

MỤC LỤC

Chương 1. PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG 1

§1 – PHÉP TỊNH TIẾN	1
(A) KIẾN THỨC CẦN NHỚ	1
(B) CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN	2
Dạng 1: Xác định tọa độ ảnh của một điểm qua phép tịnh tiến	2
Dạng 2: Xác định phương trình ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến	2
Dạng 3: Xác định phương trình ảnh của đường tròn qua phép tịnh tiến	3
Dạng 4: Một số bài toán hình sơ cấp	4
(C) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	4
(D) BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	5
§2 – PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC	9
(A) KIẾN THỨC CẦN NHỚ	9
(B) CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN	10
Dạng 1: Xác định tọa độ ảnh của điểm qua phép đối xứng trục d	10
Dạng 2: Xác định phương trình ảnh của đường thẳng qua phép đối xứng trục	10
Dạng 3: Xác định phương trình ảnh của đường tròn qua phép đối xứng trục	11
Dạng 4: Ứng dụng phép đối xứng trục	11
(C) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	11
(D) BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	12
§3 – PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM	14
(A) KIẾN THỨC CẦN NHỚ	14
(B) CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN	15
Dạng 1: Tìm ảnh của điểm, đường thẳng, đường tròn qua phép đối xứng tâm O	15
Dạng 2: Tìm ảnh của điểm, đường thẳng, đường tròn qua phép đối xứng tâm I	15
Dạng 3: Ứng dụng phép đối xứng tâm	15
(C) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	16
(D) BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	16
§4 – PHÉP QUAY	19
(A) KIẾN THỨC CẦN NHỚ	19
(B) CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN	20

Dạng 1: Xác định ảnh của một điểm qua phép quay	20
Dạng 2: Xác định phương trình ảnh của đường thẳng d qua phép quay	21
Dạng 3: Xác định phương trình ảnh của đường tròn qua phép quay	21
Dạng 4: Một số bài toán hình sơ cấp	22
C BÀI TẬP TỰ LUYỆN	23
D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	23
§5 – PHÉP VỊ TỰ	26
A KIẾN THỨC CẦN NHỚ	26
B CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN	27
Dạng 1: Tìm ảnh, tạo ảnh của một điểm qua một phép vị tự	27
Dạng 2: Xác định phương trình ảnh của đường thẳng qua phép vị tự	27
Dạng 3: Xác định phương trình ảnh của đường tròn qua phép vị tự	28
Dạng 4: Phép dời hình và phép đồng dạng	28
Dạng 5: Một số bài toán hình sơ cấp	29
C BÀI TẬP TỰ LUYỆN	30
D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	30

PHÉP DỜI HÌNH VÀ PHÉP ĐỒNG DẠNG TRONG MẶT PHẪNG

§1. PHÉP TỊNH TIẾN

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

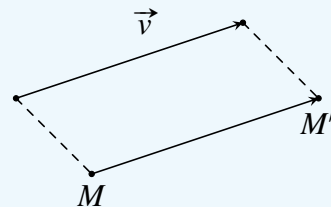
1. Định nghĩa

Trong mặt phẳng cho vectơ $\vec{v}$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ được gọi là phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$.

- ① Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ kí hiệu là $T_{\vec{v}}$, trong đó $\vec{v}$ được gọi là vectơ tịnh tiến.

$$T_{\vec{v}}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$$

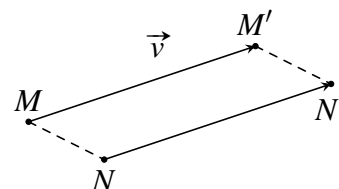
- ② Phép tịnh tiến theo vectơ-không chính là phép đồng nhất.



2. Tính chất

⚙️ **Tính chất 1:** Xét phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến hai điểm M, N thành hai điểm M', N' thì

- ① $\overrightarrow{M'N'} = \overrightarrow{MN}$, từ đó suy ra $M'N' = MN$.
② phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.



⚙️ **Tính chất 2:** Phép tịnh tiến

- ① biến đường thẳng thành đường thẳng **song song hoặc trùng** với nó.
② biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó.
③ biến một tam giác thành một tam giác bằng nó.
④ biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.



Phép tịnh tiến biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.

3. Biểu thức tọa độ

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{v} = (a; b)$ và điểm $M(x; y)$. Khi đó

$$T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

Dạng 1. Xác định tọa độ ảnh của một điểm qua phép tịnh tiến

Cho vectơ $\vec{v} = (a; b)$ và điểm $M(x; y)$. Khi đó

$$T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

Ví dụ 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; -3)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (-1; 3)$.
Đáp số: $A'(2; 0)$.

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M'(-4; 2)$, biết M' là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; -5)$. Tìm tọa độ điểm M .
Đáp số: $M(-5; 7)$.

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(-5; 2)$ và điểm $M'(-3; 2)$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{v}$.
Đáp số: $\vec{v} = (2; 0)$.

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC biết $A(2; 4), B(5; 1), C(-1; -2)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{BC}$ biến ΔABC thành $\Delta A'B'C'$ tương ứng các điểm. Tìm tọa độ trọng tâm G' của $\Delta A'B'C'$.
Đáp số: $G'(-4; -2)$.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(0; 2), N(-2; 1)$ và vectơ $\vec{v} = (1; 2)$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ biến M, N thành hai điểm M', N' tương ứng. Tính độ dài $M'N'$.
Đáp số: $M'N' = \sqrt{5}$.

Ví dụ 6. Cho tam giác ABC có $A(1; -1), B(2; 3), C(5; -2)$ và A', B', C' lần lượt là ảnh của các điểm A, B, C qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$. Tính diện tích S của tam giác $A'B'C'$.
Đáp số: $S_{A'B'C'} = \frac{17}{2}$.

Dạng 2. Xác định phương trình ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến

Cho $\vec{v} = (a; b)$ và $d: Ax + By + C = 0$. Tìm phương trình d' là ảnh của d qua $T_{\vec{v}}$.

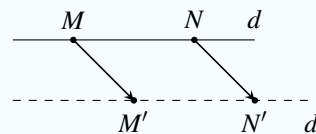
Cách 1. Tìm hai điểm trên đường thẳng ảnh và viết phương trình qua hai điểm đó.

- Lấy hai điểm M, N thuộc d . Ta có

▶ $T_{\vec{v}}(M) = M'$, tìm tọa độ M' .

▶ $T_{\vec{v}}(N) = N'$, tìm tọa độ N' .

- Đường thẳng d' cần tìm là đường thẳng qua hai điểm M' và N' .



Cách 2. Sử dụng tính chất d' song song hoặc trùng với d .

- d qua điểm M và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_d = (A; B)$.
- Tính $T_{\vec{v}}(M) = M'$, tìm tọa độ $M'(x_0; y_0)$.
- Đường thẳng d' cần tìm là đường thẳng qua điểm M' và nhận $\vec{n}_d$ làm vectơ pháp tuyến. Suy ra $d': A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$.

Cách 3. Sử dụng quỹ tích điểm M' :

- Gọi $M(x; y) \in d$ và $M'(x'; y')$ là ảnh của điểm M qua $T_{\vec{v}}$.
- Ta có

$$T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - a \\ y = y' - b \end{cases} \quad (1)$$

- Thay (1) vào phương trình d , ta được $A(x' - a) + B(y' - b) + C = 0$. Thu gọn, ta được

$$Ax' + By' + C' = 0.$$

Vậy, phương trình ảnh của d là $Ax + By + C' = 0$.

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình đường thẳng Δ' là ảnh của đường thẳng $\Delta: x + 2y - 1 = 0$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; -1)$. Đáp số: $\Delta': x + 2y = 0$.

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x + 3y - 1 = 0$. Tìm ảnh của d qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (2; -1)$. Đáp số: $d': x + 3y = 0$.

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình $2x + y + 5 = 0$. Tìm a biết phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; a)$ biến Δ thành chính nó. Đáp số: $a = -2$.

Dạng 3. Xác định phương trình ảnh của đường tròn qua phép tịnh tiến

Cho $\vec{v} = (a; b)$ và $(C): (x - m)^2 + (y - n)^2 = R^2$. Tìm phương trình (C') là ảnh của (C) qua $T_{\vec{v}}$.

Cách 1. Đường tròn (C) có tâm $I(m; n)$ và bán kính R .

$$T_{\vec{v}}(I) = I'(x'; y') \Rightarrow \begin{cases} x' = x + a = m + a \\ y' = y + b = n + b \end{cases}.$$

Điểm $I'(m + a; n + b) = (x_0; y_0)$ chính là tâm của đường tròn (C') .

- Do phép tịnh tiến bảo toàn khoảng cách nên $R' = R$.

Vậy, phương trình $(C'): (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$.

Cách 2. Sử dụng quỹ tích điểm M' :

- Gọi $M(x; y) \in (C)$ và $M'(x'; y')$ là ảnh của điểm M qua $T_{\vec{v}}$.
Ta có

$$T_{\vec{v}}(M) = M'(x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - a \\ y = y' - b \end{cases} \quad (1)$$

- Thay (1) vào phương trình (C) , ta được $(x' - a - m)^2 + (y' - b - n)^2 = R^2$.

Vậy, phương trình ảnh của (C) là $(C'): (x - a - m)^2 + (y - b - n)^2 = R^2$.

! Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ có

- tâm $I(a; b)$;
- bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

Ví dụ 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C) : (x+5)^2 + (y-3)^2 = 25$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (5; -4)$.

Đáp số: $(C') : x^2 + (y+1)^2 = 25$.

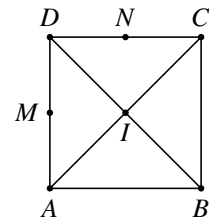
Ví dụ 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$ qua $T_{\vec{v}}$ với $\vec{v} = (1; 2)$.

Đáp số: $(C') : (x-2)^2 + y^2 = 6$.

Dạng 4. Một số bài toán hình sơ cấp

Ví dụ 12.

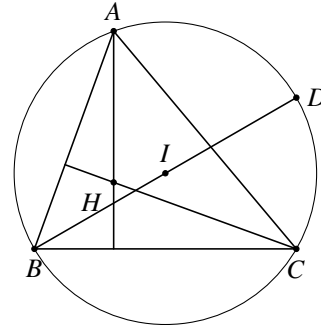
Cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD, DC . Phép tịnh tiến theo vectơ nào sau đây biến tam giác AMI thành INC .



Ví dụ 13. Cho đường tròn (O) và hai điểm A, B . Một điểm M thay đổi trên đường tròn (O) . Tìm quỹ tích điểm M' sao cho $\vec{MM'} + \vec{MA} = \vec{MB}$.

Ví dụ 14.

Cho hai điểm B, C cố định trên đường tròn (O, R) và A thay đổi trên đường tròn đó, BD là đường kính. Tìm quỹ tích trực tâm H của $\triangle ABC$.



C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài tập 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; 1), B(2; 2)$.

- Tìm tọa độ ảnh của điểm A qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1; -2)$.
- Tìm tọa độ điểm C sao cho B là ảnh của C qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3; 1)$.
- Tìm một phép tịnh tiến biến A thành B .

Bài tập 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d : 2x - 3y + 1 = 0$. Tìm ảnh của d qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3; -1)$.

