

CHỦ ĐỀ 3. TẬP HỢP ĐIỂM

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

I. Các kiến thức cơ bản về số phức

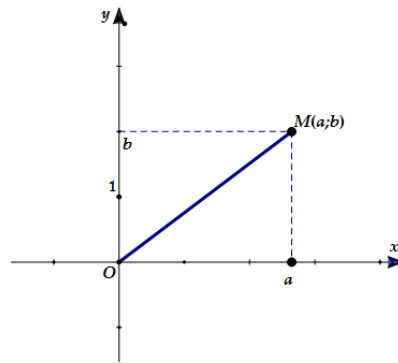
1. Khái niệm số phức

- Tập hợp số phức: $\mathbb{C}$
- Số phức (dạng đại số): $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), a là phần thực, b là phần ảo, i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$
- z là số thực $\Leftrightarrow$ phần ảo của z bằng 0 ($b = 0$)
 z là thuần ảo $\Leftrightarrow$ phần thực của z bằng 0 ($a = 0$)
Số 0 vừa là số thực vừa là số ảo.
- Hai số phức bằng nhau:

Cho hai số phức $z = a + bi; z' = a' + b'i$ ($a; a'; b; b' \in \mathbb{R}$). $z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$

2. Biểu diễn hình học:

Trong mặt phẳng phức Oxy (Oy là trục ảo; Ox là trục thực), mỗi số phức $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$



3. Các phép toán về số phức

Cho các số phức $z = a + bi; z' = a' + b'i$ ($a; b; a'; b' \in \mathbb{R}$) và số $k \in \mathbb{R}$

a. Cộng, trừ hai số phức

- $z + z' = (a + a') + (b + b')i$
- $z - z' = (a - a') + (b - b')i$
- Số đối của $z = a + bi$ là $-z = -a - bi$
- $\vec{u}$ biểu diễn z , $\vec{u}'$ biểu diễn z' thì $\vec{u} + \vec{u}'$ biểu diễn $z + z'$ và $\vec{u} - \vec{u}'$ biểu diễn $z - z'$.

b. Nhân hai số phức

- $z.z' = (a + bi).(a' + b'i) = (a.a' - b.b') + (a'b + ab')i$
- $k.z = k.(a + bi) = ka + kbi$

c. Số phức liên hợp

- Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$
- $\overline{\bar{z}} = z$; $\overline{z \pm z'} = \bar{z} \pm \bar{z}'$; $\overline{z.z'} = \bar{z}.\bar{z}'$; $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$; $z.\bar{z} = a^2 + b^2$
- z là số thực $\Leftrightarrow z = \bar{z}$; z là số ảo $\Leftrightarrow z = -\bar{z}$

d. Môđun của số phức :

- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}; |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$

$$\bullet |z \cdot z'| = |z| \cdot |z'| \quad \bullet \left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}; (z' \neq 0) \quad \bullet |z| - |z'| \leq |z - z'| \leq |z| + |z'|$$

e. Chia hai số phức:

$$\bullet z^{-1} = \frac{1}{|z|^2} \bar{z} (z \neq 0) \quad (z \neq 0) \quad \bullet \frac{z'}{z} = z' \cdot z^{-1} = \frac{z' \cdot \bar{z}}{|z|^2}$$

II. Kiến thức về hình học giải tích trong mặt phẳng

1. Các dạng phương trình đường thẳng

- Dạng tổng quát: $ax + by + c = 0$
- Dạng đại số: $y = ax + b$
- Dạng tham số: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$
- Dạng chính tắc: $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$
- Phương trình đoạn chắn $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
- Phương trình đường thẳng đi qua 1 điểm $M_0(x_0; y_0)$ biết hệ số góc k : $y = k(x - x_0) + y_0$

2. Phương trình đường tròn tâm I(a;b) bán kính R:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \text{ với } c = a^2 + b^2 - R^2$$

Lưu ý điều kiện để phương trình: $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ là phương trình đường tròn: $a^2 + b^2 - c > 0$ có tâm $I(-a, -b)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

3. Phương trình (Elip): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Với hai tiêu cự $F_1(-c; 0), F_2(c; 0), F_1F_2 = 2c$

Trục lớn $2a$, trục bé $2b$ và $a^2 = b^2 + c^2$

III. Một số chú ý trong giải bài toán tìm tập hợp điểm.

1. Phương pháp tổng quát

Giả sử số phức $z = x + yi$ được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$. Tìm tập hợp các điểm M là tìm hệ thức giữa x và y thỏa mãn yêu cầu đề bài

2. Giả sử các điểm M, A, B lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z, a, b

*) $|z - a| = |z - b| \Leftrightarrow MA = MB \Leftrightarrow M$ thuộc đường trung trực của đoạn AB

*) $|z - a| = |z - b| = k (k \in \mathbb{R}, k > 0, k > |a - b|) \Leftrightarrow MA + MB = k \Leftrightarrow M \in (E)$ nhận A, B là hai tiêu điểm và có độ dài trục lớn bằng k

3. Giả sử M và M' lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z và $w = f(z)$

Đặt $z = x + yi$ và $w = u + vi$ ($x, y, u, v \in \mathbb{R}$)

Hệ thức $w = f(z)$ tương đương với hai hệ thức liên hệ giữa x, y, u, v

*) Nếu biết một hệ thức giữa x, y ta tìm được một hệ thức giữa u, v và suy ra được tập hợp các điểm M'

*) Nếu biết một hệ thức giữa u, v ta tìm được một hệ thức giữa x, y và suy ra được tập hợp điểm M

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

- Các kỹ năng biến đổi, thực hiện phép tính về số phức
- Kỹ năng biến đổi biểu thức đại số, tính khoảng cách,...

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

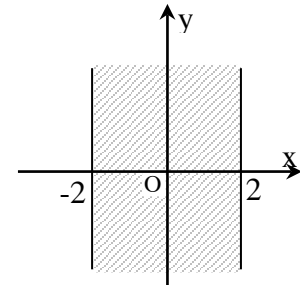
- Câu 1.** Điểm M biểu diễn số phức $z = 3 + 2i$ trong mặt phẳng tọa độ phức là:
A. $M(3; 2)$. **B.** $M(2; 3)$. **C.** $M(3; -2)$. **D.** $M(-3; -2)$.
- Câu 2.** Cho số phức $z = -2i - 1$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z trong mặt phẳng phức là:
A. $M(-1; -2)$. **B.** $M(-1; 2)$. **C.** $M(-2; 1)$. **D.** $M(2; -1)$.
- Câu 3.** Cho số phức $z = 3 + i$. Điểm biểu diễn số phức $\frac{1}{z}$ trong mặt phẳng phức là:
A. $M\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. **B.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right)$. **C.** $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.
- Câu 4.** Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 2i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = 2 + 3i$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.
B. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O .
C. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
D. Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
- Câu 5.** Gọi A là điểm biểu diễn số phức z , B là điểm biểu diễn số phức $-z$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
A. A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
B. A và B trùng gốc tọa độ khi $z = 0$.
C. A và B đối xứng qua gốc tọa độ.
D. Đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ.
- Câu 6.** Các điểm biểu diễn các số phức $z = 3 + bi$ ($b \in \mathbb{R}$) trong mặt phẳng tọa độ, nằm trên đường thẳng có phương trình là:
A. $y = b$. **B.** $y = 3$. **C.** $x = b$. **D.** $x = 3$.
- Câu 7.** Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện phần thực của z bằng -2 là:
A. $x = -2$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = 2x$ **D.** $y = x + 2$
- Câu 8.** Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện phần ảo của z nằm trong khoảng $(2016; 2017)$ là:
A. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x = 2016$ và $x = 2017$, không kể biên.
B. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x = 2016$ và $x = 2017$, kể cả biên.
C. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y = 2016$ và $y = 2017$, không kể biên.
D. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y = 2016$ và $y = 2017$, kể cả biên.
- Câu 9.** Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện phần thực của z nằm trong đoạn $[-1; 3]$ là:
A. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x = -1$ và $x = 3$, kể cả biên.
B. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x = -1$ và $x = 3$, kể cả biên.
C. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y = -1$ và $y = 3$, không kể biên.
D. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y = -1$ và $y = 3$, kể cả biên.

