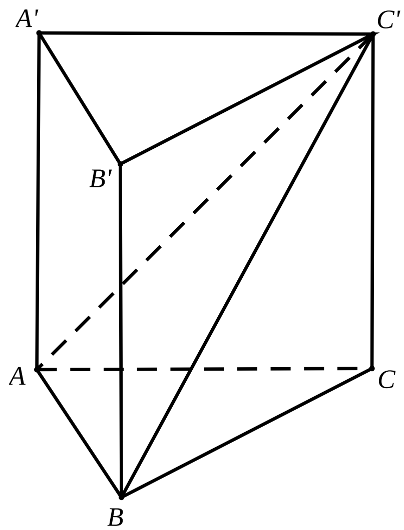
Câu 42: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{1}$, $d_2:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{4}$. Đường thẳng đi qua M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 43: **[2H3-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-4=0$ và ba điểm $A(1;2;1)$, $B(0;1;2)$, $C(0;0;3)$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $MA^2+3MB^2+2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $x_0+2y_0-z_0$ bằng

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{6}{9}$. **C.** $\frac{46}{9}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 44: **[2H1-4]** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha=\frac{1}{3}$ **(tham khảo hình vẽ dưới đây)**.



Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{10}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{15}}{20}$. **C.** $\frac{9a^3\sqrt{15}}{10}$. **D.** $\frac{9a^3\sqrt{15}}{20}$.

Câu 45: **[2D4-3]** Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2} < |z| < 2$. **C.** $|z| > 2$. **D.** $|z| < \frac{1}{2}$.

Câu 46: **[2D3-4]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^3 + x^5}$, $f(1) = a$ và $f(-2) = b$. Tính $f(-1) + f(2)$.

A. $f(-1) + f(2) = -a - b$. **B.** $f(-1) + f(2) = a - b$.
C. $f(-1) + f(2) = a + b$. **D.** $f(-1) + f(2) = b - a$.

Câu 47: **[2D1-3]** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2x+1}$ cùng với hai đường tiệm cận tạo thành tam giác có diện tích bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 48: **[2D2-4]** Xét x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\frac{x+4y}{x+y}\right) = 2x - 4y + 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3}$ bằng

A. $\frac{25}{9}$. **B.** 4. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\frac{16}{9}$.

Câu 49: **[2D1-4]** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Đặt $f^k(x) = f\left(f^{k-1}(x)\right)$ với k là số nguyên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^6(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 365. **B.** 1092. **C.** 1094. **D.** 363.

Câu 50: **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-\left(m-1\right)x^2+3\left(m-2\right)x+2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+2x_2=1$ bằng

A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{22}{9}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{40}{9}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.D	4.C	5.B	6.A	7.C	8.B	9.A	10.C
11.B	12.D	13.B	14.A	15.D	16.B	17.C	18.D	19.B	20.B
21.D	22.C	23.B	24.C	25.B	26.A	27.C	28.C	29.C	30.A
31.A	32.B	33.B	34.D	35.B	36.A	37.A	38.C	39.D	40.D
41.B	42.C	43.A	44.B	45.A	46.C	47.D	48.D	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+4=0$. Một vec tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;4;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;0;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;4)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 2. **[2D1-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số là

A. $y=-1$. **B.** $y=0$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

Khi đó giá trị cực tiểu $y=1$.

Câu 3. **[2D2-1]** Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(10a)=10\log a$. **B.** $\log(10a)=\log a$.

C. $\log(10a)=10+\log a$. **D.** $\log(10a)=1+\log a$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log(10a)=\log 10+\log a=1+\log a$.

Câu 4. **[1D2-1]** Cho các số nguyên k, n thỏa $0<k\le n$. Công thức nào dưới đây đúng?

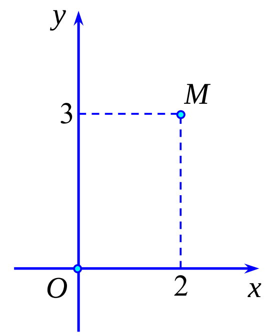
A. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{k!n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 5. **[2D4-1]** Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ bằng



A. $2+3i$. **B.** $2-3i$. **C.** $3+2i$. **D.** $3-2i$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $M(2;3)$ là điểm biểu diễn số phức $z=2+3i$.

Do đó $\overline{z}=2-3i$.

Câu 6: **[2H1-1]** Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a có thể tích bằng

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{3}{2}a^3$. **C.** $\dfrac{1}{2}a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A.

Thể tích khối lăng trụ $V = B\times h = 3a^2 \times a = 3a^3$.

Câu 7: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;6)$ là

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-6}{3}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+6}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{6}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{6}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có phương trình chính tắc đường thẳng đi qua $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;6)$ là: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{6}$.

Câu 8: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-1;2;3\right)$, $B\left(1;0;2\right)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

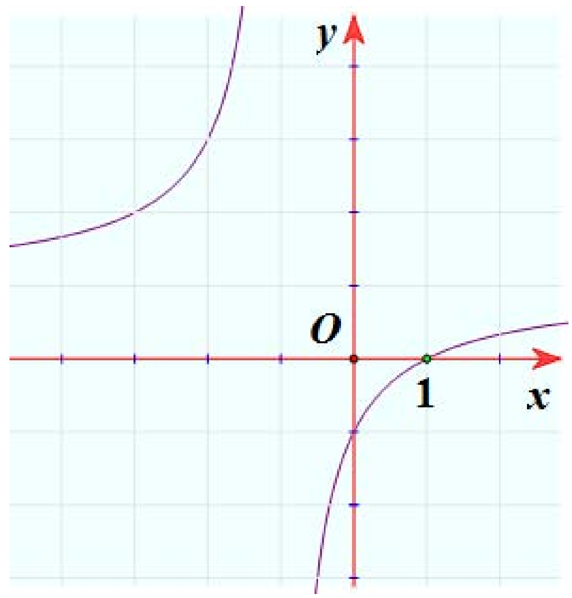
A. $\sqrt{5}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $AB=\sqrt{\left(1+1\right)^2+\left(0-2\right)^2+\left(2-3\right)^2}=\sqrt{4+4+1}=3$

Câu 9: **[2D1-1]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=1$ nên chọn A.