Bài tập 3. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(-2; 3)$; đường thẳng $d : 2x - y + 5 = 0$; đường tròn $(C) : (x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ và $\vec{u} = (1; 2)$.

- Tìm tọa độ ảnh của A qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u}$;
- Tìm phương trình ảnh của d qua phép tịnh tiến theo $\vec{u}$;

c) Tìm phương trình ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{u}$.

Bài tập 4. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2;3)$, $B(-1;2)$, đường thẳng $d: 2x - 3y + 2 = 0$, đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$.

a) Tìm phương trình ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{AB}$.

b) Tìm phương trình ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{AB}$.

Bài tập 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;3)$, đường thẳng $d: 2x - 3y + 2 = 0$, đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ và vectơ $\vec{u} = (3; -2)$

a) Tịnh tiến theo vectơ $\vec{u}$ biến A thành M . Xác định tọa độ điểm A .

b) Tìm phương trình ảnh của d qua phép tịnh tiến theo $\vec{u}$.

c) Tìm phương trình ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{u}$.

Bài tập 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x - y + 1 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng d' sao cho d là ảnh của d' qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (3; -1)$.

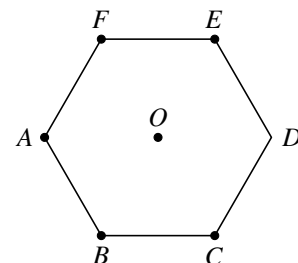
Bài tập 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 8x - 2y - 3 = 0$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; -2)$.

Bài tập 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): (x+3)^2 + (y-2)^2 = 16$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; -4)$

Bài tập 9. Cho hình bình hành $ABCD$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{AB}+\vec{AD}}$ biến điểm A thành điểm nào?

Bài tập 10.

Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Tìm ảnh của $\triangle AOF$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{AB}$.



Bài tập 11. Cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, DC . Tìm phép tịnh tiến biến $\triangle AMI$ thành $\triangle MDN$?

Bài tập 12. Cho hình bình hành $ABCD$. Trình bày các phép tịnh tiến biến đường thẳng AB thành đường thẳng CD và biến đường thẳng AD thành đường thẳng BC ?

Bài tập 13. Tìm vectơ $\vec{v} = (a; b)$ sao cho khi tịnh tiến đồ thị $y = f(x) = x^3 + 3x + 1$ theo vectơ $\vec{v}$ ta nhận được đồ thị hàm số $y = g(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$.

Bài tập 14. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-5;2)$, $C(-1;0)$. Biết $B = T_{\vec{u}}(A)$, $C = T_{\vec{v}}(B)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ để có thể thực hiện phép tịnh tiến $T_{\vec{u}+\vec{v}}$ biến điểm A thành điểm C .

Bài tập 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $d: 2x - 3y + 3 = 0$ và $d': 2x - 3y - 5 = 0$. Tìm tọa độ $\vec{v}$ có phương vuông góc với d và $T_{\vec{v}}$ biến đường thẳng d thành d' .

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của điểm $M(3; -2)$ qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{u} = (2; 1)$ là điểm nào?

A. $M'(2;3)$.

B. $M'(1; -3)$.

C. $M'(5; -1)$.

D. $M'(-1; -1)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của điểm $M(0;1)$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (1;2)$ là điểm nào?

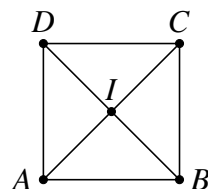
- A. $M'(2;3)$. B. $M'(1;3)$. C. $M'(1;1)$. D. $M'(-1;-1)$.

Câu 3. Xét phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến điểm $A(1;3)$ thành điểm $A'(1;7)$. Tìm tọa độ của véc-tơ tịnh tiến $\vec{v}$?

- A. $\vec{v} = (0;-4)$. B. $\vec{v} = (4;0)$. C. $\vec{v} = (0;4)$. D. $\vec{v} = (0;5)$.

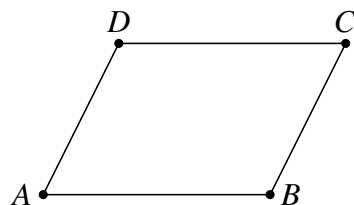
Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$ có tâm I . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $T_{\vec{AI}}(I) = B$. B. $T_{\vec{AI}}(I) = D$.
C. $T_{\vec{AI}}(I) = C$. D. $T_{\vec{AI}}(I) = A$.



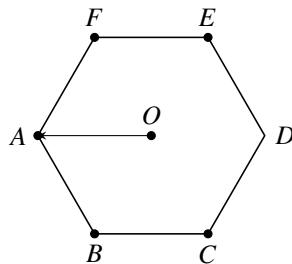
Câu 5. Cho hình bình hành $ABCD$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{BA}}$ biến

- A. B thành C . B. C thành D .
C. C thành B . D. A thành D .



Câu 6. Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O , đặt $\vec{v} = \vec{OA}$. Qua phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ thì:

- A. $B \mapsto C$. B. $C \mapsto D$.
C. $D \mapsto E$. D. $E \mapsto F$.



Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , nếu phép tịnh tiến biến điểm $A(3;2)$ thành điểm $A'(2;3)$ thì nó biến điểm $B(2;5)$ thành

- A. Điểm $B'(5;5)$. B. Điểm $B'(5;2)$. C. Điểm $B'(1;1)$. D. Điểm $B'(1;6)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 2 = 0$. Ảnh của đường thẳng Δ qua phép tịnh tiến theo $\vec{u} = (2;3)$ có phương trình là

- A. $x - 2y + 6 = 0$. B. $x + 2y + 2 = 0$. C. $2x - y + 2 = 0$. D. $2x + y + 2 = 0$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}(2;-3)$ biến đường thẳng $d: 2x + 3y - 1 = 0$ thành đường thẳng d' có phương trình là

- A. $d': 3x + 2y - 1 = 0$. B. $d': 2x + 3y + 4 = 0$.
C. $d': 3x + 2y + 1 = 0$. D. $d': 2x + 3y + 1 = 0$.

Câu 10. Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến điểm $A(2;4)$ thành điểm $A'(-1;7)$. Tìm tọa độ của véc-tơ tịnh tiến $\vec{v}$?

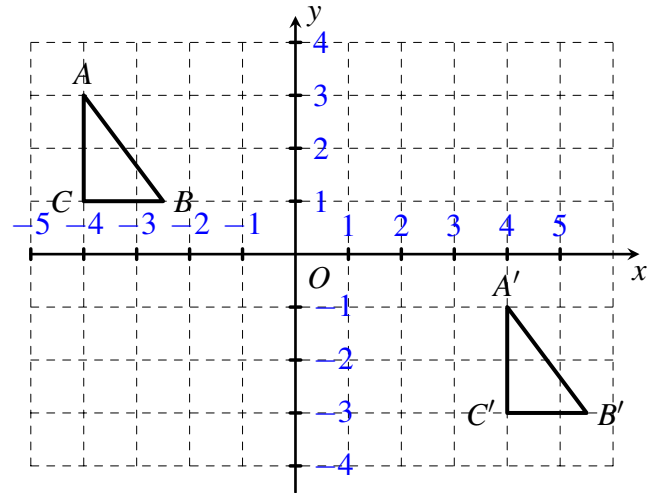
- A. $\vec{v} = (3;-3)$. B. $\vec{v} = (4;0)$. C. $\vec{v} = (-3;3)$. D. $\vec{v} = (3;3)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ cùng phương với véc-tơ $\vec{i}$ biến đường thẳng $d: x + y + 1 = 0$ thành đường thẳng $d': x + y - 1 = 0$. Hãy tìm $\vec{v}$.

- A. $\vec{v} = (2;0)$. B. $\vec{v} = (0;2)$. C. $\vec{v} = (0;-2)$. D. $\vec{v} = (-2;0)$.

Câu 12. Cho lưới tọa độ ô vuông như hình vẽ. Tìm tọa độ véc-tơ $\vec{v}$ biết rằng qua $T_{\vec{v}}$ thì $\triangle A'B'C'$ là ảnh của $\triangle ABC$.

- A. $\vec{v} = (8; -4)$. B. $\vec{v} = (-8; 4)$.
C. $\vec{v} = (8; -3)$. D. $\vec{v} = (8; 3)$.



Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3; 1)$ biến đường thẳng d thành đường thẳng $d': x - 2y = 0$. Khi đó, d có phương trình là

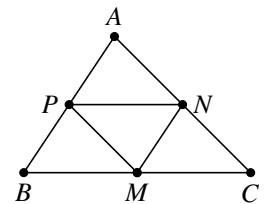
- A. $x - 2y - 1 = 0$. B. $x - 2y + 1 = 0$. C. $x + 2y - 1 = 0$. D. $x + 2y + 1 = 0$.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (a; b)$ biến đường thẳng $d_1: x + y = 0$ thành $d'_1: x + y - 4 = 0$ và $d_2: x - y + 2 = 0$ thành $d'_2: x - y - 8 = 0$. Tính $m = a + b$

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = 5$. D. $m = -5$.

Câu 15. Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB . Phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{BC}$ biến

- A. điểm P thành điểm N . B. điểm N thành điểm P .
C. điểm M thành điểm B . D. điểm M thành điểm N .

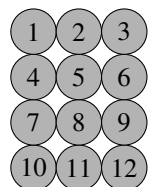


Câu 16. Qua phép tịnh tiến véc-tơ $\vec{u}$, đường thẳng d có ảnh là đường thẳng d' . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng.

- A. d' trùng với d khi và chỉ khi d song song với giá $\vec{u}$.
B. d' trùng với d khi d vuông góc với giá $\vec{u}$.
C. d' trùng với d khi d cắt đường thẳng chứa $\vec{u}$.
D. d' trùng với d khi d song song hoặc d trùng với giá $\vec{u}$.

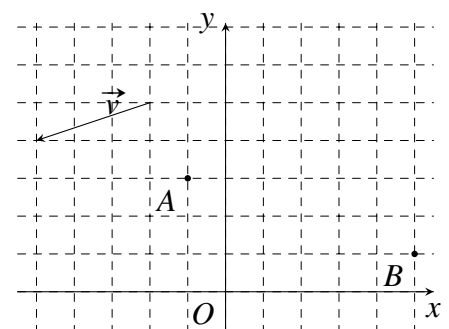
Câu 17. Có 12 tấm hình tròn như nhau được xếp theo hình bên. Sau một phép tịnh tiến, hình 1 biến thành hình 8. Hỏi ảnh của hình 5 là hình nào?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 9.



Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho lưới tọa độ ô vuông như hình vẽ. Tìm tọa độ của A', B' là ảnh của A, B qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$.

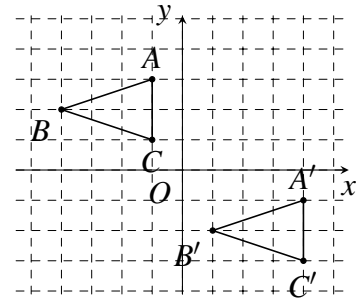
- A. $A'(-4; 1), B'(2; 0)$. B. $A'(-4; 2), B'(2; 0)$.
C. $A'(-1; 2), B'(0; 2)$. D. $A'(2; 2), B'(0; 2)$.



Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho lưới tọa độ ô vuông như hình vẽ. Tìm công thức phép dời hình f biến $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ sao cho qua f tam giác ABC biến thành tam giác $A'B'C'$.

A. $\begin{cases} x' = x + 5 \\ y' = y - 4 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x' = -x + 7 \\ y' = y - 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x' = x - 5 \\ y' = y + 4 \end{cases}$
D. $\begin{cases} x' = x + 5 \\ y' = -y - 4 \end{cases}$



Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (1; 1)$ là đường tròn có phương trình

A. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$.
C. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$.
D. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$.

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , ảnh của đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (-2; 2)$ là đường tròn có phương trình

A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 4)^2 = 9$.

B. $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$.
D. $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 = 9$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho véc-tơ $\vec{v} = (3; 3)$ và hai điểm $A(2; 2)$, $B(0; -6)$. Ảnh của đường tròn đường kính AB qua $T_{\vec{v}}$ là

A. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 17$.
C. $(x + 4)^2 + (y + 1)^2 = 17$.

B. $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 68$.
D. $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 4 = 0$.

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ và $(C'): x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$. Tìm véc-tơ $\vec{v}$ để qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$ thì (C) biến thành (C') .

A. $\vec{v} = (-2; 2)$.
C. $\vec{v} = (2; -2)$.

B. Không tồn tại véc-tơ $\vec{v}$.
D. $\vec{v} = (-1; 2)$.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; -2)$ và đường thẳng $d: 4x + 3y - 8 = 0$. Phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (1; -3)$ biến đường tròn tâm A và tiếp xúc với d thành đường tròn có phương trình

A. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 4$.
C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 6$.

B. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 100$.
D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

Câu 25. Cho đường tròn (O) , đường thẳng d và hai điểm A, B . Có thể dựng được tối đa bao nhiêu hình bình hành $ABCD$ mà C thuộc đường thẳng d còn D thuộc đường tròn (O) .

A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

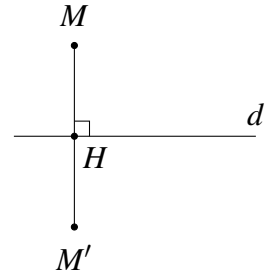
—HẾT—

§2. PHÉP ĐỐI XỨNG TRỰC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Cho đường thẳng d . Phép biến hình biến mỗi điểm M thuộc d thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc d thành điểm M' sao cho d là đường trung trực của đoạn MM' được gọi là phép đối xứng qua đường thẳng d hay phép đối xứng trục d .



- ① Đường thẳng d được gọi là trục đối xứng.
- ② Phép đối xứng trục d thường được kí hiệu là $\mathbb{D}_d$.
- ③ $\mathbb{D}_d(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{HM'} = -\overrightarrow{HM}$.
- ④ $\mathbb{D}_d(M) = M' \Leftrightarrow \mathbb{D}_d(M') = M$.

2. Tính chất

Tính chất 1: Phép đối xứng trục bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Tính chất 2: Phép đối xứng trục biến

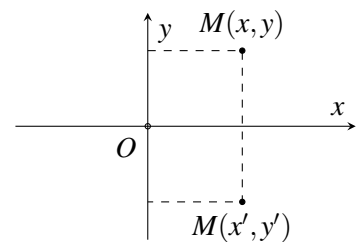
- đường thẳng thành đường thẳng,
- đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó,
- tam giác thành tam giác bằng nó,
- đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Biểu thức tọa độ

Trong hệ tọa độ Oxy

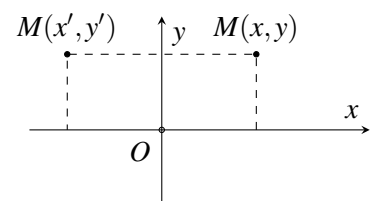
- Gọi $M'(x'; y')$ là điểm đối xứng của điểm $M(x; y)$ qua trục Ox . Ta có

$$\mathbb{D}_{Ox}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$$



- Gọi $M'(x'; y')$ là điểm đối xứng của điểm $M(x; y)$ qua trục Oy . Ta có

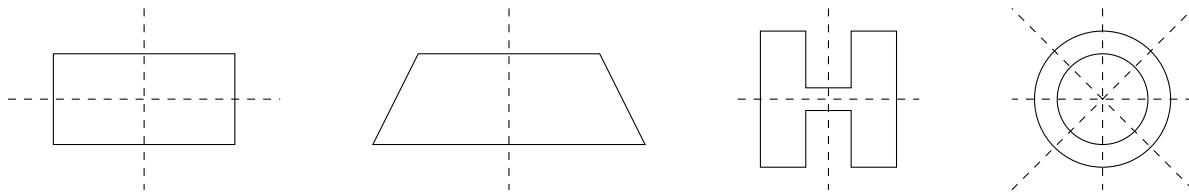
$$\mathbb{D}_{Oy}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$



4. Trục đối xứng của một hình

Định nghĩa: Đường thẳng d được gọi là trục đối xứng của hình $\mathcal{H}$ nếu phép đối xứng qua d biến $\mathcal{H}$ thành chính nó.

⚙ Minh họa một số hình có trục đối xứng:



B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

📁 Dạng 1. Xác định tọa độ ảnh của điểm qua phép đối xứng trục d

Cho điểm $M(x; y)$. Gọi $M'(x'; y')$ là điểm đối xứng của M qua trục d .

⚙ **Trường hợp đặc biệt:** Trục đối xứng là trục Ox hoặc Oy . Ta áp dụng công thức

- $\text{Đ}_{Ox}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$
- $\text{Đ}_{Oy}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$

⚙ **Tổng quát:** Với $d: ax + by + c = 0$, ta thực hiện như sau:

- Viết phương trình MM' đi qua điểm M và $MM' \perp d$.
- Gọi $H = MM' \cap d$. Giải hệ phương trình tìm tọa độ H .
- H là trung điểm của MM' nên $x_{M'} = 2x_H - x_M$, $y_{M'} = 2y_H - y_M$.

🔗 **Ví dụ 1.** Trong mặt phẳng Oxy , hãy tìm ảnh của các điểm $A(1; 2)$ qua các phép đối xứng trục Ox , Oy .

🔗 **Ví dụ 2.** Trong mặt phẳng Oxy , Cho hai điểm $A(1; 2)$ và $B(3; -2)$ và I là trung điểm của đoạn AB .

- a) Tìm ảnh của điểm I qua phép đối xứng trục Ox .
- b) Gọi A' , B' lần lượt là ảnh của A , B qua phép đối xứng trục Oy . Tính độ dài $A'B'$.

🔗 **Ví dụ 3.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - y + 1 = 0$ và điểm $M(3; 2)$. Tìm điểm đối xứng của M qua đường thẳng d .

📁 Dạng 2. Xác định phương trình ảnh của đường thẳng qua phép đối xứng trục

🔗 **Ví dụ 4.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$.

- a) Tìm phương trình ảnh của Δ qua phép đối xứng trục Ox .
- b) Tìm phương trình ảnh của Δ qua phép đối xứng trục Oy .

🔗 **Ví dụ 5.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \end{cases}$.

- Tìm phương trình ảnh của Δ qua phép đối xứng trục Ox .
- Tìm phương trình ảnh của Δ qua phép đối xứng trục Oy .

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 2x - y = 0$. Tìm phương trình đường thẳng Δ' đối xứng với Δ qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

Dạng 3. Xác định phương trình ảnh của đường tròn qua phép đối xứng trục

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

- Tìm phương trình ảnh của (C) qua phép đối xứng trục Ox .
- Tìm phương trình ảnh của (C) qua phép đối xứng trục Oy .

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$.

- Tìm phương trình ảnh của (C) qua phép đối xứng trục Ox .
- Tìm phương trình ảnh của (C) qua phép đối xứng trục Oy .
- Tìm phương trình ảnh của (C) qua phép đối xứng trục $d: y = x$.

Dạng 4. Ứng dụng phép đối xứng trục

Ví dụ 9. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B nằm cùng phía đối với d . Tìm trên đường thẳng d điểm M sao cho $MA + MB$ ngắn nhất.

Ví dụ 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho $d: x - 2y + 2 = 0$ và điểm $A(3; 5), B(5; 7)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ví dụ 11. Cho hai điểm phân biệt B và C cố định trên đường tròn (O) tâm O , điểm A di động trên đường tròn (O) . Chứng minh rằng khi A di động trên đường tròn (O) thì trục tâm của ΔABC di động trên một đường tròn.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài tập 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 5), B(-1; 2), C(6; -4)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Tìm tọa độ điểm G' là ảnh của điểm G qua phép đối xứng trục $\mathbb{D}_{Oy}$.

Bài tập 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$. Tìm đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng trục Ox .

Bài tập 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $5x + y - 3 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục tung.

Bài tập 4. Trong mặt phẳng tọa độ, cho đường thẳng Δ có phương trình $2x - y + 1 = 0$ và điểm $A(3; 2)$. Tìm tọa độ điểm A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng Δ .

Bài tập 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + 3$. Tìm parabol (P') là ảnh của parabol (P) qua phép đối xứng trục Ox .

Bài tập 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(1;5)$, đường thẳng $d: x + 2y + 4 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.

- Tìm ảnh của M qua phép đối xứng trục Ox .
- Tìm ảnh của d qua phép đối xứng trục Ox .
- Tìm ảnh của (C) qua phép đối xứng trục Ox .
- Tìm ảnh của M qua phép đối xứng qua đường thẳng d .

Bài tập 7. Cho hai đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$, $d_1: x + 2y - 3 = 0$ và đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$.

- Tìm ảnh của d_1 qua phép đối xứng trục d .
- Tìm ảnh của (C) qua phép đối xứng trục d .

Bài tập 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(2;1)$. Tìm tọa độ điểm B trên trục hoành và điểm C trên đường phân giác của góc phần tư thứ nhất $d: y = x$ để chu vi tam giác ABC nhỏ nhất.

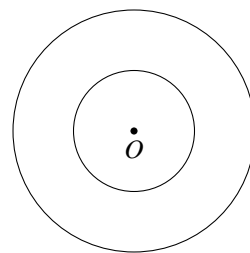
D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Xét trong mặt phẳng, hình nào không có trục đối xứng trong các hình dưới đây?

- A.** Hình thang cân. **B.** Hình tam giác đều. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Câu 2. Hình gồm hai đường tròn đồng tâm và bán kính khác nhau có bao nhiêu trục đối xứng?

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.



Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A.** Hình tam giác đều có vô số trục đối xứng. **B.** Hình vuông có vô số trục đối xứng.
C. Hình lục giác đều có vô số trục đối xứng. **D.** Hình tròn có vô số trục đối xứng.

Câu 4. Trong mặt phẳng, cho các hình dưới đây, hình nào có đúng bốn trục đối xứng?

- A.** Hình bình hành. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình thoi. **D.** Hình vuông.

Câu 5. Trong mặt phẳng, cho các hình dưới đây, hình nào có đúng ba trục đối xứng?

- A.** Đoạn thẳng. **B.** Đường tròn. **C.** Tam giác đều. **D.** Hình vuông.

