

Câu 1: (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{x-1}$.

Câu 2: (1 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 + 2x - 7)e^x$ trên đoạn $[0; 3]$.

Câu 3: (1 điểm).

a. Tìm số phức z , biết z thỏa mãn $2z + |z| = 9 + 4i$.

b. Cho $a = \log_{49} 11$ và $b = \log_2 7$. Tính $P = \log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8}$, theo a và b .

Câu 4: (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^3 x \cos x) \sin x dx$.

Câu 5: (1 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 2), B(2; -2; 1), C(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho M cách đều ba điểm A, B, C .

Câu 6: (1 điểm).

a. Giải phương trình: $4\sin^2 x \cos x + \sin 3x = \sin(\pi + x)$.

b. Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng.

Câu 7: (1 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm O của hai đường chéo AC và BD .

Biết $SA = a\sqrt{2}, AC = 2a, SM = \frac{\sqrt{5}}{2}a$, với M là trung điểm cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC .

Câu 8: (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi D là điểm đối xứng của A qua C . M là hình chiếu vuông góc của D trên đường thẳng BC . Gọi $E(0; 2)$ là giao điểm của đường thẳng DM và AB , đường thẳng BD có phương trình $3x + y - 17 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết $\widehat{AMB} = 45^\circ$ và điểm B có tung độ âm.

Câu 9: (1 điểm). Giải bất phương trình: $\frac{(x^3 + 3x^2\sqrt{x+1})(3-x)}{2 + \sqrt{x+1}} \leq 4(x+1)(2\sqrt{x+1} - x - 1)$.

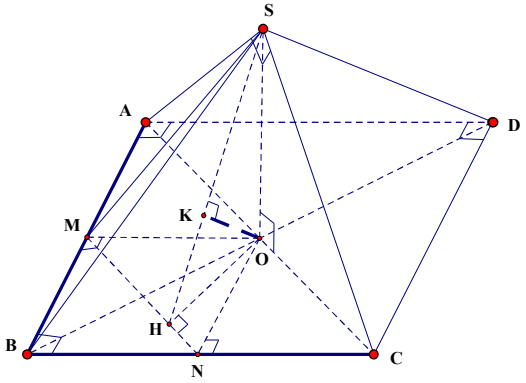
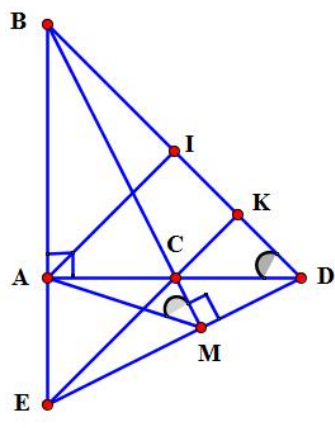
Câu 10: (1 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $Q = \frac{16}{\sqrt{x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2} + 1} + \frac{xy + yz + xz + 1}{x + y + z}$.

-----Hết-----

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm												
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$.	1.0												
	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$.	0,25												
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; tiệm cận ngang: $y = 1$. $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$.	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$1 \searrow$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty \searrow 1$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'		-	-	y	$1 \searrow$	$-\infty$	$+\infty \searrow 1$	0,25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'		-	-											
y	$1 \searrow$	$-\infty$	$+\infty \searrow 1$											
	Đồ thị: 	0,25												
2	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 + 2x - 7)e^x$ trên đoạn $[0; 3]$.	1,0												
	Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0; 3]$. Ta có $f'(x) = (2x + 2)e^x + (x^2 + 2x - 7)e^x = (x^2 + 4x - 5)e^x$	0,25												
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 4x - 5)e^x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5(l) \end{cases}$	0,25												
	$f(0) = -7; f(1) = -4e; f(3) = 8e^3$	0,25												
	Vậy $\max_{[0;3]} f(x) = f(3) = 8e^3; \min_{[0;3]} f(x) = f(1) = -4e$	0,25												

3		1,0
	<i>a. Tìm số phức z, biết z thỏa mãn $2z + z = 9 + 4i$</i>	0,5
	Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó phương trình trở thành: $2(a + bi) + \sqrt{a^2 + b^2} = 9 + 4i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + \sqrt{a^2 + b^2} = 9 \\ 2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + 4} = 9 - 2a \\ b = 2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \frac{9}{2} \\ 3a^2 - 36a + 77 = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{18 - \sqrt{93}}{3} \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow z = \frac{18 - \sqrt{93}}{3} + 2i.$	0,25
	<i>b. Cho $a = \log_{49} 11$ và $b = \log_2 7$. Tính $P = \log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8}$, theo a và b.</i>	0.5
	Ta có: $P = 3 \log_7 \frac{121}{8} = 3 \log_7 121 - 3 \log_7 8 = 6 \log_7 11 - 9 \log_7 2$	0,25
	$= 12 \log_{49} 11 - \frac{9}{\log_2 7} = 12a - \frac{9}{b}.$	0,25
4	<i>Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^3 x \cos x) \sin x dx$.</i>	1,0
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^3 x \cos x) \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos x dx = I_1 + I_2.$	0,25
	Ta có: $I_1 = -\cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$	0,25
	Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$ $\Rightarrow I_2 = \int_0^1 t^4 dt = \frac{t^5}{5} \Big _0^1 = \frac{1}{5}.$	0,25
	Vậy $I = 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}.$	0,25
5	<i>Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho M cách đều ba điểm A, B, C.</i>	1,0
	Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -1), \overrightarrow{AC} = (-2; -1; -1)$ $\Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 4; -8)$	0,25
	Phương trình mặt phẳng $(ABC): x + 2y - 4z + 6 = 0.$	0,25

	Nhận xét: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên tam giác ABC vuông tại A. Gọi Δ là đường thẳng qua trung điểm $I(0;-1;1)$ của cạnh BC và vuông góc với (ABC) thì: $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$	0,25
	Tọa độ điểm $M = \Delta \cap (P) \Rightarrow t = 2 \Rightarrow M(2;3;-7)$.	0,25
	* Cách khác: Gọi $M(a,b,c)$. Ta có: $\begin{cases} M \in (P) \\ MA = MB \\ MA = MC \end{cases}$ với $\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (-a;1-b;2-c) \\ \overrightarrow{MB} = (2-a;-2-b;1-c) \\ \overrightarrow{MC} = (-2-a;-b;1-c) \end{cases}$ Giải hệ trên ta được: $\begin{cases} 2a + 2b + c = 3 \\ 2a - 3b - c = 2 \\ 2a + b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow M(2;3;-7)$.	
6		1,0
	a. Giải phương trình: $4\sin^2 x \cos x + \sin 3x = \sin(\pi + x)$.	0,5
	Phương trình đã cho tương đương với: $4\sin^2 x \cos x + \sin 3x = -\sin x$ $\Leftrightarrow 4\sin^2 x \cos x + (\sin 3x + \sin x) = 0$ $\Leftrightarrow 4\sin^2 x \cos x + 2\sin 2x \cos x = 0$ $\Leftrightarrow 2\sin 2x(\sin x + \cos x) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x + \cos x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x = \frac{k\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.	0,25
	b. Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng.	0,5
	Gọi A: “Lấy được 4 quả cầu trong đó có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng”. Ta có: $n(\Omega) = C_{16}^4 = 1820$. Trường hợp 1: Lấy 1 quả đỏ, 3 quả xanh: $C_4^1 \cdot C_5^3 = 40$ (cách).	0,25
	Trường hợp 2: Lấy 1 quả đỏ, 1 quả vàng, 2 quả xanh: $C_4^1 \cdot C_7^1 \cdot C_5^2 = 280$ (cách). Trường hợp 3: Lấy 1 quả đỏ, 2 quả vàng, 1 quả xanh: $C_4^1 \cdot C_7^2 \cdot C_5^1 = 420$ (cách). $\Rightarrow n(A) = 40 + 280 + 420 = 740$ (cách). Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{740}{1820} = \frac{37}{91}$.	0,25

7	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm O của hai đường chéo AC và BD. Biết $SA = a\sqrt{2}, AC = 2a, SM = \frac{\sqrt{5}}{2}a$, với M là trung điểm cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC.	1,0
	Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = a$ $OM = \frac{a}{2} \Rightarrow BC = a, MA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow AB = a\sqrt{3}$ 	0,25
	Nên $S_{ABCD} = AB.BC = a^2\sqrt{3}$ Vậy: $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.	0,25
	Kẻ $MN \parallel AC, OH \perp MN, OK \perp SH$. Mà $MN \perp (SOH) \Rightarrow MN \perp OK \Rightarrow OK \perp (SMN)$ Nên: $d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(O, (SMN)) = OK$	0,25
	Ta có: $OH = \frac{2S_{OMN}}{MN} = \frac{2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{8}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow OK = d(AC, SM) = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.	0,25
8	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi D là điểm đối xứng của A qua C. M là hình chiếu vuông góc của D trên đường thẳng BC. Gọi $E(0;2)$ là giao điểm của đường thẳng DM và AB, đường thẳng BD có phương trình $3x + y - 17 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết $\widehat{AMB} = 45^\circ$ và điểm B có tung độ âm.	1,0
	Gọi I là trung điểm BD. Do tứ giác $ABDM$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm I đường kính BD $\Rightarrow \widehat{ADB} = \widehat{AMB} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ABD} = 45^\circ$ Gọi $\vec{n} = (a, b) \neq \vec{0}$ là vectơ pháp tuyến của AB. Ta có, $\cos 45^\circ = \frac{ 3a + b }{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{10}}$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{ 3a + b }{\sqrt{10} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2b \\ 2a = b \end{cases}$ 	0,25

	Với $a = -2b$, chọn $a = -2, b = 1$. Suy ra phương trình $AB: 2x - y + 2 = 0$. Ta có, $B = AB \cap BD \Rightarrow B(3; 8)$ (loại do $y_B < 0$). Với $2a = b$, chọn $a = 1, b = 2$. Suy ra phương trình $AB: x + 2y - 4 = 0$. Ta có, $B = AB \cap BD \Rightarrow B(6; -1)$.	0,25
	Vì $\begin{cases} CD \perp BE \\ EC \perp BD \end{cases} \Rightarrow C$ là trực tâm tam giác BDE. Phương trình EK qua E và vuông góc với $BD: x - 3y + 6 = 0$. Ta có, $K = EK \cap BD \Rightarrow K\left(\frac{9}{2}; \frac{7}{2}\right)$ và K là trung điểm $ID \Rightarrow \overrightarrow{BK} = 3\overrightarrow{KD} \Rightarrow D(4; 5)$	0,25
	Phương trình AC qua D và vuông góc với $AB: 2x - y - 3 = 0$. $A = AB \cap AC \Rightarrow A(2; 1)$ và C là trung điểm $AD \Rightarrow C(3; 3)$ Vậy $A(2; 1), B(6; -1), C(3; 3)$.	0,25
9	Giải bất phương trình: $\frac{(x^3 + 3x^2\sqrt{x+1})(3-x)}{2+\sqrt{x+1}} \leq 4(x+1)(2\sqrt{x+1} - x - 1).$	1.0
	Điều kiện: $x \geq -1$. Bất phương trình tương đương với $\frac{(x^3 + 3x^2\sqrt{x+1})(3-x)}{2+\sqrt{x+1}} - 4(x+1)\sqrt{x+1}\left[2 - \sqrt{(x+1)}\right] \leq 0.$ $\Leftrightarrow f(x) \leq 0.$ Xét hàm số $f(x) = \frac{(x^3 + 3x^2\sqrt{x+1})(3-x)}{2+\sqrt{x+1}} - 4(x+1)\sqrt{x+1}\left[2 - \sqrt{(x+1)}\right]$ trên $[-1, +\infty]$. Cho $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{(x^3 + 3x^2\sqrt{x+1})(3-x)}{2+\sqrt{x+1}} - 4(x+1)\sqrt{x+1}\left[2 - \sqrt{(x+1)}\right] = 0.$ $\Leftrightarrow \frac{(x^3 + 3x^2\sqrt{x+1})(3-x)}{2+\sqrt{x+1}} - \frac{4(x+1)\sqrt{x+1}(3-x)}{2+\sqrt{x+1}} = 0.$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x^3 + 3x^2\sqrt{x+1} - 4(x+1)\sqrt{x+1} = 0 \end{cases} \quad (*)$ Đặt $a = \sqrt{x+1}, a \geq 0$ thì pt (*) trở thành $x^3 + 3ax^2 - 4a^3 = 0$.	0,25
	$\Leftrightarrow (x-a)(x+2a)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = -2a \end{cases}$ Với $x = a \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Với $x = -2a \Leftrightarrow x = 2 - 2\sqrt{2}$.	0,25

	Bảng xét dấu: <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>$2 - 2\sqrt{2}$</td><td>$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr></table> Dựa vào bảng xét dấu suy ra tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \left[-1; \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right] \cup [3; +\infty).$	x	-1	$2 - 2\sqrt{2}$	$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$	3	$+\infty$	$f(x)$	$-$	0	$-$	0	$-$	0,25
x	-1	$2 - 2\sqrt{2}$	$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$	3	$+\infty$									
$f(x)$	$-$	0	$-$	0	$-$									
10	Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $Q = \frac{16}{\sqrt{x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2} + 1} + \frac{xy + yz + xz + 1}{x + y + z}.$	1,0												
	Ta có, $9 = (x^2 + y^2 + z^2)^2 = x^4 + y^4 + z^4 + 2(x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2)$. $\Rightarrow x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 = \frac{9 - (x^4 + y^4 + z^4)}{2}$ Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có: $x^4 + x + x \geq 3\sqrt[3]{x^6} = 3x^2.$ $y^4 + y + y \geq 3\sqrt[3]{y^6} = 3y^2.$ $z^4 + z + z \geq 3\sqrt[3]{z^6} = 3z^2.$ $\Rightarrow x^4 + y^4 + z^4 \geq 3(x^2 + y^2 + z^2) - 2(x + y + z) = 9 - 2(x + y + z).$	0,25												
	$\Rightarrow \frac{9 - (x^4 + y^4 + z^4)}{2} \leq x + y + z.$ Mặt khác, $xy + yz + zx = \frac{(x + y + z)^2 - 3}{2}.$ Khi đó, $P \geq \frac{16}{\sqrt{x + y + z + 1}} + \frac{(x + y + z)^2 - 1}{2(x + y + z)}.$	0,25												
	Đặt, $t = x + y + z \Rightarrow \sqrt{3} < t \leq 3$. Suy ra $P \geq \frac{16}{\sqrt{t + 1}} + \frac{t^2 - 1}{2t}.$ Xét hàm số $f(t) = \frac{16}{\sqrt{t + 1}} + \frac{t^2 - 1}{2t}$ với $t \in (\sqrt{3}; 3]$. Ta có, $f'(t) = -\frac{8}{(t + 1)\sqrt{t + 1}} + \frac{1}{2t^2} + \frac{1}{2} < 0, \forall t \in (\sqrt{3}; 3]$.	0,25												
	Suy ra $f(t)$ nghịch biến trên $(\sqrt{3}; 3] \Rightarrow f(t) \geq f(3) = \frac{28}{3}.$ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\frac{28}{3}$ đạt được khi $x = y = z = 1$.	0,25												

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1: (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Câu 2: (1 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m - 3)x + 5$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$.

Câu 3: (1 điểm).

a. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z , biết $(1 - 2i)z + 3 - i = (1 + i)\bar{z}$.

b. Cho hàm số $f(x) = x \cdot 5^x$. Giải phương trình: $25^x + f'(x) - x \cdot 5^x \cdot \ln 5 - 2 = 0$.

Câu 4: (1 điểm). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x - 1)e^x$ và $y = x - 1$.

Câu 5: (1 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(3; 0; -4)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng AB , tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) , viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng AB và vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 6: (1 điểm).

a. Giải phương trình: $\sin 2x + 4 = 8 \cos x + \sin x$.

b. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $A_{n+1}^2 - 2C_n^2 = 24$. Xác định hệ số x^{10} trong khai triển Niu-ton của nhị thức $\left(x - n\sqrt[3]{x}\right)^n$.

Câu 7: (1 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi I là trung điểm AB và H là giao điểm của BD với IC . Các mặt phẳng (SBD) và (SIC) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và IC .

Câu 8: (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp hình tròn tâm I và có đỉnh $C(2; -5)$. Trên cung nhỏ BC của đường tròn tâm I lấy điểm E và trên tia đối của tia EA lấy điểm M sao cho $EM = EC$. Tìm tọa độ đỉnh A , biết đỉnh B thuộc đường thẳng $d: y - 2 = 0$ và điểm $M(8; -3)$.

Câu 9: (1 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x^2 + x)\sqrt{x - y + 3} = 2x^2 + x + y + 1 \\ y^2 + 2y = (2x - 1)(4x^2 - 12y - 1)(\sqrt{y + 2} - 2) + 8 \end{cases}$$

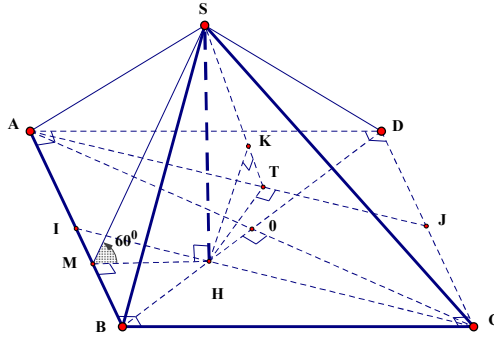
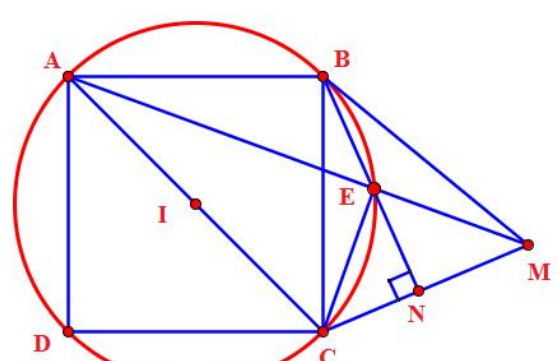
Câu 10: (1 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = 38$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:
$$P = \frac{x}{x^2 + yz + 19} - \frac{1}{4x(y + z)} + \frac{2}{25 - 5\sqrt{10(x + y + z)}}.$$

-----Hết-----

ur	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm																								
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.	1.0																								
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. Ta có $y' = 4x^3 - 4x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.	0,25																								
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1); (0; 1)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = -3$ và đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$, $y_{CT} = -4$.	0,25																								
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>-4</td><td>$\nearrow$</td><td>-3</td><td>$\searrow$</td><td>-4</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	0	+	y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																					
y'	-	0	+	0	-	0	+																			
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$																	
	Đồ thị	0,25																								
2	Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m - 3)x + 5$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 4$.	1,0																								
	Ta có $y' = 3x^2 - 4x + (m - 3)$. Hàm số có cực trị x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình $3x^2 - 4x + (m - 3) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.	0,25																								
	$\Leftrightarrow 4 - 3(m - 3) > 0 \Leftrightarrow m < \frac{13}{3}$.	0,25																								

	Theo đề bài, $x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{m-3}{3}\right) = 4$	0,25
	$\Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$ (nhận). Vậy $m = -\frac{1}{3}$ thỏa yêu cầu đề bài.	0,25
3		1,0
	<i>a. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z, biết $(1-2i)z + 3 - i = (1+i)\bar{z}$.</i>	0,5
	Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó: $(1-2i)(a+bi) + 3 - i = (1+i)(a-bi) \Leftrightarrow (b+3) + (-3a+2b-1)i = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b+3=0 \\ -3a+2b-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{7}{3} \\ b=-3 \end{cases}$	0,25
	Suy ra $\Rightarrow z = -\frac{7}{3} - 3i$. Vậy phần thực của z là $-\frac{7}{3}$ và phần ảo của z là -3 .	0,25
	<i>b. Cho hàm số $f(x) = x \cdot 5^x$. Giải phương trình: $25^x + f'(x) - x \cdot 5^x \cdot \ln 5 - 2 = 0$.</i>	0,5
	Ta có, Ta có: $f'(x) = 5^x + x \cdot 5^x \cdot \ln 5$. Khi đó: $25^x + f'(x) - x \cdot 5^x \cdot \ln 5 - 2 = 0 \Leftrightarrow 25^x + 5^x - 2 = 0$	0,25
	Đặt $t = 5^x$, $t > 0$. Phương trình trở thành: $t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-2 \end{cases} (1) \Leftrightarrow 5^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy phương trình có nghiệm là $x = 0$.	0,25
4	<i>Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x-1)e^x$ và $y = x-1$.</i>	1,0
	Phương trình hoành độ giao điểm: $(x-1)e^x = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$	0,25
	Do đó: $S = \int_0^1 \left (x-1)e^x - (x-1) \right dx = \left \int_0^1 (x-1)e^x - (x-1) dx \right $ $= \int_0^1 (1-x)(e^x - 1) dx$ (do $(x-1)e^x - (x-1) \leq 0$ trên $[0;1]$).	0,25
	Đặt $\begin{cases} u = 1-x \\ dv = (e^x - 1)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = e^x - x \end{cases}$. $\Rightarrow S = (1-x)(e^x - 1) \Big _0^1 + \int_0^1 (e^x - x) dx$	0,25
	$= -1 + \left(e^x - \frac{x^2}{2} \right) \Big _0^1 = e - \frac{5}{2}$.	0,25

5	Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(3; 0; -4)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng AB. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P), viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng AB và vuông góc với mặt phẳng (P).	1,0
	+ Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 1; -6) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 6t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$	0,25
	+ Gọi $M(1 + 2t; t - 1; 2 - 6t) = AB \cap (P)$. Ta có $M \in (P) \Rightarrow t = \frac{1}{6} \Rightarrow M\left(\frac{4}{3}; -\frac{5}{6}; 1\right)$.	0,25
	+ Gọi (Q) là mặt phẳng chứa AB và $\perp (P)$. Ta có: $\vec{n}_Q = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P] = (-10; -10; -5) = -5(2; 2; 1)$.	0,25
	+ Vậy phương trình của $(Q): 2x + 2y + z - 2 = 0$	0,25
6		1,0
	a. Giải phương trình: $\sin 2x + 4 = 8 \cos x + \sin x$.	0,5
	Phương trình đã cho tương đương với: $\Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x - 4) - (\sin x - 4) = 0$ $\Leftrightarrow (\sin x - 4)(2 \cos x - 1) = 0$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - 4 = 0 & (VN) \\ 2 \cos x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$ Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$.	0,25
	b. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $A_{n+1}^2 - 2C_n^2 = 24$. Xác định hệ số x^{10} trong khai triển Niu-tơn của nhị thức $(x - n\sqrt[3]{x})^n$.	0,5
	Theo giả thiết ta có phương trình: $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} - 2 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} = 24$ $\Leftrightarrow (n+1)n - n(n-1) - 24 = 0 \Leftrightarrow n = 12.$	0,25
	Số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_{12}^k x^{12-k} \cdot (-12\sqrt[3]{x})^k = C_{12}^k \cdot (-12)^k \cdot x^{12-\frac{2k}{3}}$. Theo giả thiết ta có: $12 - \frac{2k}{3} = 10 \Leftrightarrow k = 3$. Vậy hệ số của x^{10} là: $C_{12}^3 \cdot (-12)^3 = -380160$.	0,25

7	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Gọi I là trung điểm AB và H là giao điểm của BD với IC. Các mặt phẳng (SBD) và (SIC) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60°. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và IC.	1,0
	+ $SH \perp (ABCD)$. Ta có, $\widehat{(SAB), (ABCD)} = \widehat{SMH} = 60^\circ$ $S_{ABCD} = a^2$. 	0,25
	+ Ta có H là trọng tâm $\triangle ABC$ và $MH \parallel BC$ nên: $\frac{MH}{BC} = \frac{IH}{IC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MH = \frac{a}{3} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$ Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.	0,25
	+ Kẻ $AJ \parallel IC$, $HT \perp AJ$, $HK \perp ST \Rightarrow HK \perp (SAJ)$ Khi đó: $d(IC, SA) = d(IC, (SAJ)) = d(C, (SAJ))$ $= d(H, (SAJ)) = HK$.	0,25
	+ $S_{AICJ} = S_{ABCD} - 2S_{BIC} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow HT = \frac{S_{AICJ}}{CI} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. Suy ra $d(IC, SA) = HK = \frac{SH \cdot HT}{\sqrt{SH^2 + HT^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.	0,25
8	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp hình tròn tâm I và có đỉnh $C(2; -5)$. Trên cung nhỏ BC của đường tròn tâm I lấy điểm E và trên tia đối của tia EA lấy điểm M sao cho $EM = EC$. Tìm tọa độ đỉnh A, biết đỉnh B thuộc đường thẳng $d: y - 2 = 0$ và điểm $M(8; -3)$.	1,0
	Gọi N là trung điểm của MC $\Rightarrow N(5; -4)$. Vì $\widehat{AEC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CEM} = 90^\circ$. Do đó, tam giác CEM vuông cân tại E. Suy ra $\widehat{CEN} = \widehat{MEN} = \widehat{BEA} = 45^\circ$ $\Rightarrow \widehat{BEN} = 180^\circ \Rightarrow B, E, N$ thẳng hàng. 	0,25

	Phương trình BN qua N và vuông góc với $CM: 3x + y - 11 = 0$. Ta có, $B = BN \cap d \Rightarrow B(3; 2)$.	0,25
	Phương trình AB qua B và vuông góc với $BC: x + 7y - 17 = 0$. Ta có, $A(17 - 7a; a) \in AB$ và $AB = BC = \sqrt{50} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = 1 \end{cases}$	0,25
	Với $a = 3 \Rightarrow A(-4; 3)$. Với $a = 1 \Rightarrow A(10; 1)$ (loại do A, M nằm cùng phía đối với đường thẳng BC). Vậy $A(-4; 3)$.	0,25
9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x^2 + x)\sqrt{x - y + 3} = 2x^2 + x + y + 1 & (1) \\ y^2 + 2y = (2x - 1)(4x^2 - 12y - 1)(\sqrt{y + 2} - 2) + 8 & (2) \end{cases}$	1.0
	Điều kiện: $\begin{cases} x - y + 3 \geq 0 \\ y \geq -2 \end{cases} (*)$ $(1) \Leftrightarrow (x^2 + x)(\sqrt{x - y + 3} - 2) + x - y - 1 = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 + x) \frac{x - y - 1}{\sqrt{x - y + 3} + 2} + x - y - 1 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ \frac{x^2 + x}{\sqrt{x - y + 3} + 2} + 1 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 1 \\ \frac{x^2 + x + 2 + \sqrt{x - y + 3}}{\sqrt{x - y + 3} + 2} = 0 \end{cases} (3)$ Phương trình (3) vô nghiệm vì vế trái luôn dương với x, y thỏa (*).	0,25
	Với $y = x - 1$ thế vào phương trình (2), ta được: $x^2 - 9 = (2x - 1)(4x^2 - 12x + 11)(\sqrt{x + 1} - 2)$ $\Leftrightarrow (x - 3)(x + 3) = \frac{(2x - 1)(4x^2 + 12 + 11)(x - 3)}{\sqrt{x + 1} + 2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ (x + 3)(\sqrt{x + 1} + 2) = (2x - 1)(4x^2 - 12x + 11) \end{cases} (4)$	0,25
	Phương trình: $(4) \Leftrightarrow (\sqrt{x + 1} + 2)((\sqrt{x + 1})^2 + 2) = [(2x - 3) + 2][(2x - 3)^2 + 2]$. Xét hàm số $f(t) = (t + 2)(t^2 + 2)$ trên $R \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 4t + 2 > 0, \forall t \in R$. Nên $f(t)$ đồng biến trên R.	0,25
	Suy ra $\sqrt{x + 1} = 2x - 3 \Leftrightarrow x = \frac{13 + \sqrt{41}}{8} \Rightarrow y = \frac{5 + \sqrt{41}}{8}$. Kết hợp điều kiện suy ra hệ phương trình có 2 nghiệm $(3, 2), \left(\frac{13 + \sqrt{41}}{8}, \frac{5 + \sqrt{41}}{8}\right)$.	0,25

10	Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $x^2 + y^2 + z^2 = 38$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{x^2 + yz + 19} - \frac{1}{4x(y+z)} + \frac{2}{25 - 5\sqrt{10(x+y+z)}}$.	1,0
	Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có: $\frac{x}{x^2 + yz + 19} = \frac{2x}{2x^2 + 2yz + 38} = \frac{2x}{2x^2 + [x^2 + (y+z)^2]} \leq \frac{2x}{2x^2 + 2x(y+z)} = \frac{1}{x+y+z}.$ Mặt khác $x^2 + (y+z)^2 \geq 2x(y+z) \Leftrightarrow (x+y+z)^2 \geq 4x(y+z) \Leftrightarrow \frac{1}{4x(y+z)} \geq \frac{1}{(x+y+z)^2}.$	0,25
	Tiếp tục ta có được: $x+y+z+10 \geq 2\sqrt{10(x+y+z)} \Rightarrow 2\sqrt{10(x+y+z)} - 10 \leq x+y+z.$ $\Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{10(x+y+z)} - 10} \geq \frac{1}{x+y+z}$ $\Leftrightarrow \frac{2}{5\sqrt{10(x+y+z)} - 25} \geq \frac{4}{5(x+y+z)}$ $\Leftrightarrow \frac{2}{25 - 5\sqrt{10(x+y+z)}} \leq -\frac{4}{5(x+y+z)}$	0,25
	Suy ra $P = \frac{x}{x^2 + yz + 19} - \frac{1}{4x(y+z)} + \frac{2}{25 - 5\sqrt{10(x+y+z)}}$ $\leq \frac{1}{x+y+z} - \frac{1}{(x+y+z)^2} + \frac{2}{25 - 5\sqrt{10(x+y+z)}}$ $\leq \frac{1}{x+y+z} - \frac{1}{(x+y+z)^2} - \frac{4}{5(x+y+z)} = \frac{1}{100} - \left(\frac{1}{x+y+z} - \frac{1}{10} \right)^2 \leq \frac{1}{100}$	0,25
	Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là $\frac{1}{100}$ khi và chỉ khi, chẳng hạn $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$	0,25

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1: (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$.

Câu 2: (1 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$, biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x - y + 11 = 0$.

Câu 3: (1 điểm).

a. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)^2 z + \bar{z} = 5 + 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

b. Cho $\log_3 5 = a$. Tính $\log_{\sqrt{45}} 75$ theo a .