Câu 10: **[2D3-1]** Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-x^2+3x-2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$. Quay $\left(H\right)$ xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V=\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|^2\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\int\limits_1^2\left(x^2-3x+2\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 11: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3^x$ là

A. $3^x.\ln 3+C$. **B.** $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **C.** $\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+C$. **D.** $3^{x+1}+C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int 3^x\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

Câu 12: [2H2-1] Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=3$ và đường sinh $l=6$ bằng

A. 54π. **B.** 18π. **C.** 108π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.3.6=36\pi$.

Câu 13: [1D4-1] $\lim\dfrac{2n^2-3}{n^2-1}$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim\dfrac{2n^2-3}{n^2-1}=\lim\dfrac{2-\dfrac{3}{n^2}}{1-\dfrac{1}{n^2}}=2$.

Câu 14: [2D2-1] Phương trình $\log_5\left(x+5\right)=2$ có nghiệm là

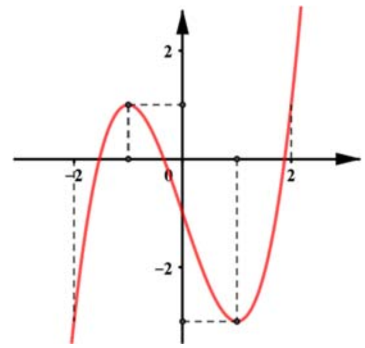
A. $x=20$. **B.** $x=5$. **C.** $x=27$. **D.** $x=30$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\log_5\left(x+5\right)=2\Leftrightarrow\begin{cases}x>-5\\x+5=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-5\\x=20\quad(n)\end{cases}\Rightarrow S=\left\{20\right\}$.

Câu 15: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;2)$.

B. $(-2;-1)$.

C. $(-2;1)$.

D. $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị nhận thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 16. [1D2-2] Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\dfrac{C_8^4}{C_{13}^4}$. **B.** $\dfrac{C_5^4}{C_{13}^4}$. **C.** $\dfrac{C_8^4}{A_{13}^4}$. **D.** $\dfrac{A_5^4}{C_8^4}$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $n(\Omega) = C_{13}^4$.

A " Chọn 4 bạn nam trong 5 bạn nam" $\Rightarrow$ $n(A) = C_5^4$.

Vậy $P(A) = \dfrac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

Câu 17. [2D4-2] Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1^2| + |z_2^2|$ bằng

A. 8. **B.** 0. **C.** 4. **D.** $8i$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có : $z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 1 + i \\ z_2 = 1 - i \end{array}\right.$.

Vậy $|z_1^2| + |z_2^2| = 4$.

Câu 18. [2H2-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có $d\left(S,(ABC)\right) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{3.\frac{a^3}{3}}{\frac{1}{2}.a.a\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 19. [2D1-1] Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang ?

A. $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$. **B.** $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$. **C.** $y = \frac{x^2+1}{x}$. **D.** $y = \sqrt{x^2-1}$.

Lời giải.

Chọn B.

❍ Hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$ có TXĐ $D = [-2;2]\setminus\{0\}$ nên nó không có TCN.

❍ Hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$ có TXĐ $D = [1;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 0$ nên nó có TCN $y = 0$.

❍ Hàm số $y = \frac{x^2+1}{x}$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$ và bậc tử lớn hơn bậc mẫu nên nó không có TCN.

❍ Hàm số $y = \sqrt{x^2-1}$ có TXĐ $D = (-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \pm\infty$ nên nó không có TCN.

Câu 20. [2D3-1] Cho $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $\int\limits_0^2 \left(f(x)+1\right)\mathrm{d}x$?

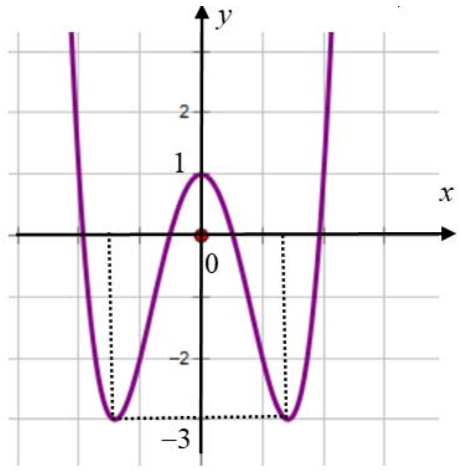
A. 4. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $\int\limits_0^2 \left(f(x)+1\right)\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_0^2 \mathrm{d}x = 3 + 2 = 5$.

Câu 1. [2D1-1] Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên



Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)+3=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$f\left(x\right)+3=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=-3$ (*).

Số nghiệm phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-3$.

Dựa vào đồ thị thấy có hai giao điểm suy ra phương trình (*) có hai nghiệm .

Câu 2. **[2D3-2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x$, $y=x^2$, $y=1$ trên miền $x\geq 0, y\leq 1$ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

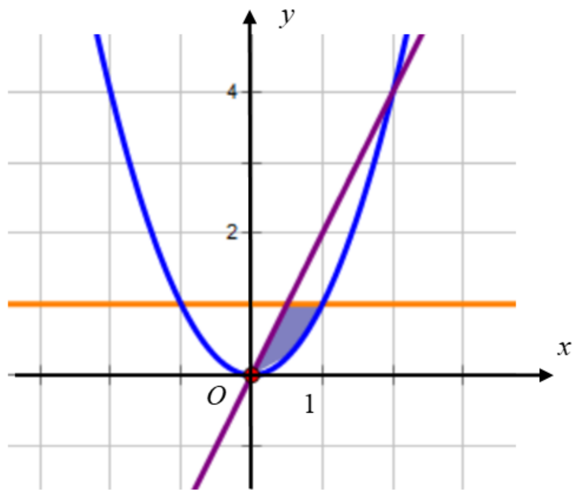
Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2=2x \Leftrightarrow x^2-2x=0$ $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.



Từ hình vẽ ta có diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_0^{\frac{1}{2}}\left(2x-x^2\right)dx+\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left(1-x^2\right)dx=\left.\left(x^2-\frac{x^3}{3}\right)\right|_0^{\frac{1}{2}}+\left.\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\right|_{\frac{1}{2}}^{1}=\frac{5}{12}.$$

Câu 3. [2D2-2] Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 12 phút. **B.** 7 phút. **C.** 19 phút . **D.** 48 phút.

Lời giải

Chọn B

Vì sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con $\Rightarrow 625.000=s(0).2^3\Rightarrow s(0)=78.125$.

Để số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con $10^7=78125.2^t\Rightarrow t=7$.

Câu 4. [2D1-1] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 4. **B.** -5. **C.** 3. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2};\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right..$$

$f\left(0\right)=4;f\left(1\right)=3;f\left(2\right)=\dfrac{10}{3}$.

$\Rightarrow \min y=3=f\left(1\right)$.