Câu 6. Cho hình vuông $ABDC$ có hai đường chéo AD và BC cắt nhau tại I . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

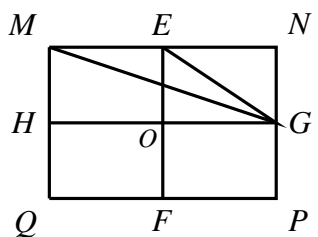
- A.** Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục CD .
B. Phép đối xứng trục AD biến điểm C thành điểm B .
C. Phép đối xứng trục AC biến điểm D thành điểm C .
D. Hai điểm A và C đối xứng nhau qua trục BD .

Câu 7. Trong mặt phẳng, hình ngũ giác đều có tất cả bao nhiêu trục đối xứng?

- A.** 0. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(-1;3)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép đối xứng trục Ox

- A.** $A'(1;3)$. **B.** $A'(1;-3)$. **C.** $A'(3;-1)$. **D.** $A'(-1;-3)$.

- Câu 9.** Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(-1;3)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép đối xứng trục Oy
- A. $A'(1;3)$. B. $A'(1;-3)$. C. $A'(3;-1)$. D. $A'(-1;-3)$.
- Câu 10.** Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(2;-5)$. Tìm tọa độ điểm N để qua phép đối xứng trục Ox điểm N biến thành điểm M .
- A. $N(-5;2)$. B. $N(-2;-5)$. C. $N(-2;5)$. D. $N(2;5)$.
- Câu 11.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép đối xứng trục biến điểm $A(2;1)$ thành $A'(2;5)$ có trục đối xứng là
- A. Đường thẳng $y = 3$. B. Đường thẳng $x = 3$.
C. Đường thẳng $y = 6$. D. Đường thẳng $x + y - 3 = 0$.
- Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với $A(2;6), B(-1;2), C(6;1)$. Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Phép đối xứng trục Ox biến điểm G thành điểm G' có tọa độ là
- A. $(2;4)$. B. $(3;-3)$. C. $\left(\frac{7}{3}; -3\right)$. D. $\left(\frac{4}{3}; -4\right)$.
- Câu 13.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x - 3y + 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép đối xứng trục Oy .
- A. $d': x + 3y + 6 = 0$. B. $d': x + 3y - 6 = 0$. C. $d': x - 3y - 6 = 0$. D. $d': 3x - y + 6 = 0$.
- Câu 14.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng trục Ox .
- A. $(C'): (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$. B. $(C'): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$.
C. $(C'): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. D. $(C'): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$.
- Câu 15.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 5y + 1 = 0$. Tìm ảnh đường tròn (C') của (C) qua phép đối xứng trục Oy .
- A. $x^2 + y^2 - 4x - 5y + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 4x + 5y + 1 = 0$.
C. $2x^2 + 2y^2 + 8x + 10y - 2 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 4x - 5y + 1 = 0$.
- Câu 16.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = 2x^2 + x + 5$. Phép đối xứng trục Oy biến parabol (P) thành parabol (P') có phương trình là
- A. $y = -2x^2 + x - 5$. B. $y = 2x^2 - x + 5$. C. $y = -2x^2 - x - 5$. D. $y = -2x^2 + x - 5$.
- Câu 17.**
Cho hình chữ nhật $MNPQ$, tâm là O , lấy trung điểm E, F, G, H như hình vẽ. Phép đối xứng trục EF biến tam giác MEG thành tam giác nào dưới đây?
- A. PEH . B. MEH . C. NFH . D. NEH .
- 
- Câu 18.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình $2x - 3y - 6 = 0$. Đường thẳng đối xứng của Δ qua trục hoành có phương trình là
- A. $2x + 3y + 6 = 0$. B. $2x + 3y - 6 = 0$. C. $4x - y - 6 = 0$. D. $3x + 2y - 6 = 0$.
- Câu 19.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi a là đường phân giác của góc phần tư thứ nhất. Ta xét đường thẳng Δ có phương trình $3x - 4y + 5 = 0$. Phép đối xứng trục $\mathbb{D}_a$ biến đường thẳng Δ thành đường thẳng Δ' có phương trình là
- A. $4x - 3y - 5 = 0$. B. $3x + 4y - 5 = 0$. C. $4x - 3y + 5 = 0$. D. $3x + 4y + 5 = 0$.
- Câu 20.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi b là đường phân giác của góc phần tư thứ hai. Ta xét đường thẳng Δ có phương trình $y = 5x + 3$. Phép đối xứng trục $\mathbb{D}_b$ biến đường thẳng Δ thành đường thẳng Δ' có phương trình là
- A. $x - 5y + 3 = 0$. B. $x + 5y - 3 = 0$. C. $y = -5x + 3$. D. $y = 5x - 3$.

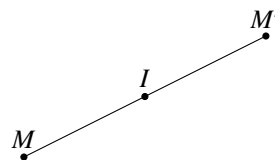
§3. PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Cho điểm I . Phép biến hình biến điểm I thành chính nó, biến mỗi điểm M khác I thành M' sao cho I là **trung điểm** của đoạn thẳng MM' được gọi là phép đối xứng tâm I .

- Điểm I được gọi là **tâm đối xứng**.
- Phép đối xứng tâm I được kí hiệu là $\mathfrak{D}_I$.
- Theo định nghĩa suy ra $M = \mathfrak{D}_I(M') \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$.



2. Tính chất

- ⚙ **Tính chất 1:** Phép đối xứng tâm bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- ⚙ **Tính chất 2:** Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó; biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó; biến tam giác thành tam giác bằng nó; biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

3. Biểu thức tọa độ

Trong mặt phẳng Oxy , gọi $M(x'; y')$ là ảnh của $M(x; y)$ qua phép đối xứng tâm

- ⚙ **Trường hợp đặc biệt:** Tâm đối xứng là điểm O thì

$$\mathfrak{D}_O(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$

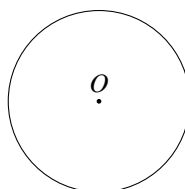
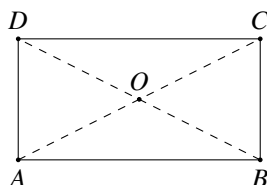
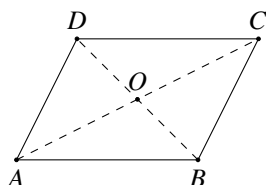
- ⚙ **Tổng quát:** Tâm đối xứng là điểm $I(a, b)$ thì

$$\mathfrak{D}_I(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}$$

4. Tâm đối xứng của một hình

Điểm I được gọi là tâm đối xứng của hình $\mathcal{H}$ nếu phép đối xứng tâm I biến $\mathcal{H}$ thành chính nó. Khi đó ta nói $\mathcal{H}$ là hình có tâm đối xứng.

Minh họa một số hình có tâm đối xứng:



B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

Dạng 1. Tìm ảnh của điểm, đường thẳng, đường tròn qua phép đối xứng tâm O

Ví dụ 1. Trong hệ tọa độ Oxy cho điểm $M(3; -4)$. Tìm ảnh của M qua phép đối xứng tâm O .

Ví dụ 2. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta : 2x + y - 4 = 0$. Tìm ảnh của đường thẳng Δ qua phép đối xứng tâm O .

Ví dụ 3. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng tâm O .

Dạng 2. Tìm ảnh của điểm, đường thẳng, đường tròn qua phép đối xứng tâm I

Phương pháp: Sử dụng biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm I bất kỳ, hoặc sử dụng công thức tọa độ trung điểm.

Ví dụ 4. Trong hệ tọa độ Oxy cho điểm $M(3; -4)$ và điểm $I(1; 2)$. Tìm ảnh của M qua phép đối xứng tâm I .

Ví dụ 5. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta : x + y - 3 = 0$ và điểm $I(-2; 3)$. Tìm ảnh của đường thẳng Δ qua phép đối xứng tâm I .

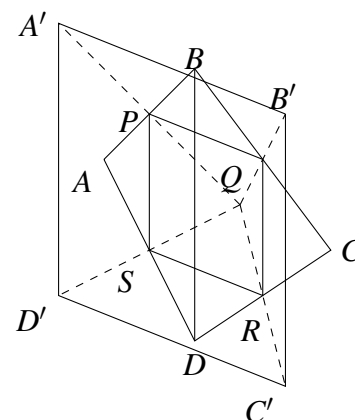
Ví dụ 6. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C) : (x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 16$ và điểm $I(-2; -5)$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng tâm I .

Dạng 3. Ứng dụng phép đối xứng tâm

Ví dụ 7. Cho tam giác ABC có cạnh BC cố định, điểm A di động trên đường thẳng d . Dựng hình bình hành $ABMC$. Tìm tập hợp các điểm M .

Ví dụ 8.

Cho tứ giác lồi $ABCD$, điểm M thuộc miền trong $ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là điểm đối xứng của M qua trung điểm của AB, BC, CD, DA . Chứng minh $A'B'C'D'$ là hình bình hành.



C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài tập 1. Trong hệ tọa độ Oxy cho điểm $M(-4; -1)$. Tìm ảnh của M qua phép đối xứng tâm O .

Bài tập 2. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: x - 4y - 1 = 0$. Tìm ảnh của đường thẳng Δ qua phép đối xứng tâm O .

Bài tập 3. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng tâm O .

Bài tập 4. Trong hệ tọa độ Oxy cho điểm $M(-3; -10)$ và điểm $I(1; -1)$. Tìm ảnh của M qua phép đối xứng tâm I .

Bài tập 5. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: x - 4y - 2 = 0$ và điểm $I(-1; -2)$. Tìm ảnh của đường thẳng Δ qua phép đối xứng tâm I .

Bài tập 6. Trong hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x + 2y - 7 = 0$ và điểm $I(2; -1)$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép đối xứng tâm I .

Bài tập 7. Cho hình thoi $ABCD$, M là trung điểm BC . Xác định ảnh A', B', C', D' của các điểm A, B, C, D qua phép đối xứng tâm M .

Bài tập 8. Cho hai điểm A và B cố định, có $AB = 2$. Tìm tập hợp những điểm M' sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MM'}$, biết rằng $MA^2 + MB^2 = 4$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các hình dưới đây, hình nào không có tâm đối xứng?

- A. Hình Elip. B. Hình tròn. C. Hình thang cân. D. Hình chữ nhật.

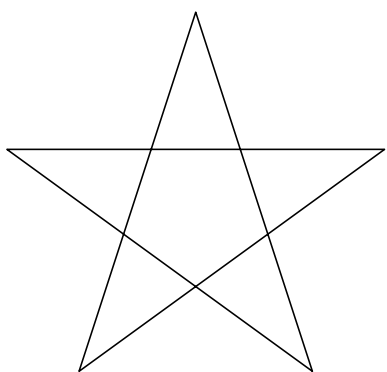
Câu 2. Hình nào sau đây không có tâm đối xứng?

- A. Hình vuông. B. Hình tròn. C. Hình tam giác đều. D. Hình thoi.

