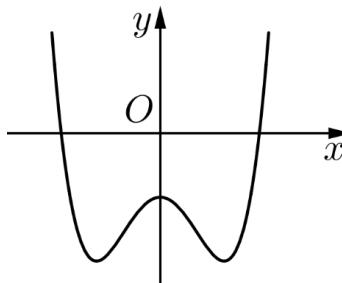


Câu 1. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$

- A. $x > 9$. B. $1 < x < 9$. C. $x > 10$. D. $1 < x < 10$.

Câu 2. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. -1. B. 2. C. 0. D. -2.

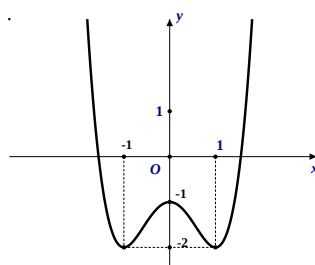
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 4	$\searrow$ -2	$\nearrow$ $+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số là

- A. -2. B. 4. C. 3. D. -1.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như sau.



Hàm số trên đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-2; -1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 6. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2021}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2020} \cdot x^{2020} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{2022} \cdot x^{2022} + C$.
C. $\int f(x) dx = 2021 \cdot x^{2000} + C$. D. $\int f(x) dx = x^{2022} + C$.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $y = -1$. D. $y = 2$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -3)$ và bán kính $R = 5$ là

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. B. $\int \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}$.

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$.

D. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \left(\int f(x) dx \right) \cdot \left(\int g(x) dx \right)$

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Câu 11. Diện tích S của mặt cầu có bán kính R được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S = \frac{1}{3} \pi R^2$.

B. $S = \pi R^2$.

C. $S = \frac{4}{3} \pi R^2$.

D. $S = 4 \pi R^2$.

Câu 12. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{x^2} + C$.

B. $\int f(x) dx = \ln x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{-1}{x^2} + C$.

D. $\int f(x) dx = \ln |x| + C$.

Câu 13. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số?

A. C_{10}^2 .

B. 81.

C. 100.

D. 90.

Câu 14. Thể tích V khối chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$ là

A. $V = 3a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = 6a^3$.

D. $V = a^3$.

Câu 15. Tìm đạo hàm của hàm số $y = 2022^x$

A. $y' = x \cdot 2022^{x-1}$.

B. $y' = \frac{2022^x}{\ln 2022}$.

C. $y' = 2022^x \cdot \ln 2022$.

D. 2022^x .

Câu 16. Thể tích V khối lập phương cạnh $3a$ là

A. $V = 81a^3$.

B. $V = 9a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 27a^3$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $3^x < 5$ là

A. $x > \log_3 5$.

B. $x > \log_3 3$.

C. $x < \log_3 5$.

D. $x < \log_3 3$.

Câu 18. Cho khối nón có đường cao h , độ dài đường sinh l và bán kính đáy r . Diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq} = \pi r l$.

B. $S_{xq} = \frac{1}{2} \pi r l$.

C. $S_{xq} = 2 \pi r l$.

D. $S_{xq} = \pi r h$.

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{2}}$ là

A. $(1; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $[1; +\infty)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -3), B(3; -5; 2)$. Tìm tọa độ vectơ $\overline{AB}$.

A. $\overline{AB} = (2; -7; -5)$.

B. $\overline{AB} = (-2; -7; 5)$.

C. $\overline{AB} = (-2; 7; -5)$.

D. $\overline{AB} = (2; -7; 5)$.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Tính góc giữa hai véc tơ đó.

- A. 45° . B. 135° . C. 30° . D. 60° .

Câu 23. Trong một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cùng giới tính.

- A. $\frac{90}{119}$. B. $\frac{29}{119}$. C. $\frac{80}{119}$. D. $\frac{39}{119}$.

Câu 24. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$

- A. $\int f(x) dx = e^x + x + C$. B. $\int f(x) dx = xe^x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x - x + C$. D. $\int f(x) dx = e^{x-1} + C$.

Câu 25. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính giá trị $T = M + m$

- A. 2. B. -4. C. -24. D. -20.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		5		$-\infty$

Hỏi phương trình $2f(x) = 5$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 27. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. 6π . B. 18π . C. 2π . D. 4π .

Câu 28. Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{x+1} + 2^{1-x} = 5$

- A. 0. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. -2.

Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Ta có $\log_a(a^3b)$ bằng

- A. $3 \cdot \log_a b$. B. $\frac{1}{3} \cdot \log_a b$. C. $\frac{1}{3} + \log_a b$. D. $3 + \log_a b$.

Câu 30. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_5 - u_1 = 20$. Tìm công sai d của cấp số cộng

- A. $d = 4$. B. $d = 5$. C. $d = -4$. D. $d = -5$.

Câu 31. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC đều cạnh a và độ dài cạnh bên $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $V = 2\sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $V = \sqrt{3}a^3$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $SA \perp (ABC)$. Tính khoảng cách từ C đến (SAB) .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. a .

Câu 33. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V và M là trung điểm của cạnh AA' , thể tích khối chóp $M.ABC$ là

- A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{3}$.

Câu 34. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 2(m)$ là

- A.** $V = \frac{16\pi}{3}(m^3)$. **B.** $V = 16\pi(m^3)$. **C.** $V = \frac{32\pi}{3}(m^3)$. **D.** $V = 32\pi(m^3)$.

Câu 35. Cho khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh 6. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

- A.** 72π . **B.** 18π . **C.** 36π . **D.** 12π .

Câu 36. Cho bất phương trình $\log_{m^2+1}[x^3 + (m-3)x^2 - mx - m^2 + 2m + 1] > \log_{m^2+1}(1-x^2)$. Tập hợp các giá trị của m để bất phương trình trên có nghiệm $(a; b)$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ là

- A.** 3. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$ $\searrow$ -3	$+\infty$ $\searrow$ 2	$+\infty$ $\nearrow$ 2	$+\infty$ $\nearrow$ 10	10 $\nearrow$ $-\infty$

Tính tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+6}$.