Câu 10. Cho số phức $z = a + ai$ ($a \in \mathbb{R}$). Tập hợp các điểm biểu diễn số phức liên hợp của z trong mặt phẳng tọa độ là:

- A.** $x + y = 0$. **B.** $y = x$. **C.** $x = a$. **D.** $y = a$.

Câu 11. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Để điểm biểu diễn của z nằm trong dải $(-2; 2)$, ở hình 1, điều kiện của a và b là:

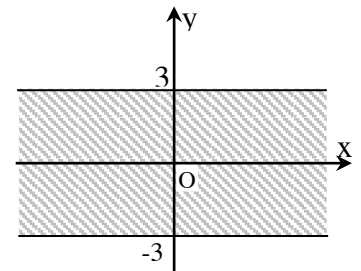
- A.** $a, b \in (-2; 2)$. **B.** $a \in (-2; 2); b \in \mathbb{R}$.
C. $a \in \mathbb{R}; b \in (-2; 2)$. **D.** $a, b \in [-2; 2]$.



(Hình 1)

Câu 12. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Để điểm biểu diễn của z nằm trong dải $(-3i; 3i)$ như hình 2 thì điều kiện của a và b là:

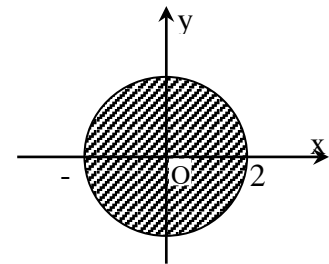
- A.** $a \in \mathbb{R}; -3 \leq b \leq 3$. **B.** $-3 < a < 3; b \in \mathbb{R}$.
C. $-3 < a, b < 3$. **D.** $a \in \mathbb{R}; -3 < b < 3$.



(Hình 2)

Câu 13. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Để điểm biểu diễn của z nằm trong hình tròn như hình 3 (không tính biên), điều kiện của a và b là:

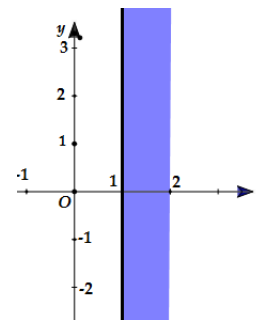
- A.** $a^2 + b^2 < 4$. **B.** $a^2 + b^2 \leq 4$.
C. $a^2 + b^2 > 4$. **D.** $a^2 + b^2 \geq 4$.



(Hình 3)

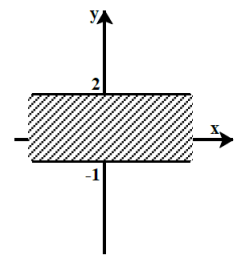
Câu 14. Số phức z thỏa mãn điều nào thì có biểu diễn là phần tô màu như trên hình

- A.** Số phức z có phần thực lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2.
B. Số phức z có phần thực lớn hơn 1 và nhỏ hơn 2.
C. Số phức z có phần thực lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ 2.
D. Số phức z có phần ảo lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2.



Câu 15. Số phức z thỏa mãn điều nào thì có biểu diễn là phần gạch chéo như trên hình

- A.** Số phức z có phần ảo lớn hơn -1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2.
B. Số phức z có phần ảo lớn hơn -1 và nhỏ hơn 2.
C. Số phức z có phần ảo lớn hơn hoặc bằng -1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2.
D. Số phức z có phần ảo lớn hơn hoặc bằng -1 và nhỏ hơn 2.



Câu 16. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là đường tròn $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn nào sau đây ?

- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 36$.

Câu 17. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z| < 1$ trên mặt phẳng tọa độ là:

A. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$, không kể biên.

B. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$, kể cả biên.

C. Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$.

D. Đường tròn tâm bất kì, bán kính $R = 1$.

Câu 18. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $z^2 = \bar{z}^2$ là:

A. Gốc tọa độ.

B. Trục hoành.

C. Trục tung.

D. Trục tung và trục hoành

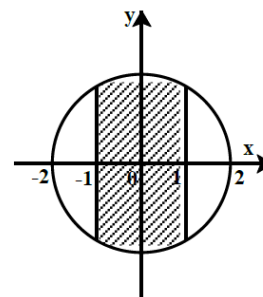
Câu 19. Số phức z thỏa mãn điều nào thì có biểu diễn là phần gạch chéo như trên hình.

A. Số phức $z = a + bi; |z| \leq 2; a \in [-1; 1]$.

B. Số phức $z = a + bi; |z| \leq 2; a \notin [-1; 1]$.

C. Số phức $z = a + bi; |z| < 2; a \in [-1; 1]$.

D. Số phức $z = a + bi; |z| \leq 2; b \in [-1; 1]$.



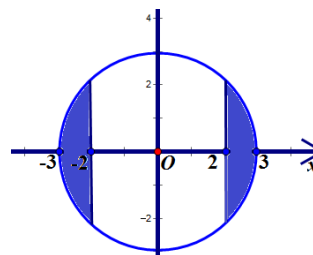
Câu 20. Trong mặt phẳng phức Oxy , số phức z thỏa điều kiện nào thì có điểm biểu diễn số phức thuộc phần tô màu như hình vẽ

A. Phần thực của $z \in [-3, -2] \cup [2, 3]$ và $|z| \leq 3$.

B. Phần thực của $z \in (-3, -2) \cup (2, 3)$ và $|z| \leq 3$.

C. Phần thực của $z \in [-3, -2] \cup [2, 3]$ và $|z| < 3$.

D. Phần thực của $z \in [-3, -2] \cup [2, 3]$ và $|z| > 3$.



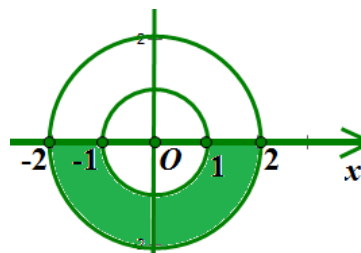
Câu 21. Trong mặt phẳng phức Oxy , số phức z thỏa điều kiện nào thì có điểm biểu diễn số phức thuộc phần tô màu như hình vẽ

A. $1 \leq |z| \leq 2$ và phần ảo dương.

B. $1 \leq |z| \leq 2$ và phần ảo âm.

C. $1 < |z| < 2$ và phần ảo dương.

D. $1 < |z| < 2$ và phần ảo âm.



Câu 22. Trong mặt phẳng phức Oxy , cho 2 số phức z, z' sao cho $z + z' = 0$. Nếu tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z' là đường tròn nào sau đây

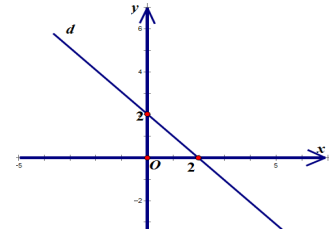
A. $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$

B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$

C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$

D. $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 16$

Câu 23. Nếu tập hợp các điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là đường thẳng d trên hình vẽ bên dưới thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đồ thị nào sau đây ?