Câu 5. **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-5\right)^2=9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ tiếp xúc với mặt cầu $\left(S\right)$ tại điểm $A\left(2;-4;3\right)$?

A. $x-6y+8z-50=0$. **B.** $x-2y-2z-4=0$.

C. $x-2y-2z+4=0$. **D.** $3x-6y+8z-54=0$.

Lời giải

Chọn B

$\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-5\right)^2=9\Rightarrow I\left(1;-2;5\right)$.

Ta có: $\left(P\right):\begin{cases} qua \quad A\left(2;-4;3\right) \\ \vec{n}=\overrightarrow{IA}=\left(1;-2;-2\right) \end{cases}\Rightarrow \left(P\right):x-2y-2z-4=0$.

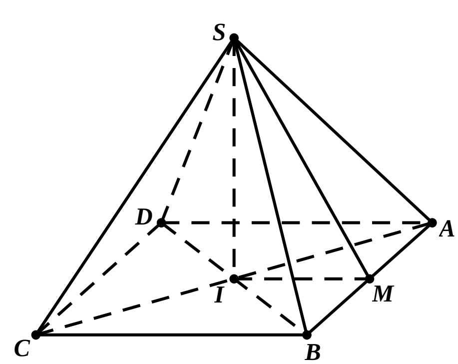
Câu 26. **[2H2-3]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{7}}{6}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A.

+ Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$; M là trung điểm của AB.



+ Diện tích tam giác SAB bằng $2a^2$ nên ta có:

$\frac{1}{2}AB.SM = 2a^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.a.SM = 2a^2 \Leftrightarrow SM = 4a$.

+ Tam giác SIM vuông tại I.

Ta có: $SI = \sqrt{SM^2 - IM^2} = \sqrt{16a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{63}}{2}$.

+ Bán kính đáy của khối nón là $IA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

+ Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\left(\pi R^2\right).SI = \frac{1}{3}\left(\pi.\frac{a^2}{2}\right).\frac{a\sqrt{63}}{2} = \frac{\sqrt{7}}{4}\pi a^3$.

Câu 27. **[2D1-3]** Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \left(m^2 - 1\right)x^3 + \left(m - 1\right)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; +\infty\right)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C.

+ Khi $m = 1$ thì $y = -x + 4$ là hàm nghịch biến trên $\left(-\infty; +\infty\right)$.

+ Khi $m = -1$ thì $y = -2x^2 - x + 4$ nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

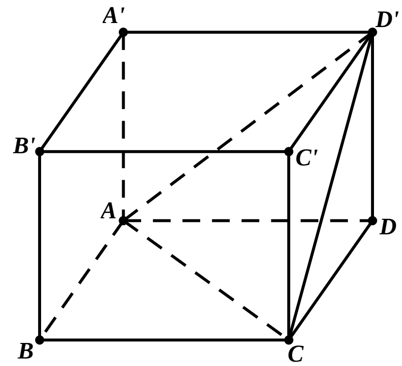
+ Khi $m \neq \pm 1$ thì hàm số đã cho là hàm số bậc ba, nghịch biến trên $\left(-\infty; +\infty\right)$ khi $y' \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3\left(m^2 - 1\right)x^2 + 2\left(m - 1\right)x - 1 \leq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} 3\left(m^2 - 1\right) < 0 \\ \left(m - 1\right)^2 - 3\left(m^2 - 1\right).\left(-1\right) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ 4m^2 - 2m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\frac{1}{2} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 1.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $m = 0$.

+ Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = 0$; $m = 1$.

Câu 28. **[1H3-3]** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$; $BC = a\sqrt{2}$; $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $\left(ACD'\right)$ và $\left(ABCD\right)$ (tham khảo hình vẽ).



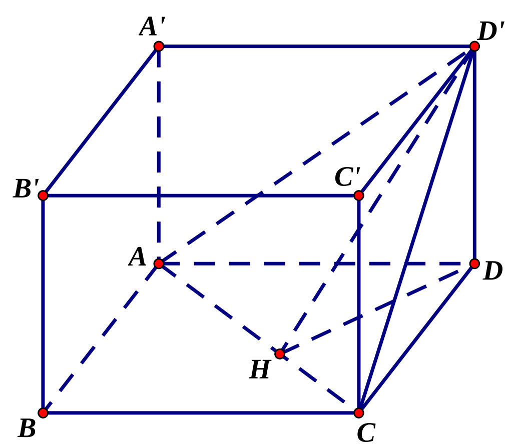
Giá trị $\tan\alpha$ bằng:

A. 2. **B.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

+ Kẻ $DH \perp AC$ ($H \in AC$). Khi đó ta có $D'H \perp AC$. Vì thế góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ là góc $\widehat{D'HD}$.



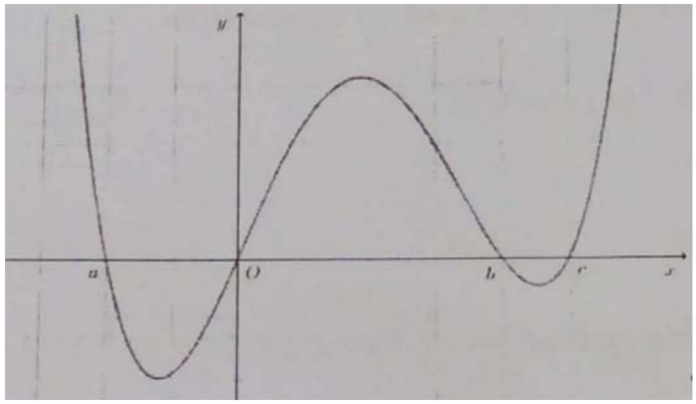
+ Xét tam giác ADC vuông tại D ta có:

$$\frac{1}{DH^2}=\frac{1}{DA^2}+\frac{1}{DC^2}=\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{3}{2a^2}\Rightarrow DH^2=\frac{2a^2}{3}\Rightarrow DH=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

+ Trong tam giác DHD vuông tại D ta có:

$$\tan\widehat{D'HD}=\frac{D'D}{DH}=a\sqrt{3}.\frac{3}{a\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 29. **[2D3-4]** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Biết phương trình $f'(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt a, 0, b, c với $a<0<b<c$.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(b)>f(a)>f(c)$.

B. $f(c)>f(b)>f(a)$.

C. $f(b)>f(c)>f(a)$.

D. $f(c)>f(a)>f(b)$.

Lời giải

Chọn C.

+ Từ hình vẽ ta thấy: $f'(x)<0$ khi $x\in(b;c)$; $f'(x)>0$ khi $x>c$ nên có $f(b)>f(c)$.