- A.** 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 38. Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. Tồn tại dây cung AB thuộc đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Khi đó diện tích xung quanh S_{xq} hình trụ là

- A.** $S_{xq} = \frac{4\pi R^2}{7}$. **B.** $S_{xq} = \frac{3\pi R^2}{\sqrt{7}}$. **C.** $S_{xq} = \frac{3\pi R^2 \sqrt{7}}{7}$. **D.** $S_{xq} = \frac{6\pi R^2 \sqrt{7}}{7}$.

Câu 39. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x(1 + 2^{-x} \cdot \sin x)$ là

- A.** $\frac{2^{x+1}}{x+1} - \cos x + C$ **B.** $\frac{2^x}{\ln 2} - \cos x + C$. **C.** $\frac{2^x}{\ln 2} + \cos x + C$. **D.** $\frac{2^{x-1}}{x+1} + \cos x + C$.

Câu 40. Cho $\log_2 5 = a; \log_5 3 = b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b .

- A.** $\log_5 24 = \frac{3a+b}{b}$. **B.** $\log_5 24 = \frac{a+3b}{a}$. **C.** $\log_5 24 = \frac{3+ab}{a}$. **D.** $\log_5 24 = \frac{a+b}{3ab}$.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hai mặt phẳng $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{a^3}{3}$. Tính góc φ giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD) .

- A.** $\varphi = 45^\circ$. **B.** $\varphi = 90^\circ$. **C.** $\varphi = 30^\circ$. **D.** $\varphi = 60^\circ$.

Câu 42. Tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác đều. Góc giữa hai mặt phẳng (BCD) và (ABC) là 60° . Hình cầu tâm O bán kính bằng 1 tiếp xúc AB, AC và mặt phẳng (BCD) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên mặt phẳng (ABC) , H nằm trong tam giác ABC . Biết rằng O thuộc đường thẳng DH và $DH = \frac{AB}{2}$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

- A.** 3. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{8}$.

- Câu 43.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(2;0;2)$, $B(0;2;0)$, $C(1;0;3)$. Gọi M là điểm trong không gian thỏa mãn $MA^2 + MC^2 = MB^2$. Tính MP với $P(3;-2;5)$.
- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{6}$.
- Câu 44.** Biết $\int \frac{(x-1)^{2020}}{(x+1)^{2022}} dx = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^b + C$, $x \neq -1; a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{a}{b}$.
- A. 2021. B. 2. C. 3. D. 2020.
- Câu 45.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{6}$. Khi tam giác SAC quay quanh cạnh SA thì đường gấp khúc SCA tạo thành hình nón tròn xoay. Thể tích của khối nón tròn xoay đó là
- A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.
- Câu 46.** Cho $0 < m \neq 1$. Gọi $(a; b)$ là tập hợp các giá trị của m để bất phương trình $\log_m(1-8m^{-x}) \geq 2(1-x)$ có hữu hạn nghiệm nguyên. Tính $b-a$
- A. 1. B. $3\sqrt{2}-1$. C. $2\sqrt{2}-1$. D. $4\sqrt{2}-1$.
- Câu 47.** Cho các số thực x, y thỏa mãn $\begin{cases} \max\{5; 9x+7y-20\} \leq x^2+y^2 \leq 2x+8 \\ y \leq 1 \end{cases}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x-2y$. Tính $M-m$
- A. $1+3\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $1+2\sqrt{2}$. D. $2+3\sqrt{5}$.
- Câu 48.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{7}$ và vuông góc với đáy. Lấy điểm M trên cạnh SC sao cho $CM < a$. Gọi (C) là hình nón có đỉnh C , các điểm B, M, D thuộc mặt xung quanh, điểm A thuộc mặt đáy của hình nón. Tính diện tích xung quanh của (C) .
- A. $\frac{16\sqrt{7}}{15}\pi a^2$. B. $\frac{8\sqrt{30}}{15}\pi a^2$. C. $\frac{32\sqrt{2}}{15}\pi a^2$. D. $\frac{16\sqrt{3}}{9}\pi a^2$.
- Câu 49.** Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (m+2)x + 5}{x^2 + 1}$. Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số đã cho có đúng hai điểm cực trị và đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số cắt hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{4}$. Tính tổng các phần tử của S
- A. 0. B. 1 C. -4. D. -2.
- Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(2;3;4)$. Một mặt cầu bất kỳ đi qua O và N cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A, B, C \neq 0$. Biết rằng khi mặt cầu thay đổi nhưng vẫn thỏa đề bài, trọng tâm G của tam giác ABC luôn nằm trên một mặt phẳng cố định. Mặt phẳng cố định này chắn các trục tọa độ thành một tứ diện, tính thể tích của khối tứ diện đó.
- A. $\frac{24389}{3888}$. B. $\frac{24389}{4374}$. C. $\frac{24389}{8748}$. D. $\frac{24389}{2916}$.

----HẾT----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	B	D	B	B	D	A	A	D	D	D	D	C	D	C	A	A	D	A	A	B	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	A	D	B	C	B	A	C	C	D	D	D	B	C	C	D	D	B	D	A	A	B	C	A

Câu 1. Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$

A. $x > 9$.

B. $1 < x < 9$.

C. $x > 10$.

D. $1 < x < 10$.

Lời giải

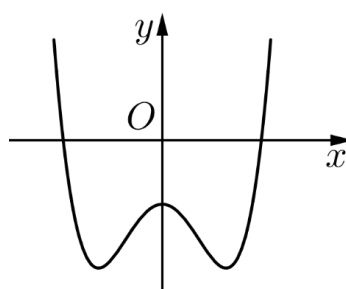
Chọn A

Điều kiện: $x > 1$

$$\log_2(x-1) > 3 \Leftrightarrow x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 9.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $x > 9$.

Câu 2. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc 4 $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $a > 0$ và có 3 điểm cực trị.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -1.