- A. Đường thẳng $y = x - 2$
- B. Đường thẳng $y = 2 - x$
- C. Đường thẳng $y = x + 2$
- D. Đường thẳng $y = -x - 2$

Câu 24. Trong mặt phẳng phức Oxy , cho 2 số phức z, z' thỏa mãn phần thực của z bằng phần ảo của z' và phần ảo của z bằng phần thực của z' . Nếu tập hợp của các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x + 2y - 3 = 0$ thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z' là đường thẳng nào sau đây ?

- A. $x - 2y + 3 = 0$.
- B. $2x + y - 3 = 0$.
- C. $x - 2y - 3 = 0$.
- D. $2x + y + 3 = 0$.

Câu 25. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $z^2 = |z|^2$ là:

- A. Gốc tọa độ.
- B. Trục hoành.
- C. Trục tung và trục hoành.
- D. Trục tung.

Câu 26. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z| = 1$ và phần ảo của z bằng 1 là:

- A. Giao điểm của đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$ và đường thẳng $x = 1$.
- B. Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$.
- C. Giao điểm của đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$ và đường thẳng $y = 1$.
- D. Đường thẳng $y = 1$.

Câu 27. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| = |z - \bar{z}|$ là hai đường thẳng d_1, d_2 . Giao điểm M của 2 đường thẳng d_1, d_2 có tọa độ là:

- A. $(0, 0)$.
- B. $(1, 1)$.
- C. $(1, 2)$.
- D. $(0, 3)$.

Câu 28. Trong mặt phẳng phức Oxy , giả sử M là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2 + z| > |z - 2|$. Tập hợp những điểm M là ?

- A. Nửa mặt phẳng ở bên dưới trục Ox .
- B. Nửa mặt phẳng ở bên trái trục Oy .
- C. Nửa mặt phẳng ở bên trên trục Ox .
- D. Nửa mặt phẳng ở bên phải trục Oy .

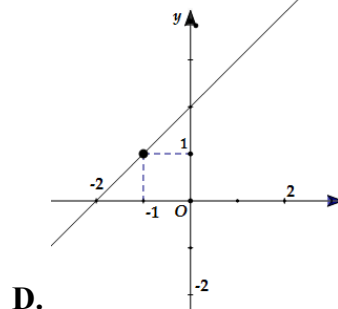
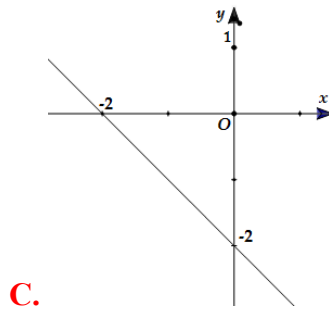
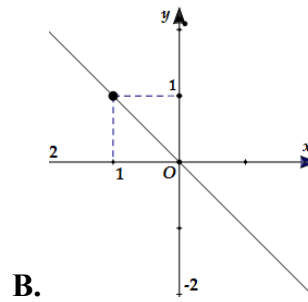
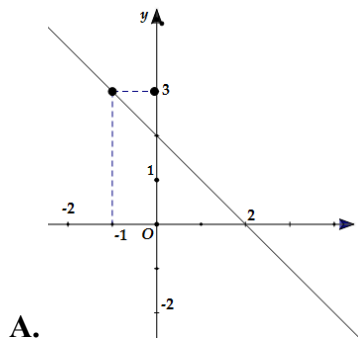
Câu 29. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thực âm là:

- A. Trục Ox .
- B. Trục Ox trừ gốc tọa độ.
- C. Trục Oy .
- D. Trục Oy trừ gốc tọa độ.

Câu 30. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $|z - 2| < 1$ là:

- A. Một hình tròn.
- B. Một đường tròn.
- C. Một hình vuông.
- D. Một parabol

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là hình:



Câu 32. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + \bar{z} + 3| = 4$

A. Đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$.

B. Đường thẳng $x = \frac{13}{2}$.

C. Hai đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$ với $\left(x < -\frac{3}{2}\right)$, đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ với $\left(x \geq -\frac{3}{2}\right)$.

D. Đường thẳng $x = \frac{1}{2}$.

Câu 33. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + i| = |z - i|$.

A. Trục Oy .

B. Trục Ox .

C. $y = x$.

D. $y = -x$.

Câu 34. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|\bar{z} + 1 - i| \leq 1$.

A. Đường tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 1$.

B. Hình tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 1$.

C. Hình tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 1$ (kể cả những điểm nằm trên đường tròn).

D. Đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 1$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z+i}{z-i}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là:

A. Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$.

B. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$ (kể cả biên).

C. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$ (không kể biên).

D. Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$ bỏ đi một điểm $(0, 1)$

Câu 36. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2| = |i - z|$ là đường thẳng d . Khoảng cách từ gốc O đến đường thẳng d bằng bao nhiêu?

A. $d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{10}$. **B.** $d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{20}$. **D.** $d(O, d) = \frac{\sqrt{5}}{10}$.

Câu 37. Trong mặt phẳng phức Oxy , cho số phức z thỏa lần lượt một trong bốn điều kiện $(I): |z + \bar{z}| = 2$; $(II): z\bar{z} = 5$; $(III): |z - 2i| = 4$, $(IV): |i(z - 4i)| = 3$. Hỏi điều kiện nào để số phức Z có tập hợp biểu diễn là đường thẳng.

A. $(II), (III), (IV)$. **B.** $(I), (II)$. **C.** $(I), (IV)$. **D.** (I) .

Câu 38. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thuần ảo là hai đường thẳng d_1, d_2 . Góc α giữa 2 đường thẳng d_1, d_2 là bao nhiêu?

A. $\alpha = 45^\circ$. **B.** $\alpha = 60^\circ$. **C.** $\alpha = 90^\circ$. **D.** $\alpha = 30^\circ$.

Câu 39. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là parabol (P) . Đỉnh của (P) có tọa độ là?

A. $(0, 0)$. **B.** $(-1, 3)$. **C.** $(0, 1)$. **D.** $(-1, 0)$.

Câu 40. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa mãn $||z|^2 - z(\bar{z} + i) - i| = 3$ là đường tròn (C) . Khoảng cách từ tâm I của đường tròn (C) đến trục tung bằng bao nhiêu?

A. $d(I, Oy) = 1$. **B.** $d(I, Oy) = 2$. **C.** $d(I, Oy) = 0$. **D.** $d(I, Oy) = \sqrt{2}$.

Câu 41. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $|z^2 + (\bar{z})^2 + 2|z|^2| = 16$ là hai đường thẳng d_1, d_2 . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng d_1, d_2 là bao nhiêu?

A. $d(d_1, d_2) = 2$. **B.** $d(d_1, d_2) = 4$. **C.** $d(d_1, d_2) = 1$. **D.** $d(d_1, d_2) = 6$.

Câu 42. Xét 3 điểm A, B, C của mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn 3 số phức phân biệt z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3|$. Nếu $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ thì tam giác ABC có đặc điểm gì?

