

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 + x^2 + x + 1$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + 2(m+1)x - 1$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ.

Câu 4 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tìm môđun của số phức z .

b) Một lô hàng có hình thức các sản phẩm hoàn toàn giống nhau gồm 5 sản phẩm loại A, 4 sản phẩm loại B và 3 sản phẩm loại C. Cần chọn 4 sản phẩm tùy ý từ lô hàng này. Tính xác suất sao cho 4 sản phẩm được chọn thuộc không quá hai trong ba loại sản phẩm trên.

Câu 5 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x - 2 \sin x = 0$.

b) Giải phương trình: $3^x + 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - 4 = 0$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA_1 = 2a\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC_1 . Chứng minh $MB \perp MA_1$ và tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng (A_1BM) .

Câu 7 (1,0 điểm). Giải phương trình $x^3 + 6x^2 - 171x - 40(x+1)\sqrt{5x-1} + 20 = 0$ trên tập số thực.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4;1;3)$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d . Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho $AB = \sqrt{27}$.

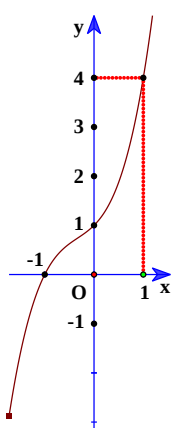
Câu 9 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 12, tâm I là giao điểm của đường thẳng $d_1: x - y - 3 = 0$ và $d_2: x + y - 6 = 0$. Trung điểm của một cạnh là giao điểm của d_1 với trục Ox . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + xy = 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 16 - (x + y + 1)(5 + xy)$.

--- Hết ---

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM									
1 (1,0đ)	• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: Ta có: $y' = 3x^2 + 2x + 1$; $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$	0.25									
	Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. - Cực trị: Hàm số không có cực trị - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0.25									
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$+\infty$	y'	+		y	$-\infty$	$+\infty$	0.25
	x	$-\infty$	$+\infty$								
y'	+										
y	$-\infty$	$+\infty$									
• Đồ thị: Đồ thị (C) của hàm số đi qua điểm $A(1;4)$ và cắt trục tung tại điểm $B(0;1)$. 	0.25										
2 (1,0đ)	Tập xác định: $\mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 2mx + 2m + 2$. Điều kiện cần: Để hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$ thì $y'(-1) = 0 \Leftrightarrow 3 + 2m + 2m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{4}$.	0.5									
	Điều kiện đủ: với $m = -\frac{5}{4}$ thì $y = x^3 + \frac{5}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{6} \end{cases}$	0.25									
	$y'' = 6x + \frac{5}{2} \Rightarrow y''(-1) = -\frac{7}{2} < 0$. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$. Vậy $m = -\frac{5}{4}$ không thỏa mãn. Không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0.25									

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
3 (1,0đ)	Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại $x = -1; x = 0$. Do đó $S = \int_{-1}^0 \left \frac{x+1}{x-2} \right dx$	0.25
	Ta có $S = \left \int_{-1}^0 \frac{x+1}{x-2} dx \right = \left \int_{-1}^0 \left(1 + \frac{3}{x-2} \right) dx \right $	0.25
	$= \left (x + 3 \ln x-2) \Big _{-1}^0 \right $	0.25
	$= \left 1 + 3 \ln \frac{2}{3} \right = 3 \ln \frac{3}{2} - 1$	0.25
4 (1,0đ)	a. Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$; Khi đó $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$ $\Leftrightarrow a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i \Leftrightarrow -a - 3b - (3a - 3b)i = 1 - 9i$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3a - 3b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$. Vậy môđun của số phức z là: $ z = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$	0.25
	b. Số cách chọn 4 sản phẩm từ 12 sản phẩm đã cho là $C_{12}^4 = 495$ cách. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 495$.	0.25
	Gọi biến cố A: "4 sản phẩm được chọn thuộc không quá 2 trong 3 sản phẩm đã cho". $\bar{A}$ là biến cố "4 sản phẩm được chọn thuộc cả 3 loại sản phẩm đã cho". $n(\bar{A}) = C_5^2 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 + C_5^1 \cdot C_4^2 \cdot C_3^1 + C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^2 = 120 + 90 + 60 = 270$. Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{270}{495} = \frac{5}{11}$.	0.25
5 (1,0đ)	a. $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x - 2 \sin x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin 3x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 3x = \sin x$ $\Leftrightarrow \sin \left(3x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin x$.	0.25
	Suy ra phương trình có các nghiệm: $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$; $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$ (với $k \in \mathbb{Z}$).	0.25
	b. Phương trình tương đương: $3^x + 3 \cdot \frac{1}{3^x} - 4 = 0$. Đặt $t = 3^x$, ($t > 0$) phương trình trở thành: $t^2 - 4t + 3 = 0$. Phương trình này có các nghiệm: $t = 1$ và $t = 3$.	0.25
	$t = 1, \Rightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$. $t = 3, \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$. Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 0; x = 1$.	0.25
6 (1,0đ)	$MA_1^2 = A_1C_1^2 + C_1M^2 = (2a)^2 + (a\sqrt{5})^2 = 9a^2$; , $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ = 7a^2$ $BM^2 = BC^2 + CM^2 = 7a^2 + (a\sqrt{5})^2 = 12a^2$;	0.25