B. 2.

C. 0.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ với trục tung có $x = 0 \Rightarrow y = 2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số là

A. -2.

B. 4.

C. 3.

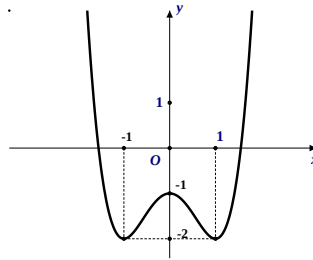
D. -1.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực đại của hàm số là 4.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như sau.



Hàm số trên đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(0;+\infty)$. C. $(-2;-1)$. **D. $(1;+\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 6. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{2021}$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2020} \cdot x^{2020} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{1}{2022} \cdot x^{2022} + C$.
C. $\int f(x)dx = 2021 \cdot x^{2000} + C$. D. $\int f(x)dx = x^{2022} + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là

- A. $x=1$. B. $x=-1$. C. $y=-1$. D. $y=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty$.

Nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-3)$ và bán kính $R=5$ là

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$. **D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.**

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu có tâm $I(1;0;-3)$ và bán kính $R=5$ là

$$(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25.$$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào đúng?

- A. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.** B. $\int \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]dx = \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}$.
C. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx, \forall k \in \mathbb{R}$. D. $\int [f(x) \cdot g(x)]dx = \left(\int f(x)dx \right) \cdot \left(\int g(x)dx \right)$

Lời giải

Chọn A

Nhận định đúng là $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0

Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2.**B. 3.****C. 5.****D. 4.****Lời giải****Chọn A**

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta thấy hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 11. Diện tích S của mặt cầu có bán kính R được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S = \frac{1}{3}\pi R^2$.

B. $S = \pi R^2$.

C. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.

D. $S = 4\pi R^2$.

Lời giải**Chọn D**

Công thức tính diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2$.

Câu 12. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{x^2} + C$.

B. $\int f(x)dx = \ln x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{-1}{x^2} + C$.

D. $\int f(x)dx = \ln|x| + C$.

Lời giải**Chọn D**

$$\int f(x)dx = \ln|x| + C.$$

Câu 13. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số?

A. C_{10}^2 .

B. 81.

C. 100.

D. 90.

Lời giải**Chọn D**

Số tự nhiên có hai chữ số có $9 \cdot 10 = 90$ (số).

Câu 14. Thể tích V khối chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$ là

A. $V = 3a^3$.

B. $V = 2a^3$.

C. $V = 6a^3$.

D. $V = a^3$.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} a \cdot 2a \cdot 3a = a^3.$$

Câu 15. Tìm đạo hàm của hàm số $y = 2022^x$

A. $y' = x \cdot 2022^{x-1}$.

B. $y' = \frac{2022^x}{\ln 2022}$.

C. $y' = 2022^x \cdot \ln 2022$.

D. 2022^x .

Lời giải**Chọn C**

Câu 16. Thể tích V khối lập phương cạnh $3a$ là

A. $V = 81a^3$.

B. $V = 9a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 27a^3$.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Thể tích } V \text{ khối lập phương cạnh } 3a \text{ là } V = (3a)^3 = 27a^3.$$

Câu 17. Nghiệm của phương trình $3^x < 5$ là

A. $x > \log_3 5$.

B. $x > \log_3 3$.

C. $x < \log_3 5$.

D. $x < \log_3 3$.

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Ta có } 3^x < 5 \Leftrightarrow x < \log_3 5.$$

Câu 18. Cho khối nón có đường cao h , độ dài đường sinh l và bán kính đáy r . Diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq} = \pi r l$.

B. $S_{xq} = \frac{1}{2} \pi r l$.

C. $S_{xq} = 2\pi r l$.

D. $S_{xq} = \pi r h$.

Lời giải

Chọn A

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{2}}$ là

A. $(1; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; -3), B(3; -5; 2)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (2; -7; -5)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (-2; -7; 5)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (-2; 7; -5)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (2; -7; 5)$.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB} = (3-1; (-5)-2; 2-(-3)) = (2; -7; 5)$.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

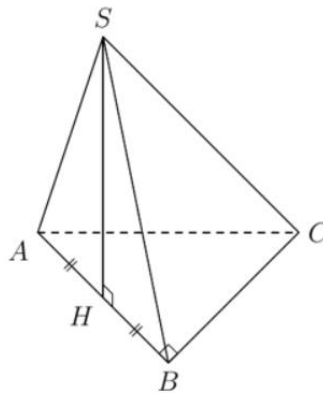
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Vì tam giác SAB cân tại S nên hạ $SH \perp AB$

$\Rightarrow H$ là trung điểm AB .

Vì $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC) \\ SH \perp AB \end{cases}$

Tam giác SAB vuông cân tại S nên $SA = SB = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$$SH = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Tính góc giữa hai vectơ đó.

A. 45° .

B. 135° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ.$$

Câu 23. Trong một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cùng giới tính.

A. $\frac{90}{119}$.

B. $\frac{29}{119}$.

C. $\frac{80}{119}$.

D. $\frac{39}{119}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{35}^3$ cách chọn

Số phần tử của biến cố A “Ba học sinh được chọn có cùng giới tính” là: $n(A) = C_{20}^3 + C_{15}^3$

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{29}{119}$.