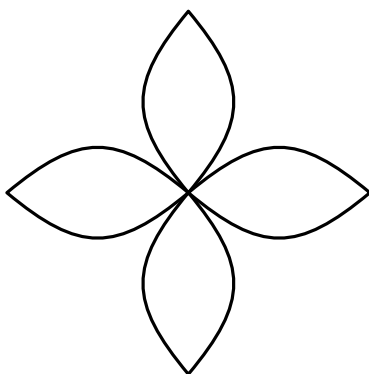
Câu 3. Có bao nhiêu phép đối xứng tâm biến một đường thẳng a cho trước thành chính nó?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

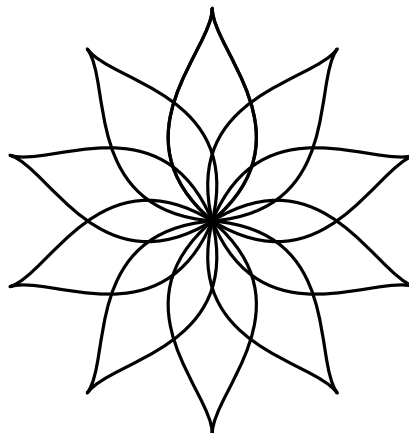
Câu 4. Hình nào sau đây có trục đối xứng và đồng thời có tâm đối xứng?



Hình 1



Hình 2



Hình 3

- A. Hình 1 và Hình 2. B. Hình 1 và Hình 3.
C. Hình 2 và Hình 3. D. Hình 1, Hình 2 và Hình 3.

Câu 5. Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Tìm ảnh của tam giác ABD qua phép đối xứng tâm O .

- A. $\triangle ADB$. B. $\triangle DEA$. C. $\triangle DCF$. D. $\triangle EAD$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $I(a; b)$. Nếu phép đối xứng tâm I biến điểm $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ thì ta có biểu thức tọa độ là

- A. $\begin{cases} x' = a + x \\ y' = b + y. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y. \end{cases}$ C. $\begin{cases} x' = a - x \\ y' = b - y. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2x' - a \\ y = 2y' - b. \end{cases}$

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tọa độ điểm M' là ảnh của điểm $M(-2; 3)$ qua phép đối xứng tâm $O(0; 0)$.

- A. $M'(-4; 2)$. B. $M'(2; -3)$. C. $M'(-2; 3)$. D. $M'(2; 3)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm ảnh A' của điểm $A(5; 3)$ qua phép đối xứng tâm $I(4; 1)$.

- A. $A'(5; 3)$. B. $A'(-5; -3)$. C. $A'(3; -1)$. D. $A'(\frac{9}{2}; 2)$.

Câu 9. Phép đối xứng tâm $O(0; 0)$ biến điểm $A(m; -m)$ thành điểm A' nằm trên đường thẳng $x - y + 6 = 0$. Tìm m .

- A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = -3$. D. $m = -4$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , nếu phép đối xứng tâm biến điểm $A(5; 2)$ thành điểm $A'(-3; 4)$ thì nó biến điểm $B(1; -1)$ thành điểm

- A. $B'(1; 7)$. B. $B'(1; 6)$. C. $B'(2; 5)$. D. $B'(1; -5)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho điểm $I(2; -1)$ và ΔABC với $A(1; 4), B(-2; 3), C(7; 2)$. Phép đối xứng tâm I biến trọng tâm G của ΔABC thành điểm G' có tọa độ là

- A. $G'(-2; 5)$. B. $G'(2; -5)$. C. $G'(-1; -4)$. D. $G'(0; -5)$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép đối xứng tâm O biến đường thẳng $3x - 4y + 13 = 0$ thành đường thẳng nào sau đây.

- A. $3x + 4y + 13 = 0$. B. $3x + 4y - 13 = 0$. C. $3x - 4y - 13 = 0$. D. $-3x + 4y + 13 = 0$.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép đối xứng tâm với tâm là điểm $I(1; -1)$. Khi đó, nó biến đường thẳng $d: 2x - 3y + 5 = 0$ thành đường thẳng

- A. $2x - 3y - 15 = 0$. B. $2x - 3y - 15 = 0$. C. $2x + 3y + 15 = 0$. D. $2x - 3y + 4 = 0$.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $I(2; -1)$ và đường thẳng Δ có phương trình $x + 2y - 2 = 0$. Ảnh của Δ qua phép đối xứng tâm I là đường thẳng có phương trình

- A. $x + 2y + 2 = 0$. B. $x - 2y + 3 = 0$. C. $x + 2y + 6 = 0$. D. $2x - y + 4 = 0$.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng song song a và b lần lượt có phương trình $3x + 4y - 1 = 0$ và $3x + 4y + 5 = 0$. Nếu phép đối xứng tâm biến a thành b thì tâm đối xứng phải là điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $I(2; -2)$. B. $I(2; 2)$. C. $I(-2; 2)$. D. $I(2; 0)$.

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 8x + 10y + 32 = 0$. Phương trình của đường tròn (C') đối xứng của (C) qua gốc tọa độ O có phương trình là

- A. $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 9$. B. $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 16$.
C. $(x + 4)^2 + (y + 5)^2 = 4$. D. Một phương trình khác.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2 + x$. Phương trình của parabol (Q) đối xứng với (P) qua gốc tọa độ O là

- A. $y = -x^2 + x$. B. $y = x^2 - x$. C. $y = -x^2 - x$. D. $y = x^2 - 2x$.

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Viết phương trình elip (E') là ảnh của elip (E) qua phép đối xứng tâm $I(1; 0)$.

- A. $(E'): \frac{(x-1)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. B. $(E'): \frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.
C. $(E'): \frac{(x+1)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. D. $(E'): \frac{(x+2)^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $I(2; -1)$ và đường tròn $(T) : x^2 + y^2 = 9$. Phép đối xứng tâm $\mathcal{D}_I$ biến đường tròn (T) thành đường tròn (T') có phương trình là

A. $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 11 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 2 = 0$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta : y + 2 = 0$ và đường tròn $(C) : x^2 + y^2 = 13$. Qua phép đối xứng tâm $I(1; 0)$ điểm M trên Δ biến thành điểm N trên (C) . Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng

A. 5.

B. 6.

C. $4\sqrt{5}$.

D. $4\sqrt{2}$.

—HẾT—

§4. PHÉP QUAY

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

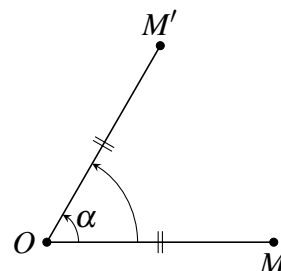
1. Định nghĩa

Định nghĩa:

Cho điểm O và góc lượng giác α . Phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM' = OM$ và góc lượng giác (OM, OM') bằng α được gọi là phép quay tâm O góc α .

- Điểm O được gọi là tâm quay, còn α được gọi là góc quay của phép quay đó.
- Phép quay tâm O góc α thường được kí hiệu là $Q_{(O, \alpha)}$.

$$Q_{(O, \alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM = OM' \\ \text{góc lượng giác } (OM, OM') = \alpha. \end{cases}$$



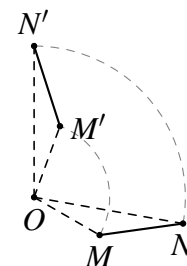
Chú ý:

- Với $k \in \mathbb{Z}$, ta có
 - Phép quay $Q_{(O, 2k\pi)}$ là phép đồng nhất.
 - Phép quay $Q_{(O, (2k+1)\pi)}$ là phép đối xứng tâm O .
- Chiều dương của phép quay là chiều dương của đường tròn lượng giác nghĩa là chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ.
 - Nếu quay theo chiều ngược kim đồng hồ thì $\alpha > 0$.
 - Nếu quay theo cùng chiều kim đồng hồ thì $\alpha < 0$.

2. Tính chất

Tính chất 1. Xét phép quay tâm O góc quay α biến hai điểm M, N thành 2 điểm M' và N' như hình vẽ thì

- $M'N' = MN$;
- phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.



Tính chất 2. Phép quay

- biến đường thẳng thành đường thẳng.
- biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó,
- biến tam giác thành tam giác bằng nó,
- biến đường tròn thành đường tròn cùng bán kính.

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

Dạng 1. Xác định ảnh của một điểm qua phép quay

- Xác định tâm quay, góc quay và hướng quay.
- Nếu xét trên mặt phẳng tọa độ, ứng với các góc quay đặc biệt như $\pm 90^\circ$, $\pm 180^\circ$,... ta có thể dùng hình vẽ để xác định trực tiếp tọa độ điểm đó.

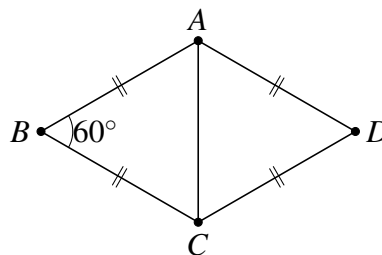
Công thức bổ sung: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $M(x;y)$ và $M'(x';y')$. Xét $Q_{(O,\alpha)}(M) = M'$, khi đó ta có

$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha - y \sin \alpha \\ y' = x \sin \alpha + y \cos \alpha. \end{cases}$$

Ví dụ 1.

Cho hình thoi $ABCD$ có góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (các đỉnh ghi theo chiều ngược chiều kim đồng hồ).

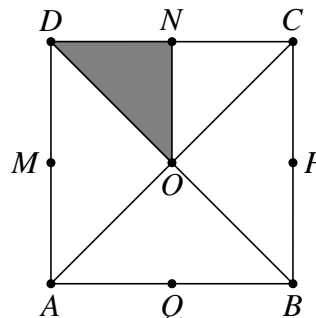
- Xác định ảnh của điểm A qua phép quay tâm D góc quay 60° .
- Xác định ảnh của điểm B qua phép quay tâm C góc quay 120° .
- Xác định ảnh của cạnh CD qua phép quay $Q_{(A,-60^\circ)}$.



Ví dụ 2.

Cho hình vuông $ABCD$ có tâm là O , (các đỉnh ghi theo chiều ngược chiều kim đồng hồ). Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm các cạnh AD, DC, CB, BA .

- Tìm ảnh của tam giác ODN qua phép quay tâm O góc quay -90° .
- Tìm ảnh đường thẳng CM qua phép quay tâm O góc quay 90° . Chứng minh rằng $CM \perp DQ$.



Ví dụ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(0;4)$. Hãy tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép quay tâm O góc quay 90° .

Đáp số: $A'(-4;0)$

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3;4)$. Hãy tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép quay tâm O góc quay 90° .

Đáp số: $A'(-4;3)$

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(-1;5)$. Tìm tọa độ điểm B là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay -90° .

Đáp số: $B(5;1)$

Dạng 2. Xác định phương trình ảnh của đường thẳng d qua phép quay

Cho $d: Ax + By + C = 0$. Tìm phương trình d' là ảnh của d qua $Q_{(O, 90^\circ)}$.

Cách 1.

- Lấy hai điểm $M, N \in d$. Vẽ M, N lên hệ trục Oxy , xác định tọa độ ảnh là M' và N' .
- Phương trình d' là phương trình đường thẳng qua hai điểm M' và N' .

Cách 2.

- $Q_{(O, 90^\circ)}(d) = d'$ thì $d' \perp d$. Suy ra d' có dạng $Bx - Ay + m = 0$ (1).
- Lấy điểm $M \in d$. $Q_{(O, 90^\circ)}(M) = M'(x_0; y_0)$.
- Thay tọa độ $(x_0; y_0)$ vào (1), tìm m .