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
	Suy ra: Hàm số $f(t) = t^3 - 3t$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ Với điều kiện $x \geq \frac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} x+2 > 1 \\ 2\sqrt{5x-1} + 3 > 1 \end{cases}$ Từ đó suy ra $(1) \Leftrightarrow x+2 = 2\sqrt{5x-1} + 3$	0.25
	$\Leftrightarrow x-1 = 2\sqrt{5x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 2x + 1 = 4(5x-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 22x + 5 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 11 \pm \sqrt{116} \end{cases} \Leftrightarrow x = 11 + \sqrt{116} \quad (t/m)$ Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm là: $x = 11 + \sqrt{116}$.	0.25
8 (1,0đ)	Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$ Vì $(P) \perp d$ nên (P) nhận $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$ làm VTPT	0.25
	Vậy PT mặt phẳng (P) là: $-2(x+4) + 1(y-1) + 3(z-3) = 0$ $\Leftrightarrow -2x + y + 3z - 18 = 0$	0.25
	Vì $B \in d$ nên $B(-1-2t; 1+t; -3+3t)$ $AB = \sqrt{27} \Leftrightarrow AB^2 = 27 \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (-6+3t)^2 = 27 \Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 9 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{3}{7} \end{cases}$ Vậy $B(-7; 4; 6)$ hoặc $B(-\frac{13}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{12}{7})$	0.25
9 (1,0đ)	Ta có: $d_1 \cap d_2 = I$. Toạ độ của I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x-y-3=0 \\ x+y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9/2 \\ y=3/2 \end{cases}$. Vậy $I(\frac{9}{2}; \frac{3}{2})$ Do vai trò A, B, C, D nên giả sử M là trung điểm cạnh $AD \Rightarrow M = d_1 \cap Ox$ Suy ra $M(3; 0)$	0.25
	Ta có: $AB = 2IM = 2\sqrt{\left(3-\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 3\sqrt{2}$ Theo giả thiết: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 12 \Leftrightarrow AD = \frac{S_{ABCD}}{AB} = \frac{12}{3\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ Vì I và M cùng thuộc đường thẳng $d_1 \Rightarrow d_1 \perp AD$ Đường thẳng AD đi qua $M(3; 0)$ và vuông góc với d_1 nhận $\vec{n}(1; 1)$ làm VTPT nên có PT: $1(x-3) + 1(y-0) = 0 \Leftrightarrow x+y-3=0$. Lại có: $MA = MD = \sqrt{2}$	0.25

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
	Toạ độ A, D là nghiệm của hệ PT: $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ \sqrt{(x - 3)^2 + y^2} = \sqrt{2} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 3 \\ (x - 3)^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 3 \\ (x - 3)^2 + (3 - x)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ x - 3 = \pm 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases} \cdot \text{Vậy } A(2; 1), D(4; -1)$	0.25
	Do $I\left(\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của AC suy ra: $\begin{cases} x_C = 2x_I - x_A = 9 - 2 = 7 \\ y_C = 2y_I - y_A = 3 - 1 = 2 \end{cases}$ Tương tự I cũng là trung điểm của BD nên ta có B(5; 4) Vậy toạ độ các đỉnh của hình chữ nhật là: (2; 1), (5; 4), (7; 2), (4; -1)	0.25
10 (1,0đ)	Đặt $t = x + y$. Ta có $x^2 + y^2 + xy = 3 \Leftrightarrow (x + y)^2 - xy = 3 \Leftrightarrow xy = (x + y)^2 - 3 = t^2 - 3.$ Suy ra $x^2 + y^2 = 3 - xy = 3 - t^2 + 3 = 6 - t^2.$ Lại có $4xy \leq (x + y)^2 = t^2 \Rightarrow t^2 \geq 4t^2 - 12 \Leftrightarrow t^2 \leq 4 \Leftrightarrow t \in [-2; 2]$	0.25
	Khi đó $A = 16 - (x + y + 1)(5 + xy) = 16 - (t + 1)(2 + t^2) = -t^3 - t^2 - 2t + 14, t \in [-2; 2]$	0.25
	Xét hàm số $f(t) = -t^3 - t^2 - 2t + 14, (t \in [-2; 2]) \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $[-2; 2]$.	0.25
	$\Rightarrow \min_{[-2; 2]} f(t) = f(2) = -2 \Rightarrow \min A = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1.$ $\max_{[-2; 2]} f(t) = f(-2) = 22 \Rightarrow \max A = 22 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = -2 \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = -1.$	0.25

--- Hết ---

Trên đây chỉ là lời giải vắn tắt và biểu điểm từng ý của bài. Học sinh cần lập luận đầy đủ mới cho điểm. Mọi các giải đúng khác đều được công nhận và cho đủ điểm của bài, ý đó. Điểm toàn bài là tổng điểm tất cả các câu, không làm tròn.

GIÁO VIÊN THẨM ĐỊNH

GIÁO VIÊN RA ĐỀ

Mai Duy Duân

Bùi Phú Tụ