Câu 24. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$

A. $\int f(x)dx = e^x + x + C$.

B. $\int f(x)dx = xe^x + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x - x + C$.

D. $\int f(x)dx = e^{x-1} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$ là: $\int f(x)dx = e^x - x + C$.

Câu 25. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2$ trên đoạn $[-2; 1]$. Tính giá trị $T = M + m$

A. 2.

B. -4.

C. -24.

D. -20.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 1] \\ x = 2 \notin [-2; 1] \end{cases}$$

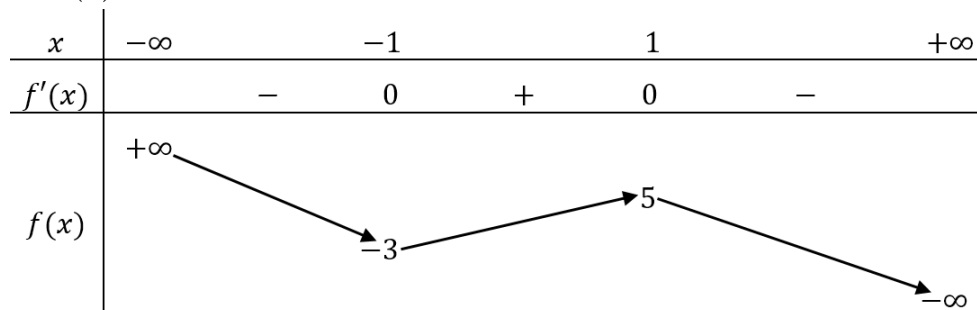
$$y(-2) = -20; y(0) = 0; y(1) = -2.$$

$$M = \max_{[-2; 1]} y = 0 \text{ tại } x = 0.$$

$$m = \min_{[-2; 1]} y = -20 \text{ tại } x = -2.$$

$$\text{Vậy } T = M + m = -20.$$

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Hỏi phương trình $2f(x) = 5$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 2f(x) = 5 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2}.$$

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và

đường thẳng $y = \frac{5}{2}$. Từ đồ thị ta thấy có ba giao điểm. Vậy phương trình có ba nghiệm.

- Câu 27.** Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng
A. 6π . **B.** 18π . **C.** 2π . **D.** 4π .

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 6\pi$.

- Câu 28.** Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{x+1} + 2^{1-x} = 5$
A. 0. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^{x+1} + 2^{1-x} = 5 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^x + 2 \cdot \frac{1}{2^x} = 5$.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$), phương trình trở thành:

$$2t + \frac{2}{t} = 5 \Leftrightarrow 2t^2 - 5t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là 0.

- Câu 29.** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Ta có $\log_a(a^3b)$ bằng
A. $3 \cdot \log_a b$. **B.** $\frac{1}{3} \cdot \log_a b$. **C.** $\frac{1}{3} + \log_a b$. **D.** $3 + \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a(a^3b) = \log_a a^3 + \log_a b = 3 + \log_a b$ ($a, b > 0; a \neq 1$).

- Câu 30.** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_5 - u_1 = 20$. Tìm công sai d của cấp số cộng
A. $d = 4$. **B.** $d = 5$. **C.** $d = -4$. **D.** $d = -5$.

Lời giải

Chọn B

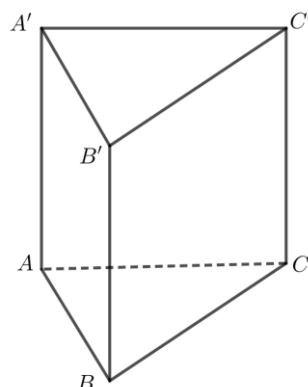
Ta có: $u_5 = u_1 + 4d \Rightarrow u_5 - u_1 = 20 \Leftrightarrow u_1 + 4d - u_1 = 20 \Leftrightarrow 4d = 20 \Leftrightarrow d = 5$.

- Câu 31.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC đều cạnh a và độ dài cạnh bên $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $V = \sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $SA \perp (ABC)$. Tính khoảng cách từ C đến (SAB) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

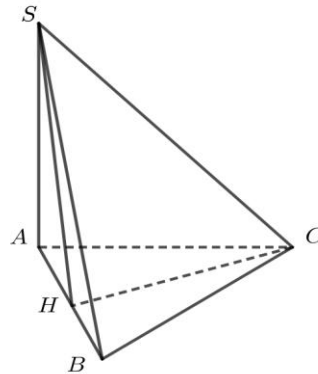
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. a .

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của cạnh AB , ta có $\begin{cases} CH \perp AB \\ CH \perp SA \end{cases} \Rightarrow CH \perp (SAB)$

nên $d(C, (SAB)) = CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 33. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V và M là trung điểm của cạnh AA' , thể tích khối chóp $M.ABC$ là

A. $\frac{V}{6}$.

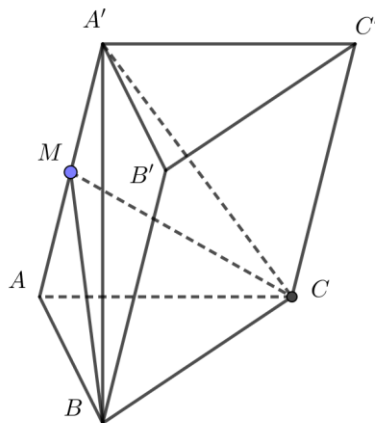
B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Vì M là trung điểm cạnh AA' nên $V_{M.ABC} = \frac{1}{2}V_{A'.ABC}$.

Mặt khác $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}V$, vậy nên $V_{M.ABC} = \frac{1}{2}V_{A'.ABC} = \frac{V}{6}$.

Câu 34. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 2(m)$ là

A. $V = \frac{16\pi}{3}(m^3)$.

B. $V = 16\pi(m^3)$.

C. $V = \frac{32\pi}{3}(m^3)$.

D. $V = 32\pi(m^3)$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V của khối cầu cần tìm là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 35. Cho khối trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh 6. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

A. 72π .

B. 18π .

C. 36π .

D. 12π .

Lời giải

Chọn C

Thiết diện qua trục là hình vuông cạnh 6 nên khối trụ có bán kính $r = 3$, chiều cao $h = 6$. Suy ra diện tích xung quanh của khối trụ là $2\pi rh = 36\pi$.