Câu 4: (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^3 \left[\frac{x+2}{\sqrt{x+1}} + \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right] dx$.

Câu 5: (1 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z = 0$ và điểm $I(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm của (S) và (P) .

Câu 6: (1 điểm).

a. Giải phương trình: $\sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 2\sin^3 x$.

b. Nhân dịp kỷ niệm ngày thành trường, một trường THPT ở Thành phố Cần Thơ chọn được 30 tiết mục văn nghệ để biểu diễn toàn trường, trong đó lớp 12A có 3 tiết mục. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai buổi biểu diễn, mỗi buổi 15 tiết mục. Tính xác suất để 3 tiết mục của lớp 12A được biểu diễn trong một buổi.

Câu 7: (1 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $BD = 2a$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAD) .

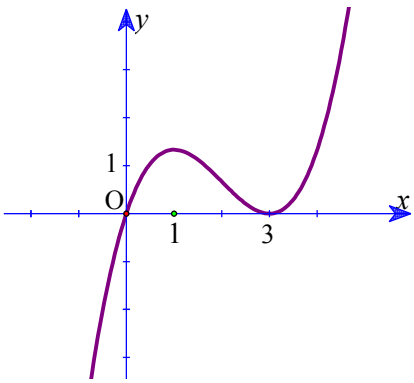
Câu 8: (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại B , $D(3, -1)$ là trung điểm của cạnh AC . Gọi E là một điểm nằm trên cạnh BC sao cho $CE = 3EB$ và $F\left(\frac{9}{5}, \frac{13}{5}\right)$ là giao điểm của AE và BD . Tìm các đỉnh của tam giác ABC , biết rằng E thuộc đường thẳng $x - y = 0$.

Câu 9: (1 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{y^4+2} = y - \sqrt[4]{x-1} \\ \sqrt{y} + \sqrt{3-y} + y + 2 = \sqrt{x-1} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

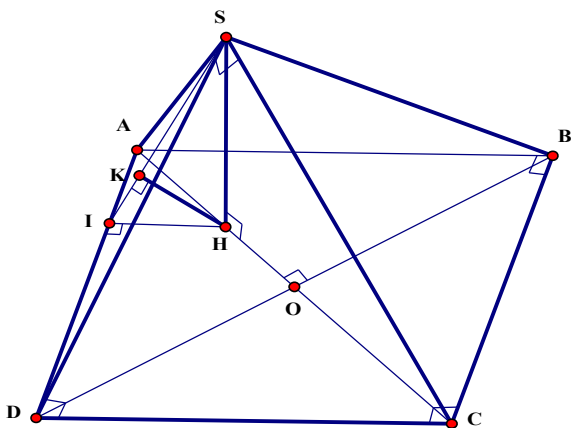
Câu 10: (1 điểm). Cho x, y và z là các số thực dương. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau:

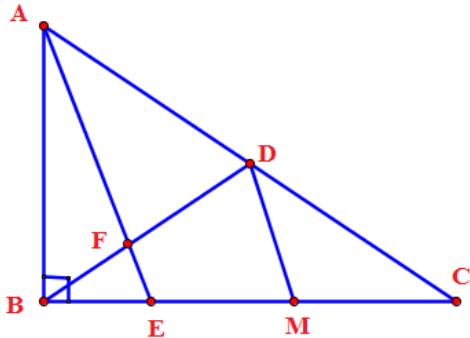
$$P = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{8z} + \frac{4z^2}{x} + \frac{175\sqrt{x^2+9}}{4(x+1)}.$$

-----Hết-----

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm																
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$.	1,0																
	Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y' = x^2 - 4x + 3$. $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$	0,25																
	Các khoảng đồng biến $(-\infty; 1), (3; +\infty)$; khoảng nghịch biến $(1; 3)$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3, y_{CT} = 0$; đạt cực đại tại $x = 1, y_{CD} = \frac{4}{3}$.	0,25																
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow \frac{4}{3}$</td><td>$\searrow 0$</td><td>$\nearrow +\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	$\nearrow \frac{4}{3}$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	0,25
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$														
y'	+	0	-	0	+													
y	$-\infty$	$\nearrow \frac{4}{3}$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$														
	Đồ thị: 	0,25																
2	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$, biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $d : 3x - y + 11 = 0$.	1,0																
	Tiếp tuyến song song với đường thẳng $d : y = 3x + 12 \Rightarrow y'(x_0) = 3$	0,25																
	$\Leftrightarrow \frac{3}{(x_0 + 1)^2} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$	0,25																
	Phương trình tiếp tuyến tại $A(0; -1) : y = 3x - 1$.	0,25																
	Phương trình tiếp tuyến tại $B(-2; 5) : y = 3x + 11$ (loại).	0,25																

3		1,0
	a. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)^2 z + \bar{z} = 5 + 4i$ Tìm phần thực và phần ảo của z. Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó: $(1+i)^2(a+bi) + (a-bi) = 5 + 4i \Leftrightarrow (a-2b) + (2a-b)i = 5 + 4i$. $\Leftrightarrow \begin{cases} a-2b=5 \\ 2a-b=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$. $\Rightarrow z = 1 - 2i$. Vậy phần thực của z là 1 và phần ảo của z là -2.	0,5
		0,25
	b. Cho $\log_3 5 = a$. Tính $\log_{\sqrt{45}} 75$ theo a.	0,5
	Ta có, $\log_{\sqrt{45}} 75 = 2 \log_{45} 75 = 2 \frac{\log_3 75}{\log_3 45} = 2 \frac{\log_3 (25 \cdot 3)}{\log_3 (5 \cdot 9)}$	0,25
	$= 2 \frac{\log_3 25 + \log_3 3}{\log_3 5 + \log_3 9} = 2 \frac{2 \log_3 5 + 1}{\log_3 5 + 2} = 2 \frac{2a + 1}{a + 2} = \frac{4a + 2}{a + 2}$.	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_0^3 \left[\frac{x+2}{\sqrt{x+1}} + \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \right] dx$.	1,0
	$I = \int_0^3 \frac{x+2}{\sqrt{x+1}} dx + \int_0^3 \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) dx = I_1 + I_2$.	0,25
	Đặt: $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2t dt$ $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 3 \Rightarrow t = 2$ Khi đó, $I_1 = \int_1^2 \frac{t^2+1}{t} \cdot 2t dt = 2 \left(\frac{t^3}{3} + t \right) \Big _1^2 = \frac{20}{3}$.	0,25
	$I_2 = \frac{2}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi x}{2} \Big _0^3 = -\frac{2}{\pi}$.	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{20}{3} - \frac{2}{\pi}$.	0,25
5	Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z = 0$ và điểm $I(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P). Tìm tọa độ tiếp điểm của (S) và (P).	1,0
	+ Bán kính mặt cầu: $R = d(I, (P)) = \sqrt{14}$.	0,25
	+ Phương trình mặt cầu: $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$.	0,25
	+ Gọi H là tọa độ tiếp điểm của (S) và (P) . Phương trình $IH: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$	0,25
	+ Tọa độ của H là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \\ x + 2y + 3z = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -1$. Vậy $H(0; 0; 0)$.	0,25

6		1,0
	b. a. Giải phương trình: $\sin x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 2\sin^3 x$.	0,5
	Phương trình đã cho tương đương với: $\sin x(1 - 2\sin^2 x) + \cos 2x = 0$ $\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 2x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x(\sin x + 1) = 0.$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \\ \sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$	0,25
	Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.	
	b. Nhân dịp kỷ niệm ngày thành trường, một trường THPT ở Thành phố Cần Thơ chọn được 30 tiết mục văn nghệ để biểu diễn toàn trường, trong đó lớp 12A có 3 tiết mục. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai buổi biểu diễn, mỗi buổi 15 tiết mục. Tính xác suất để 3 tiết mục của lớp 12A được biểu diễn trong một buổi.	0,5
	Gọi A: “Ba tiết mục của lớp 12A được biểu diễn trong một buổi”. Ta có: $n(\Omega) = C_{30}^{15}$. Trường hợp 1: Ba tiết mục lớp 12A biểu diễn buổi sáng: C_{27}^{12} (cách) Trường hợp 2: Ba tiết mục lớp 12A biểu diễn buổi chiều: C_{27}^{15} (cách) $\Rightarrow n(A) = C_{27}^{12} + C_{27}^{15}$	0,25
	Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{27}^{12} + C_{27}^{15}}{C_{30}^{15}} = \frac{13}{58}$.	0,25
7	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông, $BD = 2a$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAD).	1,0
	+ Ta có: $SH \perp (ABCD)$ và $SA = a; AH = \frac{SA^2}{AC} = \frac{a}{2}.$ Nên H là trung điểm OA và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.	0,25
		
	+ Ta có: $BD = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABCD} = 2a^2$. Nên $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.	0,25
	+ Ta có: $d(B, (SAD)) = d(C, (SAD)) = 4d(H, (SAD))$. Kẻ $HI \perp AD, HK \perp SI \Rightarrow HK \perp (SAD)$. Nên $d(B, (SAD)) = 4HK$.	0,25
	+ Ta có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. Vậy $d(B, (SAD)) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.	0,25

8	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại B, $D(3, -1)$ là trung điểm của cạnh AC. Gọi E là một điểm nằm trên cạnh BC sao cho $CE = 3EB$ và $F\left(\frac{9}{5}, \frac{13}{5}\right)$ là giao điểm của AE và BD. Tìm các đỉnh của tam giác ABC, biết rằng E thuộc đường thẳng $d: x - y = 0$.	1,0
	Từ D kẻ $DM \parallel AE, M \in BC \Rightarrow ME = MC$. Ta có, $\frac{BF}{FD} = \frac{BE}{EM} = \frac{2}{3}$. $\Rightarrow \overrightarrow{BF} = \frac{2}{3} \overrightarrow{FD} \Rightarrow B(1; 5)$. 	0,25
	Do $E \in d \Rightarrow E(a; a)$. Ta có $3\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EC} \Rightarrow C(4a - 3; 4a - 15)$. Vì D là trung điểm AC nên $A(9 - 4a; 13 - 4a)$.	0,25
	Ta có, $\overrightarrow{AB} = (4a - 8; 4a - 8)$, $\overrightarrow{BE} = (a - 1; a - 5)$ và $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BE} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 3 \end{cases}$	0,25
	Với $a = 2 \Rightarrow A(1; 5) \equiv B$ (loại). Với $a = 3 \Rightarrow A(-3; 1), C(9; -3)$. Vậy $A(-3; 1), B(1; 5), C(9; -3)$.	0,25
9	Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{y^4+2} = y - \sqrt[4]{x-1} \\ \sqrt{y} + \sqrt{3-y} + y + 2 = \sqrt{x-1} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$.	1,0
	Điều kiện: $x \geq 1, 0 \leq y \leq 3$. Phương trình (1) tương đương với: $\sqrt[4]{x-1} + \sqrt{\left(\sqrt[4]{x-1}\right)^4 + 2} = y + \sqrt{y^4 + 2}$.	0,25
	Xét hàm số $f(t) = \sqrt{t+1} + \sqrt[4]{t-1}$ với $t \in [0; +\infty) \Rightarrow f'(t) = 1 + \frac{2t^3}{\sqrt{t^4+2}} > 0, \forall t \geq 0$. Nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0, +\infty]$. Suy ra $y = \sqrt[4]{x-1}$. Thay vào phương trình (2), ta được, $\sqrt{y} + \sqrt{3-y} = y^2 - y - 2 \quad (3)$.	0,25
	Từ (3) suy ra $y^2 - y - 2 \geq 0$, kết hợp với điều kiện ban đầu suy ra $2 \leq y \leq 3$. (3) $\Leftrightarrow \left(\sqrt{y} - (y-1)\right) + \left(\sqrt{3-y} - (y-2)\right) = y^2 - 3y + 1$ Khi đó, $\Leftrightarrow \frac{-y^2 + 3y - 1}{\sqrt{y} + y - 1} + \frac{-y^2 + 3y - 1}{\sqrt{3-y} + y - 2} = y^2 - 3y + 1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 3y + 1 = 0 & (4) \\ \frac{-1}{\sqrt{y} + y - 1} + \frac{-1}{\sqrt{3-y} + y - 2} = 1 & (5) \end{cases}$	0,25

	Giải (4) và so điều kiện nhận được $y = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^4 + 1$. Phương trình (5) vô nghiệm vì vế trái luôn âm, còn vế phải luôn dương. Vậy hệ có nghiệm duy nhất $x = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^4 + 1, y = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.	0,25												
10	Cho x, y và z là các số thực dương. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $P = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{8z} + \frac{4z^2}{x} + \frac{175\sqrt{x^2 + 9}}{4(x + 1)}.$	1,0												
	Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta được: $\frac{x^2}{y} + y \geq 2x, \frac{y^2}{8z} + 2z \geq y$ và $\frac{4z^2}{x} + \frac{x}{4} \geq 2z$. Suy ra $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{8z} + \frac{4z^2}{x} \geq \frac{7}{4}x$.	0,25												
	Khi đó, $P \geq \frac{7}{4}\left(x + \frac{25\sqrt{x^2 + 9}}{x + 1}\right)$.	0,25												
	Xét hàm số $f(x) = \frac{7}{4}\left(x + \frac{25\sqrt{x^2 + 9}}{x + 1}\right)$ với $x > 0$. Ta có, $f'(x) = \frac{7}{4}\left(1 + \frac{25(x - 9)}{(x + 1)^2\sqrt{x^2 + 9}}\right)$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$. Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>—</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td colspan="3"> $\frac{203}{4}$ </td></tr></table>	x	0	4	$+\infty$	$f'(x)$	—	0	+	$f(x)$	$\frac{203}{4}$			0,25
x	0	4	$+\infty$											
$f'(x)$	—	0	+											
$f(x)$	$\frac{203}{4}$													
	Suy ra $P \geq f(x) \geq f(4) = \frac{203}{4}$. Kết luận: giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{203}{4}$, đạt được khi $x = y = 4z$.	0,25												

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1: (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$.

Câu 2: (1 điểm). Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 3: (1 điểm).

a. Tìm căn bậc hai của số phức: $z = \frac{1+9i}{1-i} - 5i$.

b. Giải phương trình: $4\log_9 x + \log_x 3 = 3$.

Câu 4: (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 2 \cos x) \cos x dx$.

Câu 5: (1 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , cắt trục Ox và song song với mặt phẳng (P) .

Câu 6: (1 điểm).

a. Giải phương trình: $\sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)$.

b. Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện $C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2} A_n^2 = 821$. Tìm hệ số của x^{31} trong khai triển Niu-ton của $\left(x + \frac{1}{x^2} \right)^n, (x \neq 0)$.

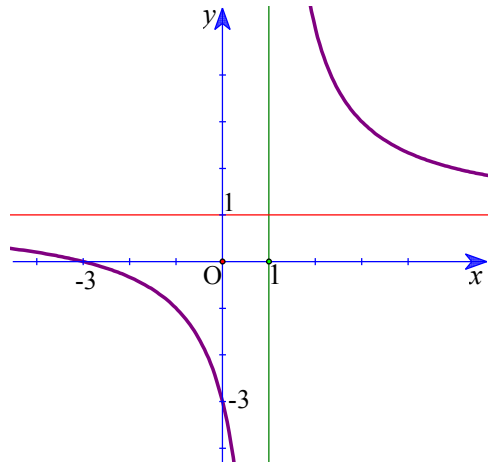
Câu 7: (1 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2a$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC và góc hợp bởi cạnh bên SB với đáy là 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) .

Câu 8: (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (I) có $AC > AB$. Gọi $D(5; 3)$ là chân đường phân giác trong góc A và $E(3; 7)$ là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AB = AE$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết (I) có phương trình $x^2 + y^2 - 7x - \frac{25}{2}y - \frac{3}{2} = 0$ và A có hoành độ âm.

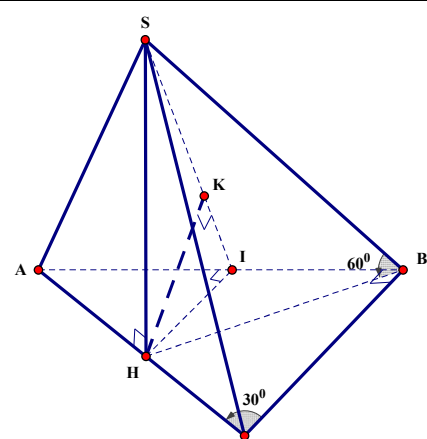
Câu 9: (1 điểm). Giải bất phương trình: $\frac{1}{\sqrt{-x-2}} - \frac{1}{\sqrt{x+4}} \leq 1 + \frac{1}{(x+4)(-x-2)}$.

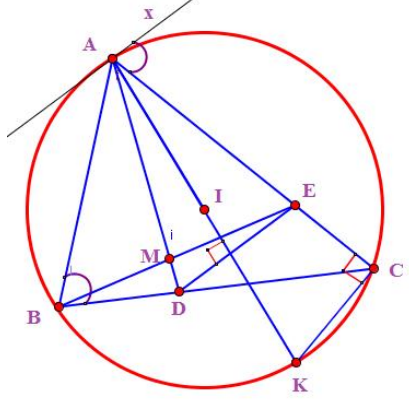
Câu 10: (1 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + ab + b^2 = c(a + b + c)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{(a+c)^2}{2a^2 + 2ac + c^2} + \frac{(b+c)^2}{2b^2 + 2bc + c^2} + \frac{ab}{(a+b)^2} + \frac{ab}{a^2 + 4ab + b^2}$.

-----Hết-----

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm												
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x + 3}{x - 1}$.	1,0												
	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $y' = \frac{-4}{(x - 1)^2} < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$	0,25												
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; tiệm cận ngang: $y = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$.	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>1 ↘</td><td></td><td>↘ 1</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'		-	-	y	1 ↘		↘ 1	0,25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'		-	-											
y	1 ↘		↘ 1											
	Đồ thị: 	0,25												
2	Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.	1,0												
	Ta có $y' = 3x^2 - 4x + m, y'' = 6x - 4$.	0,25												
	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 8 + m = 0 \\ 12 - 4 > 0 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow m = -4$.	0,25												

3		1,0
	<i>a. Tìm căn bậc hai của số phức: $z = \frac{1+9i}{1-i} - 5i$.</i>	0,5
	Ta có: $z = \frac{1+9i}{1-i} - 5i = \frac{(1+9i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} - 5i = \frac{-8+10i}{2} - 5i = -4 = (2i)^2$.	0,25
	Vậy z có hai căn bậc hai là $2i$ và $-2i$.	0,25
	<i>b. Giải phương trình: $4\log_9 x + \log_x 3 = 3$.</i>	0,5
	Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$. Bất phương trình đã cho tương đương với: $2\log_3 x + \frac{1}{\log_3 x} = 3$.	0,25
	Đặt $t = \log_3 x$. Phương trình trở thành: $2t + \frac{1}{t} = 3 \Leftrightarrow 2t^2 - 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \sqrt{3} \end{cases}$	0,25
	Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là: $x = 3$ và $x = \sqrt{3}$.	
4	<i>Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 2\cos x) \cos x dx$.</i>	1,0
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos^2 x dx = I_1 + I_2$.	0,25
	Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$	
	Khi đó, $I_1 = x \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$.	0,25
	$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x) dx = \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$.	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = \pi - 1$.	0,25
5	<i>Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, cắt trục Ox và song song với mặt phẳng (P).</i>	1,0
	Gọi trung điểm của đoạn AB là $I(2; 1; 2)$.	0,25
	Ta có véc tơ pháp tuyến của $(Q): \vec{n}_Q = \overrightarrow{AB} = (2; -2; 6) = 2(1; -1; 3)$.	
	Phương trình mặt phẳng trung trực của AB : $(Q): x - y + 3z - 7 = 0$.	0,25

	Gọi $B(a;0;0)$ là giao điểm của d và trục Ox . Ta có $\overrightarrow{AB} = (a-1;-2;1)$, $\vec{n}_p = (2;-1;-1)$. Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_p = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.	0,25
	Vậy: $\vec{u}_d = \overrightarrow{AB} = \left(-\frac{1}{2};-2;1\right) \Rightarrow d: \frac{x-1}{-\frac{1}{2}} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.	0,25
6		1,0
	<i>a. Giải phương trình: $\sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.</i>	0,5
	Phương trình đã cho tương đương với: $\sin \left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$.	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{6} = 2x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{6} = \pi - \left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$	0,25
	<i>b. Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện $C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2}A_n^2 = 821$. Tìm hệ số của x^{31} trong khai triển Niu-ton của $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n, (x \neq 0)$.</i>	0,5
	Điều kiện: $n \geq 2$. Ta có, $C_n^n + C_n^{n-1} + \frac{1}{2}A_n^2 = 821 \Leftrightarrow 1 + n + \frac{1}{2} \frac{n!}{(n-2)!} = 821$ $\Leftrightarrow n^2 + n - 1640 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 40 & (n) \\ n = -41 & (l) \end{cases}.$	0,25
	Số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_{40}^k \cdot x^{40-k} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$. Theo giả thiết ta có: $40 - 3k = 31 \Leftrightarrow k = 3$. Vậy hệ số của x^{31} trong khai triển là: $C_{40}^3 = 9880$.	0,25
7	<i>Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = 2a, \widehat{ACB} = 30^\circ$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt đáy là trung điểm của cạnh AC và góc hợp bởi cạnh bên SB với đáy là 60°. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB).</i>	1,0
	Ta có: $\widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{SBH} = 60^\circ$. + $AB = AC \cdot \sin 30^\circ = a$ + $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$. $\Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$	 0,25

	$+ BH = \frac{AC}{2} = a \Rightarrow SH = BH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$ Vậy: $V_{SABC} = \frac{a^3}{2}.$	0,25
	$+ \text{Kẻ } HI \perp AB, HK \perp SI \Rightarrow HK \perp (SAB).$ Khi đó: $d(C, (SAB)) = 2d(H, (SAB)) = 2HK.$	0,25
	$+ \text{Ta có: } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SH^2} \text{ với } HI = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$ $\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{15}}{5} \Rightarrow d(C, (SAB)) = \frac{2a\sqrt{15}}{5}.$	0,25
8	<i>Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (I) có $AC > AB$. Gọi $D(5; 3)$ là chân đường phân giác trong góc A và $E(3; 7)$ là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AB = AE$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC biết (I) có phương trình $x^2 + y^2 - 7x - \frac{25}{2}y - \frac{3}{2} = 0$ và A có hoành độ âm.</i>	1,0
	Ta có, $\triangle ABD = \triangle AED$ (c-c-c). $\Rightarrow \widehat{ABD} = \widehat{AED}$ (1) Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn (I) tại A. Ta có $\widehat{ABD} = \widehat{CAx}$ (2) Từ (1), (2) suy ra $\widehat{CAx} = \widehat{AED}$ $\Rightarrow DE \parallel Ax$ mà $Ax \perp AI \Rightarrow DE \perp AI$ 	0,25
	Đường thẳng AI qua I và vuông góc với DE nên có phương trình: $x - 2y + 9 = 0.$ Ta có, $A = AI \cap (I) \Rightarrow$ tọa độ điểm A thỏa hệ: $\begin{cases} x - 2y + 9 = 0 \\ x^2 + y^2 - 7x - \frac{25}{2}y - \frac{3}{2} = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow A(-3; 3)$ và $K\left(10; \frac{19}{2}\right)$ (vì $x_A < 0$).	0,25
	Đường thẳng AC qua A và E nên có phương trình: $2x - 3y + 15 = 0.$ Đường thẳng KC qua K và vuông góc với AC có phương trình: $3x + 2y - 49 = 0.$ Ta có $C = AC \cap KC \Rightarrow C(9; 11).$	0,25
	Đường thẳng AD qua A và D nên có phương trình: $y - 3 = 0.$ Đường thẳng BE qua E và vuông góc AD nên có phương trình: $x - 3 = 0.$ Gọi $M = AD \cap BE \Rightarrow M(3; 3)$. Vì M là trung điểm BE nên suy ra $B(3; -1).$ Vậy $A(-3; 3), B(3; -1), C(9; 11).$	0,25

9	Giải bất phương trình : $\frac{1}{\sqrt{-x-2}} - \frac{1}{\sqrt{x+4}} \leq 1 + \frac{1}{(x+4)(-x-2)}$.	1,0										
	Điều kiện: $x \in (-4, -2)$. Bất phương trình tương đương với: $\frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{-x-2}}{\sqrt{x+4}\sqrt{-x-2}} - \frac{(x+4)(-x-2)+1}{(x+4)(-x-2)} \leq 0$.	0,25										
	Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{-x-2}}{\sqrt{x+4}\sqrt{-x-2}} - \frac{(x+4)(-x-2)+1}{(x+4)(-x-2)}$ trên $(-4, -2)$. Cho $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{-x-2}}{\sqrt{x+4}\sqrt{-x-2}} - \frac{(x+4)(-x-2)+1}{(x+4)(-x-2)} = 0$ (1) Đặt $t = \sqrt{x+4} - \sqrt{-x-2}$ thì $t' = \frac{1}{2\sqrt{x+4}} + \frac{1}{2\sqrt{-x-2}} > 0, \forall x \in (-4, -2)$. Suy ra $t(-4) < t < t(-2) \Leftrightarrow -\sqrt{2} < t < \sqrt{2}$.	0,25										
	Khi đó phương trình (1) trở thành: $t^4 + 2t^3 - 4t^2 - 4t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \text{ (L)} \\ t^3 - 4t + 4 = 0 \text{ (2)} \end{cases}$. Phương trình (2) vô nghiệm vì vế trái luôn dương với mọi $t \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$. Suy ra phương trình (1) vô nghiệm.	0,25										
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-4</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr></table> Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = (-4, -2)$.	x	$-\infty$	-4	-2	$+\infty$	$f(x)$		+	-	+	0,25
x	$-\infty$	-4	-2	$+\infty$								
$f(x)$		+	-	+								
10	Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + ab + b^2 = c(a + b + c)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{(a+c)^2}{2a^2 + 2ac + c^2} + \frac{(b+c)^2}{2b^2 + 2bc + c^2} + \frac{ab}{(a+b)^2} + \frac{ab}{a^2 + 4ab + b^2}$.	1,0										
	Với $x, y > 0$ và $xy < 1$ thì $\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \leq \frac{2}{1+xy} \Leftrightarrow \frac{(xy-1)(x-y)^2}{(1+x^2)(1+y^2)(1+xy)} \leq 0 \text{ (luôn đúng)}.$	0,25										
	Ta có: $\frac{(a+c)^2}{2a^2 + 2ac + c^2} + \frac{(b+c)^2}{2b^2 + 2bc + c^2} = \frac{1}{1+\left(\frac{a}{a+c}\right)^2} + \frac{1}{1+\left(\frac{b}{b+c}\right)^2} \leq \frac{2}{1+\frac{ab}{(a+c)(b+c)}}.$ Đặt $t = \frac{(a+c)(b+c)}{ab} = \frac{ab + c(a+b+c)}{ab} = \frac{(a+b)^2}{ab} \geq 4$.	0,25										
	Khi đó: $P \leq f(t) = \frac{2t}{t+1} + \frac{1}{t} + \frac{1}{t+2}, f'(t) = \frac{2}{(t+1)^2} - \frac{1}{t^2} - \frac{1}{(t+2)^2} < 0, \forall t \geq 4$.	0,25										
	Suy ra $P \leq f(t) \leq f(4) = \frac{121}{60}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{121}{60}$, đạt được khi $a = b = c$.	0,25										

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng

Câu 1: (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

Câu 2: (1 điểm). Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - mx + 1$. Tìm m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3: (1 điểm).

a. Cho số phức z thỏa mãn $z\bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 5 + 12i$. Tìm mô đun của z .

b. Giải bất phương trình: $9^{x-1} - 8.3^{x-2} - 1 \geq 0$.

Câu 4: (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x + e^{-x} + 2} dx$.

Câu 5: (1 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2,1,0), B(0,3,4)$ và $C(5,6,7)$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

Câu 6: (1 điểm).

a. Giải phương trình: $\sin 2x - \sin x = 2 - 4 \cos x$.

b. Tính tổng $S = C_{4n}^1 + C_{4n}^3 + C_{4n}^5 + \dots + C_{4n}^{2n-1}$ với n là số nguyên dương.

Câu 7: (1 điểm). Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = a, AB = BC = 2a, \widehat{ABC} = 120^\circ$ và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

Câu 8: (1 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi E là điểm đối xứng của D qua A và H là hình chiếu vuông góc của D lên đường thẳng BE . Đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE có phương trình $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$, đường thẳng AH có phương trình $3x - 4y - 17 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật đã cho, biết đường thẳng AD đi qua $M(7; 2)$ và E có tung độ âm.

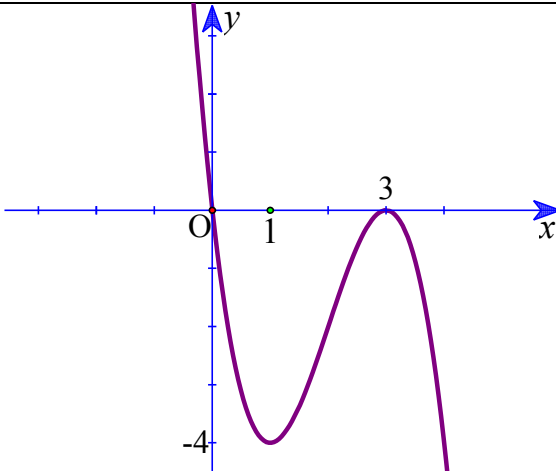
Câu 9: (1 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (\sqrt{x^2+1}+x)(y-\sqrt{y^2-1})=1 \\ (\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2-1})^2+8\sqrt{y-x+3}=17 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10: (1 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 5(a + b + c) - 2ab$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = a + b + c + 48 \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a+10}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+c}} \right)$.

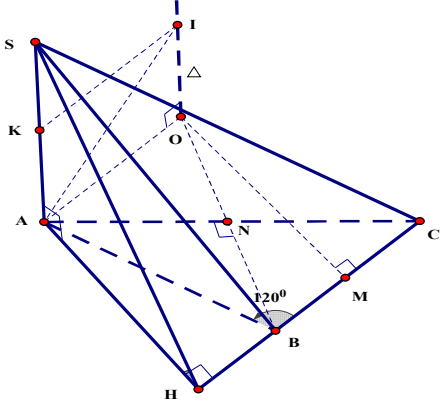
-----**Hết**-----
Cán bộ coi thi không giải thích đề thi!