+ Ta lại có: $\int\limits_a^0[-f'(x)]dx<\int\limits_0^b f'(x)dx-\int\limits_b^c[-f'(x)]dx \Leftrightarrow \int\limits_a^0[-f'(x)]dx<\int\limits_0^c f'(x)dx$

$\Rightarrow[-f(x)]\Big|_a^0<f(x)\Big|_0^c \Rightarrow -f(0)+f(a)<f(c)-f(0)\Rightarrow f(a)<f(c)$.

+ Vậy $f(b)>f(c)>f(a)$.

Câu 30. **[2D2-3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x-3^{x+2}+2=m$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 20.

B. 18.

C. 21.

D. 19.

Lời giải

Chọn A.

+ Ta có: $9^x-3^{x+2}+2=m \Leftrightarrow \left(3^x\right)^2-9.3^x+2-m=0$.

+ Đặt $3^x = t > 0$ ta được phương trình: $t^2 - 9t + 2 - m = 0$ (*).

+ Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9^2 - 4.1.(2-m) > 0 \\ \dfrac{2-m}{1} > 0 \\ \dfrac{9}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 81 - 8 + 4m > 0 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{73}{4} \\ m < 2 \end{cases}.$$

+ Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên suy ra có 20 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 31: **[2H3-3]**Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 6 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với (d) ?

A. $\dfrac{x-8}{2} = \dfrac{y-1}{5} = \dfrac{z+7}{11}$.

B. $\dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-3}{5} = \dfrac{z-3}{11}$.

C. $\dfrac{x+8}{2} = \dfrac{y+1}{5} = \dfrac{z-7}{11}$.

D. $\dfrac{x+4}{2} = \dfrac{y+3}{5} = \dfrac{z+3}{11}$.

Lời giải

Chọn A.

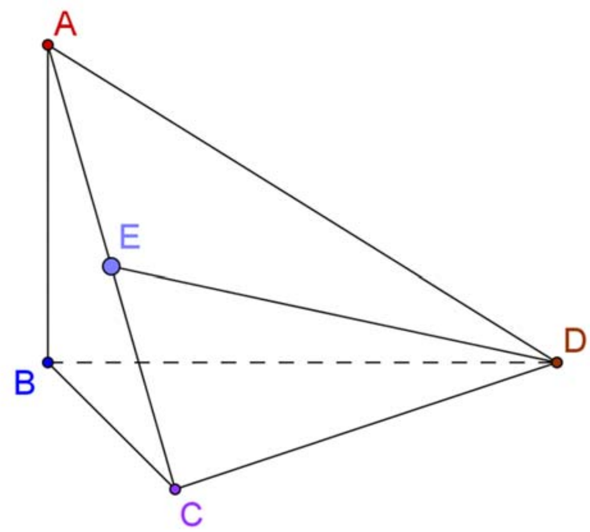
Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = -5 - t \end{cases}$

Tọa độ giao điểm M của d và (P) $2(2+3t) - 3(-1+t) - 5 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(8;1;-7)$

VTCP của Δ $\vec{u} = \left[\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = (-2;-5;-11) = -1.(2;5;11)$

Δ nằm trong (P) cắt và vuông góc với d suy ra Δ đi qua M có VTCP $\vec{a} = (2;5;11)$ nên có phương trình: $\dfrac{x-8}{2} = \dfrac{y-1}{5} = \dfrac{z-7}{11}$.

Câu 32: **[1H3-3]**Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) . Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$, $CD = a$. Gọi E là trung điểm của AC (tham khảo hình vẽ bên).

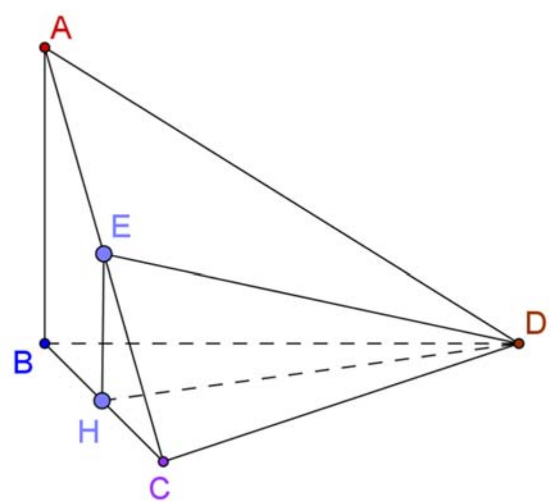


Góc giữa đường thẳng AB và DE bằng

A. 45° . **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn B.



Gọi H là trung điểm BC. Vì $AB//HE \Rightarrow (AB;DE)=(HE;DE)=\widehat{DEH}$

Ta có: $HE=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}; DH=\sqrt{HC^2+CD^2}=\dfrac{3\sqrt{2}a}{4}$

$\tan\widehat{DEH}=\dfrac{DH}{HE}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{DEH}=60^{\circ}$.

Câu 33: **[1D2-3]** Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của biểu thức $\left(\dfrac{1}{x^3}-2\sqrt{x^5}\right)^{12}$ (với $x>0$) bằng

A. 59136. **B.** 126720. **C.** -59136. **D.** -126720.

Lời giải

Chọn B.

Số hạng tổng quát của khai triển là: $T_k = C_{12}^k \left(\frac{1}{x^3}\right)^{12-k} \left(2\sqrt{x^5}\right)^k = C_{12}^k (-2)^k x^{\frac{11}{2}k-36}$

Ta có: $\frac{11}{2}k - 36 = 8 \Leftrightarrow k = 8 \Rightarrow$ hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{12}^8 (-2)^8 = 126720$.

Câu 34: **[2D4-3]** Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa đồng thời các điều kiện $|z-i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $z = x + iy$ (với $x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có: $|z-i| = 5 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 25$ (1)

z^2 là số thuần ảo $\Leftrightarrow x^2 - y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y \vee x = -y$ (2)

Suy ra $x^2 + (x-1)^2 = 25$ hay $x^2 + (x+1)^2 = 25 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -3 \vee x = 3 \vee x = -4$

Vậy có 4 số phức z thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 35: **[2D3-2]** Biết $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$

A. $S = 6$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = -2$. **D.** $S = 0$.

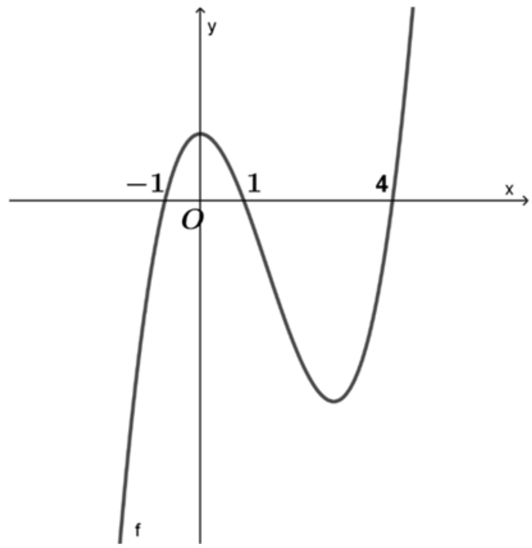
Lời giải

Chọn B.