Câu 36. Cho bất phương trình $\log_{m^2+1} [x^3 + (m-3)x^2 - mx - m^2 + 2m + 1] > \log_{m^2+1} (1-x^2)$. Tập hợp các giá trị của m để bất phương trình trên có nghiệm $(a; b)$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ là

A. 3.

B. 8.

C. 5.

D. 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\log_{m^2+1} [x^3 + (m-3)x^2 - mx - m^2 + 2m + 1] > \log_{m^2+1} (1-x^2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + (m-3)x^2 - mx - m^2 + 2m + 1 > 1-x^2 \\ 1-x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + (m-2)x^2 - mx - m^2 + 2m > 0 \\ x \in (-1; 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 - m)(x + m - 2) > 0 \\ x \in (-1; 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < m < 2-x \\ x \in (-1; 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \min_{[-1;1]} (x^2) < m < \max_{[-1;1]} (2-x) \\ x \in (-1; 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow m \in (0; 3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 9$$

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$ ↘ -3	$+\infty$ ↘ 2	$+\infty$ ↗ 2	$+\infty$ ↗ $-\infty$	10

Tính tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+6}$.

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x) = \frac{1}{2f(x)+6}$, ta có hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2; a\}$, trong đó $f(a) = -3$ và $a \in (2; +\infty)$. Khi đó ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{1}{2 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + 6} = 0 \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{1}{2 \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + 6} = \frac{1}{26} \text{ nên } y = 0 \text{ và } y = \frac{1}{26} \text{ là}$$

hai đường tiệm cận ngang.

Mặt khác ta có

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} g(x) = \frac{1}{2 \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) + 6} = +\infty \Rightarrow x = -2 \text{ là tiệm cận đứng;}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \frac{1}{2 \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + 6} = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ không là tiệm cận đứng;}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} g(x) = \frac{1}{2 \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) + 6} = +\infty \Rightarrow x = a \text{ là tiệm cận đứng;}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) + 6}$ có 4 đường tiệm cận.

Câu 38. Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. Tồn tại dây cung AB thuộc đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Khi đó diện tích xung quanh S_{xq} hình trụ là

A. $S_{xq} = \frac{4\pi R^2}{7}$.

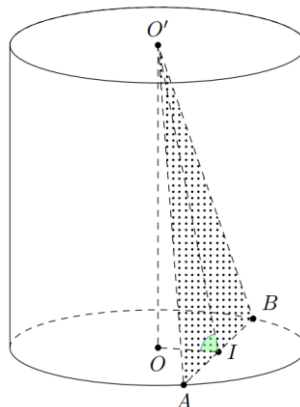
B. $S_{xq} = \frac{3\pi R^2}{\sqrt{7}}$.

C. $S_{xq} = \frac{3\pi R^2 \sqrt{7}}{7}$.

D. $S_{xq} = \frac{6\pi R^2 \sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm AB . Khi đó $OI \perp AB$.

Xét tam giác $O'OI$ vuông tại O có $OI = \frac{O'O}{\tan 60^\circ} = \frac{O'O}{\sqrt{3}}$ và $O'I = \frac{O'O}{\sin 60^\circ} = \frac{2O'O}{\sqrt{3}}$.

Mặt khác xét tam giác OIA vuông tại I có

$$AI^2 = R^2 - OI^2 = R^2 - \frac{OO'^2}{3} \Rightarrow AB^2 = 4 \left(R^2 - \frac{OO'^2}{3} \right).$$

Vì tam giác $O'AB$ đều nên

$$O'I = AB \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow O'I^2 = \frac{3}{4} AB^2 \Leftrightarrow \frac{4}{3} O'O^2 = 3R^2 - O'O^2 \Leftrightarrow O'O = \frac{3R}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Diện tích xung quanh hình trụ } S_{xq} = 2\pi R \cdot O'O = \frac{6\pi R^2 \sqrt{7}}{7}.$$

Câu 39. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x (1 + 2^{-x} \cdot \sin x)$ là

A. $\frac{2^{x+1}}{x+1} - \cos x + C$

B. $\frac{2^x}{\ln 2} - \cos x + C$.

C. $\frac{2^x}{\ln 2} + \cos x + C$.

D. $\frac{2^{x-1}}{x+1} + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\int f(x)dx = \int 2^x (1 + 2^{-x} \cdot \sin x) dx = \int (2^x + \sin x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} - \cos x + C$$

Câu 40. Cho $\log_2 5 = a; \log_5 3 = b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b .

A. $\log_5 24 = \frac{3a+b}{b}$. **B.** $\log_5 24 = \frac{a+3b}{a}$. **C.** $\log_5 24 = \frac{3+ab}{a}$. **D.** $\log_5 24 = \frac{a+b}{3ab}$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \log_5 24 &= \log_5 8.3 = \log_5 8 + \log_5 3 \\ &= 3.\log_5 2 + \log_5 3 = \frac{3}{\log_2 5} + \log_5 3 = \frac{3}{a} + b = \frac{3+ab}{a} \end{aligned}$$

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hai mặt phẳng $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $\frac{a^3}{3}$. Tính góc φ giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD) .

A. $\varphi = 45^\circ$. **B.** $\varphi = 90^\circ$. **C.** $\varphi = 30^\circ$. **D.** $\varphi = 60^\circ$.

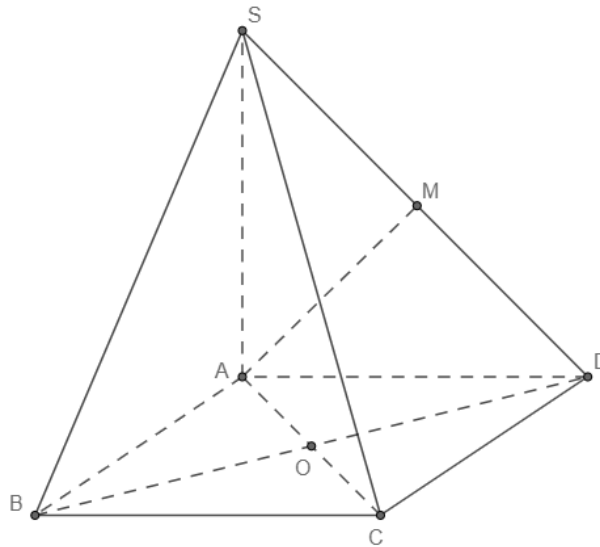
Lời giải

Chọn C

Vì $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ mà $(SAB) \cap (SAD) = SA$.