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm																					
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.	1.0																					
	Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y' = -3x^2 + 12x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$	0,25																					
	Các khoảng nghịch biến $(-\infty; 1), (3; +\infty)$; khoảng đồng biến $(1; 3)$. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = -4$; đạt cực đại tại $x = 3, y_{CD} = 0$.	0.25																					
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>$\searrow$</td><td>-4</td><td>$\nearrow$</td><td>0</td><td>$\searrow$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	y	$+\infty$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$	0.25
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$																			
y'		-	0	+	0	-																	
y	$+\infty$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$															
	Đồ thị: 	0,25																					
2	Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - mx + 1$. Tìm m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.	1,0																					
	Ta có, $y' = -3x^2 + 6x - m$. Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.	0,25																					
	$\Leftrightarrow -3x^2 + 6x - m \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}.$	0,25																					
	$\Leftrightarrow 9 - 3m \leq 0.$	0,25																					
	$\Leftrightarrow m \geq 3.$	0,25																					

3		1,0
	a. Cho số phức z thỏa mãn $z\bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 5 + 12i$. Tìm mô đun của z.	0,5
	Đặt $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó phương trình trở thành, $a^2 + b^2 + 6bi = 5 + 12i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 5 \\ 6b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 1 \\ b = 2 \end{cases}$.	0,25
	Suy ra số phức z cần tìm là: $z = 1 + 2i$; $z = -1 + 2i$. - Với $z = 1 + 2i$. Phần thực bằng 1, phần ảo bằng 2. - Với $z = -1 + 2i$. Phần thực bằng -1, phần ảo bằng 2.	0,25
	b. Giải bất phương trình: $9^{x-1} - 8 \cdot 3^{x-2} - 1 \geq 0$.	0,5
	Bất phương trình đã cho tương đương với: $\frac{9^x}{9} - 8 \frac{3^x}{9} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 \geq 0$. (1) Đặt $t = 3^x$, $t > 0$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow t^2 - 8t - 9 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -1 \\ t \geq 9 \end{cases}$	0,25
	So với điều kiện $t > 0$, suy ra $t \geq 9 \Leftrightarrow 3^x \geq 9 \Leftrightarrow x \geq 2$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $[2; +\infty)$.	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x + e^{-x} + 2} dx$.	1,0
	Đặt $t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$, $x = \ln 2 \Rightarrow t = 2$.	0,25
	Khi đó: $I = \int_1^2 \frac{tdt}{t^2 + 2t + 1} = \int_1^2 \frac{tdt}{(t+1)^2} = \int_1^2 \frac{dt}{t+1} - \int_1^2 \frac{dt}{(t+1)^2}$.	0,25
	$= \left(\ln t+1 + \frac{1}{t+1} \right) \Big _1^2$	0,25
	$= \ln\left(\frac{3}{2}\right) - \frac{1}{6}$.	0,25
5	Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2,1,0)$, $B(0,3,4)$ và $C(5,6,7)$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.	1,0
	Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1;2;2)$.	0,25
	Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của . Khi đó, mặt phẳng (P) : $\begin{cases} \text{qua } I(1;2;2) \\ (P) \perp AB \Rightarrow \vec{n}_P = \vec{AB} = (-2;2;4) \end{cases}$	0,25

	Phương trình mặt phẳng $(P) : -x + y + 2z - 5 = 0$.	0,25
	Ta có, $d(C, (P)) = \frac{ -5 + 6 + 14 - 5 }{\sqrt{1 + 1 + 4}} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$.	0,25
6		1,0
	a. Giải phương trình: $\sin 2x - \sin x = 2 - 4 \cos x$.	0,5
	Phương trình đã cho tương đương với: $\Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x + 2) - (\sin x + 2) = 0.$ $\Leftrightarrow (\sin x + 2)(2 \cos x - 1) = 0.$	0,25
	$\Leftrightarrow 2 \cos x - 1 = 0 \text{ (do } \sin x + 2 > 0 \text{)}.$ $\Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}.$ Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.	0,25
	b. Tính tổng $S = C_{4n}^1 + C_{4n}^3 + C_{4n}^5 + \dots + C_{4n}^{2n-1}$ với n là số nguyên dương.	0,5
	Xét khai triển: $(1+x)^{4n}$ ta có: $(1+x)^{4n} = C_{4n}^0 + C_{4n}^1 x^1 + C_{4n}^2 x^2 + C_{4n}^3 x^3 + \dots + C_{4n}^{4n-1} x^{4n-1} + C_{4n}^{4n} x^{4n}.$ Cho $x = 1$, ta được: $2^{4n} = C_{4n}^0 + C_{4n}^1 + C_{4n}^2 + C_{4n}^3 + \dots + C_{4n}^{4n-1} + C_{4n}^{4n} \quad (1)$ Cho $x = -1$, ta được: $0 = C_{4n}^0 - C_{4n}^1 + C_{4n}^2 - C_{4n}^3 + \dots - C_{4n}^{4n-1} + C_{4n}^{4n} \quad (2)$	0,25
	Trừ vế với vế của phương trình (1) và (2) ta được: $2(C_{4n}^1 + C_{4n}^3 + \dots + C_{4n}^{4n-1}) = 2^{4n}$ $\Leftrightarrow C_{4n}^1 + C_{4n}^3 + \dots + C_{4n}^{4n-1} = 2^{4n-1}$ $\Leftrightarrow (C_{4n}^1 + C_{4n}^3 + \dots + C_{4n}^{2n-1}) + \dots + (C_{4n}^{2n} + \dots + C_{4n}^{4n-1}) = 2^{4n-1}$ $\Leftrightarrow 2(C_{4n}^1 + C_{4n}^3 + \dots + C_{4n}^{2n-1}) = 2^{4n-1}$ $\Leftrightarrow C_{4n}^1 + C_{4n}^3 + \dots + C_{4n}^{2n-1} = 2^{4n-2}$ Vậy $S = 2^{4n-2}$.	0,25

7	Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = a, AB = BC = 2a, \widehat{ABC} = 120^\circ$ và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.	1,0
	+ Kẻ $AH \perp BC$, mà $SA \perp BC \Rightarrow BC \perp SH$ $\Rightarrow (\widehat{SBC}, \widehat{ABC}) = \widehat{SHA}$. 	0,25
	Ta có, $\sin \widehat{ABH} = \sin 60^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = a\sqrt{3}$. $\Rightarrow \tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SHA} = 30^\circ$.	0,25
	Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp ABC, dựng đường thẳng Δ qua O và $\Delta \perp (ABC)$. Dựng trung trực của cạnh SA cắt Δ tại I. Khi đó: $IA = IB = IC = IS = R$ là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.	0,25
	Ta có, $\tan \widehat{MBO} = \tan 60^\circ = \frac{MO}{MB} \Rightarrow MO = a\sqrt{3} = AH$ $\Rightarrow HMOA$ là hình chữ nhật. $\Rightarrow OA = HM = HB + BM = a + a = 2a$. $\Rightarrow R = IA = \sqrt{OA^2 + AK^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.	0,25
8	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi E là điểm đối xứng của D qua A và H là hình chiếu vuông góc của D lên đường thẳng BE. Đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE có phương trình $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$, đường thẳng AH có phương trình $3x - 4y - 17 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật đã cho, biết đường thẳng AD đi qua $M(7; 2)$ và E có tung độ âm.	1,0

	Gọi K là trực tâm tam giác BDE. Suy ra tứ giác $AEHK$ và $AHBD$ là các tứ giác nội tiếp có tâm lần lượt là J và N. $\Rightarrow AH \perp JN \Rightarrow EI \perp AH$.		0,25
	Đường thẳng EI qua $I(4;1)$ và vuông góc với AH có phương trình: $4x + 3y - 17 = 0$. Ta có, $E = EI \cap (C) \Rightarrow$ tọa độ điểm E thỏa hệ: $\begin{cases} 4x + 3y - 17 = 0 \\ (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 25 \end{cases}$ $\Rightarrow E(7; -3)$ hoặc $E(1; 5)$ (loại vì $y_E < 0$).		0,25
	Đường thẳng AD qua M và E nên có phương trình: $x - 7 = 0$. Ta có $A = AD \cap AH \Rightarrow A(7,1) \Rightarrow D(7,5)$.		0,25
	Đường thẳng AB qua A và vuông góc với AD nên có phương trình: $y - 1 = 0$. Ta có, $B = AB \cap (C)$. Suy ra tọa độ điểm B thỏa hệ: $\begin{cases} y - 1 = 0 \\ (x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(-1; 1) \Rightarrow C(-1; 5) \\ B(9; 1) \Rightarrow C(9; 5) \end{cases}$ Vậy $A(7;1), B(-1;1), C(-1;5), D(7;5)$. $A(7;1), B(9;1), C(9;5), D(7;5)$.		0,25
9	Giải hệ phương trình $\begin{cases} (\sqrt{x^2 + 1} + x)(y - \sqrt{y^2 - 1}) = 1 & (1) \\ (\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 - 1})^2 + 8\sqrt{y - x + 3} = 17 & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$		1.0
	Điều kiện: $y^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y \leq -1 \\ y \geq 1 \end{cases} \Rightarrow y \pm \sqrt{y^2 - 1} \neq 0$. Khi đó phương trình (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} + x = y + \sqrt{y^2 - 1} \Leftrightarrow y - x = \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 - 1} \quad (3)$ $\Rightarrow (y - x)^2 = (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{y^2 - 1})^2 \Rightarrow xy = \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 - 1)}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} xy \geq 0 \\ x^2 y^2 = (x^2 + 1)(y^2 - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy \geq 0 \\ y^2 - x^2 = 1 \end{cases}$		0,25

	Do đó (3) trở thành: $y - x = \frac{x^2 - y^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 - 1}}.$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 - 1} = \frac{1}{y - x} \Rightarrow \begin{cases} y - x > 0 \\ y - x \leq 1 \end{cases}$ Thay vào (2) ta được: $\frac{1}{(y - x)^2} + 8\sqrt{y - x + 3} = 17 \quad (4)$	0,25
	Đặt: $a = y - x \Rightarrow 0 < a \leq 1$. Khi đó $(4) \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + 8\sqrt{a + 3} = 17 \quad (*)$ Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{t^2} + 8\sqrt{t + 3}$ trên $(0; 1]$. Ta có, $f'(t) = \frac{2(2t^3 - \sqrt{t + 3})}{t^3\sqrt{t + 3}}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$ Suy ra $f(t) \geq f(1) = 17, \forall t \in (0; 1]$. Do đó, phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $a = 1$.	0,25
	Suy ra $\begin{cases} y - x = 1 \\ y^2 - x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}.$ Vậy nghiệm của hệ phương trình đã cho là: $(0; 1)$.	0,25
10	<i>Cho a, b, c là các số thực dương và thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 5(a + b + c) - 2ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = a + b + c + 48\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a + 10}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b + c}}\right).$</i>	1,0
	Từ giả thiết ta suy ra $5(a + b + c) = (a + b)^2 + c^2 \geq \frac{(a + b + c)^2}{2}.$ Suy ra $0 < a + b + c \leq 10.$ Mặt khác, ta lại có $2\sqrt{12(a + 10)} \leq a + 22$ và $3\sqrt[3]{8.8.(b + c)} \leq b + c + 16.$ Suy ra $\frac{12}{2\sqrt{12(a + 10)}} + \frac{12}{3\sqrt[3]{8.8.(b + c)}} \geq \frac{12}{a + 22} + \frac{12}{b + c + 16} \geq \frac{48}{a + b + c + 38}.$	0,25
	Khi đó, $P \geq a + b + c + \frac{2304}{a + b + c + 38}.$ Đặt $t = a + b + c + 38 \Rightarrow 0 < t \leq 48.$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t - 38 + \frac{2304}{t}$ với $t \in (0, 48] \Rightarrow f'(t) = \frac{t^2 - 2304}{t^2} \leq 0, \forall t \in (0, 48].$ Suy ra $f(t)$ nghịch biến trên $(0, 48].$	0,25
	Do đó $f(t) \geq f(48) = 58.$ Vậy $\min P = 58$, đạt được khi $a = 2, b = 3$ và $c = 5.$	0,25

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại giao điểm của (C) với đường thẳng $d: y = x - 2$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a. Giải phương trình $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$.

b. Cho số phức z thỏa mãn $3(z+1) = 4\bar{z} + i(7-i)$. Tính môđun của số phức z .

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e x(5\sqrt{x} + \ln x) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 2), B(0; 1; 1), C(1; 0; 4)$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t, \\ z = 3 - t \end{cases} t \in \mathbb{R}$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm tọa độ giao điểm của d với

mặt phẳng (ABC) .

Câu 6 (1,0 điểm)

a. Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$. Tính $A = \frac{1 + \cot \alpha}{1 - \cot \alpha}$.

b. Tổ 1 lớp 12A1 có 12 học sinh gồm có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ, trong đó An là tổ trưởng còn Hoa là tổ phó. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong tổ để tham gia hoạt động tập thể của trường nhân dịp ngày thành lập đoàn 26 tháng 03. Tính xác suất để sao cho nhóm học sinh được chọn có 3 học sinh nam và hai học sinh nữ trong đó phải nhất thiết có bạn An hoặc bạn Hoa nhưng không có cả hai (An là học sinh nam, Hoa là học sinh nữ).

Câu 7. (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , cạnh đáy $AB = 2a$ và góc $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Mặt phẳng $(C'AB)$ tạo với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và CB' .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $B(0; 4)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD , đường AM đi qua điểm $E(5; 3)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông biết điểm N có tung độ âm và nằm trên đường thẳng $d: x - 2y - 6 = 0$.

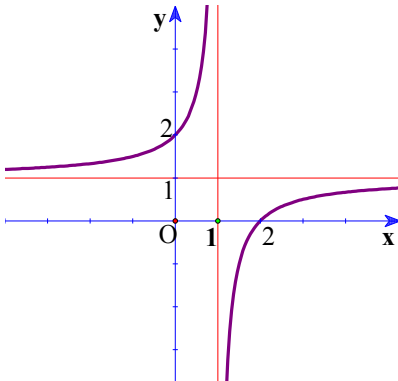
Câu 9 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} (\sqrt{x^2+1}+1)(x^2-y^3+3y-2)=4x^2 \\ (x^2+y^2)^2=x^2+2y-1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x+y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{4x^2 + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{4y^2 + \frac{1}{y^2}} - \left(\frac{x}{x^2+1} + \frac{y}{y^2+1} \right).$$

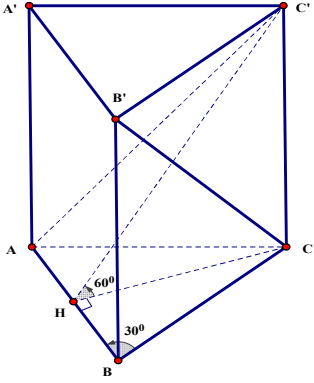
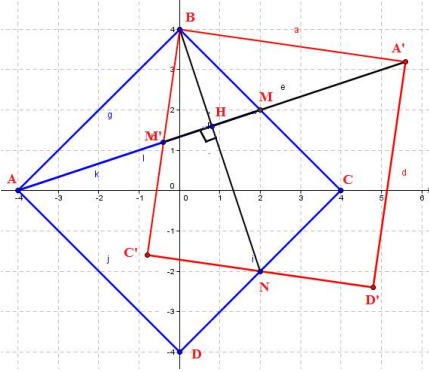
----- **Hết** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm												
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x - 2}{x - 1}$.	1,0												
	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $y' = \frac{1}{(x - 1)^2} > 0, \forall x \in D$. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$	0,25												
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; tiệm cận ngang: $y = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$1 \nearrow +\infty$</td><td></td><td>$-\infty \nearrow 1$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'		+	+	y	$1 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 1$	0,25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'		+	+											
y	$1 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 1$											
	Đồ thị: 	0,25												
2	Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại giao điểm của (C) với đường thẳng $d : y = x - 2$.	1,0												
	Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 1 = x - 2$ $\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 3 \end{cases}$	0,25												
	Ta có $y' = 3x^2 - 6x$. Phương trình tiếp tuyến tại $A(1; -1) : y = -3x + 2$.	0,25												
	Phương trình tiếp tuyến tại $B(-1; -3) : y = 9x + 6$.	0,25												
	Phương trình tiếp tuyến tại $C(3; 1) : y = 9x - 26$.	0,25												

3		1,0
	a. Giải phương trình $2^{2+x} - 2^{2-x} = 15$.	0,5
	Phương trình đã cho tương đương với: $4 \cdot 2^x - \frac{4}{2^x} = 15 \Leftrightarrow 4 \cdot (2^x)^2 - 15 \cdot 2^x - 4 = 0$.	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = -\frac{1}{4} \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$ Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2$.	0,25
	b. Cho số phức z thỏa mãn $3(z + 1) = 4\bar{z} + i(7 - i)$. Tính môđun của số phức z	0,5
	Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).	
	Ta có: $3(a + bi + 1) = 4(a - bi) + i(7 - i) \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 3 = 1 + 4a \\ 3b = 7 - 4b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$	0,25
	Vậy $z = 2 + i \Rightarrow z = \sqrt{5}$.	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_1^e x(5\sqrt{x} + \ln x) dx$.	1,0
	$I = \int_1^e 5x\sqrt{x} dx + \int_1^e x \ln x dx = I_1 + I_2.$	0,25
	$I_1 = \int_1^e 5x^{\frac{3}{2}} dx = 5 \frac{2x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} \Big _1^e = 2e^2\sqrt{e} - 2.$	0,25
	$I_2 = \int_1^e x \ln x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$ Khi đó, $I_2 = \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}.$	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = 2e^2\sqrt{e} - 2 + \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = 2e^2\sqrt{e} + \frac{e^2}{4} - \frac{7}{4}.$	0,25
5	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 2), B(0; 1; 1), C(1; 0; 4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 - t \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm tọa độ giao điểm của d với mặt phẳng (ABC).	1,0
	Ta có VTPT của mặt phẳng (ABC) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = -(1; 4; 1).$	0,25
	Phương trình mặt phẳng $(ABC): x + 4y + z - 5 = 0.$	0,25

	Gọi $M = d \cap (ABC)$. Suy ra tọa độ M thỏa hệ: $\begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \\ x + 4y + z - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ x = 3 \\ y = -1 \\ z = 6 \end{cases}$	0,25
	Vậy $M(3; -1; 6)$.	0,25
6		1,0
	<i>a. Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$. Tính $A = \frac{1 + \cot \alpha}{1 - \cot \alpha}$.</i>	0,5
	Ta có: $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \frac{9}{16}$. $\Rightarrow \cot \alpha = \pm \frac{3}{4}$. Do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\cot \alpha = \frac{3}{4}$.	0,25
	Vậy $A = \frac{1 + \cot \alpha}{1 - \cot \alpha} = \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = 7$.	0,25
	<i>b. Tổ 1 lớp 12A1 có 12 học sinh gồm có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ, trong đó An là tổ trưởng còn Hoa là tổ phó. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong tổ để tham gia hoạt động tập thể của trường nhân dịp ngày thành lập đoàn 26 tháng 03. Tính xác suất để sao cho nhóm học sinh được chọn có 3 học sinh nam và hai học sinh nữ trong đó phải nhất thiết có bạn An hoặc bạn Hoa nhưng không có cả hai (An là học sinh nam, Hoa là học sinh nữ).</i>	0,5
	Gọi A: “Chọn được nhóm 5 học sinh có An hoặc Hoa nhưng không có cả hai”. Ta có: $n(\Omega) = C_{12}^5 = 792$. - Trường hợp 1: Chọn được 5 học sinh có An nhưng không có Hoa. + Chọn 2 học sinh nam từ 6 học sinh nam còn lại: C_6^2 (cách chọn). + Chọn 2 học sinh nữ trong 4 học sinh nữ còn lại: C_4^2 (cách chọn).	0,25
	- Trường hợp 2: Chọn được 5 học sinh có Hoa nhưng không có An. + Chọn 3 học sinh nam từ 6 học sinh nam còn lại: C_6^3 (cách chọn). + Chọn 1 học sinh nữ trong 4 học sinh nữ còn lại: C_4^1 (cách chọn). $\Rightarrow n(A) = C_6^2.C_4^2 + C_6^3.C_4^1 = 90 + 80 = 170$ (cách chọn). Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{170}{792} = \frac{85}{396}$.	0,25

7	Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC tam giác cân tại C, cạnh đáy $AB = 2a$ và $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Mặt phẳng $(C'AB)$ tạo với đáy (ABC) một góc 60°. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và CB'.	1,0
	Kẻ $CH \perp AB$, mà $AB \perp CC' \Rightarrow AB \perp C'H$ $\Rightarrow (\widehat{(C'AB), (ABC)}) = \widehat{CHC'} = 60^\circ$ Ta có, $S_{ABC} = \frac{1}{2}CH.AB = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$ 	0,25
	Ta có: $HC = HB.\tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $CC' = HC.\tan 60^\circ = a$ $\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.CC' = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.	0,25
	+ Chọn hệ tọa độ sao cho: $H(0;0;0), B(a;0;0)$, $A(-a;0;0); C\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{3}; 0\right); B'(a;0;a), C'\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{3}; a\right)$. • $\overrightarrow{AC'} = a\left(1; \frac{\sqrt{3}}{3}; 1\right)$ • $\overrightarrow{CB'} = a\left(1; -\frac{\sqrt{3}}{3}; 1\right)$ $\Rightarrow [\overrightarrow{AC'}; \overrightarrow{CB'}] = a^2\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}; 0; -\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.	0,25
	• $\overrightarrow{AC} = a\left(1; \frac{\sqrt{3}}{3}; 0\right) \Rightarrow d(AC'; CB') = \frac{[\overrightarrow{AC'}; \overrightarrow{CB'}] \overrightarrow{AC}}{[\overrightarrow{AC'}; \overrightarrow{CB'}]} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.	0,25
8	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $B(0;4)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CD, đường AM đi qua điểm $E(5;3)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông biết điểm N có tung độ âm và nằm trên đường thẳng $d: x - 2y - 6 = 0$.	1,0
	Ta có, $\triangle ABM = \triangle BCN \Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CBN}$ mà $\widehat{MAB} + \widehat{AMB} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{HBM} + \widehat{HMB} = 90^\circ$ hay $AM \perp BN$ 	0,25

	Đặt $BM = a \Rightarrow AB = 2a$. Ta có, $\Delta BHM \sim \Delta BCN \Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{BM}{BN}$ $\Rightarrow BH = \frac{BM \cdot BC}{BN} = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \overrightarrow{BH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BN}$. Do $N \in d \Rightarrow N(2n+6; n) \Rightarrow H\left(\frac{4n+12}{5}; \frac{2n+12}{5}\right)$. Ta có, $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{EH} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -2 \\ n = \frac{33}{10} \end{cases} \text{ (loại)} \Rightarrow N(2; -2) \Rightarrow H\left(\frac{4}{5}; \frac{8}{5}\right)$	0,25
	Đường thẳng AM đi qua E và H có phương trình : $x - 3y + 4 = 0$. Ta có, $BN = 2\sqrt{10} \Rightarrow BM = 2\sqrt{2}$. Do $M \in AM \Rightarrow M(3a-4; a)$ và $BM = 2\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow M(2; 2) \\ a = \frac{6}{5} \Rightarrow M\left(-\frac{2}{5}; \frac{6}{5}\right) \end{cases}$	0,25
	Với $M(2; 2) \Rightarrow C(4; 0), D(0; -4), A(-4; 0)$. Với $M\left(-\frac{2}{5}; \frac{6}{5}\right) \Rightarrow C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{8}{5}\right), D\left(\frac{24}{5}; -\frac{12}{5}\right), A\left(\frac{28}{5}; \frac{16}{5}\right)$.	0,25
9	Giải hệ phương trình $\begin{cases} \left(\sqrt{x^2+1}+1\right)(x^2-y^3+3y-2)=4x^2 & (1) \\ (x^2+y^2)^2=x^2+2y-1 & (2) \end{cases} \quad (x, y \in R).$	1,0
	Phương trình (2) $\Leftrightarrow (x^2+y^2)^2 - (x^2+y^2) = -(y-1)^2 \leq 0$. Suy ra $0 \leq x^2+y^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x, y \leq 1$.	0,25
	Xét $x = 0$ thì hpt $\Leftrightarrow \begin{cases} -y^3+3y-2=0 \\ y^4=2y-1 \end{cases} \Leftrightarrow y=1$. Suy ra $(0, 1)$ là một nghiệm của hpt.	0,25
	Xét $x \neq 0$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow x^2 - y^3 + 3y - 2 = 4\left(\sqrt{x^2+1}-1\right)$ $\Leftrightarrow x^2 + 1 - 4\sqrt{x^2+1} + 3 = y^3 - 3y + 2$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2+1}-3\right) = (y+2)(y-1)^2 \quad (3)$	0,25
	Với $-1 \leq x, y \leq 1$ và $x \neq 0$ thì VT (3) < 0, còn VP (3) ≥ 0 nên phương trình (3) vô nghiệm. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(0, 1)$.	0,25
10	Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{4x^2 + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{4y^2 + \frac{1}{y^2}} - \left(\frac{x}{x^2+1} + \frac{y}{y^2+1}\right).$	1,0
	Áp dụng BĐT Cauchy – Schwarz ta có, $\sqrt{4x^2 + \frac{1}{x^2}} + \sqrt{4y^2 + \frac{1}{y^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{5}}\left(2x + \frac{2}{x}\right) + \frac{1}{\sqrt{5}}\left(2y + \frac{2}{y}\right) = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$	0,25

$\geq \frac{4}{\sqrt{5}} \left(\sqrt{xy} + \frac{1}{\sqrt{xy}} \right) = \frac{4}{\sqrt{5}} \left(4\sqrt{xy} + \frac{1}{\sqrt{xy}} - 3\sqrt{xy} \right) \geq \frac{4}{\sqrt{5}} \left(2\sqrt{4\sqrt{xy} \cdot \frac{1}{\sqrt{xy}}} - \frac{3}{2} \right) = 2\sqrt{5}$ Đặt $A = \frac{x}{x^2 + 1} + \frac{y}{y^2 + 1} = \frac{x}{\left(x^2 + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4}} + \frac{y}{\left(y^2 + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4}} \leq \frac{x}{x + \frac{3}{4}} + \frac{y}{y + \frac{3}{4}} = \frac{4x}{4x + 3} + \frac{4y}{4y + 3}$	0,25
Mặt khác: $\frac{4x}{4x + 3} + \frac{4y}{4y + 3} = 2 - 3 \left(\frac{1}{4x + 3} + \frac{1}{4y + 3} \right) \leq 2 - 3 \frac{4}{4x + 4y + 6} = \frac{4}{5}.$ $\Rightarrow -A \geq -\frac{4}{5}$	0,25
Khi đó, $P \geq 2\sqrt{5} - \frac{4}{5}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = \frac{1}{2}$ và $P_{\min} = 2\sqrt{5} - \frac{4}{5}$	0,25

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1: (1 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 2: (1 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ trên đoạn $[0; 4]$.

Câu 3: (1 điểm)

a. Giải bất phương trình: $\log_4 x \cdot \log_4 (4x) \geq 2$.

b. Cho số phức z thỏa mãn $3(z + 1 - i) = 2i(\bar{z} + 2)$. Tìm môđun của số phức $w = z + iz + 5$.

Câu 4: (1 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(2 \sin x + \cos x) dx$.

Câu 5: (1 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1, 1, -1)$, $B(1, 1, 1)$, $C(0, 1, -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 9 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với (P) tại H . Viết phương trình mặt cầu có đường kính là CH .

Câu 6: (1 điểm)

a. Cho $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{5} \cos \alpha - 5 \sin 2\alpha$.

b. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển của biểu thức: $\left(2x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)^8$, với $x > 0$.

Câu 7: (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ tâm O . Mặt bên (SAD) là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc hợp bởi cạnh bên SC và mặt phẳng (SAD) là 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và góc hợp bởi hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$.

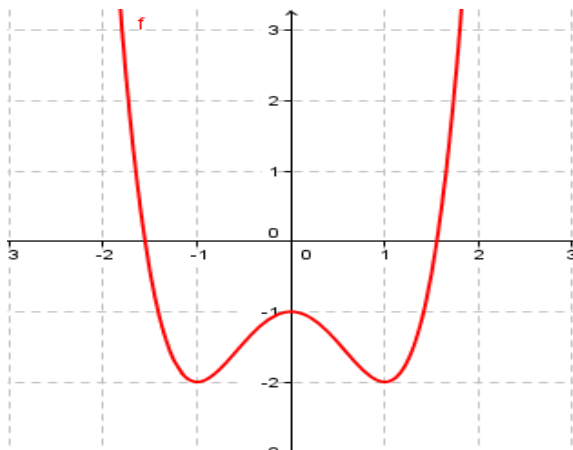
Câu 8: (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ và đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d để từ M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB (với A, B là hai tiếp điểm) sao cho diện tích tam giác MAB bằng $\frac{15\sqrt{3}}{4}$.