 Các góc quay $-90^\circ, \pm 180^\circ$, ta làm tương tự.

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 5x - 3y + 15 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

Đáp số: $3x + 5y + 15 = 0$

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - 5y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O , góc quay 180° .

Đáp số: $2x - 5y - 3 = 0$.

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - 3 = 0$. Gọi d là ảnh của Δ qua phép quay tâm O góc 90° . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi Δ, d , trục Ox và trục Oy .

Đáp số: $S = 9$

Dạng 3. Xác định phương trình ảnh của đường tròn qua phép quay

Cho $(C): (x - m)^2 + (y - n)^2 = R^2$. Tìm phương trình (C') là ảnh của (C) qua $Q_{(O, 90^\circ)}$

- Đường tròn (C) có tâm $I(m; n)$ và bán kính R .
 - ▶ $Q_{(O, 90^\circ)}(I) = I'$. Giả sử tìm được tọa độ $I'(x_0; y_0)$;
 - ▶ Do phép quay bảo toàn khoảng cách nên $R' = R$.
- Vậy, phương trình (C') : $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$.

Chú ý:

① Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ có

- ▶ tâm $I(a; b)$;
- ▶ bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

② Các góc quay đặc biệt khác như $-90^\circ, \pm 180^\circ, \dots$ ta làm tương tự.

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O góc 90° .

Đáp số: $(C') : (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Ví dụ 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : (x-4)^2 + (y-1)^2 = 5$. Tìm ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O góc -90° .

Đáp số: $(C') : (x-1)^2 + (y+4)^2 = 5$.

Ví dụ 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;3)$ và $B(4;-1)$. Gọi (C) là đường tròn có đường kính AB và (C') là ảnh của đường tròn (C) qua $Q_{(O,45^\circ)}$. Tính diện tích đường tròn (C') .

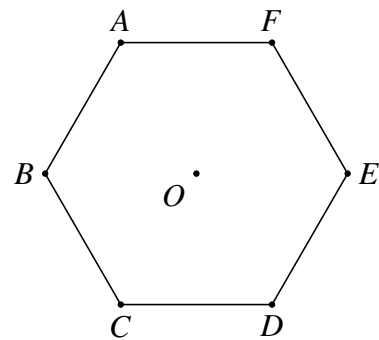
Đáp số: $S_{(C')} = S_{(C)} = \frac{25\pi}{4}$.

Dạng 4. Một số bài toán hình sơ cấp

Ví dụ 12.

Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O .

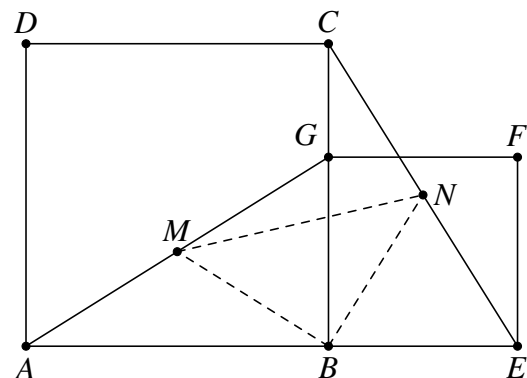
- Tìm ảnh của tam giác AIF qua phép quay tâm O góc 120° , với I là trung điểm của AB .
- Tìm ảnh của tam giác AOF qua phép quay tâm E góc 60° .



Ví dụ 13.

Cho hai hình vuông $ABCD$ và $BEFG$ như hình vẽ bên, trong đó A, B, E thẳng hàng và G nằm trên cạnh BC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AG, CE . Chứng minh tam giác BMN vuông cân.

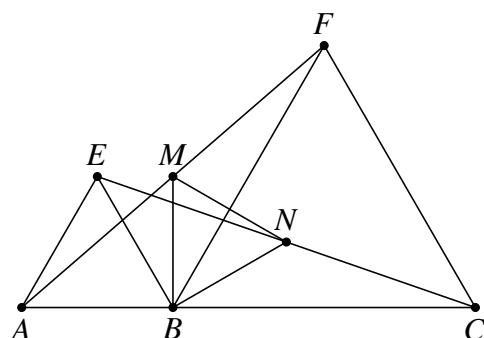
HD: Xét phép quay tâm B góc quay -90° .



Ví dụ 14.

Cho ba điểm thẳng hàng A, B, C , trong đó điểm B nằm giữa hai điểm A và C . Dựng về một phía của đường thẳng AC các tam giác đều ABE và BCF . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AF, EC . Chứng minh tam giác BMN đều.

HD: Xét phép quay tâm B góc quay 60° .



C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài tập 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và véc tơ $\vec{u} = (3; -2)$

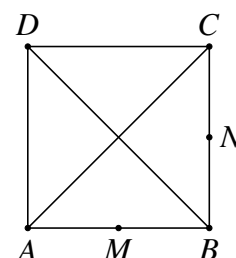
- Tìm phương trình ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo $\vec{u}$.
- Tìm phương trình ảnh của (C) qua phép quay tâm O , góc quay $\frac{\pi}{2}$.

Bài tập 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(2; 3), B(-1; 2)$, đường thẳng $d: 2x - 3y + 2 = 0$, đường tròn $(C): (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

- Tìm phương trình ảnh của đường thẳng AB qua phép quay tâm O góc quay $-\frac{\pi}{2}$;
- Tìm phương trình ảnh của d và (C) qua phép quay tâm O góc quay $\frac{\pi}{2}$.

Bài tập 3.

Cho hình vuông $ABCD$ tâm O như hình vẽ bên. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BC .



- Dựng ảnh của hình vuông $ABCD$ qua $Q_{(A, -90^\circ)}$;
- Dựng ảnh của đường thẳng DM qua $Q_{(O, 90^\circ)}$. Chứng minh DM vuông AN .

Bài tập 4. Cho tam giác ABC . Dựng về phía ngoài tam giác đó các tam giác BAE và CAF vuông cân tại A . Gọi I, M, J theo thứ tự là trung điểm của EB, BC, CF . Chứng minh tam giác IMJ vuông cân.

HD: Xét phép quay tâm A , góc quay 90° .

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; 0)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay $\frac{\pi}{2}$.

- A. $A'(0; 3)$. B. $A'(-3; 0)$. C. $A'(2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$. D. $A'(0; -3)$.

Câu 2. Cho tam giác đều tâm O . Với giá trị nào dưới đây của φ thì phép quay $Q_{(O, \varphi)}$ biến tam giác đều thành chính nó?

- A. $\varphi = \frac{\pi}{3}$. B. $\varphi = \frac{3\pi}{2}$. C. $\varphi = \frac{\pi}{2}$. D. $\varphi = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 3. Cho hình vuông tâm O . Xét phép quay Q có tâm quay O và góc quay φ . Với giá trị nào sau đây của φ , phép quay Q biến hình vuông thành chính nó?

- A. $\varphi = \frac{\pi}{2}$. B. $\varphi = \frac{\pi}{3}$. C. $\varphi = \frac{\pi}{6}$. D. $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

Câu 4. Cho tam giác đều ABC có tâm O và các đường cao AA', BB', CC' (các đỉnh của tam giác ghi theo chiều kim đồng hồ). Ảnh của đường cao AA' qua phép quay tâm O góc quay 240° là

- A. AA' . B. BB' . C. CC' . D. BC .

Câu 5. Có bao nhiêu điểm biến thành chính nó qua phép quay tâm O góc α với $\alpha \neq k2\pi$ (k là một số nguyên)?

- A. 2. B. 0. C. Vô số. D. 1.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; 0)$. Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của điểm A qua phép quay tâm O góc quay $-\frac{\pi}{2}$.

- A. $A'(0; -3)$. B. $A'(-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$. C. $A'(3; 0)$. D. $A'(-3; 0)$.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông cân tại A và có độ dài cạnh $BC = 2\sqrt{2}$ cm. Phép quay tâm A góc quay 90° biến tam giác ABC thành tam giác có diện tích S bằng bao nhiêu?

- A. $S = 2\sqrt{2}$ cm². B. $S = 2$ cm². C. $S = 8$ cm². D. $S = 4$ cm².

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$. Phương trình ảnh của (C) qua phép quay tâm O góc quay $\frac{\pi}{4}$ là

- A. $x^2 + y^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + y^2 = 9$. D. $x^2 + (y-1)^2 = 9$.

Câu 9. Cho phép quay $Q_{(O,\varphi)}$ biến điểm A thành điểm A' và biến điểm M thành điểm M' . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'M'}$. B. $\widehat{(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'M'})} = \varphi$ với $0 \leq \varphi \leq \pi$.
C. $\widehat{(OA, OA')} = \widehat{(OM, OM')} = \varphi$. D. $AM = A'M'$.

Câu 10. Cho tam giác đều ABC . Hãy xác định góc quay của phép quay tâm A biến B thành C .

- A. $\varphi = 60^\circ$ hoặc $\varphi = -60^\circ$. B. $\varphi = 30^\circ$.
C. $\varphi = 90^\circ$. D. $\varphi = -120^\circ$.

Câu 11. Cho hai đường thẳng bất kỳ d và d' . Có bao nhiêu phép quay biến đường thẳng d thành đường thẳng d' ?

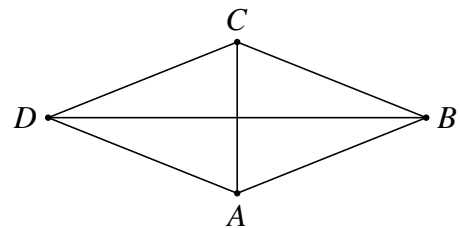
- A. 1. B. 0. C. 2. D. Vô số.

Câu 12. Cho tam giác đều tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \leq \alpha < 2\pi$, biến tam giác trên thành chính nó?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

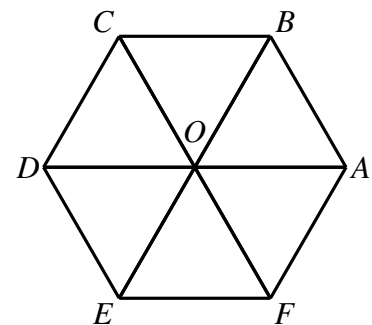
Câu 13. Cho hình thoi $ABCD$ có góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (các đỉnh của hình thoi ghi theo chiều kim đồng hồ). Ảnh của cạnh CD qua phép quay $Q_{(A, 60^\circ)}$ là

- A. AB . B. DA .
C. BC . D. CD .



Câu 14. Cho lục giác đều $ABCDEF$ như hình vẽ. Tìm ảnh của tam giác COD qua phép quay tâm E , góc quay -60° .

- A. Tam giác AFO . B. Tam giác FBA .
C. Tam giác ABO . D. Tam giác AOF .



Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x - y = 0$. Ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O góc quay 45° có phương trình là

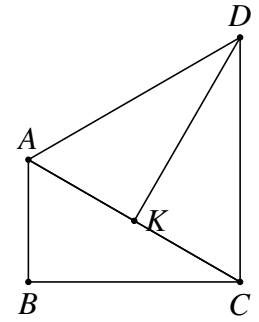
- A. $x - 2y + 3 = 0$. B. $y = 0$. C. $x + y = 0$. D. $x = 0$.