Suy ra $SA \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} AB^2 \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \cdot SA = \frac{a^3}{3} \Rightarrow SA = a.$$



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (SCD) . Có $SB \cap (SCD) = S$.

$$\Rightarrow SH \text{ là hình chiếu của } SB \text{ lên mặt phẳng } (SCD) \Rightarrow (SB, (SCD)) = (SB, SH) = BSH = \varphi.$$

$$\text{Ta có: } \sin \varphi = \frac{BH}{SB} = \frac{d(B, (SCD))}{SB} = \frac{d(A, (SCD))}{SB} = \frac{SA \times AD}{SD \times SB} = \frac{a \times a}{a\sqrt{2} \times a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow \varphi = 30^\circ.$$

Vậy góc φ giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD) bằng $\varphi = 30^\circ$.

Câu 42. Tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác đều. Góc giữa hai mặt phẳng (BCD) và (ABC) là 60° . Hình cầu tâm O bán kính bằng 1 tiếp xúc AB, AC và mặt phẳng (BCD) . Gọi H là hình

chiều vuông góc của D trên mặt phẳng (ABC) , H nằm trong tam giác ABC . Biết rằng O thuộc đường thẳng DH và $DH = \frac{AB}{2}$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

A. 3.

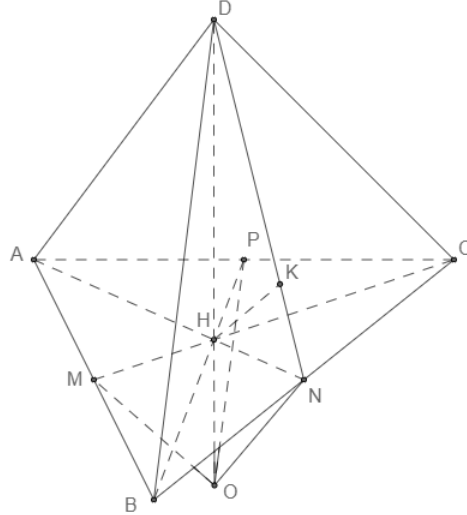
B. $\frac{\sqrt{3}}{24}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{9\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm của BC .

Kẻ OM vuông góc với AB tại M ; OP vuông góc với AC tại $P \Rightarrow OM = OP = 1$
 $\Rightarrow HM = HP \Rightarrow H$ cách đều $AB, AC \Rightarrow H \in AN$.

$\Rightarrow ((ABC), (DBC)) = DNH = 60^\circ$

$$\text{Đặt: } AB = x \Rightarrow DH = \frac{x}{2} \Rightarrow \begin{cases} HN = \frac{DH}{\tan 60^\circ} = \frac{x\sqrt{6}}{3} \\ DN = \sqrt{DH^2 + HN^2} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Lại có: $AN = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HN = \frac{1}{3}AN \Rightarrow N$ là trọng tâm $\triangle ABC$.

Ta có: $AB \perp (OHM) \Rightarrow AB \perp HM \Rightarrow M$ là trung điểm của $AB \Rightarrow HM = HN \Rightarrow OM = ON$
 $\Rightarrow ON = 1 \Rightarrow N$ là tiếp điểm của mặt cầu với (BCD) .

$$\Rightarrow OH = \sqrt{ON^2 - NH^2} = \frac{1}{6}\sqrt{36 - 3x^2} \Rightarrow OD = OH + DH = \frac{x}{2} + \frac{1}{6}\sqrt{36 - 3x^2}$$

$$\text{Lại có: } OD = \sqrt{ON^2 + ND^2} = \frac{1}{3}\sqrt{9 + 3x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{1}{6}\sqrt{36 - 3x^2} = \frac{1}{3}\sqrt{9 + 3x^2} \Leftrightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} DH = \frac{3}{2} \\ S_{\triangle ABC} = \frac{9\sqrt{3}}{4} \end{cases} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3}DH.S_{\triangle ABC} = \frac{9\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(2;0;2)$, $B(0;2;0)$, $C(1;0;3)$. Gọi M là điểm trong không gian thỏa mãn $MA^2 + MC^2 = MB^2$. Tính MP với $P(3;-2;5)$.

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IB} (*)$.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (2-x; -y; 2-z); \overrightarrow{IB} = (-x; 2-y; -z); \overrightarrow{IC} = (1-x; -y; 3-z)$.

$$\text{Khi đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x+1-x=-x \\ -y-y=2-y \\ 2-z+3-z=-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow I(3; -2; 5) \equiv P.$$

Suy ra $\overrightarrow{IA} = (-1; 2; -3) \Rightarrow IA^2 = 14; \overrightarrow{IB} = (-3; 4; -5) \Rightarrow IB^2 = 50; \overrightarrow{IC} = (-2; 2; -2) \Rightarrow IC^2 = 12$.

Ta có $MA^2 + MC^2 = MB^2 \Leftrightarrow MA^2 + MC^2 - MB^2 = 0$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } MA^2 + MC^2 - MB^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= MI^2 + IA^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + MI^2 + IC^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IC} - MI^2 - IB^2 - 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB} \\ &= MI^2 + (IA^2 + IC^2 - IB^2) + 2\overrightarrow{MI} (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IB}) = 0 \text{ hay} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow MP^2 + (14 + 12 - 50) = 0 \Leftrightarrow MP^2 = 24 \Rightarrow MP = 2\sqrt{6}.$$

Câu 44. Biết $\int \frac{(x-1)^{2020}}{(x+1)^{2022}} dx = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^b + C, x \neq -1; a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{a}{b}$.