Câu 9: (1 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x - y - 1)\sqrt{y} + (y - 1)\sqrt{x - y} = x - 2 \\ 5x + 2y^2 + 4y + 1 = (x - y + 6)\sqrt{(x^2 + y + 2)y} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10: (1 điểm) Tìm m để phương trình sau có đúng 2 nghiệm thực:

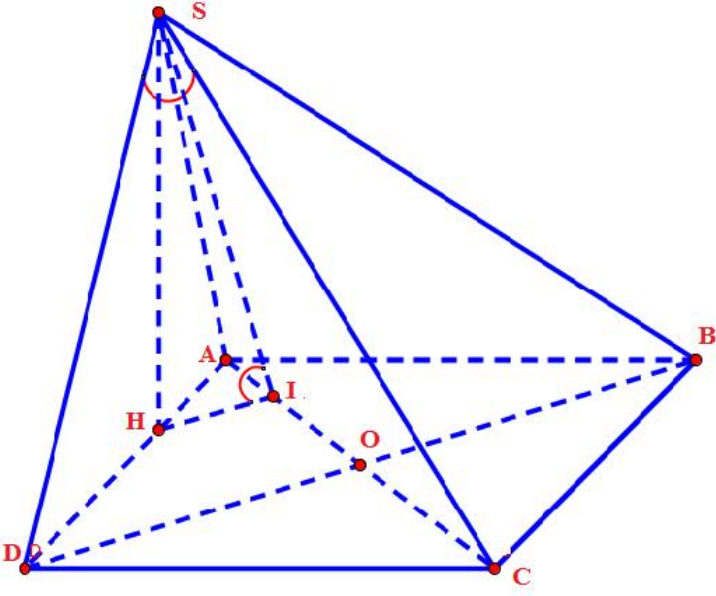
$$\sqrt{5x^2 + (m + 14)x + 4m + 9} = \sqrt{x^2 - x - 20} + 5\sqrt{x + 1}.$$

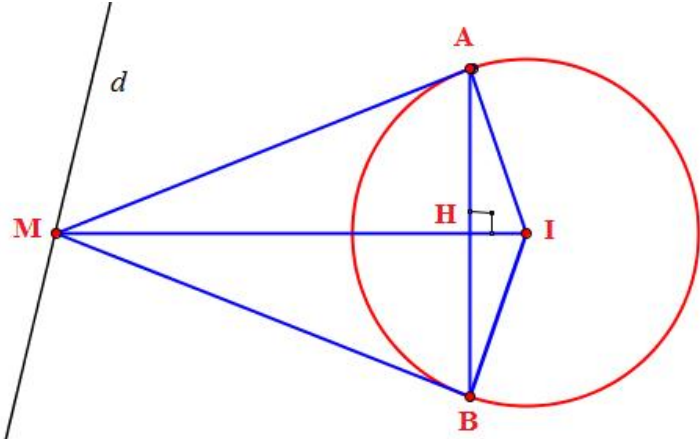
-----**Hết**-----
Cán bộ coi thi không giải thích đề thi !

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm																										
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$.	1.0																										
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$																											
	- Các khoảng đồng biến $(-1; 0); (1; +\infty)$, các khoảng nghịch biến $(-\infty; -1); (0; 1)$ - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = -1$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = -2$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0.25																										
	Bảng biến thiên:<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>-2</td><td>$\nearrow$</td><td>-1</td><td>$\searrow$</td><td>-2</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	0	+		y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$	0.25
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																							
y'		-	0	+	0	-	0	+																				
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$																			
	Đồ thị:	0,25																										
2	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ trên đoạn $[0; 4]$.	1,0																										
	Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0; 4]$. Ta có $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}, \forall x \in [0, 4]$.	0,25																										

	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}} = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0, 4].$	0,25
	Ta có, $f(0) = \sqrt{3}$; $f(1) = \sqrt{2}$; $f(4) = \sqrt{11}$	0,25
	Vậy $\max_{[0;4]} f(x) = f(4) = \sqrt{11}$; $\min_{[0;4]} f(x) = f(1) = \sqrt{2}$.	0,25
3		1,0
	a. Giải bất phương trình: $\log_4 x \cdot \log_4 (4x) \geq 2$.	0,5
	Điều kiện: $x > 0$. Bất phương trình đã cho tương đương với: $\log_4^2 x + \log_4 x - 2 \geq 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 x \leq -2 \\ \log_4 x \geq 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{16} \\ x \geq 4 \end{cases}$ Kết hợp điều kiện, ta được tập nghiệm $S = \left(0; \frac{1}{16}\right] \cup [4; +\infty)$.	0,25
	b. Cho số phức z thỏa mãn $3(z+1-i) = 2i(\bar{z}+2)$. Tìm môđun của số phức $w = z + iz + 5$.	0,5
	Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) Phương trình tương đương: $(3a+3) + (3b-3)i = 2b + (2a+4)i$. $\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+3 = 2b \\ 2a+4 = 3b-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$	0,25
	Vậy $z = 1 + 3i \Rightarrow w = 3 + 4i \Rightarrow w = 5$.	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(2\sin x + \cos x) dx$.	1,0
	Đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = (2\sin x + \cos x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -2\cos x + \sin x \end{cases}$	0,25
	Khi đó, $I = x(-2\cos x + \sin x) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2\cos x - \sin x) dx$	0,25
	$= \frac{\pi}{2} + (2\sin x + \cos x) \Big _0^{\frac{\pi}{2}}$	0,25
	$= \frac{\pi}{2} + 1$	0,25

5	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(1,1,-1)$, $B(1,1,1)$, $C(0,1,-1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 9 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua trung điểm M của AB và vuông góc với (P) tại H. Viết phương trình mặt cầu có đường kính là CH.	1,0
	M là trung điểm AB nên $M(1;1;0)$. Do d đi qua M và vuông góc với (P) nên có phương trình: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases}$	
	Tọa độ H là nghiệm ứng với tham số t của phương trình: $(1+t) - 2(1-2t) + 2(2t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{8}{9} \Rightarrow H\left(\frac{1}{9}; \frac{25}{9}; -\frac{16}{9}\right).$	0,25
	Ta có $R = \frac{CH}{2} = \frac{\sqrt{34}}{6}$. Tâm I của mặt cầu là trung điểm $CH \Rightarrow I\left(\frac{1}{18}; \frac{17}{9}; -\frac{25}{18}\right)$.	0,25
	Phương trình mặt cầu: $\left(x - \frac{1}{18}\right)^2 + \left(y - \frac{17}{9}\right)^2 + \left(z + \frac{25}{18}\right)^2 = \frac{17}{18}$.	0,25
6		1,0
	a. Cho $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{5}\cos \alpha - 5\sin 2\alpha$.	0,5
	$\tan \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ (vì } -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0).$	
	$\Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \sin 2\alpha = -\frac{4}{5} \Rightarrow A = 6.$	0,25
	b. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển của biểu thức: $\left(2x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}\right)^8$ với $x > 0$.	0,5
	Số hạng tổng quát của khai triển là: $T_{k+1} = C_8^k (2x^2)^{8-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{-\frac{1}{2}k} = C_8^k 2^{8-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{16-\frac{5}{2}k}.$	0,25
	Theo giả thiết $16 - \frac{5k}{2} = 6 \Leftrightarrow k = 4$. Vậy hệ số của x^6 là $C_8^4 2^4 3^4 = 90720$.	0,25

7	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ tâm O. Mặt bên (SAD) là tam giác vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc hợp bởi cạnh bên SC và mặt phẳng (SAD) là 60°. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và góc hợp bởi hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$.	1,0
	Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên AD. Suy ra SH là chiều cao của khối chóp. Ta có: $\begin{cases} DC \perp AD \\ DC \perp SH \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SAD)$ $\Rightarrow DC \perp SD$ $\Rightarrow (\widehat{SC, (SAD)}) = \widehat{CSD} = 60^\circ$. $S_{ABCD} = 3a^2$. 	0,25
	Xét tam giác SDC vuông tại D, ta có: $SD = \frac{DC}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a$. $SA = \sqrt{AD^2 - SD^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$. $SH = \frac{SA \cdot SD}{AD} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot (a\sqrt{3})^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.	0,25
	Gọi I là hình chiếu của H lên AC, ta có $IH \parallel BD$ và $SI \perp AC$. Do đó $(\widehat{(SAC), (ABCD)}) = (\widehat{SI, IH}) = \widehat{SIH}$.	0,25
	Ta có: $AH = \frac{SA^2}{AD} = \frac{(a\sqrt{2})^2}{a\sqrt{3}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. $\frac{IH}{OD} = \frac{AH}{AD} \Rightarrow IH = \frac{AH \cdot OD}{AD} = \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. $\Rightarrow$ Tam giác SHI vuông cân tại $H \Rightarrow \widehat{SIH} = 45^\circ$. Vậy $(\widehat{(SAC), (ABCD)}) = 45^\circ$.	0,25

8	Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ và đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d để từ M kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB (với A, B là hai tiếp điểm) sao cho diện tích tam giác MAB bằng $\frac{15\sqrt{3}}{4}$.	1,0
	Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$. Ta có, $M \in d \Rightarrow M(a; a+1)$. Ta có, $MI^2 = 2a^2 + 2$. $\Rightarrow MA^2 = MI^2 - IA^2 = 2a^2 - 3$. 	0,25
	Gọi (C') là đường tròn tâm M bán kính MA. Phương trình (C'): $(x-a)^2 + (y-a-1)^2 = 2a^2 - 3$. (ĐK: $2a^2 - 3 > 0$) Khi đó $AB = (C) \cap (C') \Rightarrow AB$ là trục đẳng phương của (C) và (C'). Suy ra phương trình $AB: (1+a)x + (a-1)y - a - 2 = 0$	0,25
	Ta có, $S_{ABM} = 2S_{AHM} = MH \cdot AH = \frac{15\sqrt{3}}{4}$ $\Leftrightarrow MH^2 \cdot AH^2 = \frac{675}{16} \Leftrightarrow 16MH^2 \cdot MH \cdot IH = 675 \Leftrightarrow 16MH^3 \cdot IH = 675 \quad (1)$ Mà $MH = d(M; AB) = \frac{ 2a^2 - 3 }{\sqrt{2a^2 + 2}}$; $IH = d(I; AB) = \frac{5}{\sqrt{2a^2 + 2}} \quad (2)$	0,25
	Thay (2) vào (1) ta được: $16(2a^2 - 3)^3 = 135(2a^2 + 2)^2$ $\Leftrightarrow a^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \Rightarrow M(3,4) \\ a = -3 \Rightarrow M(-3,-2) \end{cases}$ Vậy $M(3;4); M(-3;-2)$.	0,25

9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x-y-1)\sqrt{y} + (y-1)\sqrt{x-y} = x-2 \\ 5x+2y^2+4y+1 = (x-y+6)\sqrt{(x^2+y+2)y} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$	1,0
	Đk: $x \geq y \geq 0$ Phương trình (1) $\Leftrightarrow (\sqrt{x-y}-1)(\sqrt{y}-1)(\sqrt{x-y}+\sqrt{y}+2)=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-y}=1 \\ \sqrt{y}=1 \end{cases}$ vì $\sqrt{x-y}+\sqrt{y}+2 > 0, \forall x \geq y \geq 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y=x-1 \\ y=1 \end{cases}$	0,25
	Với $y=1 \Rightarrow x \geq 1$, thay vào (2) ta được: $(x+5)\sqrt{x^2+3} = 5x+7$. $\Leftrightarrow x^4+10x^3+3x^2-40x+26=0$ $\Leftrightarrow (x-1)^2(x^2+12x+26)=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2+12x+26=0 \end{cases} (VN \forall x \geq 1)$	0,25
	Với $y=x-1$, thay vào (2) ta được: $2x^2+5x-1=7\sqrt{(x-1)(x^2+x+1)}$ $\Leftrightarrow 2(x^2+x+1)+3(x-1)=7\sqrt{(x-1)(x^2+x+1)}$ $\Leftrightarrow 3\frac{x-1}{x^2+x+1}-7\sqrt{\frac{x-1}{x^2+x+1}}+2=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x-1}{x^2+x+1}}=2 \\ \sqrt{\frac{x-1}{x^2+x+1}}=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2+3x+5=0 (VN) \\ x^2-8x+10=0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=4+\sqrt{6} \Rightarrow y=3+\sqrt{6} \\ x=4-\sqrt{6} \Rightarrow y=3-\sqrt{6} \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện suy ra hệ có 3 nghiệm: $(1,1), (4+\sqrt{6}, 3+\sqrt{6}), (4-\sqrt{6}, 3-\sqrt{6})$.	0,25
10	Tìm m để phương trình sau có đúng 2 nghiệm thực: $\sqrt{5x^2+(m+14)x+4m+9} = \sqrt{x^2-x-20} + 5\sqrt{x+1}$	1,0
	• Điều kiện: $x \geq 5$ Phương trình đã cho tương đương:	0,25

$$\begin{cases} x \geq 5 \\ 5x^2 + (m+14)x + 4m + 9 = x^2 - x - 20 + 25(x+1) + 10\sqrt{(x+1)(x^2 - x - 20)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ 4(x^2 - x - 20) + (m+6)(x+4) = 10\sqrt{(x+1)(x^2 - x - 20)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ 4(x^2 - 4x - 5) + (m+6)(x+4) = 10\sqrt{(x+4)(x^2 - 4x - 5)} \end{cases} \quad (1)$$

• Vì $x \geq 5 \Rightarrow x+4 > 0$.

Chia 2 vế phương trình (1) cho $x+4$ ta được: $4 \frac{x^2 - 4x - 5}{x+4} + m + 6 = 10\sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x+4}} \quad (2)$

• Đặt $t = \sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x+1}}$, ta có $t' = \frac{x^2 + 8x - 11}{2(x+4)^2 \sqrt{\frac{x^2 - 4x - 5}{x+4}}} > 0, \forall x \geq 5$.

– Bảng biến thiên:

x	5		$+\infty$
t'		+	
t	0		

• Khi đó, (2) trở thành: $4t^2 + m + 6 = 10t \Leftrightarrow m = -4t^2 + 10t - 6$ với $t \geq 0$.

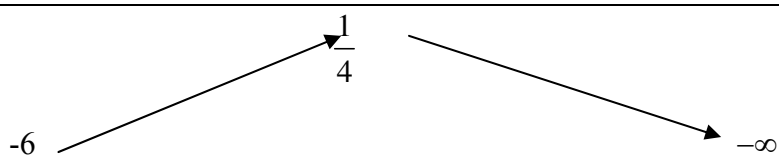
(Lưu ý: HS sai điều kiện $t \geq 0$ thì không chấm phần còn lại)

• Xét hàm số $f(t) = -4t^2 + 10t - 6$ với $t \geq 0$.

Ta có $f'(t) = -8t + 10, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{4}$.

– Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	–
$f(t)$	-6	$\frac{1}{4}$	$-\infty$



• Dựa vào bảng biến thiên điều kiện để m thỏa yêu cầu bài toán là: $-6 \leq m < \frac{1}{4}$.

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{3x^2 - 2x + 7}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z + 3(1 - i)\bar{z} = -1 - 3i$. Tìm môđun của z .

b) Giải bất phương trình $\log_2(x - 1) - \log_{\frac{1}{2}}(4 - x) \geq 1$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 x(1 + x^2\sqrt{1 - x^2})dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 0)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng Δ .

Tìm tọa độ điểm B thuộc trục Oz sao cho khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\frac{\sin x(2\sin x + \sqrt{3})}{2\cos x - 1} = \cos x$.

b) Một hộp đựng 23 thẻ được đánh số từ 1 đến 23. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính xác suất để trong 5 thẻ lấy ra có 2 thẻ mang số chẵn, 3 thẻ mang số lẻ và không có thẻ mang số chia hết cho 3.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC tam giác đều cạnh a và $A'A = A'B = A'C = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và $A'B$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (AMN) .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại I và $AC = 2AB$. Gọi $E(2; 1), M(4; 1)$ lần lượt là trung điểm của AI và BC . Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành $ABCD$, biết điểm B thuộc đường thẳng $2x - y - 2 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $\frac{x^3 + 11x + 3 - \sqrt[3]{5x^2 - 10x + 12}}{2\sqrt{2x + 3} + 3\sqrt{x^2 - 2x + 6}} \leq x + 1$.

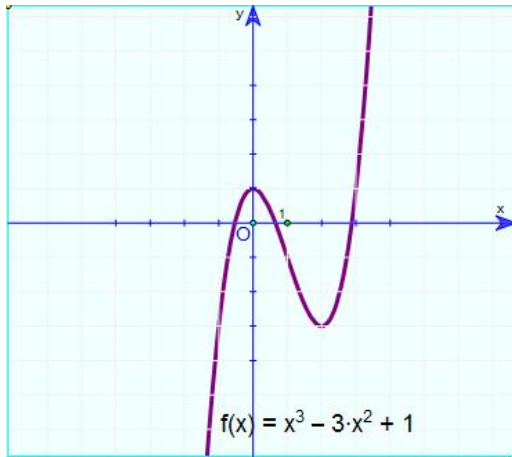
Câu 10 (1,0 điểm). Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2 + y^2 + 8xz + 4yz + 2x + 4z}{z(x^2 + y^2 + 2x)} - \frac{yz(1 - 5x) + 3\sqrt{1 + 5x^2y^2z^2}}{xyz}$$

Hết

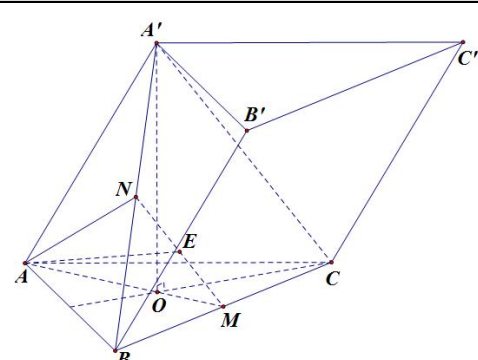
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

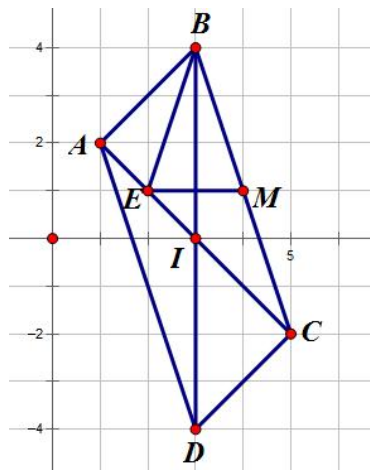
Câu	Đáp án	Điểm																
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.	1,0																
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$. $y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>-3</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$														
y'	+	0	-	0	+													
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$														
	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại $f(0) = 1$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và giá trị cực tiểu $f(2) = -3$	0,25																
	Đồ thị 	0,25																

2	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{3x^2 - 2x + 7}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$.	1,0
	Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$. $f'(x) = \frac{(6x - 2)(x + 1) - (3x^2 - 2x + 7)}{(x + 1)^2} = \frac{3x^2 + 6x - 9}{(x + 1)^2}.$	0,25
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$	0,25
	Ta có $f(0) = 7$; $f(1) = 4$ và $f(2) = 5$.	0,25
	Vậy $\max_{x \in [0; 2]} f(x) = f(0) = 7$; $\min_{x \in [0; 2]} f(x) = f(1) = 4$.	0,25
3		1,0
	a. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z + 3(1 - i)\bar{z} = -1 - 3i$. Tìm môđun của z.	0,5
	a) Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). $(*) \Leftrightarrow (1 + 2i)(a + bi) + 3(1 - i)(a - bi) = -1 - 3i$ $\Leftrightarrow (4a - 5b) + (-a - 2b)i = -1 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 5b = -1 \\ -a - 2b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ Do đó $z = 1 + i$.	0,25
	Vậy $ z = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.	0,25
	b. Giải bất phương trình $\log_2(x - 1) - \log_{\frac{1}{2}}(4 - x) \geq 1$.	0,5
	Điều kiện: $\begin{cases} x - 1 > 0 \\ 4 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 4$. Bất phương trình đã cho tương đương với: $\log_2(x - 1) + \log_2(4 - x) \geq 1 \Leftrightarrow \log_2[(x - 1)(4 - x)] \geq 1$	0,25
	$\Leftrightarrow -x^2 + 5x - 4 \geq 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3$. Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = [2; 3]$.	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_0^1 x(1 + x^2\sqrt{1 - x^2})dx$.	1,0
	$I = \int_0^1 x dx + \int_0^1 x^3 \sqrt{1 - x^2} dx = I_1 + I_2$	0,25
	$I_1 = \int_0^1 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{2}$	0,25

	$I_2 = \int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$ Đặt $t = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t^2 = 1-x^2 \Rightarrow xdx = -tdt$. Đổi cận <table border="1"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr> <td>t</td><td>1</td><td>0</td></tr> </table> $I_2 = \int_1^0 (1-t^2)t(-tdt) = \int_0^1 (t^2-t^4)dx = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^5}{5} \right) \Big _0^1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$	x	0	1	t	1	0	0,25
x	0	1						
t	1	0						
	Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{1}{2} + \frac{2}{15} = \frac{19}{30}$.	0,25						
5	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;-1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng Δ. Tìm tọa độ điểm B thuộc trục Oz sao cho khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) bằng $2\sqrt{3}$.	1,0						
	Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;1;0)$ và có VTCP $\vec{u} = (2;1;-3)$. $\vec{MA} = (2;-2;0); [\vec{u}; \vec{MA}] = (-6;-6;-6)$	0,25						
	Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;-1;0)$ và nhận $[\vec{u}; \vec{MA}]$ hay $\vec{n} = (1;1;1)$ làm VTPT có phương trình: $1(x-1) + 1(y+1) + 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow x+y+z=0$.	0,25						
	Vì $B \in Oz$ nên $B(0;0;b)$.	0,25						
	Theo giả thiết $d(B;(P)) = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{ b }{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow b = 6 \Leftrightarrow b = \pm 6$. Vậy $B(0;0;6)$ hoặc $B(0;0;-6)$.	0,25						
6		1,0						
	a. Giải phương trình $\frac{\sin x (2 \sin x + \sqrt{3})}{2 \cos x - 1} = \cos x$.	0,5						
	Điều kiện : $2 \cos x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$. Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với : $2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x = 2 \cos^2 x - \cos x \Leftrightarrow 2 \cos 2x = \sqrt{3} \sin x + \cos x$	0,25						
	$\Leftrightarrow \cos 2x = \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -\left(x - \frac{\pi}{3} \right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. Kết hợp với điều kiện, ta được nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$.	0,25						

	<i>b. Một hộp đựng 23 thẻ được đánh số từ 1 đến 23. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính xác suất để trong 5 thẻ lấy ra có 2 thẻ mang số chẵn, 3 thẻ mang số lẻ và không có thẻ mang số chia hết cho 3</i>	0,5
	Gọi A là biến cố : “Trong 5 thẻ lấy ra có 2 thẻ mang số chẵn, 3 thẻ mang số lẻ và không có thẻ mang số chia hết cho 3”. Chọn 5 thẻ trong 23 thẻ có C_{23}^5 cách. $\Rightarrow$ Số kết quả có thể là $n(\Omega) = C_{23}^5$.	0,25
	Trong 23 thẻ có 8 thẻ chẵn và 8 thẻ lẻ mang số không chia hết cho 3. Chọn 2 thẻ chẵn, 3 thẻ lẻ và mang số không chia hết cho 3 có $C_8^2 \cdot C_8^3$. $\Rightarrow$ Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_8^2 \cdot C_8^3$. Vậy xác suất của biến cố A là : $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_8^2 \cdot C_8^3}{C_{23}^5} = \frac{224}{4807}$.	0,25
7	<i>Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC tam giác đều cạnh a và $A'A = A'B = A'C = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và $A'B$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (AMN).</i>	1,0
	Gọi O là tâm tam giác đều ABC $\Rightarrow A'O \perp (ABC)$ $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AO = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ $A'O = \sqrt{AA'^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}}$ $= \frac{a\sqrt{6}}{3}; S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ 	0,25
	Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V = S_{\Delta ABC} \cdot A'O = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$	0,25
	Ta có $V_{NAMC} = \frac{1}{3} S_{\Delta AMN} \cdot d[C, (AMN)] \Rightarrow d[C, (AMN)] = \frac{3V_{NAMC}}{S_{\Delta AMN}}$ $S_{AMC} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}; d[N, (ABC)] = \frac{1}{2} A'O = \frac{a\sqrt{6}}{6}$ Suy ra: $V_{NAMC} = \frac{1}{3} \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$	0,25
	Mặt khác $AM = AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên ΔAMN cân tại A. Gọi E là trung điểm MN. Suy ra $AE \perp MN, MN = \frac{A'C}{2} = \frac{a}{2}$ $\Rightarrow AE = \sqrt{AN^2 - NE^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{11}}{4}; S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2} MN \cdot AE = \frac{a^2\sqrt{11}}{16}$ $\Rightarrow d[C, (AMN)] = \frac{3a^3\sqrt{2}}{48} : \frac{a^2\sqrt{11}}{16} = \frac{a\sqrt{22}}{11}$ (đvdd).	0,25

8	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại I và $AC = 2AB$. Gọi $E(2;1)$, $M(4;1)$ lần lượt là trung điểm của AI và BC. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành ABCD, biết điểm B thuộc đường thẳng $2x - y - 2 = 0$.	1,0
	Vì $AC = 2AB$ nên $AI = AB \Rightarrow AE = \frac{1}{2}AB$. Xét hai tam giác AEB và ABC có $\widehat{BAE} \text{ chung; } \frac{AE}{AB} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$ Do đó $\triangle AEB$ đồng dạng $\triangle ABC$ (c.g.c) $\Rightarrow \frac{BE}{BC} = \frac{1}{2} \text{ hay } BE = BM.$ Suy ra $\triangle BEM$ cân tại B. $\triangle EBC$ có $\frac{BE}{BC} = \frac{IE}{IC} = \frac{1}{2}$ nên IB là đường phân giác của $\widehat{EBC}$. $\triangle BEM$ cân tại B có IB là đường phân giác nên IB còn là đường cao $\Rightarrow BD \perp EM$.	0,25
	$B \in \Delta \Rightarrow B(b; 2b - 2)$. Vì tam giác BEM cân tại M nên $EB = MB \Leftrightarrow EB^2 = MB^2$ $\Leftrightarrow (b - 2)^2 + (2b - 3)^2 = (b - 4)^2 + (2b - 3)^2$ $\Leftrightarrow (b - 2)^2 = (b - 4)^2 \Leftrightarrow b = 3$ $\Rightarrow B(3; 4).$	0,25
	M là trung điểm của BC nên $C(5; -2)$. Đường thẳng BD đi qua $B(3; 4)$ và vuông góc với EM nên nhận $\overrightarrow{EM} = (2; 0)$ làm VTPT có phương trình: $2(x - 3) + 0(y - 4) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0$. Đường thẳng AC đi qua $E(2; 1)$ và nhận $\overrightarrow{EC} = (3; -3)$ làm VTCP hay nhận $\vec{n} = (1; 1)$ làm VTPT có phương trình: $1(x - 2) + 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0.$ $I = AC \cap BD$ nên tọa độ điểm I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(3; 0).$	0,25
	I là trung điểm của AC nên $A(1; 2)$. I là trung điểm của BD nên $D(3; -4)$. Vậy $A(1; 2), B(3; 4), C(5; -2), D(3; -4)$.	0,25



9	Giải bất phương trình $\frac{x^3 + 11x + 3 - \sqrt[3]{5x^2 - 10x + 12}}{2\sqrt{2x + 3} + 3\sqrt{x^2 - 2x + 6}} \leq x + 1.$	1,0
	Điều kiện : $2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{2}.$ Vì $2\sqrt{2x + 3} + 3\sqrt{x^2 - 2x + 6} > 0, \forall x \geq -\frac{3}{2}$ nên bất phương trình đã cho tương đương với : $x^3 + 11x + 3 - \sqrt[3]{5x^2 - 10x + 12} \leq (x + 1)(2\sqrt{2x + 3} + 3\sqrt{x^2 - 2x + 6})$	0,25
	$\Leftrightarrow (x + 1)(x + 3 - 2\sqrt{2x + 3}) + (x + 1)\sqrt{x^2 - 2x + 6}(\sqrt{x^2 - 2x + 6} - 3) +$ $+ 3(x - 2) - \sqrt[3]{5x^2 - 10x + 12} \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{(x - 3)(x + 1)^2}{x + 3 + 2\sqrt{2x + 3}} + \frac{(x - 3)(x + 1)^2 \sqrt{x^2 - 2x + 6}}{\sqrt{x^2 - 2x + 6} + 3} +$ $+ \frac{(x - 3)(27x^2 - 86x + 76)}{9(x - 2)^2 + 3(x - 2)\sqrt[3]{5x^2 - 10x + 12} + (\sqrt[3]{5x^2 - 10x + 12})^2} \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x - 3) \left[\frac{(x + 1)^2}{x + 3 + 2\sqrt{2x + 3}} + \frac{(x + 1)^2 \sqrt{x^2 - 2x + 6}}{\sqrt{x^2 - 2x + 6} + 3} + \frac{(27x^2 - 86x + 76)}{9(x - 2)^2 + 3(x - 2)\sqrt[3]{5x^2 - 10x + 12} + (\sqrt[3]{5x^2 - 10x + 12})^2} \right] \leq 0$ $\Leftrightarrow x - 3 \leq 0 \text{ (vì } A > 0, \forall x \geq -\frac{3}{2}) \Leftrightarrow x \leq 3.$ Kết hợp với điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[-\frac{3}{2}; 3\right].$	0,25
10	Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $xy + yz + zx = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + y^2 + 8xz + 4yz + 2x + 4z}{z(x^2 + y^2 + 2x)} - \frac{yz(1 - 5x) + 3\sqrt{1 + 5x^2y^2z^2}}{xyz}.$	1,0
	$P = \frac{4(2x + y + 1)}{x^2 + y^2 + 2x} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x} + 5 - \frac{3}{xyz} \sqrt{1 + 5x^2y^2z^2}$ $= \frac{4(2x + y + 1)}{x^2 + y^2 + 2x} + \frac{1}{z} - \frac{1}{x} + 5 - \frac{3}{2xyz} \sqrt{(xy + yz + zx)^2 + 20x^2y^2z^2}$ $= 4 \left(\frac{2x}{x^2 + y^2 + 2x} + \frac{y + 1}{x^2 + y^2 + 2x} \right) + \frac{1}{z} - \frac{1}{x} + 5 - \frac{3}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)^2 + 20}$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có : $\frac{2x}{x^2 + y^2 + 2x} \leq \frac{2x}{2xy + 2x} = \frac{1}{y + 1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{y + 1} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{y} + 1 \right) = \frac{1}{4y} + \frac{1}{4}$ $\frac{y + 1}{x^2 + y^2 + 2x} \leq \frac{y + 1}{(x + 1)^2 + (y + 1)^2 - 2(y + 1)} \leq \frac{y + 1}{2(x + 1)(y + 1) - 2(y + 1)} = \frac{1}{2x}$	

	Suy ra $\frac{2x}{x^2 + y^2 + 2x} + \frac{y + 1}{x^2 + y^2 + 2x} \leq \frac{1}{4y} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2x}$ $\Rightarrow 4\left(\frac{2x}{x^2 + y^2 + 2x} + \frac{y + 1}{x^2 + y^2 + 2x}\right) + \frac{1}{z} - \frac{1}{x} + 5 \leq \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + 6$ Do đó $P \leq \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + 6 - \frac{3}{2}\sqrt{\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2} + 20$	0,25												
	Xét hàm số $f(t) = t + 6 - \frac{3}{2}\sqrt{t^2 + 20}$ trên $(0; +\infty)$. $f'(t) = 1 - \frac{3t}{2\sqrt{t^2 + 20}} = \frac{2\sqrt{t^2 + 20} - 3t}{2\sqrt{t^2 + 20}}$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{t^2 + 20} = 3t \Leftrightarrow 4(t^2 + 20) = 9t^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -4 \end{cases}$ Bảng biến thiên <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'(t)</td><td></td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>f(t)</td><td></td><td>1</td><td>$-\infty$</td></tr></table> Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(t) \leq f(4) = 1, \forall t \in (0; +\infty)$.	t	0	4	$+\infty$	f'(t)		0	-	f(t)		1	$-\infty$	0,25
t	0	4	$+\infty$											
f'(t)		0	-											
f(t)		1	$-\infty$											
	Do đó $P \leq 1$. Khi $x = y = 1; z = \frac{1}{2}$ thì $P = 1$. Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 1 khi $x = y = 1; z = \frac{1}{2}$.	0,25												

————— **Hết** —————

Câu 1: (1,0 điểm) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$.