Ta có: $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = \int_3^4 \frac{dx}{x(x+1)} = \int_3^4 \frac{dx}{x} - \int_3^4 \frac{dx}{x+1} = \ln 4 - \ln 3 - \ln 5 + \ln 4 = 4\ln 2 - \ln 3 - \ln 5$

Suy ra $a = 4, b = c = -1 \Rightarrow S = 2$.

Câu 36: **[2D1-3]** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $y=f\left(2-e^{x}\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(0;\ln 3\right)$. **D.** $\left(1;4\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y=f'\left(x\right)>0$ khi $-1<x<1$ hoặc $x>4$, $y=f'\left(x\right)<0$ khi $x<-1$ hoặc $1<x<4$.

$y=f\left(2-e^{x}\right)\Rightarrow y'=-e^{x}.f'\left(2-e^{x}\right)$.

Hàm số $y=f\left(2-e^{x}\right)$ đồng biến khi $y'=-e^{x}.f'\left(2-e^{x}\right)>0\Rightarrow f'\left(2-e^{x}\right)<0$ (do $e^{x}>0\,\forall x\in\mathbb{R}$).

Dựa vào đồ thị, $f'\left(2-e^{x}\right)<0$ khi $\left[\begin{array}{l}2-e^{x}<-1\\1<2-e^{x}<4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}e^{x}>3\\-2<e^{x}<1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>\ln 3\\x<0\end{array}\right.$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(\ln 3;+\infty\right)$.

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 37: **[2D3-2]** Một ô tô đang chạy với tốc độ $36\left(\mathrm{km/h}\right)$ thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v\left(t\right)=-5t+10\left(\mathrm{m/s}\right)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $10\left(\mathrm{m}\right)$. **B.** $20\left(\mathrm{m}\right)$. **C.** $2\left(\mathrm{m}\right)$. **D.** $0,2\left(\mathrm{m}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

$36\,\mathrm{km/h}=10\,\mathrm{m/s}$.

Khi xe dừng thì vận tốc bằng $0 \Rightarrow -5t+10=0 \Rightarrow t=2(\mathrm{s})$.

Quãng đường xe đi đường từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn là

$$s=\int_0^2 v(t)\,\mathrm{d}t=\int_0^2(-5t+10)\,\mathrm{d}t=\left(-\frac{5t^2}{2}+10t\right)\Bigg|_0^2=10(\mathrm{m}).$$

Câu 38: **[2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $10+2\sqrt{7}$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu (S)?

A. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=100$.

B. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-2)^2=7$.

C. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=25$.

D. $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=28$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi R là bán kính của mặt cầu, H là trung điểm của AB.

Ta có $IH\perp AB \Rightarrow IH=d(I;d)$.

d qua $M(1;0;2)$ và có VTCP $\vec{u}=(2;1;2)$, $\overrightarrow{IM}=(-1;-5;-1)$.

$\Rightarrow \left[\vec{u};\overrightarrow{IM}\right]=(9;0;-9)$.

$$\Rightarrow IH=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IM}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=3\sqrt{2}$$

$AB=2AH=2\sqrt{R^2-IH^2}=2\sqrt{R^2-18}$, $R>3\sqrt{2}$.

Chu vi ΔABC là $IA+IB+AB=10+2\sqrt{7} \Rightarrow 2R+2\sqrt{R^2-18}=10+2\sqrt{7}$

$$\Leftrightarrow R+\sqrt{R^2-18}=5+\sqrt{7} \Leftrightarrow R-5+\frac{R^2-25}{\sqrt{R^2-18}+\sqrt{7}}=0 \Leftrightarrow (R-5)\left(1+\frac{R+5}{\sqrt{R^2-18}+\sqrt{7}}\right)=0$$

$\Leftrightarrow R=5$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;5;3)$, bán kính $R=5$.

Phương trình mặt cầu (S) là: $(x-2)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=25$.

Câu 39: **[2D1-3]** Biết $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ sao cho đoạn thẳng AB có độ dài nhỏ nhất. Tính $P=x_A^2+x_B^2+y_A.y_B$.

A. $P=5+\sqrt{2}$. **B.** $P=6+\sqrt{2}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=5$.

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị (C) của $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$, gọi $I(1;1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận $\Rightarrow I$ là tâm đối xứng của (C).

Giả sử A thuộc nhánh phải của đồ thị $\Rightarrow A\left(a+1;\dfrac{a+2}{a}\right)$, $a>0$.

B thuộc nhánh trái đồ thị $\Rightarrow B\left(1-b;\dfrac{b-2}{b}\right)$, $b>0$.

$$\overrightarrow{BA}=\left(a+b;\dfrac{2(a+b)}{ab}\right)\Rightarrow AB^2=(a+b)^2+\dfrac{4(a+b)^2}{(ab)^2}$$

$$ab\le\dfrac{(a+b)^2}{4}\Rightarrow(ab)^2\le\dfrac{(a+b)^4}{16}$$

$$\Rightarrow AB^2\ge(a+b)^2+\dfrac{64}{(a+b)^2}\ge2\sqrt{64}=16\Rightarrow AB\ge4.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\(a+b)^2=8\end{cases}\Leftrightarrow a=b=\sqrt{2}$.

$\Rightarrow A\left(1+\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$, $B\left(1-\sqrt{2};1-\sqrt{2}\right)$.

Vậy $P=x_A^2+x_B^2+y_A.y_B=5$.

Câu 40: **[1D2-3]** Có 3 chiếc hộp A, B, C. Hộp A chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp B chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ.

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{13}{30}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{39}{70}$.

Lời giải

Chọn D.