A. 2021.

B. 2.

C. 3.

D. 2020.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned} \int \frac{(x-1)^{2020}}{(x+1)^{2022}} dx &= \int \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^2 \cdot \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{1}{2} \int \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2020} d\left(\frac{x-1}{x+1} \right) = \frac{1}{4022} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2021} + C \text{ Suy ra} \\ &\begin{cases} a = 4022 \\ b = 2021 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{a}{b} = 2.$$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{6}$. Khi tam giác SAC quay quanh cạnh SA thì đường gấp khúc SCA tạo thành hình nón tròn xoay. Thể tích của khối nón tròn xoay đó là

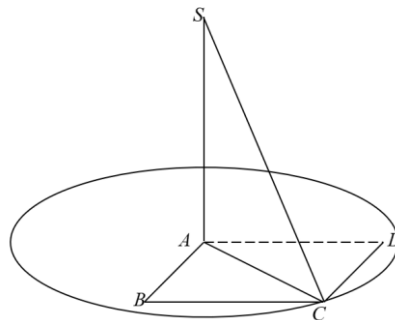
A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

□ Bán kính đáy: $r = AC = a\sqrt{2}$.

□ Đường cao của hình nón là SA

$$\Rightarrow h = SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 2a.$$

□ Vậy thể tích khối nón:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{4\pi a^3}{3}.$$

Câu 46. Cho $0 < m \neq 1$. Gọi $(a; b)$ là tập hợp các giá trị của m để bất phương trình $\log_m(1 - 8m^{-x}) \geq 2(1 - x)$ có hữu hạn nghiệm nguyên. Tính $b - a$

A. 1.

B. $3\sqrt{2} - 1$.

C. $2\sqrt{2} - 1$.

D. $4\sqrt{2} - 1$.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: $m > 1$

Ta có: $\log_m(1 - 8m^{-x}) \geq 2(1 - x) \Leftrightarrow 1 - 8m^{-x} \geq m^{2-2x} \Leftrightarrow m^2 \cdot m^{-2x} + 8m^{-x} - 1 \leq 0$

$$\Leftrightarrow 0 < m^{-x} \leq \frac{\sqrt{16+m^2}-4}{m^2} \Leftrightarrow -x \leq \log_m \left(\frac{\sqrt{16+m^2}-4}{m^2} \right) \Leftrightarrow x \geq -\log_m \left(\frac{\sqrt{16+m^2}-4}{m^2} \right).$$

Rõ ràng trong trường hợp này không thể có hữu hạn nghiệm nguyên

Trường hợp 2: $0 < m < 1$

$$\text{Ta có: } \log_m(1 - 8m^{-x}) \geq 2(1 - x) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 8m^{-x} \leq m^{2-2x} \\ 1 - 8m^{-x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 \cdot m^{-2x} + 8m^{-x} - 1 \geq 0 \\ m^{-x} < \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^{-x} \geq \frac{\sqrt{16+m^2}-4}{m^2} \\ -x > \log_m \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x \leq \log_m \frac{\sqrt{16+m^2}-4}{m^2} \\ x < \log_m 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\log_m \frac{\sqrt{16+m^2}-4}{m^2} \\ x < \log_m 8 \end{cases}$$

Để bất phương trình có hữu hạn nghiệm nguyên thì:

$$\log_m 8 + \log_m \frac{\sqrt{16+m^2}-4}{m^2} > 0 \Leftrightarrow \log_m \frac{8\sqrt{16+m^2}-32}{m^2} > 0 \Leftrightarrow \frac{8\sqrt{16+m^2}-32}{m^2} < 1$$

$$\Leftrightarrow 8\sqrt{16+m^2} < m^2 + 32 \Leftrightarrow m^4 > 0, \forall m \in (0; 1)$$

Vậy $b - a = 1$

Câu 47. Cho các số thực x, y thỏa mãn $\begin{cases} \max\{5; 9x + 7y - 20\} \leq x^2 + y^2 \leq 2x + 8 \\ y \leq 1 \end{cases}$. Gọi M, m lần lượt là

A. $1 + 3\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{2}$.

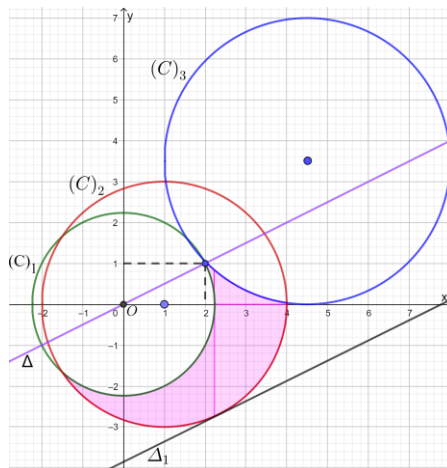
C. $1 + 2\sqrt{2}$.

D. $2 + 3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 5 \\ (x-1)^2 + y^2 \leq 9 \\ \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 \geq \frac{25}{2} \end{cases}$.



Tập hợp điểm (x, y) thỏa mãn yêu cầu bài là phần được tô trên hình vẽ kẻ cả biên.

Ta thấy (C_1) cắt (C_3) tại hai điểm phân biệt trong đó có điểm $(2, 1)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Xét đường thẳng Δ đi qua (x, y) thỏa mãn yêu cầu bài toán: $x - 2y = c$.

$x - 2y$ đạt GTNN khi Δ đi qua $(2, 1)$ nên $m = 0$.

$$(C_2): x^2 + y^2 = 2x + 8 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 9.$$

$$+x - 2y = (x-1) + (-2)y + 1 \leq \sqrt{(1+(-2)^2) \cdot 9} + 1 = 3\sqrt{5} + 1.$$

$\Delta_1: x - 2y - 1 - 3\sqrt{5} = 0$. Δ_1 cắt (C_2) tại điểm thỏa mãn bài toán.

Khi đó $M = 3\sqrt{5} + 1$.

Vậy $M - m = 3\sqrt{5} + 1$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{7}$ và vuông góc với đáy. Lấy điểm M trên cạnh SC sao cho $CM < a$. Gọi (C) là hình nón có đỉnh C , các điểm B, M, D thuộc mặt xung quanh, điểm A thuộc mặt đáy của hình nón. Tính diện tích xung quanh của (C) .