A. $\triangle ABC$ cân. **B.** $\triangle ABC$ vuông. **C.** $\triangle ABC$ có góc 120° . **D.** $\triangle ABC$ đều.

Câu 43. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa mãn $|z|^2 + z + \bar{z} = 0$ là đường tròn (C) . Diện tích S của đường tròn (C) bằng bao nhiêu?

A. $S = 4\pi$. **B.** $S = 2\pi$. **C.** $S = 3\pi$. **D.** $S = \pi$.

Câu 44. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa $1 \leq |z + 1 - i| \leq 2$ là hình vành khăn. Chu vi P của hình vành khăn là bao nhiêu?

A. $P = 4\pi$. **B.** $P = \pi$. **C.** $P = 2\pi$. **D.** $P = 3\pi$.

Câu 45. Trong mặt phẳng phức Oxy , giả sử M là điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $|z + 2| + |z - 2| = 8$. Tập hợp những điểm M là?

A. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$. **B.** $(E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $(T): (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 64$. **D.** $(T): (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$.

- Câu 46.** Xác định tập hợp các điểm **M** trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z^2 - (\bar{z})^2| = 4$.
- A.** Là hai đường hyperbol (H_1): $y = \frac{1}{x}$ và (H_2): $y = -\frac{1}{x}$.
- B.** Là đường hyperbol (H_1): $y = \frac{1}{x}$.
- C.** Là đường hyperbol (H_2): $y = -\frac{1}{x}$.
- D.** Là đường tròn tâm $O(0;0)$ bán kính $R = 4$.
- Câu 47.** Trong mặt phẳng phức Oxy , các số phức z thỏa $|z - 5i| \leq 3$. Nếu số phức z có môđun nhỏ nhất thì phần ảo bằng bao nhiêu?
- A.** 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 48.** Trong mặt phẳng phức Oxy , các số phức z thỏa $|z + 2i - 1| = |z + i|$. Tìm số phức z được biểu diễn bởi điểm M sao cho MA ngắn nhất với $A(1, 3)$.
- A.** $3 + i$. **B.** $1 + 3i$. **C.** $2 - 3i$. **D.** $-2 + 3i$.
- Câu 49.** Trong mặt phẳng phức Oxy , trong các số phức z thỏa $|z + 1 - i| \leq 1$. Nếu số phức z có môđun lớn nhất thì số phức z có phần thực bằng bao nhiêu?
- A.** $\frac{-\sqrt{2} - 2}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2} - 2}{2}$. **C.** $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.
- Câu 50.** Tìm nghiệm phức z thỏa mãn hệ phương trình phức: $\begin{cases} |z - 1| = |z - i| \\ \left| \frac{z - 3i}{z + i} \right| = 1 \end{cases}$
- A.** $z = 2 + i$. **B.** $z = 1 - i$. **C.** $z = 2 - i$. **D.** $z = 1 + i$.

D. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 5.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	A	C	A	D	A	C	A	A	B	D	A	C	C	A	A	D	A	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	B	D	C	A	D	D	A	C	C	B	C	D	A	D	C	A	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	D	D	C	A	A	C	A	A	D										

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

NHẬN BIẾT – THÔNG HIỂU

- Câu 1.** Điểm M biểu diễn số phức $z = 3 + 2i$ trong mặt phẳng tọa độ phức là:
- A.** $M(3; 2)$. **B.** $M(2; 3)$. **C.** $M(3; -2)$. **D.** $M(-3; -2)$.

Hướng dẫn giải

Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là 2 nên điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm $M(3;2) \Rightarrow$ **Đáp án A**

Câu 2. Cho số phức $z = -2i - 1$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z trong mặt phẳng phức là:
A. $M(-1; -2)$. **B.** $M(-1; 2)$. **C.** $M(-2; 1)$. **D.** $M(2; -1)$.

Hướng dẫn giải

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = -1 + 2i$ nên $\bar{z}$ có phần thực là -1, phần ảo là 2. Vậy điểm biểu diễn số phức liên hợp là $M(-1; 2) \Rightarrow$ **Đáp án B**

Câu 3. Cho số phức $z = 3 + i$. Điểm biểu diễn số phức $\frac{1}{z}$ trong mặt phẳng phức là:

A. $M\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$. **B.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\right)$. **C.** $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có : } z = 1 + 3i \Rightarrow \frac{1}{z} = \frac{1}{1 + 3i} = \frac{1 - 3i}{(1 + 3i)(1 - 3i)} = \frac{1 - 3i}{4} = \frac{1}{4} - \frac{3}{4}i$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right) \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Câu 4. Gọi A là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 + 2i$ và B là điểm biểu diễn của số phức $z' = 2 + 3i$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.** Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục tung.
- B.** Hai điểm A và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ O .
- C.** Hai điểm A và B đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.
- D.** Hai điểm A và B đối xứng nhau qua trục hoành.

Hướng dẫn giải

Ta có $z = 3 + 2i \Rightarrow A(3; 2)$; $z' = 2 + 3i \Rightarrow B(2; 3)$. Gọi I là trung điểm của AB

$$\text{Lúc đó : } \overrightarrow{AB} = (1; 1); I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \\ I \in d \end{cases}$$

Với $(d): y = x$ và I là trung điểm của AB

$\Rightarrow A$ và B đối xứng nhau qua $(d) \Rightarrow$ **Đáp án C**

Câu 5. Gọi A là điểm biểu diễn số phức z , B là điểm biểu diễn số phức $-z$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai** ?

- A.** A và B đối xứng nhau qua trục hoành.
- B.** A và B trùng gốc tọa độ khi $z = 0$.
- C.** A và B đối xứng qua gốc tọa độ.
- D.** Đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ.

Hướng dẫn giải

Giả sử $A(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức z thì $B(-a; -b)$ là điểm biểu diễn số phức $-z \Rightarrow A$ và B đối xứng nhau qua gốc tọa độ $\Rightarrow$ **Đáp án A.**

Câu 6. Các điểm biểu diễn các số phức $z = 3 + bi$ ($b \in \mathbb{R}$) trong mặt phẳng tọa độ, nằm trên đường thẳng có phương trình là:

- A.** $y = b$.
- B.** $y = 3$.
- C.** $x = b$.
- D.** $x = 3$.

Hướng dẫn giải

Các điểm biểu diễn số phức $z = 3 + bi$ ($b \in \mathbb{R}$) có dạng $M(3; b)$ nên nằm trên đường thẳng $x = 3 \Rightarrow$ **Đáp án D**

Câu 7. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện phần thực của z bằng -2 là:

- A.** $x = -2$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = 2x$ **D.** $y = x + 2$

Hướng dẫn giải

Điểm biểu diễn các số phức z có phần thực bằng -2 có dạng $M(-2; b)$ nên nằm trên đường thẳng $x = -2 \Rightarrow$ **Đáp án A.**

Câu 8. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện phần ảo của z nằm trong khoảng $(2016; 2017)$ là:

- A.** Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x = 2016$ và $x = 2017$, không kể biên.
B. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x = 2016$ và $x = 2017$, kể cả biên.
C. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y = 2016$ và $y = 2017$, không kể biên.
D. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y = 2016$ và $y = 2017$, kể cả biên.

Hướng dẫn giải:

Điểm biểu diễn các số phức z có phần ảo nằm trong khoảng $(2016; 2017)$ có dạng $M(a; b)$ với $2016 < b < 2017 \Rightarrow$ **Đáp án C.**

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện phần thực của z nằm trong đoạn $[-1; 3]$ là:

- A.** Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x = -1$ và $x = 3$, kể cả biên.
B. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $x = -1$ và $x = 3$, kể cả biên.
C. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y = -1$ và $y = 3$, không kể biên.
D. Các điểm nằm trong phần giới hạn bởi đường thẳng $y = -1$ và $y = 3$, kể cả biên.