Câu 16. Cho hình vuông tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \leq \alpha < 2\pi$, biến hình vuông trên thành chính nó?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 17. Cho tam giác ABC vuông tại B và góc tại A bằng 60° (các đỉnh của tam giác ghi theo ngược chiều kim đồng hồ). Về phía ngoài tam giác vẽ tam giác đều ACD . Ảnh của cạnh BC qua phép quay tâm A góc quay 60° là

- A. AI với I là trung điểm của CD . B. CJ với J là trung điểm của AD .
C. DK với K là trung điểm của AC . D. AD .



Câu 18. Cho hình chữ nhật tâm O . Hỏi có bao nhiêu phép quay tâm O góc α với $0 \leq \alpha < 2\pi$, biến hình chữ nhật trên thành chính nó?

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(2;0)$ và $N(0;2)$. Phép quay tâm O biến điểm M thành điểm N , khi đó góc quay của nó là

- A. $\varphi = 30^\circ$ hoặc $\varphi = 45^\circ$. B. $\varphi = 90^\circ$.
C. $\varphi = 90^\circ$ hoặc $\varphi = 270^\circ$. D. $\varphi = 30^\circ$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép quay tâm O biến điểm $A(1;0)$ thành điểm $A'(0;1)$. Khi đó nó biến điểm $M(1;-1)$ thành điểm nào sau đây?

- A. $M'(1;0)$. B. $M'(-1;-1)$. C. $M'(1;1)$. D. $M'(-1;1)$.

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. Ảnh của đường tròn (C) qua phép quay tâm O , góc quay 90° là

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 5$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

Câu 22. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng d và d' có phương trình lần lượt là $2x + y + 5 = 0$ và $x - 2y - 3 = 0$. Nếu có phép quay biến đường thẳng này thành đường thẳng kia thì số đo của góc quay φ ($0 \leq \varphi \leq 180^\circ$) là

- A. 60° . B. 45° . C. 120° . D. 90° .

Câu 23. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1;1)$. Hỏi các điểm sau điểm nào là ảnh của M qua phép quay tâm O góc quay $\varphi = 45^\circ$?

- A. $M_1(-1;1)$. B. $M_3(\sqrt{2};0)$. C. $M_2(1;0)$. D. $M_4(0;\sqrt{2})$.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - y + 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của d qua phép quay tâm O góc quay -90° .

- A. $d': x - 3y - 2 = 0$. B. $d': x + 3y - 2 = 0$. C. $d': x + 3y + 2 = 0$. D. $d': 3x - y - 6 = 0$.

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng a và b có phương trình lần lượt là $4x + 3y + 5 = 0$ và $x + 7y - 4 = 0$. Nếu có phép quay biến đường thẳng này thành đường thẳng kia thì số đo của góc quay φ ($0 \leq \varphi \leq 180^\circ$) là

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 120° .

—HẾT—

§5. PHÉP VỊ TỰ

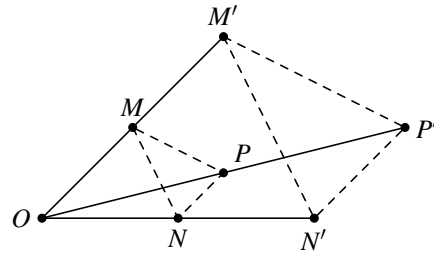
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa

Định nghĩa: Cho điểm O và số $k \neq 0$. Phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{OM'} = k \cdot \overrightarrow{OM}$ được gọi là phép vị tự tâm O tỉ số k .

① Phép vị tự tâm O tỉ số k thường được kí hiệu là $V_{(O,k)}$

② $V_{(O,k)}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = k \cdot \overrightarrow{OM}$



Ví dụ: Trong hình vẽ bên, minh họa phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến ba điểm M, N, P lần lượt thành ba điểm M', N', P' .

Lưu ý:

- ① Phép vị tự biến tâm vị tự thành chính nó.
- ② Khi $k = 1$, phép vị tự là đồng nhất.
- ③ Khi $k = -1$, phép vị tự là phép đối xứng tâm.
- ④ $M' = V_{(O,k)}(M) \Leftrightarrow M = V_{(O, \frac{1}{k})}(M')$.

2. Tính chất

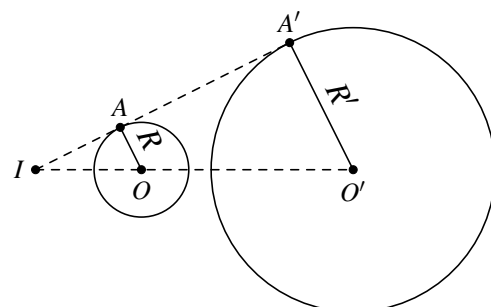
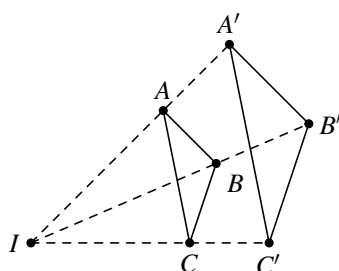
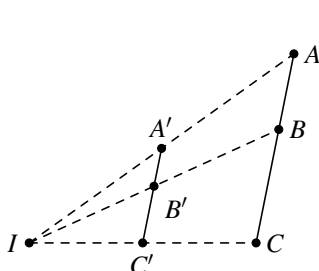
Nếu phép vị tự tỉ số k biến hai điểm M, N tùy ý theo thứ tự thành M', N' (xem hình vẽ phía trên) thì

$$\bullet \quad \overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$$

$$\bullet \quad M'N' = |k| \cdot MN.$$

Phép vị tự tỉ số k

- ① Biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm ấy;
- ② Biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng;
- ③ Biến tam giác thành tam giác đồng dạng với nó, biến góc thành góc bằng nó;
- ④ Biến đường tròn bán kính R thành đường tròn bán kính $|k| \cdot R$.



B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

Dạng 1. Tìm ảnh, tạo ảnh của một điểm qua một phép vị tự

Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $M(x; y)$ và $M'(x'; y')$ và số thực $k \neq 0$.

$$\textcircled{1} V_{(O;k)}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'} = k \cdot \overrightarrow{OM} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = k \cdot x \\ y' = k \cdot y \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{ Tổng quát: } V_{(I;k)}(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = k \cdot \overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \begin{cases} x' - x_I = k \cdot (x - x_I) \\ y' - y_I = k \cdot (y - y_I) \end{cases}$$

Ví dụ 1. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O .

- Tìm ảnh của O qua phép vị tự tâm A tỉ số $k = 2$.
- Tìm ảnh của B qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -1$.

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; -2)$. Xác định tọa độ điểm B là ảnh của điểm A qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -3$.
Đáp số: $B(-9; 6)$.

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hãy tìm ảnh A' của điểm $A(3; 4)$ qua phép vị tự tâm $I(2; 5)$ tỉ số $k = 2$.
Đáp số: $A'(4; 3)$.

Ví dụ 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $I(-2; 1)$, $M(1; 1)$ và $M'(-1; 1)$. Xét phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm M thành M' . Tìm k .
Đáp số: $k = \frac{1}{3}$.

Dạng 2. Xác định phương trình ảnh của đường thẳng qua phép vị tự

Cho $d: Ax + By + C = 0$. Tìm phương trình d' là ảnh của d qua $V_{(O;k)}$.

Cách 1.

- Lấy hai điểm $M, N \in d$. Xác định tọa độ ảnh của chúng là M' và N' qua $V_{(O;k)}$;
- Phương trình d' là phương trình đường thẳng qua hai điểm M' và N' .

Cách 2.

- d' song song hoặc trùng d nên d' có dạng $Ax + By + C' = 0$ (1).
- Lấy điểm $M(x_0; y_0) \in d$. Xét $V_{(O;k)}(M) = M'(kx_0; ky_0)$.
- Thay tọa độ $(kx_0; ky_0)$ vào (1), tìm C' .

Cách 3. Dùng cho trắc nghiệm: $V_{(O;k)}(d) = d'$ thì $d': Ax + By + k \cdot C = 0$.

! Làm tương tự đối với $V_{(I;k)}$.

Ví dụ 5. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 1 = 0$. Xác định phương trình ảnh của d qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -2$.

Đáp số: $2x - 3y - 2 = 0$.

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$. Xác định phương trình ảnh của d qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = 3$.

Đáp số: $x + 2y - 21 = 0$.

Dạng 3. Xác định phương trình ảnh của đường tròn qua phép vị tự

Cho $(C): (x - m)^2 + (y - n)^2 = R^2$. Tìm phương trình (C') là ảnh của (C) qua $V_{(O;k)}$.

- Đường tròn (C) có tâm $I(m;n)$ và bán kính R .
 - Xác định tâm của đường tròn ảnh (C') : $V_{(O;k)}(I) = I'(km;kn)$.
 - Xác định bán kính của đường tròn ảnh (C') : $R' = |k| \cdot R$.
- Vậy, phương trình (C') : $(x - km)^2 + (y - kn)^2 = R'^2$.

! Làm tương tự đối với $V_{(I;k)}$.

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $(C): (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$. Xác định phương trình ảnh của (C) qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = -2$.

Đáp số: $(C'): (x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 36$.

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3$. Xác định phương trình ảnh của (C) qua phép vị tự tâm O , tỉ số $k = \frac{1}{2}$.

Đáp số: $(C'): (x - \frac{1}{2})^2 + (y + 1)^2 = 2$.

Ví dụ 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $(C): (x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$. Xác định phương trình ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $A(2;3)$, tỉ số $k = -2$.

Đáp số: $(C'): (x - 12)^2 + (y - 7)^2 = 16$.

Dạng 4. Phép dời hình và phép đồng dạng

✍ Phép dời hình: Phép biến hình F được gọi là phép dời nếu chúng bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ, nghĩa là với hai điểm M, N bất kỳ và ảnh M', N' tương ứng của chúng, ta luôn có $M'N' = MN$.

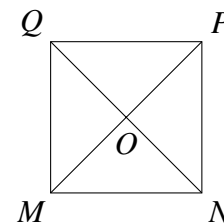
- Các phép tịnh tiến, quay, đối xứng trục, đối xứng tâm là các phép dời.
- Phép biến hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai (nhiều) phép dời cũng là một phép dời.
- Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời biến hình này thành hình kia.

✍ Phép đồng dạng: Phép biến hình F được gọi là phép đồng dạng tỉ số $k > 0$ nếu với hai điểm M, N bất kỳ và ảnh M', N' tương ứng của chúng, ta luôn có $M'N' = k \cdot MN$.

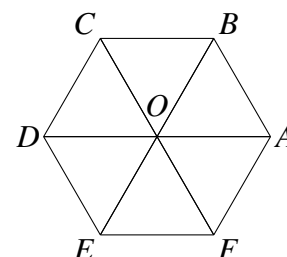
- Phép dời là phép đồng dạng tỉ số $k = 1$.
- Phép vị tự là phép đồng dạng tỉ số $|k|$.
- Phép biến hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp hai (nhiều) phép đồng dạng cũng là một phép đồng dạng.
- Hai hình được gọi là đồng dạng nhau nếu có một phép đồng dạng biến hình này thành hình kia.

Ví dụ 10.