A. $\frac{16\sqrt{7}}{15} \pi a^2$.

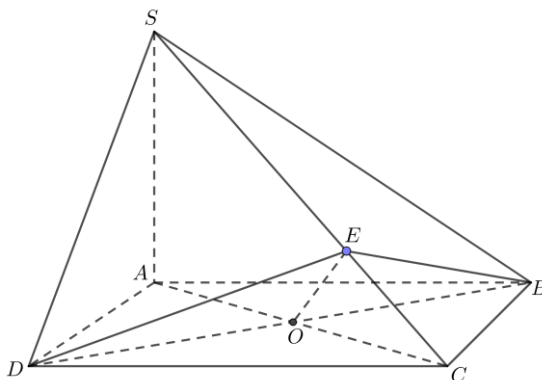
B. $\frac{8\sqrt{30}}{15} \pi a^2$.

C. $\frac{32\sqrt{2}}{15} \pi a^2$.

D. $\frac{16\sqrt{3}}{9} \pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Lấy điểm E thuộc đoạn thẳng SC sao cho $CE = a$.

Gọi hình nón (C_1) ngoại tiếp hình chóp $C.BDE$ có đỉnh C .

Gọi $O = AC \cap BD$.

$O \in BD$ nên thuộc mặt đáy của hình nón (C_1) và $CA = 2CO$, điểm A thuộc mặt đáy của hình nón (C) . (1)

Hơn nữa $CB = CD = CE = a$ suy ra (BDE) vuông góc với trục của hình nón (C) và thiết diện của (BDE) với mặt xung quanh của hình nón (C) là đường tròn, đồng thời (BDE) song song với mặt chứa đáy của hình nón (C) . (2)

Từ (1) và (2) suy ra hình nón (C_1) đồng dạng với hình nón (C) với tỷ số $\frac{1}{2}$.

$$SC = 3a, \cos SCB = \frac{1}{3}, ED = EB = \sqrt{2a^2 - \frac{2}{3}a^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a, EO = \sqrt{\frac{4}{3}a^2 - \frac{1}{2}a^2} = \frac{\sqrt{30}}{6}a.$$

$$S_{EBD} = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{6} = \frac{\sqrt{15}}{6}a^2$$

$$R_{BDE} = \frac{\frac{4a^2}{3} \cdot a\sqrt{2}}{4 \cdot \frac{a^2\sqrt{15}}{6}} = \frac{2\sqrt{30}}{15} a.$$

Diện tích xung quanh của hình nón (C): $S_{xq} = \pi \cdot \frac{4a\sqrt{30}}{15} \cdot 2a = \frac{8\sqrt{30}}{15} \pi a^2.$

Câu 49. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (m+2)x + 5}{x^2 + 1}$. Gọi S là tập hợp các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số đã cho có đúng hai điểm cực trị và đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số cắt hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{4}$. Tính tổng các phần tử của S

A. 0.

B. 1

C. -4.

D. -2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = m + \frac{(m+2)x + 5 - m}{x^2 + 1} \Rightarrow y' = \frac{-(m+2)x^2 + 2(m-5)x + m+2}{(x^2 + 1)^2}.$

Với $\forall m \neq -2$ ta có $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $\begin{cases} x_1 x_2 = -1 \\ x_1 + x_2 = \frac{2(m-5)}{m+2} \end{cases}.$

Mặt khác, đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$\Delta: y = \frac{-2(m+2)x - 4.5.1}{-4.1} = \frac{m+2}{2}x + 5.$$

Gọi $A = \Delta \cap Ox \Rightarrow A\left(-\frac{10}{m+2}; 0\right)$ và $B = \Delta \cap Oy \Rightarrow B(0; 5).$

Do đó: $S_{\Delta OAB} = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OA = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \frac{5}{2} \cdot \frac{10}{|m+2|} = \frac{25}{4} \Leftrightarrow |m+2| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -6 \end{cases}.$

Do đó $m_1 + m_2 = -4.$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $N(2; 3; 4)$. Một mặt cầu bất kỳ đi qua O và N cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A, B, C \neq 0$. Biết rằng khi mặt cầu thay đổi nhưng vẫn thỏa đề bài, trọng tâm G của tam giác ABC luôn nằm trên một mặt phẳng cố định. Mặt phẳng cố định này chắn các trục tọa độ thành một tứ diện, tính thể tích của khối tứ diện đó.

A. $\frac{24389}{3888}.$

B. $\frac{24389}{4374}.$

C. $\frac{24389}{8748}.$

D. $\frac{24389}{2916}.$

Lời giải

Chọn A

Giả sử $A(a; 0; 0) = (S) \cap Ox$, $B(0; b; 0) = (S) \cap Oy$ và $C(0; 0; c) = (S) \cap Oz$.

Khi đó I là tâm của mặt cầu có tọa độ là $I\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; \frac{c}{2}\right).$

Theo tính chất hình hộp, ta có $\overrightarrow{OG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OI} \Rightarrow G\left(\frac{a}{3}; \frac{b}{3}; \frac{c}{3}\right).$

Do $O, N \in (S) \Rightarrow IO = IN \Rightarrow I$ thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn ON

$\Rightarrow 2a + 3b + 4c = 29 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{a}{3} + 3 \cdot \frac{b}{3} + 4 \cdot \frac{c}{3} = \frac{29}{3} \Leftrightarrow 2x_G + 3y_G + 4z_G = \frac{29}{3}$

Suy ra $G \in (P): 2x + 3y + 4z = \frac{29}{3}.$

$$\text{Gọi } M = (P) \cap Ox \Rightarrow M \left(\frac{29}{6}; 0; 0 \right), N = (P) \cap Oy \Rightarrow N \left(0; \frac{29}{9}; 0 \right)$$

$$\text{Và } P = (P) \cap Oz \Rightarrow P \left(0; 0; \frac{29}{12} \right).$$

$$\text{Vậy } V_{OMNP} = \frac{1}{6} OM \cdot ON \cdot OP = \frac{24389}{3888}.$$

_____ **TOANMATH.com** _____