Hướng dẫn giải

Điểm biểu diễn các số phức z có phần thực x nằm trong đoạn $[-1; 3]$ có dạng $M(a; b)$ với $-1 \leq a \leq 3 \Rightarrow$ **Đáp án A.**

Câu 10. Cho số phức $z = a + ai$ ($a \in \mathbb{R}$). Tập hợp các điểm biểu diễn số phức liên hợp của z trong mặt phẳng tọa độ là:

- A.** $x + y = 0$. **B.** $y = x$. **C.** $x = a$. **D.** $y = a$.

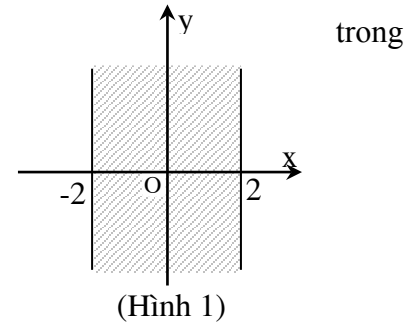
Hướng dẫn giải

Ta có : $z = a + ai$ ($a \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - ai \Rightarrow$ Các điểm biểu diễn $\bar{z}$ có dạng $M(a; -a)$ nên tập hợp các điểm này là đường thẳng $x + y = 0 \Rightarrow$ **Đáp án A.**

B.Thông Hiểu (20 câu)

Câu 11. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Để điểm biểu diễn của z nằm dải $(-2; 2)$, ở hình 1, điều kiện của a và b là:

- A. $a, b \in (-2; 2)$. B. $a \in (-2; 2); b \in \mathbb{R}$.
C. $a \in \mathbb{R}; b \in (-2; 2)$. D. $a, b \in [-2; 2]$.

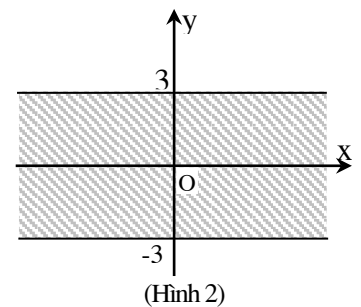


Hướng dẫn giải:

Các số phức trong dải đã cho có phần thực trong khoảng $(-2; 2)$, phần ảo tùy ý $\Rightarrow$ **Đáp án B.**

Câu 12. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Để điểm biểu diễn của z nằm trong dải $(-3i; 3i)$ như hình 2 thì điều kiện của a và b là:

- A. $a \in \mathbb{R}; -3 \leq b \leq 3$. B. $-3 < a < 3; b \in \mathbb{R}$.
C. $-3 < a, b < 3$. D. $a \in \mathbb{R}; -3 < b < 3$.

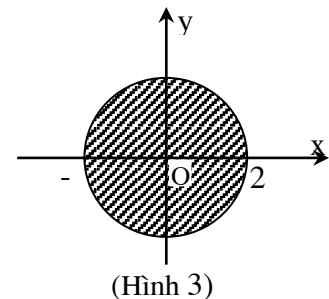


Hướng dẫn giải:

Các số phức trong dải đã cho có phần ảo trong khoảng $(-3; 3)$, phần thực tùy ý $\Rightarrow$ **Đáp án D**

Câu 13. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Để điểm biểu diễn của z nằm trong hình tròn như hình 3 (không tính biên), điều kiện của a và b là:

- A. $a^2 + b^2 < 4$. B. $a^2 + b^2 \leq 4$.
C. $a^2 + b^2 > 4$. D. $a^2 + b^2 \geq 4$.



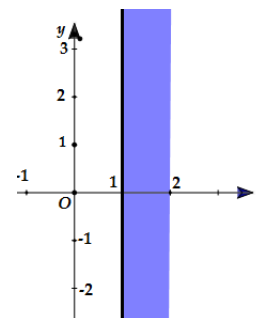
Hướng dẫn giải:

Ta thấy miền mặt phẳng trên hình là hình tròn tâm $O(0;0)$ bán kính bằng 2, gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc miền mặt phẳng đó thì $M(a;b) = \{a; b \in \mathbb{R}; a^2 + b^2 < 4\}$

$\Rightarrow$ **Đáp án A**

Câu 14. Số phức z thỏa mãn điều nào thì có biểu diễn là phần tô màu như trên hình

- A. Số phức z có phần thực lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2.
B. Số phức z có phần thực lớn hơn 1 và nhỏ hơn 2.
C. Số phức z có phần thực lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ 2.
D. Số phức z có phần ảo lớn hơn hoặc bằng 1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2.



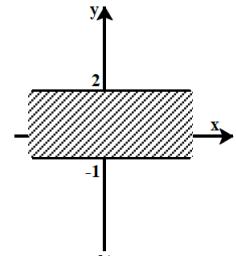
Hướng dẫn giải

Ta thấy miền mặt phẳng được tô màu trên hình là miền mặt phẳng chứa tất cả các điểm $M(x; y) = \{1 \leq x < 2; y \in \mathbb{R}\}$. Vậy đáp án là C

Học sinh hay nhầm và không để ý là $1 \leq x < 2$

Câu 15. Số phức z thỏa mãn điều nào thì có biểu diễn là phần gạch chéo như trên hình

- A. Số phức z có phần ảo lớn hơn -1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2 .
- B. Số phức z có phần ảo lớn hơn -1 và nhỏ hơn 2 .
- C. Số phức z có phần ảo lớn hơn hoặc bằng -1 và nhỏ hơn hoặc bằng 2 .
- D. Số phức z có phần ảo lớn hơn hoặc bằng -1 và nhỏ hơn 2 .



Hướng dẫn giải

Ta thấy miền mặt phẳng trên hình là miền mặt phẳng chứa tất cả các điểm

$$M(x; y) = \{x \in \mathbb{R}; -1 \leq y \leq 2\}$$

Vậy đáp án là C

Câu 16. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là đường tròn $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn nào sau đây ?

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.
- B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.
- C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$.
- D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 36$.

Hướng dẫn giải

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là đường tròn tâm $I(1; 2)$ bán kính $R = 3$. Mà tập hợp các điểm biểu diễn số phức z đối xứng với tập hợp các điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ qua Ox nên tập hợp cần tìm là đường tròn tâm $I'(1; -2)$, bán kính $R = 3 \Rightarrow$ **Đáp án A.**

Câu 17. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z| < 1$ trên mặt phẳng tọa độ là:

- A. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$, không kể biên.
- B. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$, kể cả biên.
- C. Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$.
- D. Đường tròn tâm bất kì, bán kính $R = 1$.

Hướng dẫn giải

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Ta có: $|z| < 1 \Rightarrow a^2 + b^2 < 1 \Rightarrow$ **Đáp án A.**

Câu 18. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $z^2 = \bar{z}^2$ là:

- A. Gốc tọa độ.
- B. Trục hoành.
- C. Trục tung.
- D. Trục tung và trục hoành

Hướng dẫn giải

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

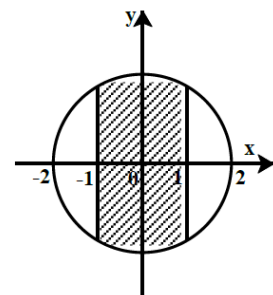
$$z^2 = \bar{z}^2 \Rightarrow (a + bi)^2 = (a - bi)^2 \Rightarrow 2abi = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Tập hợp các điểm M là trục tung và trục hoành

$\Rightarrow$ **Ta có đáp án D**

Câu 19. Số phức z thỏa mãn điều nào thì có biểu diễn là phần gạch chéo như trên hình.