Câu 2: (1,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C). Tìm m để tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 song song với đường thẳng $d: y = (m^2 + 5)x + 3m + 1$.

Câu 3: (1,0 điểm)

a. Giải phương trình: $\sin x + 1 = 2 \cos x + \sin 2x$.

b. Giải bất phương trình: $\log_2(x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) \geq 2$.

Câu 4: (1,0 điểm) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = (x-1)\ln x$ và đường thẳng $y = x - 1$.

Câu 5: (1,0 điểm)

a. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức $(2x-1)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 56$.

b. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $3(1-z) - (1+4z)i = -i^3\bar{z}$. Tìm môđun của số phức $w = \bar{z} + \frac{1}{3}$.

Câu 6: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1; -4; 1)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d và viết phương trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d .

Câu 7: (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a$; $AD = 2a$, tam giác SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của SD . Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và SC .

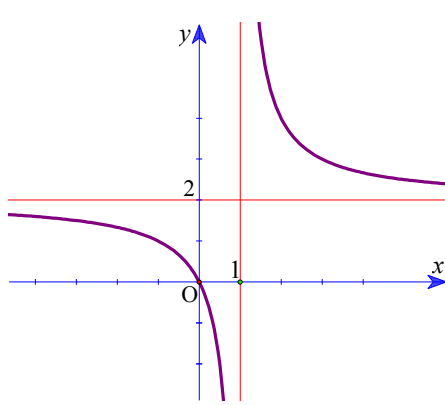
Câu 8: (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là $d: x + y - 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc của tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC lên đường thẳng AC là điểm $E(1; 4)$. Đường thẳng BC có hệ số góc âm và tạo với đường thẳng AC góc 45° . Đường thẳng AB tiếp xúc với đường tròn $(C): (x+2)^2 + y^2 = 5$. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC .

Câu 9: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y(x^2 + 2x + 2) = x(y^2 + 6) \\ (y-1)(x^2 + 2x + 7) = (x+1)(y^2 + 1) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10: (1,0 điểm) Cho các số thực dương x, y, z . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

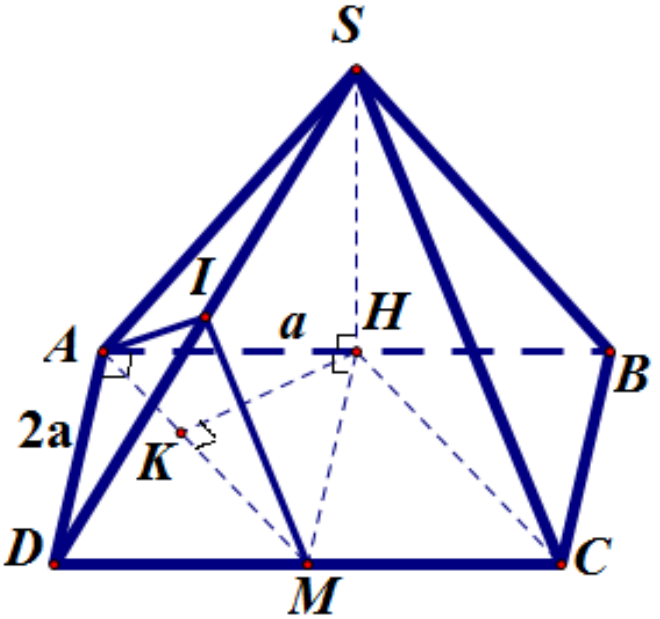
$$P = \frac{x}{2(y+z)} + \sqrt{\frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}}.$$

-----**Hết**-----
Cán bộ coi thi không giải thích đề thi !

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm												
1	Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$.	1.0												
	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ Sự biến thiên: Ta có, $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$													
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; tiệm cận ngang: $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$	0.25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>$2 \rightarrow -\infty$</td><td></td><td>$+\infty \rightarrow 2$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'		$-$	$-$	y	$2 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow 2$	0.25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'		$-$	$-$											
y	$2 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow 2$											
	Đồ thị: 	0,25												
2	Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C). Tìm m để tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 song song với đường thẳng $d : y = (m^2 + 5)x + 3m + 1$.	1,0												
	Phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 là $d' : y = 9x + 7$.	0,25												
	Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 5 = 9 \\ 3m + 1 \neq 7 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow m = -2$.	0,25												

3		1,0
	a. Giải phương trình: $\sin x + 1 = 2 \cos x + \sin 2x$	0,5
	Phương trình đã cho tương đương với: $(\sin x + 1)(2 \cos x - 1) = 0$.	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$	0,25
	b. Giải bất phương trình: $\log_2(x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) \geq 2$.	0,5
	Điều kiện: $x > 2$. Bất phương trình đã cho tương đương: $\log_2[(x+1)(x-2)] \geq 2 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) \geq 4$.	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 3 \end{cases}.$ Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = [3, +\infty)$.	0,25
4	Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = (x-1)\ln x$ và đường thẳng $y = x-1$.	1,0
	Phương trình hoành độ giao điểm: $(x-1)\ln x = x-1 \Leftrightarrow (x-1)(\ln x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = e \end{cases}$	0,25
	Khi đó, $S = \int_1^e (x-1)(\ln x - 1) dx = \left \int_1^e (x-1)(\ln x - 1) dx \right $	0,25
	Đặt $\begin{cases} u = \ln x - 1 \\ dv = (x-1)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} - x \end{cases}$ Khi đó, $S = \left \left(\frac{x^2}{2} - x \right) (\ln x - 1) \right _1^e - \int_1^e \left(\frac{x}{2} - 1 \right) dx$	0,25
	$= \left -\frac{1}{2} - \left(\frac{x^2}{4} - x \right) \right _1^e = \frac{e^2}{4} + \frac{5}{4} - e.$	0,25

5		1,0
	<i>a. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển nhị thức $(2x-1)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 56$.</i>	0,5
	Điều kiện: $n \geq 2$. Ta có, $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 56 \Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -11(l) \end{cases}$.	
	Ta có số hạng tổng quát trong khai triển là: $T_{k+1} = C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot x^{10-k} (-1)^k$. Theo giả thiết $10 - k = 3 \Leftrightarrow k = 7$. Vậy số hạng chứa x^3 là $C_{10}^7 (2x)^3 (-1)^7 = -960x^3$.	0,25
	<i>b. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $3(1-z) - (1+4z)i = -i^3 \bar{z}$. Tìm môđun của số phức $w = \bar{z} + \frac{1}{3}$.</i>	0,5
	Đặt $z = a + bi, (a, b \in R)$. Phương trình trở thành: $3(1-a-bi) - (1+4a+4bi)i = i(a-bi)$ $\Leftrightarrow 3 - 3a + 3b - (5a + 3b + 1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3a + 3b + 3 = 0 \\ 5a + 3b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow z = \frac{1}{4} - \frac{3}{4}i$.	0,25
	$w = \bar{z} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12} + \frac{3}{4}i \Rightarrow w = \frac{\sqrt{130}}{12}$.	0,25
6	<i>Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1; -4; 1)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d và viết phương trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d.</i>	1,0
	• Gọi H là hình chiếu của A lên d, ta có $H(1+2t; t; -1-t)$, $\overrightarrow{AH} = (2t; t+4; -t-2)$	0,25
	Vì $AH \perp d$ nên $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2t) + (t+4) - (-t-2) = 0 \Leftrightarrow t = -1$ Vậy $H(-1; -1; 0)$	0,25
	Gọi (S) là mặt cầu có tâm $A(1; -4; 1)$ và tiếp xúc với d. Ta có $R = AH = \sqrt{14}$	0,25
	• Phương trình mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 14$	0,25

7	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a$; $AD = 2a$, tam giác SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của SD. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và SC.	1,0
	Gọi H là trung điểm AB, suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. 	0,25
	$S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = a^2.$ $\Rightarrow V_{S.ACD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ACD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6} \text{ (đvtt)}$	0,25
	Gọi M là trung điểm CD, ta có: $\begin{cases} AM \parallel CH \\ IM \parallel SC \end{cases} \Rightarrow (AMI) \parallel (SCH)$ Mặt khác $(SCH) \perp (ABCD) \Rightarrow (AMI) \perp (ABCD)$. Gọi K là hình chiếu của H lên giao tuyến $AM = (AMI) \cap (ABCD)$. Ta có: $d(SC, AI) = d(SC, (AMI)) = d(H, (AMI)) = HK$.	0,25
	Xét tam giác AHM vuông tại H, ta có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{(2a)^2} = \frac{17}{4a^2}$ $\Rightarrow d(SC, AI) = HK = \frac{2a\sqrt{17}}{17}.$	0,25
8	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là $d: x + y - 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc của tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC lên đường thẳng AC là điểm $E(1; 4)$. Đường thẳng BC có hệ số góc âm và tạo với đường thẳng AC góc 45°. Đường thẳng AB tiếp xúc với đường tròn $(C): (x+2)^2 + y^2 = 5$. Viết phương trình các cạnh của tam giác ABC.	1,0

Đường tròn (C) có tâm $J(-2;0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$. Gọi E' là điểm đối xứng với E qua d. $\Rightarrow EE' : x - y + 3 = 0$. Gọi $H = EE' \cap d$ $\Rightarrow H(0;3) \Rightarrow E'(-1;2)$. Vì $E' \in (C)$ nên AB tiếp xúc với đường tròn (C) tại E'.	0,25
Đường thẳng AB qua $E'(-1;2)$ và vuông góc với $JE' \Rightarrow AB : x + 2y - 3 = 0$. Ta có, $A = d \cap AB \Rightarrow A(3;0)$.	0,25
Đường thẳng AC qua E và $A \Rightarrow AC : 2x + y - 6 = 0$. Gọi $\vec{n} = (a,b), (\vec{n} \neq \vec{0})$ là vectơ pháp tuyến của BC. Ta có, $\cos 45^\circ = \frac{ \vec{n}_{AC} \cdot \vec{n}_{BC} }{ \vec{n}_{AC} \vec{n}_{BC} } = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{ 2a+b }{\sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 3a^2 + 8ab - 3b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = b \\ a = -3b \end{cases}$ Vì BC có hệ số góc âm $\Rightarrow 3a = b$, chọn $a = 1, b = 3 \Rightarrow BC : x + 3y + c = 0$	0,25
Đường thẳng IE qua $E(1;4)$ và vuông góc với $AC \Rightarrow IE : x - 2y + 7 = 0$. Suy ra $I = IE \cap d \Rightarrow I\left(-\frac{1}{3}; \frac{10}{3}\right)$ và $IE = \frac{2\sqrt{5}}{3}$ Ta có, $d(I;BC) = \frac{2\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow \left c + \frac{29}{3}\right = \frac{10\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{10\sqrt{2}-29}{3} \\ c = \frac{-10\sqrt{2}-29}{3} \end{cases}$ Phương trình $BC : x + 3y + \frac{10\sqrt{2}-29}{3} = 0$ hoặc $BC : x + 3y - \frac{29+10\sqrt{2}}{3} = 0$. Vì A, E' nằm cùng phía đối với BC nên đường thẳng BC có phương trình là: $x + 3y - \frac{29+10\sqrt{2}}{3} = 0.$	0,25

9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y(x^2 + 2x + 2) = x(y^2 + 6) \\ (y-1)(x^2 + 2x + 7) = (x+1)(y^2 + 1) \end{cases} \quad (x, y \in R).$	1,0												
	Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} y[(x+1)^2 + 1] = x(y^2 + 6) \\ (x+1)(y^2 + 1) = (y-1)[(x+1)^2 + 6] \end{cases}$ Đặt $a = x+1, b = y$ ta có hệ mới $\begin{cases} (a-1)(b^2 + 6) = b(a^2 + 1) & (1) \\ (b-1)(a^2 + 6) = a(b^2 + 1) & (2) \end{cases}$	0,25												
	Lấy (2) – (1) ta được: $(a-b)(a+b-2ab+7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ a+b+7=2ab \end{cases}$ • Với $a=b$, thay vào (1) ta được: $a^2 - 5a + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \Rightarrow b=2 \\ a=3 \Rightarrow b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \vee \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$. Suy ra hệ có 2 nghiệm (1,2), (2,3).	0,25												
	• Với $a+b+7=2ab$. Lấy (1)+(2) ta được: $(a+b)^2 - 5(a+b) + 12 = 2ab$. Từ đó suy ra $(a+b)^2 - 6(a+b) + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=1 \Rightarrow ab=4(VN) \\ a+b=5 \Rightarrow ab=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \vee \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}$.	0,25												
	Suy ra hệ có 2 nghiệm (1,3), (2,2). Vậy hệ đã cho có 4 nghiệm: (1,2), (2,3), (1,3), (2,2).	0,25												
10	Cho các số thực dương x, y, z . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{2(y+z)} + \sqrt{\frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}}.$	1,0												
	Với các số dương a, b, m, n ta luôn có $\frac{a^2}{m} + \frac{b^2}{n} \geq \frac{(a+b)^2}{m+n}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{m} = \frac{b}{n}$.	0,25												
	Áp dụng bất đẳng thức này ta có: $\frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} = \frac{y^2}{yz+xy} + \frac{z^2}{zx+yz} \geq \frac{(y+z)^2}{2yz+x(y+z)} \geq \frac{(y+z)^2}{2\left(\frac{y+z}{2}\right)^2 + x(y+z)} = \frac{2}{1 + \frac{2x}{y+z}}.$	0,25												
	Suy ra $P \geq f(t) = \frac{t}{2} + \frac{2}{1+2t}$ với $t = \frac{x}{y+z} > 0$. Ta có $f'(t) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{(1+2t)\sqrt{1+2t}}$. Cho $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td>–</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td colspan="3"> 5/4 </td></tr></table> Kết luận: giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{5}{4}$, đạt được khi $a=b=c$.	t	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$f'(t)$	–	0	+	$f(t)$	5/4			0,25
t	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$											
$f'(t)$	–	0	+											
$f(t)$	5/4													

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 4$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-1}$, biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 2x + y - 9 = 0$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\log_2(2x-7)^2 - \log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(x+3)^2$.

b) Cho số phức z thỏa mãn $|z-i| = \sqrt{2}$ và $(z-1)(\bar{z}+i)$ là số thực. Tìm số phức z .

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_5^{10} \frac{dx}{x-2\sqrt{x-1}}$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 7 = 0$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ điểm M' và viết phương trình mặt cầu đường kính MM' .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\frac{4\cos x - \sqrt{3}\sin 2x}{1 - \sin x} = 2(1 + \sin x)$.

b) Cho tập $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số được chọn lớn hơn 2016.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ABD . Cạnh SD tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

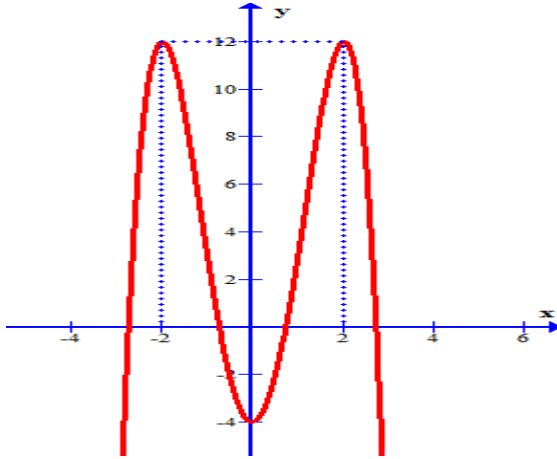
Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Oxy , cho tam giác ABC có trung điểm của cạnh BC là điểm $M(3; -1)$, đường thẳng chứa đường cao kẻ từ đỉnh B đi qua điểm $E(-2; -3)$ và đường thẳng chứa cạnh AC đi qua điểm $F(1; 4)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết rằng điểm đối xứng của đỉnh A qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm $D(4; -3)$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^4 + x^2y^2 - y^2 = y^3 + x^2y + x^2 \\ 5x\sqrt{y+7} + (5x+5)\sqrt{2x+y+8} = 13(2x+1) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

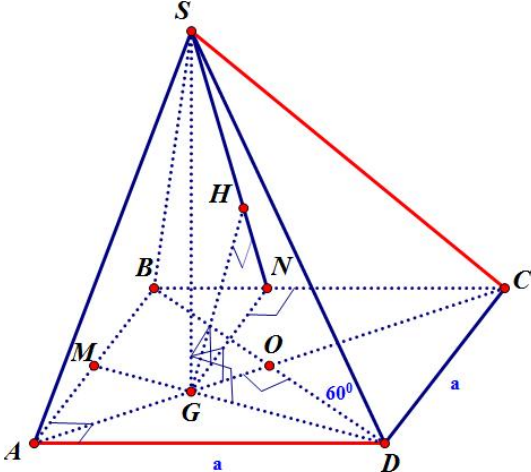
Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $c = \min\{a, b, c\}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

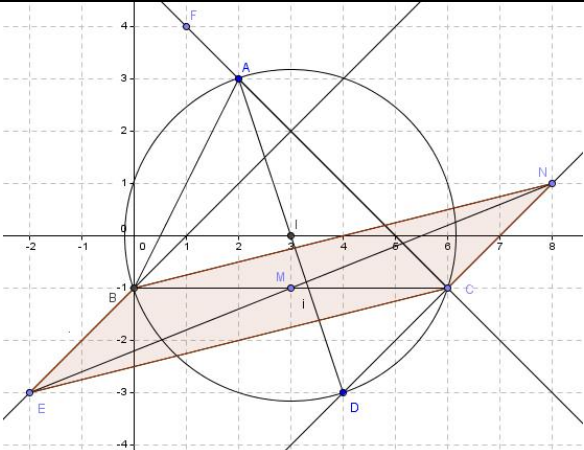
$$P = \frac{1}{a^2 + c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2} + \sqrt{a + b + \frac{2c}{1 + \sqrt{2}}}.$$

-----Hết-----

Câu	Đáp án	Điểm																		
1 (1,0đ)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 4$.	1,00																		
	♥ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ ♥ Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = -4x^3 + 16x = 4x(-x^2 + 4)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm 2$	0,25																		
	♥ + Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$. + Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$. - Cực trị: + Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$; $y_{CT} = y(0) = -4$. + Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 2$; $y_{CD} = y(\pm 2) = 12$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$	0,25																		
	♥ - Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>12</td><td>-4</td><td>12</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$-$	y	$-\infty$	12	-4	12	$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$														
y'	$+$	0	$-$	0	$-$															
y	$-\infty$	12	-4	12	$-\infty$															
♥ Đồ thị: 	0,25																			
2 (1,0đ)	Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-1}$, biết rằng tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 2x + y - 9 = 0$.	1,00																		
	♥ Gọi Δ là tiếp tuyến song song với d , suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k_{\Delta} = k_d = -2$	0,25																		
	♥ Khi đó hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình $y'(x) = k_{\Delta} \Leftrightarrow \frac{-2}{(x-1)^2} = -2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																		
	♥ Với $x = 0 \Rightarrow y = 1$. PTTT là $y - 1 = -2(x - 0) \Leftrightarrow y = -2x + 1$.	0,25																		
	♥ Với $x = 2 \Rightarrow y = 5$. PTTT là $y - 5 = -2(x - 2) \Leftrightarrow y = -2x + 9$: loại (do $\Delta \equiv d$)	0,25																		

3 (1,0đ)	<i>a) Giải phương trình $\log_2(2x-7)^2 - \log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(x+3)^2$ (1)</i>	<i>0,50</i>
	♥ Điều kiện: $\begin{cases} 2x-7 \neq 0 \\ x-1 > 0 \\ x+3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq \frac{7}{2} \end{cases}$. Khi đó: $(1) \Leftrightarrow \log_2(2x-7)^2 - \log_2(x-1)^2 = \log_2(x+3)^2$ $\Leftrightarrow \log_2(2x-7)^2 = \log_2[(x-1)(x+3)]^2$	0,25
	$\Leftrightarrow (2x-7)^2 = (x^2+2x-3)^2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-7 = x^2+2x-3 \\ 2x-7 = -x^2-2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+4=0 \\ x^2+4x-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 \pm \sqrt{14}$ ♥ Đối chiếu với điều kiện ta có nghiệm của phương trình (1) là $x = -2 + \sqrt{14}$.	0,25
	<i>b) Cho số phức z thỏa mãn $z-i = \sqrt{2}$ và $(z-1)(\bar{z}+i)$ là số thực. Tìm số phức z.</i>	<i>0,50</i>
	♥ Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó • $ z-i = \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 2$ (1) • $(z-1)(\bar{z}+i) = (x-1+yi)(x-(y-1)i) = x(x-1) + y(y-1) + (x+y-1)i \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow x+y-1=0$ (2) Từ (1) và (2) ta có $x=1, y=0$ hoặc $x=-1, y=2$ ♥ Vậy có hai số phức cần tìm là $z=1, z=-1+2i$.	0,25
4 (1,0đ)	<i>Tính tích phân $I = \int_5^{10} \frac{dx}{x-2\sqrt{x-1}}$.</i>	<i>1,00</i>
	♥ Đặt $t = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow x = t^2 + 1 \Rightarrow dx = 2tdt$ Đổi cận: $x=5 \Rightarrow t=2; x=10 \Rightarrow t=3$	0,25
	♥ Suy ra: $I = \int_2^3 \frac{2t}{t^2-2t+1} dt = 2 \int_2^3 \frac{t-1+1}{(t-1)^2} dt = 2 \left[\int_2^3 \frac{1}{t-1} dt + \frac{1}{(t-1)^2} dt \right]$	0,25
	$= 2 \ln t-1 \Big _2^3 - \frac{2}{t-1} \Big _2^3$	0,25
	$= 2 \ln 2 + 1$.	0,25
5 (1,0đ)	<i>Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 7 = 0$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P). Tìm tọa độ điểm M' và viết phương trình mặt cầu đường kính MM'.</i>	<i>1,00</i>
	♥ Phương trình đường thẳng (d) qua M và vuông góc với (P) là $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$	0,25
	♥ Gọi $H = (d) \cap (P)$, tọa độ H được xác định bởi hệ phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + t \\ 2x + y + z - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{2}{3} \\ x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{4}{3} \\ z = \frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{11}{3}\right)$	0,25

	♥ Do M' là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P) nên H là trung điểm của MM' Suy ra $M\left(\frac{11}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{13}{3}\right)$	0,25
	Bán kính mặt cầu đường kính MM' là $MH = \sqrt{\frac{8}{3}}$ ♥ Phương trình mặt cầu đường kính MM': $\left(x - \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{4}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{8}{3}$.	0,25
6 (1,0đ)	a) Giải phương trình $\frac{4\cos x - \sqrt{3}\sin 2x}{1 - \sin x} = 2(1 + \sin x) \quad (1)$	0,50
	♥ Điều kiện: $\sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$ Khi đó: $(1) \Leftrightarrow 4\cos x - \sqrt{3}\sin 2x = 2(1 - \sin^2 x)$ $\Leftrightarrow 4\cos x - \sqrt{3}\sin 2x = 2\cos^2 x$ $\Leftrightarrow \cos x(\sqrt{3}\sin x + \cos x - 2) = 0$	0,25
	$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ $\sqrt{3}\sin x + \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ♥ Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của (1) là $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.	0,25
	b) Cho tập $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để số được chọn lớn hơn 2016.	0,50
	♥ Số phần tử của không gian mẫu là: $\Omega = A_7^4 = 840$	0,25
	♥ Gọi A là biến cố: “số được chọn lớn hơn 2016” Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $\Omega_A = A_6^3 + 5A_6^2 = 720$ ♥ Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{720}{840} = \frac{6}{7}$.	0,25
7 (1,0đ)	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ABD. Cạnh SD tạo với mặt đáy $(ABCD)$ một góc bằng 60°. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.	1,00
		

	♥ Gọi G là trọng tâm tam giác ABD, theo giả thiết ta có $SG \perp (ABCD)$ Suy ra GD là hình chiếu vuông góc của SD lên $(ABCD)$ Do đó $\widehat{SD, (ABCD)} = \widehat{SD, GD} = \widehat{SDG} = 60^\circ$.	0,25
	♥ Gọi M là trung điểm của AB, xét tam giác ABD ta có: $GD = \frac{2}{3}.MD = \frac{2}{3}.\sqrt{AM^2 + AD^2} = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{3}$ Xét tam giác vuông SGD ta có: $SG = GD.\tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{5}}{3}.\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{15}}{3}$ Vậy $V = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SG = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{15}}{3} = \frac{a^3\sqrt{15}}{9}$.	0,25
	♥ Do $AD // BC \Rightarrow AD // (SBC)$ nên $d(AD, SC) = d[AD, (SBC)] = d[A, (SBC)]$ Vì $AC = \frac{3}{2}GC \Rightarrow d[A, (SBC)] = \frac{3}{2}d[G, (SBC)]$.	0,25
	♥ Kẻ $GN \perp BC$ và $GH \perp SN$, ta có: $\begin{cases} BC \perp GN \\ BC \perp SG \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SGN) \Rightarrow (SBC) \perp (SGN) \Rightarrow GH \perp (SBC)$ Suy ra: $d[G, (SBC)] = GH$ Xét tam giác ABC ta có: $GN = \frac{GC}{AC}.AB = \frac{2a}{3}$ Xét tam giác SGN ta có: $\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GN^2} = \frac{3}{5a^2} + \frac{9}{4a^2} = \frac{57}{20a^2} \Rightarrow GH = \frac{2a\sqrt{285}}{57}$ Vậy $d(AD, SC) = \frac{a\sqrt{285}}{19}$.	0,25
8 (1,0đ)	<i>Trong mặt phẳng với hệ tọa độ vuông góc Oxy, cho tam giác ABC có trung điểm của cạnh BC là điểm M(3;-1), đường thẳng chứa đường cao kẻ từ đỉnh B đi qua điểm E(-2;-3) và đường thẳng chứa cạnh AC đi qua điểm F(1;4). Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết rằng điểm đối xứng của đỉnh A qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm D(4;-3).</i>  ♥ Do AD là đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, suy ra $\widehat{ACD} = 90^\circ$ hay $CD \perp AC$. Lại có $BF \perp AC$ nên $BE // CD$ Gọi N là điểm đối xứng của E qua M, suy ra $N(8;1)$, khi đó $BECN$ là hình bình hành và $CN // BE$. Do đó C, D, N thẳng hàng.	1,00 0,25

	♥ Phương trình đường thẳng CD đi qua $D(4; -3)$ và $N(8; 1)$ là $x - y - 7 = 0$ Phương trình đường thẳng AC qua $F(1; 4)$ và vuông góc CD là $x + y - 5 = 0$ Do $C = CD \cap AC$ nên tọa độ C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 7 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow C(6; -1)$ Vì M là trung điểm của BC nên $B(0; -1)$.	0,25
	♥ Phương trình trung trực cạnh DB là $(\Delta_1): 2x - y - 6 = 0$ Phương trình trung trực cạnh DC là $(\Delta_2): x + y - 3 = 0$ Khi đó tọa độ tâm $I = (\Delta_1) \cap (\Delta_2)$ của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 6 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow I(3; 0).$	0,25
	♥ Do A đối xứng với D qua I nên $A(2; 3)$ Vậy tọa độ các đỉnh của tam giác ABC là $A(2; 3), B(0; -1), C(6; -1)$.	0,25
9 (1,0đ)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^4 + x^2 y^2 - y^2 = y^3 + x^2 y + x^2 & (1) \\ 5x\sqrt{y+7} + (5x+5)\sqrt{2x+y+8} = 13(2x+1) & (2) \end{cases}$	1,00
	♥ Điều kiện: $\begin{cases} 2x + y + 8 \geq 0 \\ y + 7 \geq 0 \end{cases}$ Ta có: $(1) \Leftrightarrow (x^2 + y^2)x^2 - (x^2 + y^2)y - (x^2 + y^2) = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2)(x^2 - y - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 0 \\ x^2 = y + 1 \end{cases}$	0,25
	♥ Với $x^2 + y^2 = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$ thì (2) không thỏa mãn. Với $x^2 = y + 1$ thay vào phương trình (2) ta được phương trình $5\left(x\sqrt{x^2+6} + (x+1)\sqrt{x^2+2x+7}\right) = 13(2x+1) \quad (2)$ Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x^2+6} \\ b = \sqrt{x^2+2x+7} \end{cases} \quad (a, b \geq 0) \Rightarrow 2x+1 = b^2 - a^2 \Rightarrow x = \frac{b^2 - a^2 - 1}{2}$ và $a + b \geq 2\sqrt{6}$ Phương trình (2) trở thành $5\left(\frac{b^2 - a^2 - 1}{2}a + \frac{b^2 - a^2 + 1}{2}b\right) = 13(b^2 - a^2)$ $\Leftrightarrow 5(b^2 - a^2 - 1)a + 5(b^2 - a^2 + 1)b = 26(b^2 - a^2)$ $\Leftrightarrow 5(b^2 - a^2)a + 5(b^2 - a^2)b - 5a + 5b = 26(b^2 - a^2)$ $\Leftrightarrow 5(a+b)(a^2 - b^2) - 26(a^2 - b^2) + 5(a+b) = 0$ $\Leftrightarrow (a-b)\left[5(a+b)^2 - 26(a+b) + 5\right] = 0 \Leftrightarrow a = b \vee a + b = 5 \vee a + b = \frac{1}{5} \text{ (loại)}$	0,25
	♥ Với $a = b$, ta được phương trình $\sqrt{x^2+6} = \sqrt{x^2+2x+7} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$, suy ra $y = -\frac{3}{4}$	0,25

	♥ Với $a + b = 5$, ta được phương trình $\sqrt{x^2 + 6} + \sqrt{x^2 + 2x + 7} = 5 \tag{3}$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2x + 7} = 5 - \sqrt{x^2 + 6} \Rightarrow x^2 + 2x + 7 = 25 + x^2 + 6 - 10\sqrt{x^2 + 6}$ $\Leftrightarrow 5\sqrt{x^2 + 6} = 12 - x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ [thỏa (3)] , suy ra } y = -\frac{3}{4}.$ Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right)$.	0,25											
10 (1,0đ)	<i>Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $c = \min\{a, b, c\}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^2 + c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2} + \sqrt{a + b + \frac{2c}{1 + \sqrt{2}}}$.</i>	1,00											
	♥ Ta có: $\left(a + \frac{c}{1 + \sqrt{2}}\right)^2 - (a^2 + c^2) = \frac{2c(a - c)}{1 + \sqrt{2}} \geq 0 \text{ (do } c = \min\{a, b, c\})$ Suy ra: $\left(a + \frac{c}{1 + \sqrt{2}}\right)^2 \geq (a^2 + c^2)$ Tương tự ta có $\left(b + \frac{c}{1 + \sqrt{2}}\right)^2 \geq (b^2 + c^2)$	0,25											
	♥ Chứng minh bất đẳng thức $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \geq \frac{8}{(x + y)^2} \text{ (} x, y > 0 \text{)}$ (1) Theo bất đẳng thức Cô-si ta có: $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{y^2}} = \frac{2}{xy} \geq \frac{2}{\left(\frac{x + y}{2}\right)^2} = \frac{8}{(x + y)^2}$ Áp dụng bất đẳng thức (1) ta có: $\frac{1}{a^2 + c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2} \geq \frac{1}{\left(a + \frac{c}{1 + \sqrt{2}}\right)^2} + \frac{1}{\left(b + \frac{c}{1 + \sqrt{2}}\right)^2} \geq \frac{8}{\left(a + b + \frac{2c}{1 + \sqrt{2}}\right)^2}$ Suy ra $P \geq \frac{8}{\left(a + b + \frac{2c}{1 + \sqrt{2}}\right)^2} + \sqrt{a + b + \frac{2c}{1 + \sqrt{2}}}$	0,25											
	♥ Đặt $t = \sqrt{a + b + \frac{2c}{1 + \sqrt{2}}}$ với $t > 0$ Xét hàm số $f(t) = \frac{8}{t^4} + t$ trên $(0; +\infty)$. Ta có: $f'(t) = 1 - \frac{32}{t^5} = \frac{t^5 - 32}{t^5} = 0 \Leftrightarrow t = 2.$ Bảng biến thiên <table><tr><td>t</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td>—</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td colspan="3"> $\frac{5}{2}$ </td></tr></table>	t	0	2	$+\infty$	$f'(t)$	—	0	+	$f(t)$	$\frac{5}{2}$		
t	0	2	$+\infty$										
$f'(t)$	—	0	+										
$f(t)$	$\frac{5}{2}$												

	♥ Dựa vào BBT suy ra $\min_{(0;+\infty)} f(t) = f(2) = \frac{5}{2}$. Do đó $P \geq \frac{5}{2}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t = 2 \Leftrightarrow a = b = 2$ và $c = 0$ hoặc $a = b = c = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Vậy $\min P = \frac{5}{2}$, đạt được khi $a = b = 2$ và $c = 0$ hoặc $a = b = c = \frac{\sqrt{2}}{2}$.	0,25
--	--	------

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + (m+3)x^2 + 1 - m$ (1).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 0$.
- Xác định các giá trị của tham số m để hàm số (1) đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 2. (1,0 điểm)

- Tìm nghiệm thuộc khoảng $(0, \pi)$ của phương trình: $5 \cos x + \sin x - 3 = \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.
- Giải phương trình: $\log_3[1 + \log_2(1 + 3 \log_2 x)] = 1$.