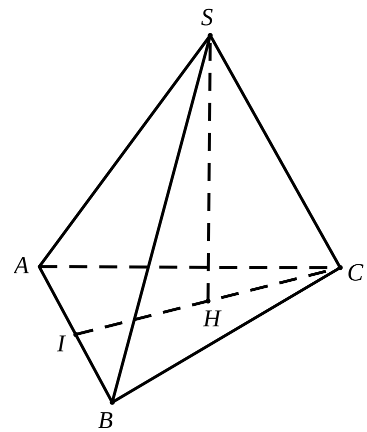
Xác suất để chọn hộp A là $\dfrac{1}{3}$, xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp A là $\dfrac{4}{7}$

$\Rightarrow$ Xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp A là $\dfrac{1}{3}.\dfrac{4}{7}$.

Tương tự, xác suất suất để chọn được bi đỏ trong hộp B, hộp C lần lượt là $\frac{1}{3}.\frac{3}{5}$, $\frac{1}{3}.\frac{2}{4}$.

Vậy xác suất để lấy được bi đỏ là $P=\frac{1}{3}.\frac{4}{7}+\frac{1}{3}.\frac{3}{5}+\frac{1}{3}.\frac{2}{4}=\frac{39}{70}$.

Câu 41: **[1H3-3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a; gọi I là trung điểm của AB, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của CI, góc giữa SA và mặt đáy bằng $45°$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).

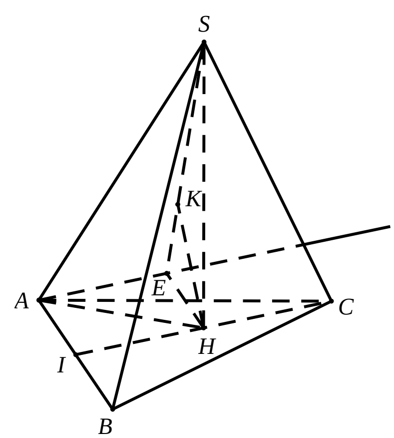


Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{a\sqrt{77}}{22}$. **C.** $\frac{a\sqrt{14}}{8}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $\widehat{(SA,(ABC))}=\widehat{(SA,AH)}=\widehat{SAH}=45°$. Dựng hình bình hành $AIHE$.

$CI\,//\,(SAE)\Rightarrow d(SA,CI)=d(CI,(SAE))=d(H,(SAE))$.

Do tam giác ABC đều và I là trung điểm của AB nên $CI\perp AB$.

Suy ra $AIHE$ là hình chữ nhật có $HE=AI=\frac{a}{2}$.

Do đó: $\begin{cases} SH \perp HE \\ AE \perp HE \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SHE) \Rightarrow AE \perp (SHE) \Rightarrow (SAE) \perp (SHE)$.

Trong mặt phẳng (SHE), dựng K là hình chiếu của H trên đường thẳng SE thì ta có $HK \perp (SAE) \Rightarrow d(H,(SAE)) = HK$.

Tam giác SAH vuông cân tại S $\Rightarrow SH = AH = \sqrt{AI^2 + HI^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{4} + \dfrac{3a^2}{16}} = \dfrac{a\sqrt{7}}{4}$.

Tam giác SHE vuông tại H, có HE là đường cao nên $HK = \dfrac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \dfrac{a\sqrt{77}}{22}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI bằng $\dfrac{a\sqrt{77}}{22}$.

Câu 42: **[2H3-2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{1}$, $d_2: \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng đi qua M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 tại A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C.

$A \in d_1 \Rightarrow A(a+1;3a+2;a)$; $B \in d_2 \Rightarrow B(-b-1;2b+1;4b+2)$.

$\overrightarrow{MA}(a-2;3a-1;a+2)$; $\overrightarrow{MB}(-b-4;2b-2;4b+4)$.

Do M, A, B thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} a-2 = k(-b-4) \\ 3a-1 = k(2b-2) \\ a+2 = k(4b+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+kb+4k = 2 \\ 3a-2kb+2k = 1 \\ a-4kb-4k = -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ kb = 0 \\ k = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a = b = 0 \Rightarrow A(1;2;0)$, $B(-1;1;2) \Rightarrow AB = 3$

Câu 43: **[2H3-4]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và ba điểm $A(1;2;1)$, $B(0;1;2)$, $C(0;0;3)$. Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $MA^2 + 3MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $x_0 + 2y_0 - z_0$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** $\dfrac{6}{9}$. **C.** $\dfrac{46}{9}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} = \dfrac{1}{6}\left(\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC}\right) \Rightarrow I\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{5}{6};\dfrac{13}{6}\right)$.

Khi đó, ta có:

$Q = MA^2 + 3MB^2 + 2MC^2 = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + 3\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 + 2\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}\right)^2$

$= 6MI^2 + IA^2 + 3IB^2 + 2IC^2$.

Do $IA^2 + 3IB^2 + 2IC^2$ không đổi nên Q nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất.

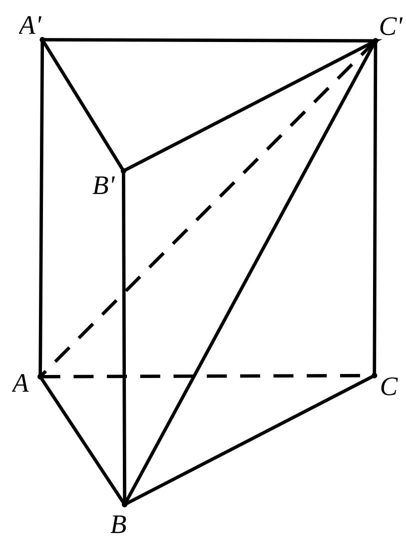
Mà M thuộc mặt phẳng (P) nên MI nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I trên (P).

$MI \perp (P)$ nên phương trình MI là $\begin{cases} x = \dfrac{1}{6} + t \\ y = \dfrac{5}{6} + t \\ z = \dfrac{13}{6} + t \end{cases} \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{6} + t; \dfrac{5}{6} + t; \dfrac{13}{6} + t\right)$.

$M \in (P) \Leftrightarrow \dfrac{1}{6} + t + \dfrac{5}{6} + t + \dfrac{13}{6} - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{5}{18} \Rightarrow M\left(\dfrac{4}{9}; \dfrac{10}{9}; \dfrac{22}{9}\right)$.

Suy ra $x_0 + 2y_0 - z_0 = \dfrac{4}{9} + \dfrac{20}{9} - \dfrac{22}{9} = \dfrac{2}{9}$.

Câu 44: **[2H1-4]** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây).