- A. Số phức $z = a + bi; |z| \leq 2; a \in [-1; 1]$.
- B. Số phức $z = a + bi; |z| \leq 2; a \notin [-1; 1]$.
- C. Số phức $z = a + bi; |z| < 2; a \in [-1; 1]$.
- D. Số phức $z = a + bi; |z| \leq 2; b \in [-1; 1]$.



Hướng dẫn giải

Từ hình biểu diễn ta thấy tập hợp các điểm $M(a, b)$ biểu diễn số phức z trong phần gạch chéo đều thuộc đường tròn tâm $O(0, 0)$ và bán kính bằng 2 ngoài ra $-1 \leq a \leq 1$

Vậy $M(a, b)$ là điểm biểu diễn của các số phức $z = a + bi$ có mô đun nhỏ hơn hoặc bằng 2 và có phần thực thuộc đoạn $[-1; 1]$. **Ta có đáp án là A.**

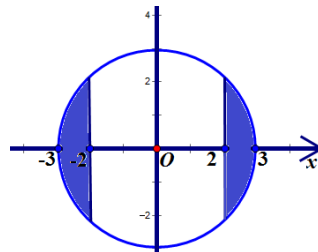
Câu 20. Trong mặt phẳng phức Oxy , số phức z thỏa điều kiện nào thì có điểm biểu diễn số phức thuộc phần tô màu như hình vẽ

A. Phần thực của $z \in [-3, -2] \cup [2, 3]$ và $|z| \leq 3$.

B. Phần thực của $z \in (-3; -2) \cup (2, 3)$ và $|z| \leq 3$.

C. Phần thực của $z \in [-3, -2] \cup [2, 3]$ và $|z| < 3$.

D. Phần thực của $z \in [-3, -2] \cup [2, 3]$ và $|z| > 3$.



Hướng dẫn giải

Ta thấy phần tô màu là tập hợp các điểm $M(x, y)$ biểu diễn số phức $z = x + yi$ có mô đun nhỏ hơn hoặc bằng 3 và phần thực thuộc $[-3, -2] \cup [2, 3]$. **Đáp án A**

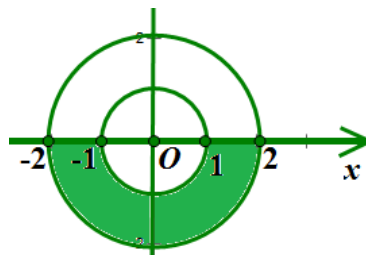
Câu 21. Trong mặt phẳng phức Oxy , số phức z thỏa điều kiện nào thì có điểm biểu diễn số phức thuộc phần tô màu như hình vẽ

A. $1 \leq |z| \leq 2$ và phần ảo dương.

B. $1 \leq |z| \leq 2$ và phần ảo âm.

C. $1 < |z| < 2$ và phần ảo dương.

D. $1 < |z| < 2$ và phần ảo âm.



Hướng dẫn giải

Ta thấy phần tô màu là nửa dưới trục hoành của hình vành khăn được tạo bởi hai đường tròn đồng tâm $O(0, 0)$ và bán kính lần lượt là 1 và 2

Vậy đây chính là tập hợp các điểm $M(x, y)$ biểu diễn cho số phức $z = x + yi$ trong mặt phẳng phức với $1 \leq |z| \leq 2$ và có phần ảo âm.

Câu 22. Trong mặt phẳng phức Oxy , cho 2 số phức z, z' sao cho $z + z' = 0$. Nếu tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z' là đường tròn nào sau đây

A. $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$

B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$

C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$

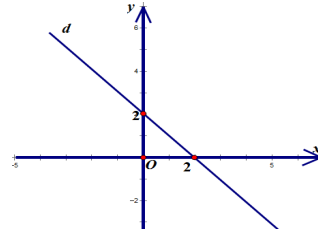
D. $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 16$

Hướng dẫn giải

Cho 2 số phức z, z' sao cho $z + z' = 0 \Rightarrow z, z'$ được biểu diễn bởi 2 điểm đối nhau qua gốc tọa độ O . Do tập hợp điểm biểu diễn z là đường tròn tâm $I = (1, 3), R = 2$ suy ra tập hợp điểm biểu diễn z' là đường tròn tâm $I' = (-1, -3), R' = R = 2$

Câu 23. Nếu tập hợp các điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là đường thẳng d trên hình vẽ bên dưới thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đồ thị nào sau đây ?

- A. Đường thẳng $y = x - 2$
 B. Đường thẳng $y = 2 - x$
 C. Đường thẳng $y = x + 2$
 D. Đường thẳng $y = -x - 2$



Hướng dẫn giải

Đường thẳng $d: \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$ biểu diễn số phức $\bar{z}$. Do $z, \bar{z}$ đối xứng với nhau qua trục $Ox \Rightarrow d': \frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow y = x - 2$. **Đáp án A.**

Ở câu này học sinh phải nắm vững kiến thức về số phức liên hợp; biết được M là điểm biểu diễn cho số phức $z = a + bi$, M' là điểm biểu diễn của $\bar{z} = a - bi$ thì M và M' đối xứng với nhau qua trục Ox

Hs dễ sai khi chỉ để ý và viết dc pt đường thẳng $d: y = 2 - x$ và chọn đáp án B, hoặc cho d đối xứng qua Oy được đáp án C, hay đối xứng qua $O(0;0)$ được đáp án D.

Câu 24. Trong mặt phẳng phức Oxy , cho 2 số phức z, z' thỏa mãn phần thực của z bằng phần ảo của z' và phần ảo của z bằng phần thực của z' . Nếu tập hợp của các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x + 2y - 3 = 0$ thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z' là đường thẳng nào sau đây ?

- A. $x - 2y + 3 = 0$. B. $2x + y - 3 = 0$. C. $x - 2y - 3 = 0$. D. $2x + y + 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Cho 2 số phức z, z' thỏa mãn phần thực của z bằng phần ảo của z' và phần ảo của z bằng phần thực của z' suy ra z, z' đối xứng nhau qua đường phân giác $y = x$. Mà tập hợp của các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x + 2y - 3 = 0$ thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z' là đường thẳng $2x + y - 3 = 0 \Rightarrow$ **Vậy đáp án B**

Câu 25. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z sao cho $z^2 = |z|^2$ là:

- A. Gốc tọa độ. B. Trục hoành.
 C. Trục tung và trục hoành. D. Trục tung.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a, b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có : } z^2 = |z|^2 \Rightarrow (a + bi)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 2b^2 - 2abi = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2b^2 = 0 \\ -2ab = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Tập hợp các điểm M là trục tung. **Đáp án D**

Câu 26. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z| = 1$ và phần ảo của z bằng 1 là:

- A. Giao điểm của đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$ và đường thẳng $x = 1$.
 B. Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$.
 C. Giao điểm của đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$ và đường thẳng $y = 1$.
 D. Đường thẳng $y = 1$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a, b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

. Ta có: $\begin{cases} |z|=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2+b^2=1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow$ Tập hợp các điểm biểu diễn là giao điểm của đường tròn tâm

O , bán kính $R=1$ và đường thẳng $y=1$. $\Rightarrow$ **Đáp án C**

Câu 27. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+\bar{z}|=|z-\bar{z}|$ là hai đường thẳng d_1, d_2 . Giao điểm M của 2 đường thẳng d_1, d_2 có tọa độ là:

- A.** $(0,0)$. **B.** $(1,1)$. **C.** $(1,2)$. **D.** $(0,3)$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

Ta có: $|z+\bar{z}|=|z-\bar{z}| \Leftrightarrow |2x|=|2yi| \Rightarrow y = \pm x \Rightarrow M(0,0) \Rightarrow$ **Đáp án A**

Câu 28. Trong mặt phẳng phức Oxy , giả sử M là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2+z| > |z-2|$. Tập hợp những điểm M là ?