Câu 3. (1,0 điểm)

- Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i, z_2 = -5 + i$. Tìm mô-đun của số phức $z = \frac{z_1}{z_2}$.
- Trong một lô hàng có 12 sản phẩm khác nhau, trong đó có đúng 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.

Câu 4. (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^6 x(\ln x + \sqrt{x+3}) dx$.

Câu 5. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-2}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{1}$. Chứng minh rằng hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau. Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2 .

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, AC = a$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) , đường thẳng SB hợp với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC theo a .

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn tâm I và có $\widehat{BCD} = 90^\circ$, CD song song với trục tung, tam giác ABC nhọn có trực tâm H . Trung điểm cạnh BC là $M\left(\frac{5}{2}; -1\right)$, trung điểm cạnh HA là $K(2; 3)$ và diện tích tam giác HMI bằng $\frac{1}{2}$. Xác định tọa độ các đỉnh của tứ giác $ABCD$, biết điểm B có hoành độ âm.

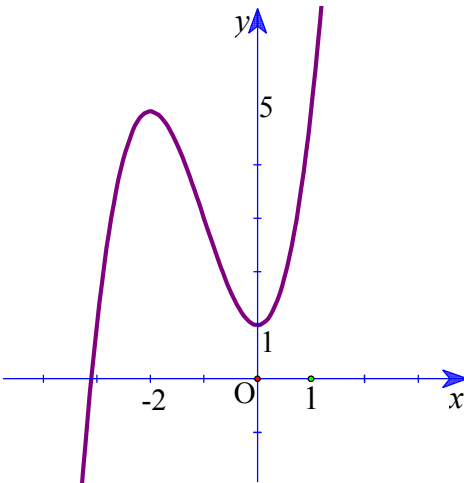
Câu 8: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3\sqrt{y^3(2x-y)} + \sqrt{x^2(5y^2-4x^2)} = 4y^2 \\ 2x^2 - 9y + 3 + \sqrt{3y^2+7x-1} + \sqrt{3y-2} = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 9: (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

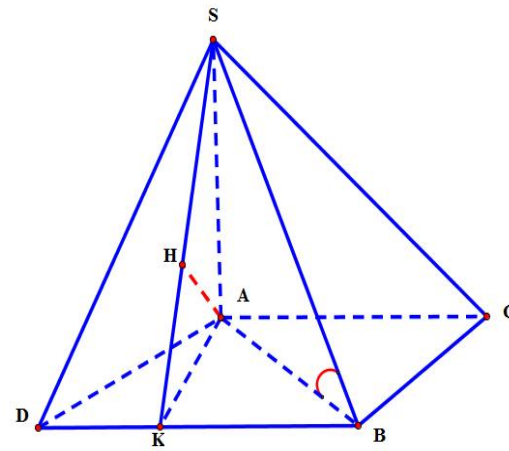
$$P = \frac{x+3z}{x+2y+z} + \frac{4y}{x+y+2z} - \frac{8z}{x+y+3z}.$$

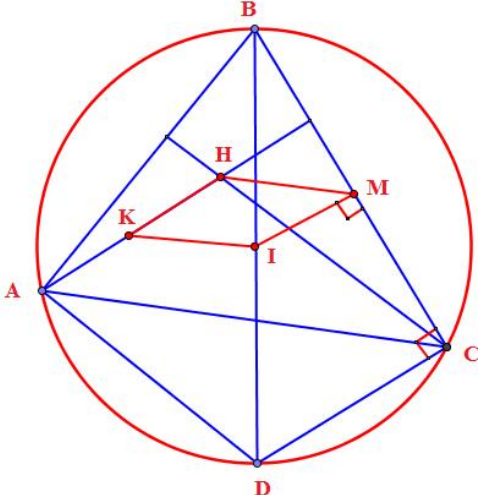
Hết

Cán bộ coi thi không giải thích đề thi !

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm																			
1	Cho hàm số $y = x^3 + (m + 3)x^2 + 1 - m$ (1).	2.0																			
	a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 0$.	1.0																			
	Khi $m = 0 \Rightarrow y = x^3 + 3x^2 + 1$ • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. • Sự biến thiên: – Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 + 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = -2$.																				
	– Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(-2; 0)$. – Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại: $x = 0$; $y_{CT} = 1$; đạt cực đại tại $x = -2$; $y_{CD} = 5$. – Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0.25																			
	– Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow 5$</td><td>$\searrow 1$</td><td>$\nearrow +\infty$</td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$		y	$-\infty$	$\nearrow 5$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$		0.25
x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$																	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$															
y	$-\infty$	$\nearrow 5$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$																	
	Đồ thị:																				
		0,25																			
	b. Xác định các giá trị của tham số m để hàm số (1) đạt cực đại tại $x = -1$.	1,0																			
	Ta có $y' = 3x^2 + 2(m + 3)x$, $y'' = 6x + 2(m + 3)$.	0,25																			
	Hàm số (1) đạt cực đại tại $x = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) < 0 \end{cases}$	0,25																			

	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 2(m+3)(-1) = 0 \\ -6 + 2(m+3) < 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{3}{2} \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}.$	0,25
2		1,0
	<i>a. Tìm nghiệm thuộc khoảng $(0, \pi)$ của phương trình:</i> $5 \cos x + \sin x - 3 = \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right).$	0,5
	Phương trình đã cho tương đương với: $5 \cos x + \sin x - 3 = \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) \Leftrightarrow 5 \cos x + \sin x - 3 = \sin 2x + \cos 2x$ $\Leftrightarrow 2 \cos^2 x + 2 \sin x \cos x - 5 \cos x - \sin x + 2 = 0$ $\Leftrightarrow (2 \cos x - 1)(\cos x + \sin x - 2) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cos x - 1 = 0 \\ \cos x + \sin x - 2 = 0 \text{ (ptvn)} \end{cases}$ $\bullet \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$ Vì $x \in (0; \pi)$ nên nghiệm của phương trình đã cho là: $x = \frac{\pi}{3}$.	0,25
	<i>b. Giải phương trình: $\log_3 [1 + \log_2 (1 + 3 \log_2 x)] = 1$.</i>	0,5
	$\bullet \text{ Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ 1 + 3 \log_2 x > 0 \\ 1 + \log_2 (1 + 3 \log_2 x) > 0 \end{cases}.$ Khi đó (1) $\Leftrightarrow 1 + \log_2 (1 + 3 \log_2 x) = 3 \Leftrightarrow \log_2 (1 + 3 \log_2 x) = 2$	0,25
	$\Leftrightarrow 1 + 3 \log_2 x = 4 \Leftrightarrow \log_2 x = 1 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$ Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2$.	0,25
3		1,0
	<i>a. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i, z_2 = -5 + i$. Tìm mô-đun của số phức $z = \frac{z_1}{z_2}$.</i>	0,5
	Ta có: $z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{1 + 3i}{-5 + i} = \frac{(1 + 3i)(-5 - i)}{(-5 + i)(-5 - i)} = -\frac{1}{13} - \frac{8}{13}i$	0,25
	$\Rightarrow z = \sqrt{\left(-\frac{1}{13}\right)^2 + \left(-\frac{8}{13}\right)^2} = \frac{\sqrt{65}}{13}$	0,25

	Ta có, $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (5; -5; 10)$ và $\vec{MN} = (-2; -4; 5)$, suy ra $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \vec{MN} = 60 \neq 0$. Do đó, d_1 và d_2 chéo nhau.	
	Gọi AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2, với $A(4+3a; 1-a; -5-2a) \in d_1$ và $B(2+b; -3+3b; b) \in d_2$. • Vì AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 nên $\begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(b-3a-2) - (3b+a-4) - 2(b+2a+5) = 0 \\ (b-3a-2) + 3(3b+a-4) + (b+2a+5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$	0,25
	Suy ra $A(1; 2; -3)$, $B(3; 0; 1)$ và $\vec{AB} = (2; -2; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{4+4+16} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$. Gọi I, R lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu. Suy ra $I(2; 1; -1)$ và $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{6}$.	0,25
	• Phương trình mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6$.	0,25
6	<i>Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = a$. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), đường thẳng SB hợp với mặt phẳng đáy một góc 60°. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC theo a.</i>	1,0
	Vì tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a \frac{\sqrt{2}}{2}.$ Ta có: $SA \perp (ABC)$. Suy ra góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) là góc $\angle SBA = 60^\circ$. Xét tam giác SAB vuông tại A, ta có: $SA = AB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$ 	0,25
	• $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{4}$. $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{24}$.	0,25
	• Kẻ hình bình hành $ACBD$, ta có $AC \parallel BD \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC, (SBD)) = d(A, (SBD))$. • Kẻ $\begin{cases} AK \perp BD \\ AH \perp SK \end{cases}$ (1). Ta có: $\begin{cases} BD \perp SK \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAK) \Rightarrow BD \perp AH$ (2) Từ (1) và (2) ta suy ra $AH \perp (SBD)$ do đó $d(A, (SBD)) = AH$.	0,25
	Xét tam giác SAK vuông tại A, ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{SA^2}$. Mà $AK = \frac{BD}{2} = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$. Suy ra $\frac{1}{AH^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{2}{3a^2} = \frac{14}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{14}} = \frac{a\sqrt{42}}{14}$.	0,25

	Vậy $d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{42}}{14}$.	
7	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn tâm I và có $\widehat{BCD} = 90^\circ$, CD song song với trục tung, tam giác ABC nhọn có trực tâm H. Trung điểm cạnh BC là $M\left(\frac{5}{2}; -1\right)$, trung điểm cạnh HA là $K(2; 3)$ và diện tích tam giác HMI bằng 0,5. Xác định tọa độ các đỉnh của tứ giác ABCD, biết điểm B có hoành độ âm.	1,0
	 Ta có, $AH = 2IM$, mà K là trung điểm $AH \Rightarrow KH = IM$. Tứ giác $IMHK$ là hình bình hành. Phương trình KH: $\begin{cases} \text{qua } K(2;3) \\ KH \parallel Oy \end{cases} \Rightarrow KH: x - 2 = 0.$ Phương trình BC: $\begin{cases} \text{qua } M\left(\frac{5}{2}; -1\right) \\ BC \perp Oy \end{cases} \Rightarrow BC: y + 1 = 0.$	0,25
	Ta có, $H \in KH \Rightarrow H(2; a)$. Vì $IMHK$ là hình bình hành $\Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; 2 - a\right)$. Vì $S_{HMI} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} d(M, KH) \cdot KH = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a - 3 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 1 \end{cases}$ $a = 5 \Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; -3\right), H(2; 5).$ $a = 1 \Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; 1\right), H(2; 1).$	0,25
	Vì tam giác ABC là tam giác nhọn nên I, H nằm cùng phía đối với đường thẳng BC. Suy ra $I\left(\frac{5}{2}; 1\right), H(2; 1)$. K là trung điểm $AH \Rightarrow A(2; 5).$	0,25

	Gọi (C) là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$. Phương trình đường tròn $(C): \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{65}{4}$.	
	Tọa độ B, C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{65}{4} \\ y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$ Vì $x_B < 0 \Rightarrow B(-1, -1), C(6; -1)$ và $D(6; 3)$. Vậy $A(2; 5), B(-1, -1), C(6; -1), D(6; 3)$.	0,25
8	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3\sqrt{y^3(2x-y)} + \sqrt{x^2(5y^2-4x^2)} = 4y^2 \\ 2x^2 - 9y + 3 + \sqrt{3y^2+7x-1} + \sqrt{3y-2} = 0 \end{cases} \quad (x, y \in R)$	1.0
	Điều kiện: $x \geq \frac{1}{3}, y \geq \frac{2}{3}, 5y^2 - 4x^2 \geq 0$. Phương trình (1) $\Leftrightarrow \left[\sqrt{3y^2} - \sqrt{3(2xy - y^2)}\right]^2 + \left[\sqrt{x^2} - \sqrt{5y^2 - 4x^2}\right]^2 + 3(x-y)^2 = 0$. $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3y^2} - \sqrt{3(2xy - y^2)} = 0 \\ \sqrt{x^2} - \sqrt{5y^2 - 4x^2} = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y$	0,25
	Thế $x = y$ vào phương (2), ta được: $2x^2 - 9x + 3 + \sqrt{3x^2 + 7x - 1} + \sqrt{3x - 2} = 0$ $\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 4 + \left[\sqrt{3x^2 + 7x - 1} - (2x + 1)\right] + \left[\sqrt{3x - 2} - x\right] = 0$ $\Leftrightarrow 2(x-2)(x-1) - \frac{(x-2)(x-1)}{\sqrt{3x^2 + 7x - 1} + (2x + 1)} - \frac{(x-2)(x-1)}{\sqrt{3x - 2} + x} = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=1 \\ x=2 \Rightarrow y=2 \\ 2 - \frac{1}{\sqrt{3x^2 + 7x - 1} + (2x + 1)} - \frac{1}{\sqrt{3x - 2} + x} = 0 \quad (3) \end{cases}$	0,25
	Với điều kiện $x \geq \frac{1}{3}$ thì VT(3) luôn dương do đó phương trình (3) vô nghiệm. Kết hợp với điều kiện suy ra hệ có 2 nghiệm: $(1, 1), (2, 2)$.	0,25

9	Cho x, y, z là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x+3z}{x+2y+z} + \frac{4y}{x+y+2z} - \frac{8z}{x+y+3z}.$	1,0
	Đặt $u = x + 2y + z, v = x + y + 2z, w = x + y + 3z$, suy ra $x = -u + 5v - 3w, y = u - 2v + w$ và $z = -v + w$.	0,25
	Khi đó : $P = \frac{-u+2v}{u} + \frac{4u-8v+4w}{v} + \frac{8v-8w}{w} = \left(\frac{2v}{u} + \frac{4u}{v}\right) + \left(\frac{8v}{w} + \frac{4w}{v}\right) - 17.$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta được : $P \geq 2\sqrt{\frac{2v}{u} \cdot \frac{4u}{v}} + 2\sqrt{\frac{8v}{w} \cdot \frac{4w}{v}} - 17 = 12\sqrt{2} - 17.$	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi $x = 1, y = 1 + \sqrt{2}, z = 4 + 3\sqrt{2}$. Vậy GTNN của P là $12\sqrt{2} - 17$.	0,25

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1: (2.0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x - 1$.

Câu 2: (1.0 điểm)

- Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính giá trị của biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin \alpha$.
- Giải phương trình: $\log_3(x^2 - x) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 4) = 1$.

Câu 3: (1.0 điểm) Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x \ln x}$, $y = 0$ và $x = e$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục hoành.

Câu 4: (1.0 điểm)

- Tìm số phức z thỏa mãn $z + (1 - i)\bar{z} + i = 0$.
- Trong kỳ thi học sinh giỏi của trường PTTH X có 10 học sinh đạt giải trong đó có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Nhà trường muốn chọn một nhóm 5 học sinh trong 10 học sinh trên để tham dự buổi lễ tuyên dương khen thưởng cuối học kỳ I năm học 2015-2016 do Thành phố tổ chức. Tính xác suất để chọn được một nhóm gồm 5 học sinh mà có cả nam và nữ, biết số học sinh nam ít hơn số học sinh nữ.

Câu 5: (1.0 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(4; -1; 2)$, $B(1; 2; 2)$, $C(1; -1; 5)$. Chứng minh tam giác ABC đều. Tìm tọa độ điểm D để ABCD là tứ diện đều.

Câu 6: (1.0 điểm) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HB = 3HA$. Góc tạo bởi B'C với mặt phẳng (ABB'A') bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a và tính cosin của góc tạo bởi mặt phẳng (ABB'A') và mặt phẳng (ACC'A').

Câu 7: (1.0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A và D có $CD = 2AD = 2AB$. Gọi E(2; 4) là điểm thuộc đoạn AB sao cho $AB = 3AE$. Điểm F thuộc BC sao cho tam giác DEF cân tại E và $EF: 2x + y - 8 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thang biết D thuộc đường thẳng $d: x + y = 0$ và điểm A thuộc đường thẳng $\Delta: 3x + y - 8 = 0$.

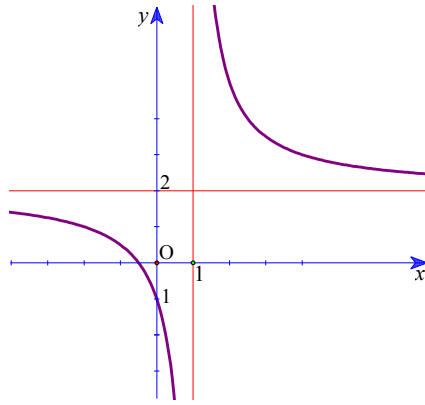
Câu 8: (1.0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (xy - 3)\sqrt{y + 2} + \sqrt{x} = \sqrt{x^5} + (y - 3x)\sqrt{y + 2} \\ \sqrt{9x^2 + 16} - 2\sqrt{2y + 8} = 4\sqrt{2 - x} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 9: (1.0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức:
$$P = \frac{a^2}{\sqrt{2a^2 + 7b^2 + 16ab}} + \frac{b^2}{\sqrt{2b^2 + 7c^2 + 16bc}} + \frac{c^2}{\sqrt{2c^2 + 7a^2 + 16ca}}.$$

-----**Hết**-----

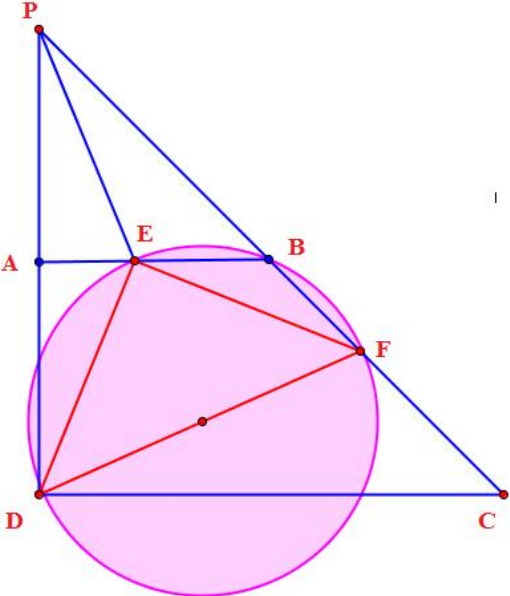
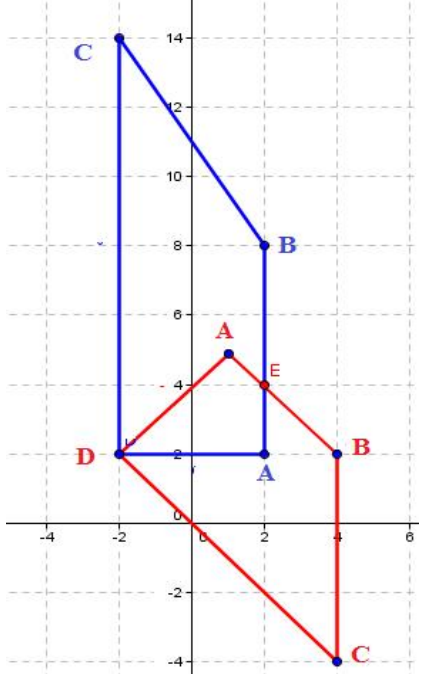
Cán bộ coi thi không giải thích đề thi !

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm												
1	Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (C).	2.0												
	a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.	1.0												
	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$													
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; tiệm cận ngang: $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$	0.25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$-$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>$2 \rightarrow$</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty \rightarrow 2$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'		$-$	$-$	y	$2 \rightarrow$	$-\infty$	$+\infty \rightarrow 2$	0.25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'		$-$	$-$											
y	$2 \rightarrow$	$-\infty$	$+\infty \rightarrow 2$											
	Đồ thị: 	0,25												
	b. Viết phương trình tiếp tuyến tại giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $d : y = x - 1$.	1,0												
	Xét phương trình $\frac{2x+1}{x-1} = x - 1 \Leftrightarrow 2x + 1 = (x - 1)^2, (x \neq 1)$	0,25												
	$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$	0,25												
	Phương trình tiếp tuyến tại $M(0; -1)$ là: $y = -3x - 1$	0,25												
	Phương trình tiếp tuyến tại $M(4; 3)$ là: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{13}{3}$	0,25												

2		1,0
	a. Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin \alpha.$	0,5
	$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha + 1 = 1 - \tan \alpha \Leftrightarrow \tan \alpha = 0.$	0,25
	Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\sin \alpha = 0, \cos \alpha = -1$. Khi đó $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha + \frac{3}{2} \sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.	0,25
	b. Giải phương trình: $\log_3(x^2 - x) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 4) = 1$.	0,5
	Điều kiện: $-4 < x < 0 \vee x > 1$ Phương trình tương đương: $\log_3(x^2 - x) = \log_3(3x + 12) \Leftrightarrow x^2 - x = 3x + 12$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 6 \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 6; x = -2$.	0,25
3	Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x \ln x}, y = 0$ và $x = e$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục hoành.	1,0
	Điều kiện: $x > 0$. Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{x \ln x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (l)} \\ x = 1 \text{ (n)} \end{cases}$	
	$V = \pi \int_1^e (\sqrt{x \ln x})^2 dx = \pi \int_1^e x \ln x dx$	0,25
	Đặt: $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow V = \pi \left(\frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{dx}{x} \right) = \pi \left(\frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big _1^e \right) = \frac{\pi}{4} (e^2 + 1)$	0,25

4		1,0
	<i>a. Tìm số phức z thỏa mãn $z + (1-i)\bar{z} + i = 0$.</i>	0,5
	Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó phương trình trở thành: $(a + bi) + (1 - i)(a - bi) + i = 0$ $\Leftrightarrow (2a - b) + (-a + 1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 0 \\ -a + 1 = 0 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$ Vậy $z = 1 + 2i$.	0,25
	<i>b. Trong kỳ thi học sinh giỏi của trường PTTH X có 10 học sinh đạt giải trong đó có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Nhà trường muốn chọn một nhóm 5 học sinh trong 10 học sinh trên để tham dự buổi lễ tuyên dương khen thưởng cuối học kỳ I năm học 2015-2016 do Thành phố tổ chức. Tính xác suất để chọn được một nhóm gồm 5 học sinh mà có cả nam và nữ, biết số học sinh nam ít hơn số học sinh nữ.</i>	0,5
	Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^5 = 252$. Gọi biến cố A: “Chọn được 5 học sinh có cả nam lẫn nữ và số học sinh nam ít hơn số học sinh nữ”. Trường hợp 1: Chọn được 1 nam và 4 nữ: $C_4^1 \cdot C_6^4 = 60$ (cách).	0,25
	Trường hợp 2: Chọn được 2 nam và 3 nữ: $C_4^2 \cdot C_6^3 = 120$ (cách). $\Rightarrow n(A) = 60 + 120 = 180$ cách. Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{7}$.	0,25
5	<i>Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(4; -1; 2)$, $B(1; 2; 2)$, $C(1; -1; 5)$. Chứng minh tam giác ABC đều. Tìm tọa độ điểm D để ABCD là tứ diện đều.</i>	1,0
	Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (-3; 0; 3)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -3; 3)$.	0,25
	Vì $AB = BC = AC = 3\sqrt{2}$. Do đó, ΔABC đều.	0,25
	Gọi G là trọng tâm của $\Delta ABC \Rightarrow G(2; 0; 3)$ và d là đường thẳng qua G và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Suy ra phương trình d: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 3 + t \end{cases}$	0,25
	$ABCD$ là tứ diện đều nên $\begin{cases} D \in d \\ AD = AB = 3\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow (t-2)^2 + (t+1)^2 + (t+1)^2 = 18 \Leftrightarrow t = \pm 2$ Vậy $D(4; 2; 5)$ hoặc $D(0; -2; 1)$.	0,25

6	Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HB = 3HA$. Góc tạo bởi $B'C$ với mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 30°. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a và tính cosin của góc tạo bởi mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt phẳng $(ACC'A')$.	1,0
	Gọi I là trung điểm của AB. Vì ΔABC đều và $HB = 3AH$ nên $AH = \frac{a}{4}, BH = \frac{3}{4}a, CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Ta có: $\begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp A'H \end{cases} \Rightarrow CM \perp (ABB'C')$ $\Rightarrow \angle(B'C, (ABB'A')) = \angle CB'M = 30^\circ$ $\Rightarrow MB' = \frac{MC}{\tan 30^\circ} = \frac{3a}{2}$	0,25
	Kẻ $MM' \parallel A'H \Rightarrow MM' = \sqrt{B'M^2 - M'B'^2} = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$ $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}. \text{ Suy ra } V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{16}$	0,25
	Kẻ $MK \perp A'A$, ta có $CK \perp A'A$ Suy ra $\angle((ABB'A'), (ACC'A')) = \angle MKC$ Ta có: $MK \cdot A'A = A'H \cdot AM \Rightarrow MK = \frac{A'H \cdot AM}{A'A} = \frac{3a\sqrt{3}}{4\sqrt{7}} = \frac{3a\sqrt{21}}{28}$	0,25
	$CK = \sqrt{CM^2 + MK^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{27a^2}{112}} = \frac{a\sqrt{777}}{28}$ $\cos \alpha = \cos(\widehat{MKC}) = \frac{MK}{CK} = \frac{3\sqrt{37}}{37}$	0,25

7	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A và D có $CD = 2AD = 2AB$. Gọi $E(2; 4)$ là điểm thuộc đoạn AB sao cho $AB = 3AE$. Điểm F thuộc BC sao cho tam giác DEF cân tại E và $EF: 2x + y - 8 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thang biết D thuộc đường thẳng $d: x + y = 0$ và điểm A thuộc đường thẳng $\Delta: 3x + y - 8 = 0$.	1,0
	  Gọi P là điểm đối xứng của D qua A $\Rightarrow \triangle DCP$ vuông cân tại D $\Rightarrow \widehat{DPC} = 45^0$. Mà A trung điểm DP $\Rightarrow B$ là trung điểm PC. Do đó, AB là đường trung trực của DP, mà $E \in AB \Rightarrow EP = ED = EF$. Suy ra E là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle PDF \Rightarrow \widehat{DEF} = 2\widehat{DPF} = 90^0$ Do đó, $\triangle DEF$ vuông cân tại E.	0,25
	Phương trình DE: $\begin{cases} \text{qua } E(2;4) \\ DE \perp EF: 2x + y - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow DE: x - 2y + 6 = 0$. Ta có, $D = DE \cap d$. Suy ra tọa độ D thỏa hệ: $\begin{cases} x - 2y + 6 = 0 \\ 3x + y - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow D(-2;2)$	0,25
	Ta có, $A \in d' \Rightarrow A(a; 8 - 3a)$. Ta có $AD \perp AE \Rightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = 0$ $\overrightarrow{AD} = (-2 - a; 3a - 6); \overrightarrow{AE} = (2 - a; 3a - 4)$. Ta có, $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$	0,25
	Với $a = 1 \Rightarrow A(1;5)$. Ta có, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{3AE} \Rightarrow B(4;2)$ và $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow C(4;-4)$. Tương tự với $a = 2 \Rightarrow A(2;2), B(2;8), C(-2;14)$ (loại vì $AB > AD$). Vậy $A(1;5), B(4;2), C(4;-4), D(-2;2)$.	0,25

8	Giải hệ phương trình $\begin{cases} (xy-3)\sqrt{y+2}+\sqrt{x}=\sqrt{x^5}+(y-3x)\sqrt{y+2} \\ \sqrt{9x^2+16}-2\sqrt{2y+8}=4\sqrt{2-x} \end{cases} \quad (x, y \in R).$	1,0
	Điều kiện: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ y \geq -2 \end{cases}$. Phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=-\frac{31}{8} \text{ (L)} \\ (x+1)\sqrt{x}=(y+3)\sqrt{y+2} \quad (3) \end{cases}$.	0,25
	Phương trình (3) $\Leftrightarrow x\sqrt{x}+\sqrt{x}=(y+2)\sqrt{y+2}+\sqrt{y+2}$. Xét hàm số $f(t)=t^3+t, t \in R \Rightarrow f'(t)=3t^2+1>0, \forall t \in R$. Suy ra $f(t)$ luôn đồng biến trên R . Khi đó $f(\sqrt{x})=f(\sqrt{y+2}) \Leftrightarrow \sqrt{x}=\sqrt{y+2} \Leftrightarrow y=x-2$.	0,25
	Thay vào phương trình (2), ta được: $4\sqrt{2-x}+2\sqrt{2x+4}=\sqrt{9x^2+16}$ $\Leftrightarrow 4(8-2x^2)+16\sqrt{8-2x^2}-x^2-8x=0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{8-2x^2}=\frac{x}{2} \Leftrightarrow x=\frac{4\sqrt{2}}{3} \Rightarrow y=\frac{4\sqrt{2}}{3}-2 \\ \sqrt{8-2x^2}=-\frac{x}{2}-4 \text{ (VN } \forall x \in [0,2]) \end{cases}$	0,25
	Kết hợp điều kiện suy ra hệ có nghiệm duy nhất: $(x, y) = \left(\frac{4\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}-2 \right)$.	0,25
9	Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a^2}{\sqrt{2a^2+7b^2+16ab}} + \frac{b^2}{\sqrt{2b^2+7c^2+16bc}} + \frac{c^2}{\sqrt{2c^2+7a^2+16ca}}.$	1,0
	Ta có: $\frac{a^2}{\sqrt{2a^2+7b^2+16ab}} = \frac{a^2}{\sqrt{(2a+3b)^2-2(a-b)^2}} \geq \frac{a^2}{2a+3b}.$ Tương tự, $\frac{b^2}{\sqrt{2b^2+7c^2+16bc}} = \frac{b^2}{\sqrt{(2b+3c)^2-2(b-c)^2}} \geq \frac{b^2}{2b+3c},$ và $\frac{c^2}{\sqrt{2c^2+7a^2+16ca}} = \frac{c^2}{\sqrt{(2c+3a)^2-2(c-a)^2}} \geq \frac{c^2}{2c+3a},$	0,25
	Cộng các bất đẳng thức này lại ta được: $P \geq \frac{a^2}{2a+3b} + \frac{b^2}{2b+3c} + \frac{c^2}{2c+3a}.$	0,25

	Áp dụng bất đẳng thức cơ bản: $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} + \frac{z^2}{p} \geq \frac{(x+y+z)^2}{m+n+p}$, ta được: $P \geq \frac{(a+b+c)^2}{5(a+b+c)} = \frac{a+b+c}{5} = \frac{3}{5}.$	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{3}{5}$.	0,25

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1: (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 2: (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x - 3 + \frac{4}{x-1}$ trên đoạn $[2; 5]$.