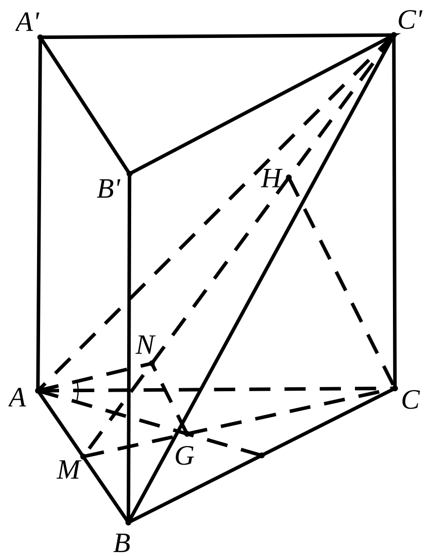


Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{15}}{10}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{15}}{20}$. **C.** $\dfrac{9a^3\sqrt{15}}{10}$. **D.** $\dfrac{9a^3\sqrt{15}}{20}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm của AB, G là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có: $\begin{cases} CC' \perp AB \\ CM \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CC'M) \Rightarrow (CC'M) \perp (ABC')$. Mà $(CC'M) \cap (ABC') = C'M$

nên nếu gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên $C'M$ thì H là hình chiếu của C trên mặt phẳng $(ABC') \Rightarrow d(C;(ABC')) = CH = a$.

Dựng đường thẳng đi qua G và song song với CH, cắt $C'M$ tại điểm K.

Ta có $\begin{cases} GN \perp (ABC') \\ AG \perp (BCC'B') \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AGN} = \alpha$.

$GN = \dfrac{1}{3}CH = \dfrac{a}{3}$; $AG = \dfrac{GN}{\cos\alpha} = a \Rightarrow AB = AG\sqrt{3} = a\sqrt{3}$; $\dfrac{1}{CC'^2} = \dfrac{1}{CH^2} - \dfrac{1}{CM^2} = \dfrac{5}{9a^2}$

$\Rightarrow CC' = \dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$; $S_{\Delta ABC} = \left(a\sqrt{3}\right)^2 . \dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ bằng $\dfrac{1}{3}CC'.S_{\Delta ABC} = \dfrac{3a^3\sqrt{15}}{20}$.

Câu 45: **[2D4-3]** Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z| = \dfrac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\dfrac{1}{2} < |z| < \dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2} < |z| < 2$. **C.** $|z| > 2$. **D.** $|z| < \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$(1+2i)|z| = \dfrac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow |z| + 2 + (2|z|-1)i = \dfrac{\sqrt{10}}{z} \Rightarrow \left||z| + 2 + (2|z|-1)i\right| = \left|\dfrac{\sqrt{10}}{z}\right|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(|z|+2)^2 + (2|z|-1)^2} = \dfrac{\sqrt{10}}{|z|} \Leftrightarrow (|z|+2)^2 + (2|z|-1)^2 = \dfrac{10}{|z|^2} \Leftrightarrow 5|z|^4 + 5|z|^2 - 10 = 0$

$\Rightarrow |z| = 1$. Vậy $\dfrac{1}{2} < |z| < \dfrac{3}{2}$.

Câu 46. **[2D3-4]** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x^3+x^5}$, $f(1)=a$ và $f(-2)=b$. Tính $f(-1)+f(2)$.

A. $f(-1)+f(2)=-a-b$.
B. $f(-1)+f(2)=a-b$.
C. $f(-1)+f(2)=a+b$.
D. $f(-1)+f(2)=b-a$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f'(-x)=\dfrac{1}{(-x)^3+(-x)^5}=-\dfrac{1}{x^3+x^5}=-f'(x)$ nên $f'(x)$ là hàm lẻ.

Do đó $\int\limits_{-2}^{-1} f'(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_{1}^{2} f'(x)\mathrm{d}x$.

Suy ra $f(-1)-f(-2)=-f(2)+f(1)\Rightarrow f(-1)+f(2)=f(-2)+f(1)=a+b$.

Câu 47. **[2D1-3]** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{2x+1}$ cùng với hai đường tiệm cận tạo thành tam giác có diện tích bằng

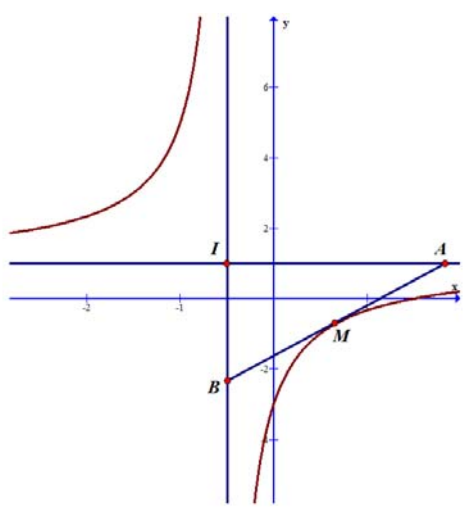
A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc đồ thị hàm số là:

$$\Delta:\ y=\frac{8}{(2x_0+1)^2}(x-x_0)+1-\frac{4}{2x_0+1}$$



Giao của đường tiếp tuyến với tiệm cận ngang là: $A\left(\dfrac{4x_0+1}{2};1\right)$

Giao của đường tiếp tuyến với tiệm cận đứng là: $B\left(-\frac{1}{2};\frac{2x_0-7}{2x_0+1}\right)$

Giao của hai tiệm cận là: $I\left(-\frac{1}{2};1\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IA}=\left(2x_0+1;0\right);\ \overrightarrow{IB}=\left(0;-\frac{8}{2x_0+1}\right)$

Diện tích tam giác IAB là: $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}IA.IB=\frac{1}{2}\left|2x_0+1\right|.\frac{8}{\left|2x_0+1\right|}=4$.

Câu 48. **[2D2-4]** Xét x,y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\frac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{\left(x+y\right)^3}$ bằng

A. $\frac{25}{9}$. **B.** 4. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\frac{16}{9}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_2\left(\frac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1 \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{x+4y}{2x+2y}\right)=2x-4y$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x+4y\right)+2\left(x+4y\right)=\log_2\left(2x+2y\right)+2\left(2x+2y\right)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=\ln t+2t$ trên $\left(0;+\infty\right)$ ta có $f'\left(t\right)=\frac{1}{t\ln 2}+2>0;\ \forall t\in\left(0;+\infty\right)$ nên ta có:

$$x+4y=2x+2y \Leftrightarrow x=2y$$

Thay vào P ta được $P=\frac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{\left(x+y\right)^3}=\frac{24}{27}\left(y+\frac{1}{y}\right)\geq\frac{16}{9}$.