- A.** Nửa mặt phẳng ở bên dưới trục Ox . **B.** Nửa mặt phẳng ở bên trái trục Oy .
C. Nửa mặt phẳng ở bên trên trục Ox . **D.** Nửa mặt phẳng ở bên phải trục Oy .

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

Gọi $A(-2;0)$ là điểm biểu diễn số phức -2

Gọi $B(2;0)$ là điểm biểu diễn số phức 2

Ta có: $|2+z| > |z-2| \Leftrightarrow MA > MB \Rightarrow M$ thuộc nửa mặt phẳng ở bên phải trục ảo Oy

Vậy đáp án D

Câu 29. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thực âm là:

- A.** Trục Ox . **B.** Trục Ox trừ gốc tọa độ.
C. Trục Oy . **D.** Trục Oy trừ gốc tọa độ.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a, b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có: z^2 là số thực âm $\Rightarrow (a+bi)^2$ là số thực âm. Mà $z^2 = (a^2 - b^2) + 2abi$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2ab=0 \\ a^2-b^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \\ a^2-b^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0; -b^2 < 0 \\ b=0; a^2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b \neq 0 \end{cases} \Rightarrow M(0; b) \text{ với } b \neq 0 \Rightarrow \text{Tập hợp}$$

điểm M là trục Oy trừ gốc tọa độ $\Rightarrow$ **Đáp án D.**

Câu 30. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $|z-2| < 1$ là:

- A.** Một hình tròn. **B.** Một đường tròn.
C. Một hình vuông. **D.** Một parabol

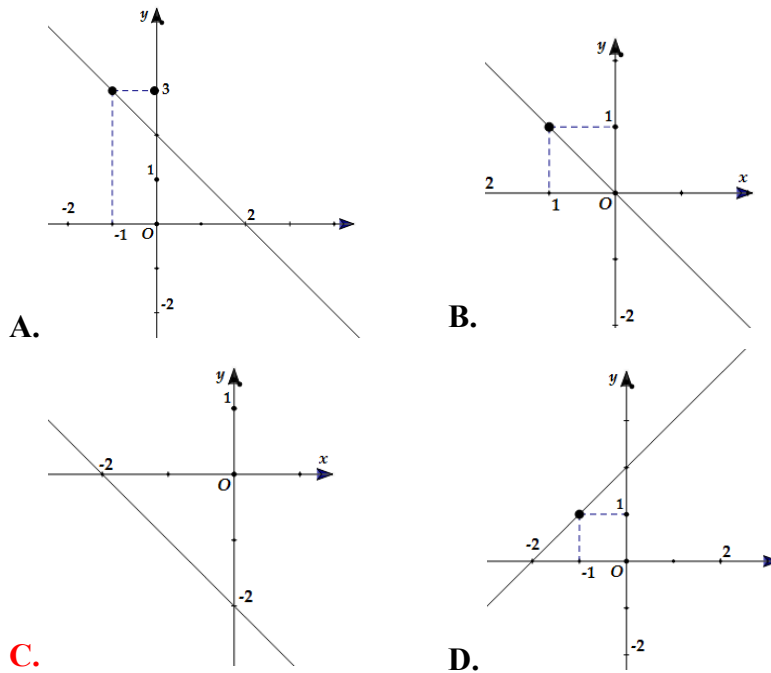
Hướng dẫn giải

Gọi $M(a, b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có: $|z-2| < 1 \Rightarrow |a+bi-2| < 1 \Rightarrow (a-2)^2 + b^2 < 1 \Rightarrow$ **Đáp án A.**

VẬN DỤNG THẤP

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức là hình:



Hướng dẫn giải

Gọi số phức $z = x + yi$ có điểm biểu diễn là $M(x, y)$ trên mặt phẳng tọa độ

Theo đề bài ta có: $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 1)i| = |x + 1 + (-y - 3)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + (-y-3)^2}$$

$$\Leftrightarrow -4x - 4y - 8 = 0 \Leftrightarrow y = -x - 2$$

Vậy tập hợp các điểm $M(x, y)$ biểu diễn số phức z theo yêu cầu của đề bài là đường thẳng $y = -x - 2$

Nhìn vào đồ thị (Sử dụng phương trình đoạn chắn) ta viết ra được phương trình đường thẳng của các đáp án

A. $y = -x - 2$

B. $y = -x$

C. $y = -x + 2$

D. $y = x + 2$

Vậy **Đáp án C**

Ở câu này học sinh cần phải nhớ lại các dạng phương trình đường thẳng và cách viết phương trình đường thẳng nhanh nhất khi nhìn vào đồ thị (có thể sử dụng phương trình đoạn chắn hoặc phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm)

Câu 32. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + \bar{z} + 3| = 4$

A. Đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$.

B. Đường thẳng $x = \frac{13}{2}$.

C. Hai đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$ với $\left(x < -\frac{3}{2}\right)$, đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ với $\left(x \geq -\frac{3}{2}\right)$.

D. Đường thẳng $x = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trong mặt phẳng phức ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo đề bài ta có :

$$|z + \bar{z} + 3| = 4 \Leftrightarrow |x + yi + x - yi + 3| = 4 \Leftrightarrow |2x + 3| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} & \left(x \geq -\frac{3}{2} \right) \\ x = -\frac{7}{2} & \left(x < -\frac{3}{2} \right) \end{cases}$$

Vậy tập hợp điểm $M(x, y)$ cần tìm là đường thẳng đường thẳng $x = -\frac{7}{2}$ với $\left(x < -\frac{3}{2} \right)$ và

đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ với $\left(x \geq -\frac{3}{2} \right)$

Đáp án C

Ở câu này học sinh có thể biến đổi sai để có kết quả là đáp án B hoặc kết luận không đúng tập hợp điểm M dẫn đến đáp án C hoặc D

Câu 33. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z + i| = |z - i|$.

A. Trục Oy.

B. Trục Ox.

C. $y = x$.

D. $y = -x$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trong mặt phẳng phức ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo đề bài ta có $|z + i| = |z - i| \Leftrightarrow |x + (y + 1)i| = |x + (y - 1)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} \Leftrightarrow y = 0$$

Vậy tập hợp các điểm M là đường thẳng $y = 0$ hay trục **Ox**

Vậy chọn Đáp án B.

HS dễ mắc sai lầm và cho $y = 0$ là trục Oy và chọn đáp án B

Hoặc lúng túng và biến đổi sai dẫn đến chọn đáp án C và D

Câu 34. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|\bar{z} + 1 - i| \leq 1$.