Câu 3: (1,0 điểm).

- Giải phương trình $4\sin^2 x + \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$.
- Giải phương trình $2\log_2(x-1) = 2 + \log_2(x+2)$.

Câu 4: (1,0 điểm)

- Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2(z+1) = 3\bar{z} + i(5-i)$. Tính mô đun của z .
- Một chiếc hộp đựng 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đỏ và 2 quả cầu đen. Chọn ngẫu nhiên 6 quả cầu từ hộp. Tính xác suất để 6 quả cầu được chọn có 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đỏ và 1 quả cầu đen.

Câu 5: (1,0 điểm). Tìm họ nguyên hàm $I = \int x(x^2 + \sin 2x) dx$.

Câu 6: (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): 5x - 2y + 5z = 0$ và tạo với mặt phẳng $(R): x - 4y - 8z + 6 = 0$ góc 45° .

Câu 7: (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I và có cạnh bằng a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi H là trung điểm của IB và SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.AHCD$ và tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

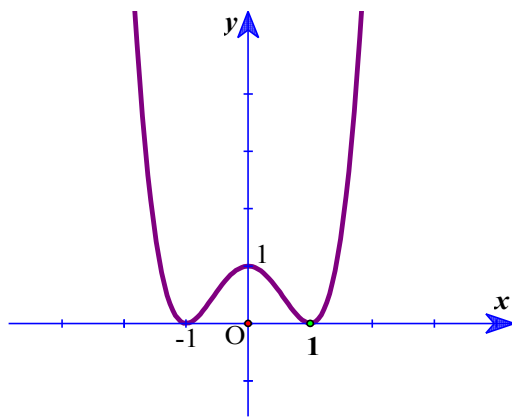
Câu 8: (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đường thẳng AD đi qua điểm $M(3,6)$, điểm $N(1,-2)$ thuộc cạnh BC thỏa mãn $BC = 3BN$ và H là hình chiếu của A xuống DN . Cho biết khoảng cách từ H đến cạnh CD bằng $\frac{12\sqrt{2}}{13}$. Tìm tọa các đỉnh của hình vuông $ABCD$ biết hoành độ của A là một số nguyên lớn hơn -2 .

Câu 9: (1,0 điểm). Giải bất phương trình $(4x-7)\sqrt{x-2} \leq (2+\sqrt{x-3})\left(\frac{x}{2} + 2\sqrt{x-3} + 1\right)$

Câu 10: (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a^2 + ab + b^2 = c$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^2+2} + \frac{1}{b^2+2} - \frac{3(ab+2)\sqrt{2c^2+36}}{4ab(2c+3)^2}$.

..... **Hết**

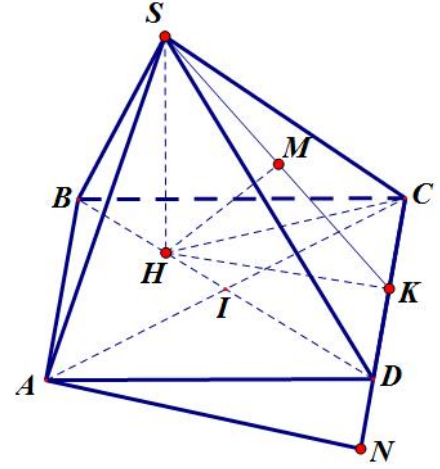
Cán bộ coi thi không giải thích đề thi !

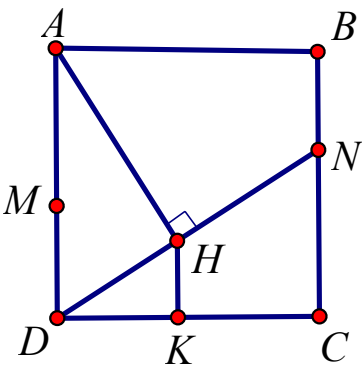
Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm																														
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.	1.0																														
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$	0.25																														
	- Các khoảng đồng biến $(-1; 0); (1; +\infty)$, các khoảng nghịch biến $(-\infty; -1); (0; 1)$ - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 1$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = 0$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0.25																														
	Bảng biến thiên:<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>$\searrow$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>1</td><td>$\searrow$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	0	+		y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$	0.25
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$																							
y'		-	0	+	0	-	0	+																								
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$																							
	Đồ thị:	0,25																														
2	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x - 3 + \frac{4}{x-1}$ trên đoạn $[2; 5]$.	1,0																														
	Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[2; 5]$. Ta có $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}$.	0,25																														
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = 0, x \neq 1 \quad (1).$ $(1) \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$	0,25																														

	Ta có, $f(2) = 3; f(5) = 3; f(3) = 2$	0,25
	Vậy $\max_{[2;5]} f(x) = f(2) = f(5) = 3; \min_{[2;5]} f(x) = f(3) = 2$.	0,25
3		1,0
	a. Giải phương trình $4\sin^2 x + \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$.	0,5
	Phương trình tương đương với: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \cos 2x \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 2x$.	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x - \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = -x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$	0,25
	b. Giải phương trình $2\log_2(x-1) = 2 + \log_2(x+2)$.	0,5
	Điều kiện: $x > 1$.	
	Phương trình tương đương: $\log_2(x-1)^2 = \log_2[4(x+2)] \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4(x+2)$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$	0,25
	Kết hợp với điều kiện nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 7$.	
4		1,0
	a. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2(z+1) = 3\bar{z} + i(5-i)$. Tính mô đun của z.	0,5
	Đặt $z = a + bi$. Khi đó, phương trình trở thành:	
	$2(a+1+bi) = 3(a-bi) + 1 + 5i \Leftrightarrow 1-a+(5b-5)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow z = 1+i \Rightarrow z = \sqrt{2}.$	0,25
	b. Một chiếc hộp đựng 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đỏ và 2 quả cầu đen. Chọn ngẫu nhiên 6 quả cầu từ hộp. Tính xác suất để 6 quả cầu được chọn có 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đỏ và 1 quả cầu đen.	0,5
	Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^6 = 924$.	
	Gọi biến cố A : “6 quả cầu được chọn có 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đỏ và 1 quả cầu đen”.	0,25
	Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = C_6^3 C_4^2 C_2^1 = 240$.	
	Xác suất: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{240}{924} = \frac{20}{77}$.	0,25

5	Tìm họ nguyên hàm $I = \int x(x^2 + \sin 2x) dx$.	1,0
	$I = \int x(x^2 + \sin 2x) dx = \int x^3 dx + \int x \sin 2x dx = I_1 + I_2$.	0,25
	$I_1 = \frac{x^4}{4} + C_1$.	0,25
	Tính I_2 . Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$ $I_2 = -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{2} \int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C_2$.	0,25
	Vậy $I = \frac{x^4}{4} - \frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$ (với $C = C_1 + C_2$).	0,25
6	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): 5x - 2y + 5z = 0$ và tạo với mặt phẳng $(R): x - 4y - 8z + 6 = 0$ góc 45° .	1,0
	Gọi $\vec{n} = (a, b, c)$ là VTPT của (P) . Vì $(P) \perp (Q)$ nên: $5a - 2b + 5c = 0$ (1) Do (P) tạo với (R) một góc bằng 45° nên: $\cos 45^\circ = \frac{ a - 4b - 8c }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-4)^2 + (-8)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (2)	0,25
	Từ (1) $\Rightarrow b = \frac{5(a+c)}{2}$, thế vào (2) ta được: $21a^2 + 18ac - 3c^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{c} = -1 \\ \frac{a}{c} = \frac{1}{7} \end{cases}$	0,25
	• Với $\frac{a}{c} = -1$, chọn $c = -1 \Rightarrow a = 1, b = 0$. Phương trình mặt phẳng $(P): x - z = 0$	0,25
	• Với $\frac{a}{c} = \frac{1}{7}$, chọn $c = 7 \Rightarrow a = 1, b = 20$. Phương trình mặt phẳng $(P): x + 20y + 7z = 0$	0,25

7	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I và có cạnh bằng a, góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi H là trung điểm của IB và SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Tính thể tích khối chóp $S.AHCD$ và tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).	1,0
	Vì $SH \perp (ABCD)$ nên HC là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$. Do đó $(SC, (ABCD)) = \widehat{SCH} = 45^\circ$. Mặt khác hình thoi $ABCD$ có $\widehat{DAB} = 60^\circ$ nên tam giác ABD đều cạnh a. Suy ra $IH = \frac{a}{4}$, $IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. $\Rightarrow SH = CH = \sqrt{CH^2 + HI^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.	0,25
	Ta có: $S_{AHCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot DH = \frac{1}{2} a\sqrt{3} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$ $\Rightarrow V_{S.AHCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{AHCD} \cdot SH = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{39}}{32}$	0,25
	Kẻ $HK \perp CD$, $HM \perp SK$. Ta có $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK = \frac{3\sqrt{3}a}{8} \Rightarrow \frac{AN}{HK} = \frac{4}{3}$, Khi đó $d(A, (SCD)) = \frac{4}{3} d(H, (SCD)) = \frac{4}{3} HM$.	0,25
	$SK = \frac{a\sqrt{79}}{8} \Rightarrow HM = \frac{SH \cdot HK}{SK} = \frac{3\sqrt{39}}{4\sqrt{79}}$. Vậy $d(A, (SCD)) = \frac{4}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{39}}{4\sqrt{79}} = \frac{a\sqrt{39}}{\sqrt{79}}$.	0,25
8	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có đường thẳng AD đi qua điểm $M(3,6)$, điểm $N(1,-2)$ thuộc cạnh BC thỏa mãn $BC = 3BN$ và H là hình chiếu của A xuống DN. Cho biết khoảng cách từ H đến cạnh CD bằng $\frac{12\sqrt{2}}{13}$. Tìm tọa các đỉnh của hình vuông $ABCD$ biết hoành độ của A là một số nguyên lớn hơn -2.	1,0



	 $+ HK // NC \Rightarrow \frac{HK}{NC} = \frac{DK}{DC} \Rightarrow DK = \frac{DC \cdot HK}{NC} = \frac{BC \cdot HK}{\frac{2}{3}BC} = \frac{18\sqrt{2}}{13} \Rightarrow DH = \frac{6\sqrt{26}}{13}.$ $\Delta ADH \sim \Delta DHK \Rightarrow \frac{AD}{DH} = \frac{DH}{HK} \Rightarrow AD = \frac{DH^2}{HK} = 3\sqrt{2} \Rightarrow AN = 2\sqrt{5}.$	0,25
	+ AD qua M có dạng: $y = k(x - 3) + 6 \Leftrightarrow kx - y - 3k + 6 = 0.$ Ta có: $d(N; AD) = DC = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{ 18 - 2k }{\sqrt{k^2 + 1}} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -\frac{27}{3} \end{cases}$ Với $k = 1 \Rightarrow AD : x - y + 3 = 0$. Gọi $A(a; a + 3)$. Ta có $AN = 2\sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} A(-1; 2) \\ A(-3; 0) \end{cases} \Rightarrow A(-1; 2).$	0,25
	Với $k = -\frac{23}{7}$. Giải tương tự và ta loại trường hợp này vì hoành độ của A không phải là số nguyên. + $AB : x + y - 1 = 0; BC : x - y - 3 = 0 \Rightarrow B(2; -1).$ Gọi $C(m; m - 3)$. Ta có, $BC = 3\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} C(5; 2) \\ C(-1; -4) \end{cases}$	0,25
	+ Vì N thuộc cạnh BC nên $BC > NC \Rightarrow C(-1; -4) \Rightarrow D(-4; -1).$ Vậy: $A(-1; 2), B(2; -1), C(-1; -4), D(-4; -1).$	0,25
9	Giải bất phương trình $(4x - 7)\sqrt{x - 2} \leq (2 + \sqrt{x - 3})\left(\frac{x}{2} + 2\sqrt{x - 3} + 1\right)$	1.0
	Điều kiện: $x \geq 3.$ Bất phương trình tương đương: $(4x - 7)\sqrt{4x - 8} \leq (2 + \sqrt{x - 3})(x + 2 + 2\sqrt{x - 3})$ $\Leftrightarrow (4x - 8 + 1)\sqrt{4x - 8} \leq (2 + \sqrt{x - 3})\left[(2 + \sqrt{x - 3})^2 + 1\right]$	0,25
	Xét hàm số: $f(t) = t(t^2 + 1)$ với $t \in \mathbb{R}.$ Ta có, $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}.$ Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$	0,25

	Do đó $f(\sqrt{4x-8}) \leq f(2+\sqrt{x-3}) \Leftrightarrow \sqrt{4x-8} \leq 2+\sqrt{x-3}$ $\Leftrightarrow 4x-8 \leq 4+4\sqrt{x-3}+x-3$ (do $x \geq 3$). $\Leftrightarrow 3(x-3)-4\sqrt{x-3} \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{x-3} \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3 \leq x \leq \frac{43}{9}$ Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = \left[3; \frac{43}{9}\right]$.	0,25
10	Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a^2 + ab + b^2 = c$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a^2+2} + \frac{1}{b^2+2} - \frac{3(ab+2)\sqrt{2c^2+36}}{4ab(2c+3)^2}$.	1,0
	Ta có, $(2c+3)^2 = \left(\sqrt{2}\cdot\sqrt{2c} + \frac{1}{2}\cdot 6\right)^2 \leq \frac{9}{4}(2c^2+36) \Rightarrow \sqrt{2c^2+36} \geq \frac{2}{3}(2c+3)$.	0,25
	Mặt khác, $\frac{1}{a^2+2} + \frac{1}{b^2+2} = \frac{a^2+b^2+4}{a^2b^2+2(a^2+b^2)+4} = \frac{a^2+b^2+4}{a^2b^2+1+2(a^2+b^2)+3}$ $\leq \frac{a^2+b^2+4}{2(a^2+ab+b^2)+3} = \frac{a^2+b^2+4}{2c+3}$	0,25
	Khi đó, $P \leq \frac{a^2+b^2+4}{2c+3} - \frac{ab+2}{2ab(2c+3)} = \frac{c-ab+4}{2c+3} - \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{ab}}{2c+3}$ $= \frac{c + \frac{7}{2} - \left(ab + \frac{1}{ab}\right)}{2c+3} \leq \frac{c + \frac{3}{2}}{2c+3} = \frac{1}{2}$	0,25
	Do đó, $P \leq \frac{1}{2}$. Vậy $P_{\max} = \frac{1}{2}$ đạt được khi và chỉ khi $\begin{cases} ab = 1 \\ c = 12 \\ a^2 + ab + b^2 = c \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3+\sqrt{13}}{2} \\ b = \frac{-3+\sqrt{13}}{2} \\ c = 12 \end{cases}$ hoặc $\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-3+\sqrt{13}}{2} \\ b = \frac{3+\sqrt{13}}{2} \\ c = 12 \end{cases}$	0,25

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1: (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Câu 2: (1 điểm). Tìm tham số thực m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Câu 3: (1 điểm).

a. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 3 - 3i$. Tìm mô đun của z .

b. Giải bất phương trình $\log_2(2x) + 1 \geq 3\sqrt{\log_2 x}$.

Câu 4: (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x^2 + x)e^x + 1}{x+1} dx$.

Câu 5: (1 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ và điểm $M(1, 0, 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và M . Tính cosin của góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Oxz) .

Câu 6: (1 điểm).

a. Cho $\tan \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin 2\alpha + \cos 2\alpha$.

b. Tính tổng $S = 1C_{2016}^1 + 2C_{2016}^2 + 3C_{2016}^3 + \dots + 2016C_{2016}^{2016}$.

Câu 7: (1 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, BC = 2a$, góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$, hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm của cạnh $A'B'$, góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(BCC'B')$.

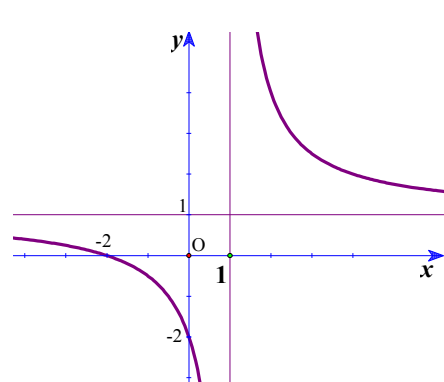
Câu 8: (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và DC . Gọi H là giao điểm của BN và CM . Cho $A(3, 4)$ và $BN: x - 3y + 1 = 0$. Tìm tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác HMB biết rằng B có tọa độ là các số nguyên.

Câu 9: (1 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{(12-y)x^2} + \sqrt{y(12-x^2)} = 12 \\ \sqrt{3x-5} + 2\sqrt[3]{19x-30} + 9 = 3x+y \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

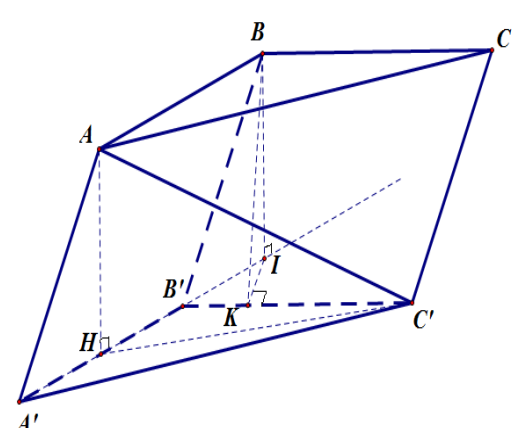
Câu 10: (1 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương và $x > 2$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

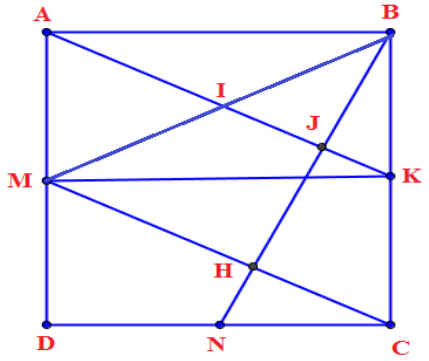
$$P = \frac{1}{2\sqrt{(x-2)^2 + y^2 + z^2 + 1}} - \frac{1}{(x-1)(y+1)(z+1)}.$$

-----Hết-----

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm												
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$.	1.0												
	Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$	0.25												
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; tiệm cận ngang: $y = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$1 \rightarrow -\infty$</td><td></td><td>$+\infty \rightarrow 1$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'		-	-	y	$1 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow 1$	0,25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'		-	-											
y	$1 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow 1$											
	Đồ thị: 	0,25												
2	Tìm tham số thực m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.	1.0												
	Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - m - 1) = 0$	0.25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ g(x) = x^2 - 2x - m - 1 = 0 \end{cases} \quad (1)$	0.25												
	Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+1+m > 0 \\ 1-2-1-m \neq 0 \end{cases}$	0.25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2.$	0.25												

3		1,0
a.	Cho số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 3 - 3i$. Tìm mô đun của z.	0,5
	Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Thay vào phương trình, ta được $a + bi + 2(a - bi) = 3 - 3i \Leftrightarrow 3a - bi = 3 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ -b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}.$	0,25
	Vậy $z = 1 + 3i$ và $ z = \sqrt{10}$.	0,25
b.	Giải bất phương trình $\log_2(2x) + 1 \geq 3\sqrt{\log_2 x}$.	0,5
	Điều kiện $x \geq 1$. Bất phương trình trở thành $\log_2 x - 3\sqrt{\log_2 x} + 2 \geq 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\log_2 x} \geq 2 \\ \sqrt{\log_2 x} \leq 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 16 \\ x \leq 2 \end{cases}$. Kết hợp điều kiện, nghiệm của bất phương trình là $\begin{cases} x \geq 16 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{cases}.$	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x^2 + x)e^x + 1}{x + 1} dx$.	1,0
	$I = \int_0^1 \frac{(x^2 + x)e^x + 1}{x + 1} dx = \int_0^1 xe^x dx + \int_0^1 \frac{1}{x + 1} dx = I_1 + I_2.$	0,25
	Tính I_1 : Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$. $I_1 = xe^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx = (xe^x - e^x) \Big _0^1 = 1.$	0,25
	$I_2 = \int_0^1 \frac{1}{x + 1} dx = \ln x + 1 \Big _0^1 = \ln 2.$	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = 1 + \ln 2$	0,25
5	Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$ và điểm $M(1, 0, 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và M. Tính cosin của góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Oxz).	1,0
	Gọi $A(1; 0; 0) \in d$. $\overrightarrow{AM} = (0; 0; 2)$, $\vec{u} = (1; 2; 1)$ $\Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AM}, \vec{u}] = (-4; 2; 0) = -2(2; -1; 0)$	0,25
	Phương trình mp (P) là: $2(x - 1) - 1(y - 0) = 0$ $\Leftrightarrow 2x - y - 2 = 0.$	0,25
	(Oxz) có VTPT $\vec{n}_1 = (0; 1; 0)$ (P) có VTPT $\vec{n}_2 = (2; -1; 0)$ $\cos((Oxz), (P)) = \frac{ -1 }{\sqrt{5}}$	0,25
	Vậy $\cos((Oxz), (P)) = \frac{\sqrt{5}}{5}$	0,25

6		1,0
a.	<i>Cho $\tan \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin 2\alpha + \cos 2\alpha$.</i>	
	Ta có $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2 \cdot 3}{1 + 3^2} = \frac{3}{5}$; $\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 - 3^2}{1 + 3^2} = \frac{-4}{5}$	0,25
	$\Rightarrow P = \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{5}$.	0,25
b.	<i>Tính tổng $S = 1C_{2016}^1 + 2C_{2016}^2 + 3C_{2016}^3 + \dots + 2016C_{2016}^{2016}$.</i>	0.5
	Xét khai triển: $(1+x)^{2016} = C_{2016}^0 + C_{2016}^1 x + C_{2016}^2 x^2 + C_{2016}^3 x^3 + \dots + C_{2016}^{2016} x^{2016}$. Đạo hàm hai vế ta được: $2016 \cdot (1+x)^{2015} = 1C_{2016}^1 + 2C_{2016}^2 x + 3C_{2016}^3 x^2 + \dots + 2016C_{2016}^{2016} x^{2015}$	0,25
	Cho $x=1$ ta được: $S = 1C_{2016}^1 + 2C_{2016}^2 + 3C_{2016}^3 + \dots + 2016C_{2016}^{2016} = 2016 \cdot 2^{2015}$	0,25
7	<i>Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $BC = 2a$, góc $\widehat{ABC} = 120^\circ$, hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm của cạnh $A'B'$, góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 60°. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(BCC'B')$</i>	1,0
	Xét tam giác $B'HC'$ ta có: $C'H^2 = B'H^2 + B'C'^2 - 2B'H \cdot B'C' \cdot \cos 120^\circ$ $= \left(\frac{a}{2}\right)^2 + (2a)^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot 2a \cdot \cos 120^\circ = \frac{21a^2}{4}$ $\Rightarrow C'H = \frac{a\sqrt{21}}{2}$. Xét tam giác vuông AHC', ta có: $AH = C'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{21}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a\sqrt{7}}{2}$	0,25
	 $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$. $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AH = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{7}}{2} = \frac{3a^3 \sqrt{21}}{4}$ (đvtt)	0,25
	Gọi I là hình chiếu vuông góc của B lên $A'B'$ và K là hình chiếu của I lên $B'C'$. Khi đó $((ABC), (BCC'B')) = ((A'B'C'), (BCC'B')) = \widehat{BKI}$ Ta có $\widehat{KB'I} = 60^\circ \Rightarrow KI = B'I \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. $BB' = \sqrt{BI^2 + B'I^2} = \sqrt{\left(\frac{3a\sqrt{7}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = 4a$. $B'K = KI \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{4}$.	0,25

	$BK = \sqrt{BB'^2 - B'K'^2} = \sqrt{(4a)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{225}}{4}.$	
	Xét tam giác BIK ta có: $\cos \widehat{BKI} = \frac{BK^2 + IK^2 - BI^2}{2 \cdot BK \cdot IK} = \frac{\sqrt{85}}{85}.$	0,25
8	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và DC . Gọi H là giao điểm của BN và CM . Cho $A(3,4)$ và $BN: x-3y+1=0$. Tìm tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác HMB biết rằng B có tọa độ là các số nguyên.	1,0
	Ta có: $\widehat{DCM} + \widehat{BCM} = 90^\circ$ và $\triangle CDM = \triangle BCN \Rightarrow \widehat{DCM} = \widehat{CBN} \Rightarrow \widehat{CBN} + \widehat{BCM} = 90^\circ$ $\Rightarrow \triangle BHM$ vuông tại H. Do đó, tâm I cần tìm là trung điểm của MB. 	0,25
	Gọi $B(3b-1, b) \in BN$ và K là trung điểm của BC thì $AKCM$ là hình bình hành. Suy ra $AK \parallel CM \Rightarrow AK \perp BN \Rightarrow AK: 3x + y - 13 = 0$. Gọi $J = AK \cap BN \Rightarrow J\left(\frac{19}{5}, \frac{8}{5}\right) \Rightarrow AJ = \frac{4\sqrt{10}}{5}.$	0,25
	Mặt khác: $\triangle ABJ = \triangle BHC \Rightarrow AJ = BH = 2BJ = \frac{4\sqrt{10}}{5}$. Giải phương trình này tìm được $b = 2 \vee b = \frac{6}{5}(l) \Rightarrow B(5, 2).$	0,25
	Gọi $I(m, 13-3m) \in AK$. Khi đó $IA = IB \Rightarrow m = \frac{7}{2}$. Suy ra $I\left(\frac{7}{2}, \frac{5}{2}\right).$	0,25
9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{(12-y)x^2} + \sqrt{y(12-x^2)} = 12 & (1) \\ \sqrt{3x-5} + 2\sqrt[3]{19x-30} + 9 = 3x+y & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$	1,0
	ĐK: $x \geq \frac{5}{3}, y \leq 12, y(12-x^2) \geq 0$. Ta có: VT(1) $\Leftrightarrow \sqrt{(12-y)x^2} = 12 - \sqrt{y(12-x^2)}$ Bình phương 2 vế phương trình này được $\left(\sqrt{12-x^2} - \sqrt{y}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow y = 12-x^2$.	0,25
	Với $y = 12-x^2$, thế vào phương trình (2), ta được: $\sqrt{3x-5} + 2\sqrt[3]{19x-30} + x^2 - 3x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{3x-5} - 1) + 2(\sqrt[3]{19x-30} - 2) + x^2 - 3x + 2 = 0$ $\Leftrightarrow \frac{3(x-2)}{\sqrt{3x-5}+1} + \frac{38(x-2)}{\sqrt[3]{(19x-30)^2} + 2\sqrt[3]{19x-30} + 4} + (x-2)(x-1) = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow (x-2) \left(\frac{3}{\sqrt{3x-5}+1} + \frac{38}{\sqrt[3]{(19x-30)^2} + 2\sqrt[3]{19x-30} + 4} + x-1 \right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \frac{3}{\sqrt{3x-5}+1} + \frac{38}{\sqrt[3]{(19x-30)^2} + 2\sqrt[3]{19x-30} + 4} + x-1 = 0 \end{cases} \quad (3)$	0,25															
	Với $x \geq \frac{5}{3}$ thì $\frac{3}{\sqrt{3x-5}+1} + \frac{38}{\sqrt[3]{(19x-30)^2} + 2\sqrt[3]{19x-30} + 4} + x-1 > 0$ nên phương trình (3) vô nghiệm. Với $x = 2 \Rightarrow y = 8$. Thử lại thấy thỏa mãn hệ đã cho. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất : $(x,y) = (2,8)$.	0,25															
10	Cho x,y,z là các số thực dương và $x > 2$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau: $P = \frac{1}{2\sqrt{(x-2)^2 + y^2 + z^2 + 1}} - \frac{1}{(x-1)(y+1)(z+1)}.$	1,0															
	Đặt $t = x-2, t > 0$ và $x-1 = t+1$. Khi đó, $P = \frac{1}{\sqrt{t^2 + y^2 + z^2 + 1}} - \frac{1}{(t+1)(y+1)(z+1)}$. Ta có: • $t^2 + y^2 + z^2 + 1 \geq \frac{(t+y)^2}{2} + \frac{(z+1)^2}{2} \geq \frac{(t+y+z+1)^2}{4}$. • $(t+1)(y+1)(z+1) \leq \left(\frac{t+y+z+3}{3} \right)^3$.	0,25															
	Khi đó, $P \leq \frac{1}{t+y+z+1} - \frac{27}{(t+y+z+3)^3}$. Đặt: $a = t+y+z+1 \Rightarrow a > 1$. Suy ra $P \leq \frac{1}{a} - \frac{27}{(a+2)^3}$.	0,25															
	Xét hàm số, $f(a) = \frac{1}{a} - \frac{27}{(a+2)^3}$, với $a > 1$. Ta có, $f'(a) = -\frac{1}{a^2} + \frac{81}{(a+2)^4}, f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 4$. • Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td></td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td>$\frac{1}{8}$</td><td></td></tr></table> 0 → $\frac{1}{8}$ → 0	x	$-\infty$	1	4	$+\infty$	y'			+	-	y			$\frac{1}{8}$		0,25
x	$-\infty$	1	4	$+\infty$													
y'			+	-													
y			$\frac{1}{8}$														
	Suy ra: $P \leq f(a) \leq f(4) = \frac{1}{8}$. Vậy $P_{\max} = \frac{1}{8}$, khi $x = 3, y = z = 1$.	0,25															

Câu 1: (1 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 2: (1 điểm) Tìm các điểm cực trị của hàm số $y = x^2 e^x$.