Dấu bằng xảy ra khi $x=2;y=1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\min P=\frac{16}{9}$.

Câu 49. **[2D1-4]** Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k\left(x\right)=f\left(f^{k-1}\left(x\right)\right)$ với k là số nguyên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^6\left(x\right)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

A. 365. **B.** 1092. **C.** 1094. **D.** 363.

Lời giải

Chọn A.

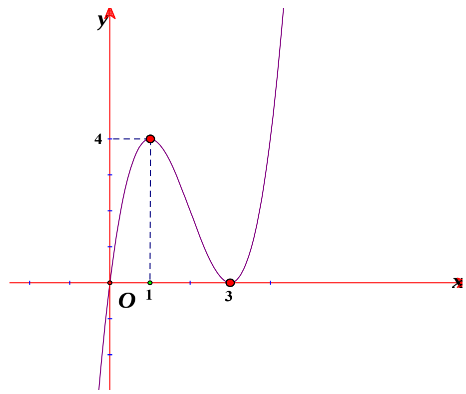
Nhận xét:

+ Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ như sau:

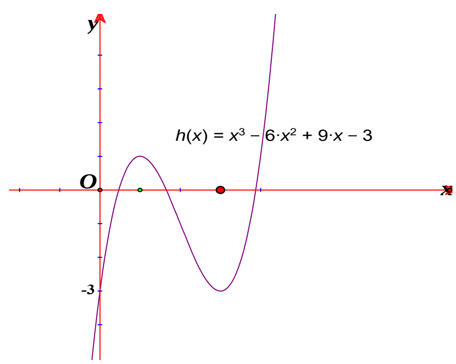
$$f'(x)=3x^2-12x+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow f(1)=4 \\ x=3 \Rightarrow f(3)=0 \end{array}\right.$$. Lại có $\begin{cases} f(0)=0 \\ f(4)=4 \end{cases}$.

- Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ luôn đi qua gốc tọa độ.

- Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ luôn tiếp xúc với trục Ox tại điểm $(3;0)$.



+ Xét hàm số $g(x)=f(x)-3$ có $g'(x)=f'(x)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ và $g(0)=-3$ nên bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ xuống dưới 3 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=g(x)$. Suy ra phương trình $g(x)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$.



+ Tổng quát: xét hàm số $h(x)=f(x)-a$, với $0<a<4$.

Lập luận tương tự như trên:

- $h(0)=-a<0$ và $h(1)>0$; $h(4)<4$.

- Tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ xuống dưới a đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=h(x)$. Suy ra phương trình $h(x)=0$ luôn có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$.

Khi đó,

+ Ta có $f\left(x\right)=x^3-6x^2+9x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

+ $f^2\left(x\right)=f\left(f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=0\\f\left(x\right)=3\end{array}\right.$. Theo trên, phương trình $f\left(x\right)=3$ có có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $\left(0;4\right)$. Nên phương trình $f^2\left(x\right)=0$ có $3+2$ nghiệm phân biệt.

+ $f^3\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^2\left(x\right)=0\\f^2\left(x\right)=3\end{array}\right.$.

$f^2\left(x\right)=0$ có $3+2$ nghiệm.

$f^2\left(x\right)=f\left(f\left(x\right)\right)=3$ có ba nghiệm dương $f\left(x\right)$ phân biệt thuộc khoảng $\left(0;4\right)$. Mỗi phương trình $f\left(x\right)=a$, với $a\in\left(0;4\right)$ lại có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $\left(0;4\right)$. Do đó phương trình $f^2\left(x\right)=3$ có tất cả 9 nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình $f^3\left(x\right)=0$ có 3^2+3+2 nghiệm phân biệt.

+ $f^4\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^3\left(x\right)=0\\f^3\left(x\right)=3\end{array}\right.$.

$f^3\left(x\right)=0$ có $9+3+2$ nghiệm.

$f^3\left(x\right)=f\left(f^2\left(x\right)\right)=3$ có ba nghiệm dương $f^2\left(x\right)$ phân biệt thuộc khoảng $\left(0;4\right)$. Mỗi phương trình $f^2\left(x\right)=b$, với $b\in\left(0;4\right)$ lại có 9 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $\left(0;4\right)$. Do đó phương trình $f^3\left(x\right)=3$ có tất cả 9.3 nghiệm phân biệt.

+ $f^5\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^4\left(x\right)=0\\f^4\left(x\right)=3\end{array}\right.$.

$f^4\left(x\right)=0$ có $3^3+9+3+2$ nghiệm.

$f^4\left(x\right)=f\left(f^3\left(x\right)\right)=3$ có ba nghiệm dương $f^3\left(x\right)$ phân biệt thuộc khoảng $\left(0;4\right)$. Mỗi phương trình $f^3\left(x\right)=c$, với $c\in\left(0;4\right)$ lại có 27 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $\left(0;4\right)$. Do đó phương trình $f^4\left(x\right)=3$ có tất cả 27.3 nghiệm phân biệt. Vậy $f^5\left(x\right)=0$ có $3^4+3^3+3^2+3+2=122$ nghiệm.

+ $f^6\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^5\left(x\right)=0\\f^5\left(x\right)=3\end{array}\right.$.

$f^5\left(x\right)=0$ có $3^4+3^3+3^2+3+2=122$ nghiệm.

$f^5(x) = f(f^4(x)) = 3$ có ba nghiệm dương $f^4(x)$ phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f^4(x) = c$, với $c \in (0;4)$ lại có 81 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^5(x) = 3$ có tất cả 81.3 nghiệm phân biệt.

Vậy $f^6(x)$ có $3^5 + 3^4 + 3^3 + 3^2 + 3 + 2 = 365$ nghiệm.

Câu 50. **[2D1-3]** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$ bằng

A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{22}{9}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{40}{9}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$ thì $\begin{cases} \Delta' > 0 & (1) \\ x_1 + 2x_2 = 1 & (2) \end{cases}$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow -2m^2 + 4m + 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{6}}{2} < m < \frac{2+\sqrt{6}}{2}$ $(*)$.

Mặt khác ta có $x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m}$ (3).

Từ (2) và (3) ta có $x_2 = \frac{2-m}{m}$.

Vì $y'(x_2) = 0 \Leftrightarrow m\left(\frac{2-m}{m}\right)^2 - 2(m-1).\frac{2-m}{m} + 3m - 6 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 8m + 4 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = \frac{2}{3} \end{array}\right.$ thỏa mãn $(*)$.

Vậy tổng bình phương các giá trị của m là: $2^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{40}{9}$.