Cho hình vuông $MNPQ$ tâm O . Tìm ảnh của điểm M qua phép dời hình có được khi thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục QN và phép quay tâm O góc -90° .

**Ví dụ 11.**

Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Tìm ảnh của tam giác BCD qua phép dời hình có được khi thực hiện liên tiếp và phép quay tâm O góc 120° và phép đối xứng qua trục AD .



Ví dụ 12. Tìm ảnh của điểm $A(-3; -2)$ qua phép dời hình có được khi thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (2; -1)$ và phép quay tâm $I(2; -2)$ góc -90° .

Đáp số: $(1; 1)$.

Ví dụ 13. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi E, F, H, K, O, I, J lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, CD, DA, KF, HC, KO$. Chứng minh hai hình thang $AEJK$ và $FOIC$ bằng nhau.

Ví dụ 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn tâm $I(1; -3)$, bán kính 2. Viết phương trình ảnh của đường tròn $(I; 2)$ qua phép đồng dạng có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép vị tự tâm O tỉ số $k = 3$ và phép đối xứng qua trục Ox .

Đáp số: $(x - 3)^2 + (y - 9)^2 = 36$.

Dạng 5. Một số bài toán hình sơ cấp

Ví dụ 15. Cho tam giác ABC có hai đỉnh B, C cố định, còn đỉnh A chạy trên một đường tròn $(O; R)$. Tìm quỹ tích trọng tâm G của tam giác ABC .

Ví dụ 16. Cho đường tròn (O) có đường kính AB . Gọi C là điểm đối xứng của A qua B , PQ là một đường kính thay đổi của (O) . Đường thẳng CQ cắt PA và PB lần lượt tại M và N .

- Chứng minh rằng Q là trung điểm của CM , N là trung điểm của CQ .
- Tìm quỹ tích của M và N khi đường kính PQ thay đổi.

Ví dụ 17. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm I cố định khác O . Một điểm M thay đổi trên đường tròn. Tia phân giác của góc $\widehat{MOI}$ cắt IM tại N . Tìm quỹ tích điểm N .

Ví dụ 18. Cho tam giác ABC với trọng tâm G , trực tâm H và tâm đường tròn ngoại tiếp O . Chứng minh ba điểm G, H, O thẳng hàng và $\vec{GH} = -2\vec{GO}$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài tập 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $I(1;2)$ và $M(-2;3)$.

- a) Tìm tọa độ điểm A biết $V_{(I,-3)}(M) = A$. b) Tìm tọa độ điểm B biết $V_{(I,2)}(B) = M$.

Bài tập 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-3;5)$, $M'(4;6)$. Tìm tâm I phép vị biến điểm M thành M' có hệ số $k = 2$.

Bài tập 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $3x + 2y - 6 = 0$. Hãy viết phương trình của đường thẳng d' là ảnh của d qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

Bài tập 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Tìm ảnh (C') của (C) qua phép vị tự tâm $I(-1;2)$ tỉ số $k = 3$.

Bài tập 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$. Tìm phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép vị tự tâm $I(2;1)$ tỉ số $k = -\frac{1}{2}$.

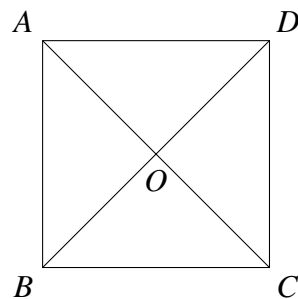
Bài tập 6. Cho đường tròn $(\mathcal{C}): x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$. Tìm ảnh của $(\mathcal{C})$ khi thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (-2;1)$ và phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (1;3)$.

Bài tập 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(3;2)$, $B(4;-5)$ và $C(1,3)$. Gọi $A'B'C'$ là ảnh của tam giác ABC qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc -90° và phép đối xứng qua trục Ox . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác $A'B'C'$.

Bài tập 8. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB, AD . Tìm phép vị tự biến tam giác MNO thành tam giác BDC .

Bài tập 9.

Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh $2a$ như hình vẽ dưới. Gọi F là ảnh của O qua phép dời hình nhận được khi thực hiện liên tiếp phép đối xứng qua trục CD , phép quay tâm B góc 90° . Tính theo a độ dài cạnh AF .



Bài tập 10. Cho hai đường thẳng $d: x - 3y + 1 = 0$ và $\Delta: 2x - y = 0$. Gọi $\mathcal{F}$ là phép dời hình có được khi thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{u} = (2;1)$ và phép đối xứng qua đường thẳng d . Tìm ảnh của Δ qua $\mathcal{F}$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(2;-3)$. Hãy xác định ảnh của M qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$.

- A. $M'(-4;6)$. B. $M'(4;6)$. C. $M'(4;-6)$. D. $M'(-4;-6)$.

Câu 2. Phép vị tự tâm O tỉ số -3 lần lượt biến hai điểm A, B thành hai điểm C, D . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $3\vec{AB} = \vec{DC}$. B. $\vec{AB} = -3\vec{CD}$. C. $\vec{AB} = \frac{1}{3}\vec{CD}$. D. $\vec{AC} = -3\vec{BD}$.

Câu 3. Phép vị tự tâm O tỉ số k ($k \neq 0$) biến mỗi điểm M thành điểm M' . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{OM} = -\vec{OM'}$. B. $\vec{OM} = -k\vec{OM'}$. C. $\vec{OM} = k\vec{OM'}$. D. $\vec{OM} = \frac{1}{k}\vec{OM'}$.

Câu 4. Cho đường tròn $(O; R)$. Có bao nhiêu phép vị tự với tâm O biến $(O; R)$ thành chính nó?

- A. 2. B. Vô số. C. 0. D. 1.

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phép vị tự tâm $I(2; 3)$ tỉ số $k = -2$ biến điểm $M(-7; 2)$ thành điểm M' có tọa độ là

- A. $(18; 2)$. B. $(20; 5)$. C. $(-10; 5)$. D. $(-10; 2)$.

Câu 6. Cho hai đường thẳng cắt nhau d và d' . Có bao nhiêu phép vị tự biến d thành d' ?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 7. Cho tam giác ABC với trọng tâm G , D là trung điểm BC . Gọi V là phép vị tự tâm G tỉ số k biến điểm A thành điểm D . Tìm k .

- A. $k = -\frac{3}{2}$. B. $k = -\frac{1}{2}$. C. $k = \frac{3}{2}$. D. $k = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Xét phép vị tự $V_{(I, 3)}$ biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Hỏi chu vi tam giác $A'B'C'$ gấp mấy lần chu vi tam giác ABC .

- A. 6. B. 2. C. 1. D. 3.

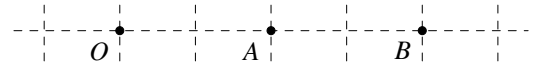
Câu 9. Cho hình vẽ bên. Xét phép vị tự tâm O tỉ số k biến điểm A thành điểm B . Tìm k .

- A. 3. B. 2. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.



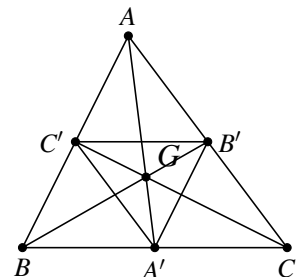
Câu 10. Cho hình vẽ bên. Xét phép vị tự tâm A tỉ số k biến điểm O thành điểm B . Tìm k .

- A. 3. B. -2 . C. -1 . D. $\frac{1}{2}$.



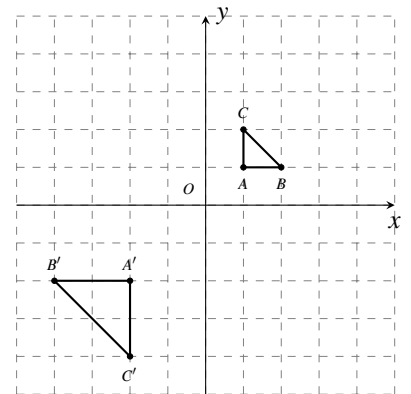
Câu 11. Cho tam giác ABC với trọng tâm G . Gọi A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AC, AB của tam giác ABC . Khi đó, phép vị tự nào biến tam giác $A'B'C'$ thành tam giác ABC ?

- A. Phép vị tự tâm G , tỉ số $k = 3$. B. Phép vị tự tâm G , tỉ số $k = 2$.
C. Phép vị tự tâm G , tỉ số $k = -2$. D. Phép vị tự tâm G , tỉ số $k = -3$.



Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC và $A'B'C'$ như hình vẽ bên. Xét phép vị tự tâm O tỉ số k biến tam giác ABC thành tam giác $A'B'C'$. Tìm k .

- A. $k = 2$. B. $k = \frac{1}{2}$.
C. $k = -2$. D. $k = -3$.



Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1; 2)$, $B(-3; 4)$ và $I(1; 1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = -\frac{1}{3}$ biến điểm A thành A' , biến điểm B thành B' . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{A'B'} = (-4; 2)$. B. $A'B' = 2\sqrt{5}$. C. $\overrightarrow{A'B'} = \left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $A'B' = AB$.

Câu 14. Một hình vuông có diện tích bằng 4. Qua phép vị tự $V_{(I, -2)}$ thì ảnh của hình vuông trên có diện tích tăng gấp mấy lần diện tích ban đầu.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 8. D. 4.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho phép vị tự V tỉ số $k = 2$ biến điểm $A(1; -2)$ thành điểm $A'(-5; 1)$. Hỏi phép vị tự V biến điểm $B(0; 1)$ thành điểm nào sau đây?

- A. $(12; -5)$. B. $(0; 2)$. C. $(11; 6)$. D. $(-7; 7)$.

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $C: (x-1)^2 + (y-5)^2 = 4$ và điểm $I(2; -3)$. Gọi (C') là ảnh của C qua phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$. Khi đó (C') có phương trình là

- A. $(x-6)^2 + (y+9)^2 = 16$. B. $(x-4)^2 + (y+19)^2 = 16$.
C. $(x+4)^2 + (y-19)^2 = 16$. D. $(x+6)^2 + (y+9)^2 = 16$.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(4; 6)$ và $M'(-3; 5)$. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = \frac{1}{2}$ biến điểm M thành M' . Tìm tọa độ tâm vị tự I .

- A. $I(1; 11)$. B. $I(-4; 10)$. C. $I(-10; 4)$. D. $I(11; 1)$.

Câu 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + 2y - 1 = 0$ và điểm $I(1; 0)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến đường thẳng Δ thành Δ' có phương trình là

- A. $x + 2y + 3 = 0$. B. $x + 2y - 1 = 0$. C. $2x - y + 1 = 0$. D. $x - 2y + 3 = 0$.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $I(-2; -1)$, $M(1; 5)$ và $M'(-1; 1)$. Phép vị tự tâm I tỉ số k biến điểm M thành M' . Tìm k .

- A. $k = \frac{1}{3}$. B. $k = \frac{1}{4}$. C. $k = 3$. D. $k = 4$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$. Phép vị tự tâm O tỉ số $k = 2$ biến d thành đường thẳng nào sau đây?

- A. $2x + y - 6 = 0$. B. $2x + y + 3 = 0$. C. $4x - 2y - 3 = 0$. D. $4x + 2y - 5 = 0$.

—HẾT—