Câu 3: (1 điểm)

a. Cho $\tan \alpha = 2$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$.

b. Giải bất phương trình: $\log_2^2 x \geq \log_2 \frac{x}{4} + 4$.

Câu 4: (1 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^{\pi/4} \frac{x + \sin x}{\cos^2 x} dx$.

Câu 5: (1 điểm)

a. Tìm số phức z thỏa mãn: $2(\bar{z} + 1) + z - 1 = (1 - i)|z|^2$.

b. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn: $\frac{2}{C_n^2} + \frac{14}{3C_n^3} = \frac{1}{n}$. Tìm hệ số của x^9 trong khai triển nhị thức Niu-ton $(1 - \sqrt{3}x)^{2n}$.

Câu 6: (1 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$. Chứng minh rằng (P) và (S) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tìm tâm và bán kính của (C) .

Câu 7: (1 điểm) Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích của hình hộp và khoảng cách giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(A'BD)$.

Câu 8: (1 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(T): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$. Gọi M là điểm mà tiếp tuyến qua M tiếp xúc với (T) tại A , cát tuyến qua M cắt (T) tại B và C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B . Tìm tọa độ của điểm M để khoảng cách từ M đến O là ngắn nhất.

Câu 9: (1 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)(y-2)} + x+5 = 2y + \sqrt{y-2} \\ (x-8)(y+1) = (x^2 - 4x + 7)(y-2)(\sqrt{x+1} - 3) \end{cases}$$

Câu 10: (1 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{2z^2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất

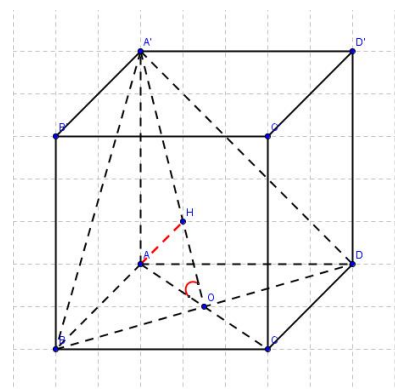
của biểu thức:

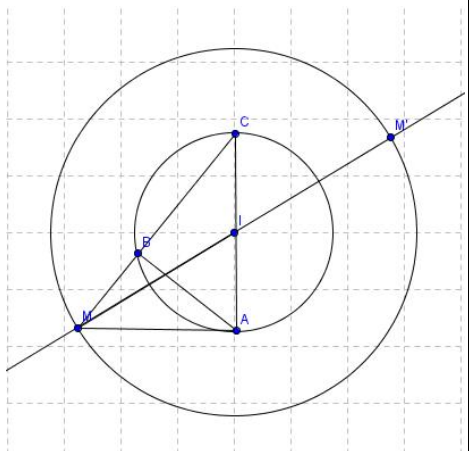
$$P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

Câu	GỢI Ý ĐÁP ÁN	Điểm																
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.	1.0																
	TXĐ: $D = R$. $y' = 6x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 1 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$	0.25																
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	0.25
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$														
y'	+	0	-	0	+													
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$														
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x = 0; y_{CD} = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 1; y_{CT} = 0$. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0.25																
	Đồ thị: 	0,25																
2	Tìm các điểm cực trị của hàm số $y = x^2 e^x$.	1,0																
	Ta có: $y' = 2xe^x + x^2 e^x \Rightarrow y'' = 2e^x + 4xe^x + x^2 e^x$	0,25																
	$y' = 0 \Leftrightarrow 2xe^x + x^2 e^x = 0 \Leftrightarrow xe^x (2 + x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$	0,25																
	Ta có: • $y''(0) = 2 > 0 \Rightarrow x = 0$ là điểm cực tiểu.	0,25																
	• $y''(-2) = -\frac{2}{e^2} < 0 \Rightarrow x = -2$ là điểm cực đại.	0,25																

3		1,0
	a. Cho $\tan \alpha = 2$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Tính $\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$.	0,5
	Ta có: $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 5 \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$ Vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ và $\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$	0,25
	Ta có: $\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin \alpha \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \alpha \sin \frac{2\pi}{3}$ $= \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{5} - \sqrt{15}}{10}.$	0,25
	b. Giải bất phương trình: $\log_2^2 x \geq \log_2 \frac{x}{4} + 4$.	0,5
	Điều kiện: $x > 0$. Bất phương trình tương đương: $\log_2^2 x \geq \log_2 x - \log_2 4 + 4 \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x - 2 \geq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \geq 2 \\ \log_2 x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = \left(0; \frac{1}{2}\right] \cup [4; +\infty)$.	0,25
4	Tính tích phân: $I = \int_0^{\pi/4} \frac{x + \sin x}{\cos^2 x} dx$.	1,0
	$I = \int_0^{\pi/4} \frac{x + \sin x}{\cos^2 x} dx = \int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx + \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = I_1 + I_2$	0,25
	Tính I_1 . Đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = \frac{1}{\cos^2 x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x \end{cases}$. Khi đó: $I_1 = x \tan x \Big _0^{\pi/4} - \int_0^{\pi/4} \tan x dx = \frac{\pi}{4} + \ln \cos x \Big _0^{\pi/4} = \frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2}$	0,25
	Tính I_2 . Đặt: $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow I_2 = - \int_1^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{1}{t^2} dt = \frac{1}{t} \Big _1^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2} - 1$	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{\pi}{4} - \ln \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$.	0,25
5		1,0
	a. Tìm số phức z thỏa mãn: $2(\bar{z} + 1) + z - 1 = (1 - i) z ^2$.	0,5
	Đặt $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.	0,25

	Phương trình tương đương: $3a+1-bi=a^2+b^2-(a^2+b^2)i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+1=a^2+b^2 \\ b=a^2+b^2 \end{cases}$	
	$\Rightarrow \begin{cases} a=0 \Rightarrow b=1 \\ a=-\frac{3}{10} \Rightarrow b=\frac{1}{10} \end{cases}$. Vậy $z=i; z=-\frac{3}{10}+\frac{1}{10}i$	0,25
	<i>b. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn: $\frac{2}{C_n^2}+\frac{14}{3C_n^3}=\frac{1}{n}$. Tìm hệ số của x^9 trong khai triển nhị thức Niu-ton $(1-\sqrt{3}x)^{2n}$.</i>	0,5
	Điều kiện: $n \geq 3$. Ta có: $\frac{2}{C_n^2}+\frac{14}{3C_n^3}=\frac{1}{n} \Leftrightarrow \frac{4}{n(n-1)}+\frac{28}{n(n-1)(n-2)}=\frac{1}{n} \Rightarrow n=9$.	0,25
	Ta có: $(1-\sqrt{3}x)^{18}=\sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (-\sqrt{3})^k x^k$. Số hạng chứa x^9 thì $k=9$. Hệ số của x^9 là: $-C_{18}^9 (\sqrt{3})^9$.	0,25
6	<i>Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) : $x-2y+2z+1=0$ và mặt cầu (S) : $x^2+y^2+z^2-4x+6y+6z+17=0$. Chứng minh rằng (P) và (S) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm tâm và bán kính của (C).</i>	1,0
	Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-3;-3)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$. Ta có: $d(I;(P))=1<\sqrt{5} \Rightarrow (P)$ cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C).	0,25
	Bán kính: $r=\sqrt{R^2-d^2(I;(P))}=2$.	0,25
	Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (P) . Phương trình $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-3-2t \\ z=-3+2t \end{cases}$	0,25
	Gọi $H=d \cap (P)$ là tâm của (C) $\Rightarrow H\left(\frac{5}{3};-\frac{7}{3};-\frac{11}{3}\right)$.	0,25
7	<i>Cho hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^\circ$, góc giữa mặt phẳng $(A'BD)$ và mặt phẳng đáy bằng 60°. Tính theo a thể tích của hình hộp và khoảng cách giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(A'BD)$.</i>	1,0
	Vì $\angle ABC=60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều. $S_{ABCD}=2S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Gọi O là trung điểm của AB . $\Rightarrow SO \perp BD \Rightarrow \widehat{SOA}=60^\circ$	0,25



	$\Rightarrow AA' = \tan 60^\circ \cdot AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot V_{ABCD} = AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{4}$	0,25
	Ta có $CD' // A'B \Rightarrow d(CD'; (A'BD)) = d(C; (A'BD)) = d(A; (A'BD))$ Kẻ $AH \perp SO$. Suy ra $d(A; (A'BD)) = AH$.	0,25
	$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d(CD'; (A'BD)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	0,25
8	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (T): $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$. Gọi M là điểm mà tiếp tuyến qua M tiếp xúc với (T) tại A, cát tuyến qua M cắt (T) tại B và C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B. Tìm tọa độ của điểm M để khoảng cách từ M đến O là ngắn nhất.	1,0
	Đường tròn (T) có tâm $I(-2;1)$ và bán kính $R=2$ Vì ΔABC vuông cân tại B nên $IA=IB=IC=2$ và $AM=AC=4$ $\Rightarrow MI = \sqrt{AM^2 + AI^2} = 2\sqrt{5}$ 	0,25
	Suy ra M thuộc đường tròn (C) có tâm I bán kính $IM = 2\sqrt{5}$ có phương trình: $(C): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 20$. Trong tam giác IOM ta có: $OM \geq MI - IO \Rightarrow OM_{\min} \Leftrightarrow O, I, M$ thẳng hàng. Phương trình OI: $x+2y=0$.	0,25
	Suy ra tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} (x+2)^2 + (y-1)^2 = 20 \\ x+2y=0 \end{cases}$ $\Rightarrow M_1(2;-1), M_2(-6;3)$.	0,25
	Với $M_1(2;-1) \Rightarrow OM_1 = \sqrt{5}$ Với $M_2(-6;3) \Rightarrow OM_2 = \sqrt{45} > OM_1 \Rightarrow OM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M \equiv M_1(2;-1)$. Vậy $M(2;-1)$	0,25
9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)(y-2)} + x+5 = 2y + \sqrt{y-2} \\ (x-8)(y+1) = (x^2 - 4x + 7)(y-2)(\sqrt{x+1} - 3) \end{cases}$	1.0
	Điều kiện: $\begin{cases} x \geq -1 \\ y \geq 2 \end{cases}$. Đặt $a = \sqrt{x+1}, b = \sqrt{y-2}, (a, b \geq 0)$.	0,25

	Phương trình (1) trở thành: $a + ab + a^2 + 4 = 2(b^2 + 1) + b \Leftrightarrow (a - b)(a + 2b + 1) = 0$ $\Leftrightarrow a = b$ do $a + 2b + 1 > 0$. $\Leftrightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{y-2} \Leftrightarrow y = x + 3$	
	Với $y = x + 3$ thay vào phương trình (2) ta được: $(x+8)(x+4) = (x^3 - 3x^2 + 3x + 7)(\sqrt{x+1} - 3)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ (x+4)(\sqrt{x+1} + 3) = x^3 - 3x^2 + 3x + 7 \end{cases}$	0,25
	$x = 8 \Rightarrow y = 11$. $(x+4)(\sqrt{x+1} + 3) = x^3 - 3x^2 + 3x + 7$ $\Leftrightarrow (x+1+3)(\sqrt{x+1} + 3) = [(x-2)^2 + 3][(x-2) + 3]$ Xét hàm số: $f(t) = (t^2 + 3)(t + 3), t \in \mathbb{R}$. Ta có: $f'(t) = 3(t+1)^2 \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.	0,25
	Do đó $f(\sqrt{x+1}) = f(x-2) \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$ Với $x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{11 + \sqrt{5}}{2}$. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y)$ là: $(8; 11)$ và $\left(x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}; y = \frac{11 + \sqrt{5}}{2}\right)$.	0,25
10	Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{2z^2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$.	1,0
	Đặt: $a = \frac{z}{x}, b = \frac{z}{y}$ thì $a, b > 0$. Suy ra, $a^2 + b^2 = \frac{1}{2}$ và $a + b \leq 1, ab \leq \frac{1}{4}$.	0,25
	Khi đó, $P = \frac{a}{b(a+1)} + \frac{b}{a(b+1)} + \sqrt{\frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2 + a^2 b^2}}$ $\geq 2\sqrt{\frac{1}{a+b+ab+1}} + \sqrt{\frac{a^2 b^2}{a^2 b^2 + \frac{1}{2}}} \geq 2\sqrt{\frac{1}{ab+2}} + \sqrt{\frac{a^2 b^2}{a^2 b^2 + \frac{1}{2}}}$	0,25
	Đặt $t = ab$, với $t \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$. Khi đó, $P \geq 2\sqrt{\frac{1}{t+2}} + \sqrt{\frac{t^2}{t^2 + \frac{1}{2}}}$.	

	Xét hàm số $f(t) = 2\sqrt{\frac{1}{t+2}} + \sqrt{\frac{t^2}{t^2 + \frac{1}{2}}}$ trên $\left(0; \frac{1}{4}\right]$. Ta có, $f'(t) = -\frac{1}{\left(\sqrt{t+2}\right)^3} - \frac{t}{2\left(t^2 + \frac{1}{2}\right)^3} < 0, \forall t \in \left(0; \frac{1}{4}\right]$.	0,25
	Suy ra $f(t) \geq f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{3}$ Do đó, $P \geq \frac{5}{3}$. Vậy $P_{\min} = \frac{5}{3}$ đạt được khi và chỉ khi $x = y = 2z$.	0,25

Chú ý: Thí sinh làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa với các ý tương ứng.

Câu 1: (2 điểm). Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ có đồ thị (C) .

- Khảo sát sự biến thiên của hàm số và vẽ đồ thị (C) .
- Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn $y''(x_0) = -4$.

Câu 2: (1 điểm).

- Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z} + (1+i)z = 7 + 2i$.
- Giải bất phương trình $\log_2(x+1) \leq \log_{0,5}(x^2-1) + 5$.

Câu 3: (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 + 4x + 2}{x^2 + 2x} dx$.

Câu 4: (1 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(-1;1;1)$, $B(5;1;-1)$, $C(2;5;2)$, $D(0;-3;1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm D và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) . Viết phương trình mặt phẳng của tiếp diện với mặt cầu (S) và tiếp diện đó song song với mặt phẳng (ABC) .

Câu 5: (1 điểm).

- Cho $\cot \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin^2 \alpha \cos 2\alpha + \tan^3 \alpha$.
- Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^3 = 5C_n^1$. Hãy tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển của nhị thức $\left(x - \frac{1}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$).

Câu 6: (1 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $CD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) .

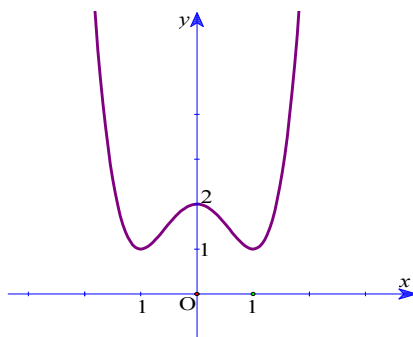
Câu 7: (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có trung điểm của cạnh AB là điểm $M\left(3, \frac{3}{2}\right)$ và trọng tâm của tam giác BCD là điểm $G\left(\frac{7}{3}, 0\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành $ABCD$ biết rằng hình chiếu vuông góc của đỉnh B lên đường thẳng AD là $H\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$.

Câu 8: (1 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (2x-y-1)\sqrt{y} + (y-1)\sqrt{2x-y} + 2 = 2x \\ \sqrt{y-x-1} + \sqrt{y-3x+5} + 2y+3 = xy \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

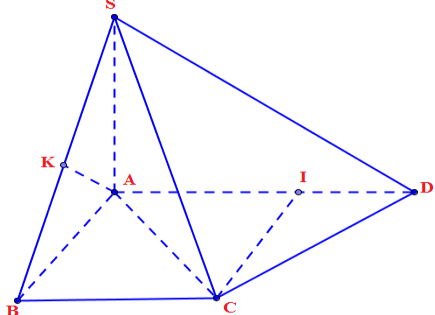
Câu 9: (1 điểm). Cho a, b là các số thực dương và thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 = ab + 1$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

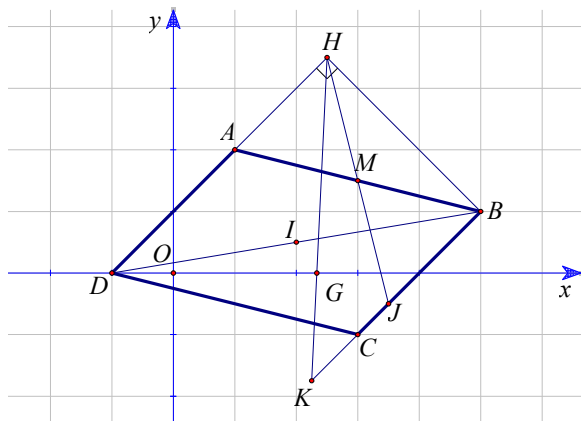
$$P = \frac{a^3}{b^3+1} + \frac{b^3}{a^3+1} + \frac{24\sqrt{ab}}{a+b+2}.$$

-----**Hết**-----

Câu	Đáp án	Điểm																		
1	Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ có đồ thị (C).	1.0																		
a.	Khảo sát sự biến thiên của hàm số và vẽ đồ thị (C).	1.0																		
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ Ta có $y' = 4x^3 - 4x$. $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$	0.25																		
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1); (0; 1)$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = 2$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$, $y_{CT} = 1$	0,25																		
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'	-	0	+	0	-															
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$															
	Đồ thị 	0,25																		
b.	Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn $y''(x_0) = -4$.	0.5																		
	Ta có $y''(x_0) = -4 \Leftrightarrow 12x_0^2 - 4 = -4$	0.25																		
	$x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = 2$	0.25																		
	Ta có $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y'(0) = 0$.	0.25																		
	Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(0; 2)$ là $y = 2$.	0.25																		
2		1,0																		
a.	Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z} + (1 + i)z = 7 + 2i$.																			
	Gọi $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ Ta có $a - bi + (1 + i)(a + bi) = 7 + 2i$ $\Leftrightarrow 2a - b + ai = 7 + 2i$	0,25																		
	$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 7 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$. Vậy $z = 2 - 3i$.	0,25																		

b.	Giải bất phương trình $\log_2(x+1) \leq \log_{0,5}(x^2-1) + 5$.	
	Điều kiện $x > 1$. Bất phương trình đã cho tương đương với $\log_2(x+1) + \log_2(x^2-1) \leq 5 \Leftrightarrow \log_2(x+1)(x^2-1) \leq 5$	0,25
	$\Leftrightarrow (x+1)(x^2-1) \leq 32 \Leftrightarrow (x-3)(x^2+4x+11) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$. Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm của bất phương trình đã cho là $1 < x \leq 3$.	0,25
3	Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2+4x+2}{x^2+2x} dx$.	1,0
	$I = \int_1^2 \frac{x^2+4x+2}{x^2+2x} dx = \int_1^2 \frac{x^2+2x+2x+2}{x^2+2x} dx$	0,25
	$= \int_1^2 \left(1 + \frac{2x+2}{x^2+2x} \right) dx$	0,25
	$= \left(x + \ln x^2+2x \right) \Big _1^2$	0,25
	$= 1 + \ln \frac{8}{3}$.	0,25
4	Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(-1;1;1)$, $B(5;1;-1)$, $C(2;5;2)$, $D(0;-3;1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm D và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) . Viết phương trình mặt phẳng của tiếp diện với mặt cầu (S) và tiếp diện đó song song với mặt phẳng (ABC) .	1,0
	Ta có: $\overrightarrow{AB} = (6;0;-2)$, $\overrightarrow{AC} = (3;4;1)$ và $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = 4(2;-3;6)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC): 2x - 3y + 6z - 1 = 0$.	0,25
	Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) nên $R = d(D; (ABC)) = 2$. Phương trình mặt cầu $(S): x^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 4$.	0,25
	Gọi tiếp diện cần tìm là (P) . Do (P) song song với (ABC) nên $(P): 2x - 3y + 6z + d = 0$. Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(D; (P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{ 15+d }{7} = 2$.	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} d = -1 \\ d = -29 \end{cases}$ Vậy phương trình tiếp diện $(P): 2x - 3y + 6z - 29 = 0$.	0,25
5		1,0
a.	Cho $\cot \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \sin^2 \alpha \cos 2\alpha + \tan^3 \alpha$.	
	$\tan \alpha = \frac{1}{2}$, Ta có $\sin^2 \alpha = \frac{1}{\cot^2 \alpha + 1} = \frac{1}{5}$.	0,25
	$P = \sin^2 \alpha (1 - 2\sin^2 \alpha) + \tan^3 \alpha = \frac{1}{5} \left(1 - 2 \cdot \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{8} = \frac{49}{200}$.	0,25

b.	Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^3 = 5C_n^1$. Hãy tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển của nhị thức $\left(x - \frac{1}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$).	0,5
	Điều kiện $\begin{cases} n \in \mathbb{Z}^+ \\ n \geq 3 \end{cases}$. $C_n^3 = 5C_n^1 \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = 5n \Leftrightarrow n^2 - 3n - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -4 \text{ (loại)} \end{cases}$	0,25
	Với $n = 7$, ta có $\left(x - \frac{1}{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{7-k} (-1)^k \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^7 (-1)^k C_7^k x^{7-2k}$, $\begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq 7 \end{cases}$. Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow 7 - 2k = 5 \Leftrightarrow k = 1$ (nhận). Vậy số hạng chứa x^5 là $-7x^5$.	0,25
6	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $CD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) .	1,0
	Kẻ $CI \perp AD$, suy ra $ABCI$ là hình vuông. $ID = \sqrt{CD^2 - CI^2} = a\sqrt{3}$. $AD = AI + ID = (1 + \sqrt{3})a$ $S_{ABC} = \frac{AD + BC}{2} \cdot AB = \frac{(2 + \sqrt{3})a^2}{2}$. 	0,25
	Suy ra $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot \frac{(2 + \sqrt{3})a^2}{2} = \frac{(2 + \sqrt{3})a^3}{6}$.	0,25
	Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow d(D, (SBC)) = d(A, (SBC)) = AK$.	0,25
	Vì $\triangle SAB$ vuông cân tại A nên $AK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Do đó, $d(D, (SBC)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.	0,25
7	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có trung điểm của cạnh AB là điểm $M\left(3, \frac{3}{2}\right)$ và trọng tâm của tam giác BCD là điểm $G\left(\frac{7}{3}, 0\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành $ABCD$ biết rằng hình chiếu vuông góc của đỉnh B lên đường thẳng AD là $H\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$.	1,0



Gọi $J = HM \cap BC \Rightarrow M$ là trung điểm của $HJ \Rightarrow J\left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}\right)$;

$K = HG \cap BC$. Xét 2 tam giác đồng dạng HAG và KCG suy ra $\overrightarrow{HG} = 2\overrightarrow{GK} \Rightarrow K\left(\frac{9}{4}, -\frac{7}{4}\right)$.

Vì BC đi qua $J, K \Rightarrow BC: x - y - 4 = 0$ và BH qua H , nhận $\overrightarrow{JK}$ làm vtcp
 $\Rightarrow BH: x + y - 6 = 0$.

Ta có: $B = BC \cap BH \Rightarrow B(5, 1)$.

Do M là trung điểm của AB nên suy ra $A(1, 2)$.

Gọi I là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành thì $\overrightarrow{AG} = 4\overrightarrow{IG} \Rightarrow I\left(2, \frac{1}{2}\right)$.

I là trung điểm của AC và BD nên suy ra $C(3, -1)$, $D(-1, 0)$.

8

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (2x - y - 1)\sqrt{y} + (y - 1)\sqrt{2x - y} + 2 = 2x & (1) \\ \sqrt{y - x - 1} + \sqrt{y - 3x + 5} + 2y + 3 = xy & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} y \geq 0 \\ 2x - y \geq 0 \\ y - x - 1 \geq 0 \\ y - 3x + 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ 2 \leq y \leq 10 \end{cases}.$$

Đặt $a = \sqrt{y}$, $b = \sqrt{2x - y}$ ($a \geq \sqrt{2}$, $b \geq 0$).

Khi đó phương trình (1) trở thành: $(b^2 - 1)a + (a^2 - 1)b + 2 = a^2 + b^2$

$$\Leftrightarrow (a - 1)(b - 1)(a + b + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow b = 1 \text{ (vì } a - 1 > 0 \text{ và } a + b + 2 > 0).$$

Với $b = 1 \Leftrightarrow y = 2x - 1$, thế vào pt (2) ta được:

$$\sqrt{x - 2} + \sqrt{4 - x} - 2x^2 + 5x + 1 = 0 \quad (3)$$

ĐK: $2 \leq x \leq 4$.

$$\text{Pt (3)} \Leftrightarrow (\sqrt{x - 2} - 1) + (\sqrt{4 - x} - 1) - 2x^2 + 5x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x - 3}{\sqrt{x - 2} + 1} + \frac{3 - x}{\sqrt{4 - x} - 1} - (x - 3)(2x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ \frac{1}{\sqrt{x - 2} + 1} - \frac{1}{\sqrt{4 - x} + 1} - 2x - 1 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

0,25

0,25

0,25

0,25

1.0

0,25

0,25

0,25

	Với $x = 3 \Rightarrow y = 5$ (thỏa). Với $2 \leq x \leq 4$ thì $\frac{1}{\sqrt{x-2}+1} \leq 1$, $-\frac{1}{\sqrt{4-x}+1} < 0$ và $-2x-1 < -5$ nên $VT(4) < 0$. Suy ra pt (4) vô nghiệm. Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(3, 5)$.	0,25
9	Cho a, b là các số thực dương và thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 = ab + 1$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau: $P = \frac{a^3}{b^3 + 1} + \frac{b^3}{a^3 + 1} + \frac{24\sqrt{ab}}{a + b + 2}.$	1,0
	Với $x, y > 0$ ta có: $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) \geq (x + y)^3 - \frac{3}{4}(x + y)^3 = \frac{1}{4}(x + y)^3$. Dấu bằng xảy ra khi $x = y$. Áp dụng BĐT này ta được: $P \leq \frac{4a^3}{(b+1)^3} + \frac{4b^3}{(a+1)^3} + \frac{24\sqrt{ab}}{a+b+2}$	0,25
	$P \leq 4 \left(\frac{a}{b+1} + \frac{b}{a+1} \right)^3 - 12 \cdot \frac{a}{b+1} \cdot \frac{b}{a+1} \left(\frac{a}{b+1} + \frac{b}{a+1} \right) + \frac{24\sqrt{ab}}{a+b+2}$ $P \leq 4 \left(\frac{a^2 + a + b^2 + b}{(a+1)(b+1)} \right)^3 - \frac{12ab}{(a+1)(b+1)} \left(\frac{a^2 + a + b^2 + b}{(a+1)(b+1)} \right) + \frac{24\sqrt{ab}}{a+1+b+1}$	0,25
	$P \leq 4 - \frac{12ab}{(a+1)(b+1)} + \frac{12\sqrt{ab}}{\sqrt{(a+1)(b+1)}} \quad (\text{do } a^2 + b^2 = ab + 1)$ $= 7 - 12 \left(\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{(a+1)(b+1)}} - \frac{1}{2} \right)^2$	0,25
	Suy ra $P \leq 7$. Dấu bằng xảy ra khi $a = b = 1$. Vậy $\max P = 7$ đạt được khi $a = b = 1$.	0,25