A. Đường tròn tâm I(-1;-1), bán kính $R = 1$.

B. Hình tròn tâm I(1;-1), bán kính $R = 1$.

C. Hình tròn tâm I(-1;-1), bán kính $R = 1$ (kể cả những điểm nằm trên đường tròn).

D. Đường tròn tâm I(1;-1), bán kính $R = 1$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trên mặt phẳng phức ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo đề bài ta có $|\bar{z} + 1 - i| \leq 1 \Leftrightarrow |(x + 1) + (-y - 1)i| \leq 1$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + (y + 1)^2} \leq 1 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y + 1)^2 \leq 1 \text{ (Hình tròn tâm I(-1;-1) bán kính } R = 1 \text{ và kể cả đường tròn đó)}$$

Đáp án C.

Trong câu này hs dễ nhầm trong quá trình xác định tọa độ tâm đường tròn và hay quên dấu bằng xảy ra.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z+i}{z-i}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là:

A. Đường tròn tâm O, bán kính $R = 1$.

B. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$ (kể cả biên).

C. Hình tròn tâm O , bán kính $R = 1$ (không kể biên).

D. Đường tròn tâm O , bán kính $R = 1$ bỏ đi một điểm $(0, 1)$

Hướng dẫn giải

Gọi $M(a, b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có: } \frac{z+i}{z-i} = \frac{a+(b+1)i}{a+(b-1)i} = \frac{a^2+b^2-1}{a^2+(b-1)^2} + \frac{2a}{a^2+(b-1)^2}i$$

$$\text{Để } \frac{z+i}{z-i} \text{ là số thuần ảo thì } \frac{a^2+b^2-1}{a^2+(b-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=1 \\ a^2+(b-1)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=1 \\ a \neq 0, b \neq 1 \end{cases}$$

$$\frac{a^2+b^2-1}{a^2+(b-1)^2} = 0 \Rightarrow a^2+b^2-1=0 \Rightarrow a^2+b^2=1 \Rightarrow \text{Tập hợp các điểm } M \text{ là đường tròn tâm } O,$$

bán kính $R = 1 \Rightarrow$ **Đáp án D.**

Cách 2: Sử dụng Casio:

Mode 2 (CMPLX), nhập $\frac{A+Bi+i}{A+Bi-i} \cdot |A+Bi-i|^2$. CALC A = 1000, B = 100.

$$\text{Ra kết quả: } 1009999 + 2000i = (1000^2 + 100^2 - 1) + (2 \cdot 1000)i = (a^2 + b^2 - 1) + 2ai$$

*Chú ý đối với cách 2 câu này chỉ loại được 2 đáp án và học sinh có thể chọn ngay đáp án D
Nên nhớ Casio chỉ dùng khi các em đã hiểu và làm thành thạo ở cách 1*

Câu 36. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+2|=|i-z|$ là đường thẳng d . Khoảng cách từ gốc O đến đường thẳng d bằng bao nhiêu?

$$\text{A. } d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{10}. \quad \text{B. } d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{5}. \quad \text{C. } d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{20}. \quad \text{D. } d(O, d) = \frac{\sqrt{5}}{10}.$$

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x + yi$ trên mặt phẳng phức ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } |z+2| = |i-z| \Leftrightarrow |x+2+yi| = |-x+i(1-y)|.$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 = x^2 + (1-y)^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0$$

$$\Rightarrow d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{10}$$

Cách 2: Sử dụng Casio:

Mode 2, nhập $|A+Bi+2|^2 - |i-(A+Bi)|^2$. CALC A = 1000, B = 100

Ra kết quả $4203 = 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 3 = 4x + 2y + 3$. Suy ra $d: 4x + 2y + 3 = 0$

$$\Rightarrow d(O, d) = \frac{3\sqrt{5}}{10}$$

Ta chọn đáp án A

Muốn giải được câu này học sinh dù sử dụng cách 1 hay cách 2 cần phải nhớ công thức tính

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|a.x_0 + b.y_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ Với } M_0(x_0; y_0), \Delta: ax + by + c = 0$$

Câu 37. Trong mặt phẳng phức Oxy , cho số phức z thỏa lần lượt một trong bốn điều kiện $(I): |z + \bar{z}| = 2$; $(II): z \cdot \bar{z} = 5$; $(III): |z - 2i| = 4$, $(IV): |i(z - 4i)| = 3$. Hỏi điều kiện nào để số phức Z có tập hợp biểu diễn là đường thẳng.

- A. $(II), (III), (IV)$. B. $(I), (II)$. C. $(I), (IV)$. **D. (I) .**

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in R$)

$$(I): |z + \bar{z}| = 2 \Leftrightarrow |2x| = 2 \Leftrightarrow x = \pm 1; \quad (\text{Đường thẳng})$$

$$(II): z \cdot \bar{z} = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 = 5 \quad (\text{Đường tròn})$$

$$(III): |z - 2i| = 4 \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 16; \quad (\text{Đường tròn})$$

$$(IV): |i(z - 4i)| = 3 \Leftrightarrow |4 + iz| = 3 \Leftrightarrow x^2 + (y - 4)^2 = 9 \quad (\text{Đường tròn})$$

Vậy đáp án **D**.

Ở câu này học sinh cần nắm vững các dạng phương trình của các đường đã học và cách xác định mô đun số phức để tránh nhầm lẫn và chọn sai đáp án

Câu 38. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho z^2 là số thuần ảo là hai đường thẳng d_1, d_2 . Góc α giữa 2 đường thẳng d_1, d_2 là bao nhiêu?

- A. $\alpha = 45^\circ$. B. $\alpha = 60^\circ$. **C. $\alpha = 90^\circ$.** D. $\alpha = 30^\circ$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in R$)

$$\text{Ta có: } z^2 = (x^2 - y^2) + 2xyi \text{ là số thuần ảo} \Rightarrow x^2 - y^2 = 0 \wedge xy \neq 0 \Rightarrow y = \pm x \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

Ta chọn đáp án **C**.

Lưu ý điều kiện để một số phức là số thuần ảo thì phần thực phải bằng 0, nhưng học sinh hay nhầm khi thấy $x^2 - y^2 = 0$ đã kết luận luôn là $\begin{cases} x = y = 0 \\ x = y \end{cases}$ dẫn đến kết quả không đúng

Câu 39. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$ là parabol (P) . Đỉnh của (P) có tọa độ là?

- A. $(0, 0)$.** B. $(-1, 3)$. C. $(0, 1)$. D. $(-1, 0)$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in R$)

$$\text{Ta có: } 2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{(2y + 2)^2} \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{4}.$$

Vậy đỉnh parabol là $O(0, 0)$ nên đáp án **A**

Lưu ý công thức xác định tọa độ đỉnh của parabol $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

Câu 40. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa mãn $\left| |z|^2 - z(\bar{z} + i) - i \right| = 3$ là đường tròn (C) . Khoảng cách từ tâm I của đường tròn (C) đến trục tung bằng bao nhiêu?

- A.** $d(I, Oy) = 1$. **B.** $d(I, Oy) = 2$. **C.** $d(I, Oy) = 0$. **D.** $d(I, Oy) = \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$.

$$\text{Ta có : } \left| |z|^2 - z(\bar{z} + i) - i \right| = 3 \Leftrightarrow |-iz - i| = 3 \Leftrightarrow |y + i(-x - 1)| = 3 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + y^2 = 9$$

$\Rightarrow I(-1, 0)$ là tâm đường tròn $(C) \Rightarrow d(I, Oy) = |x_I| = 1$. Ta chọn đáp án A

Chú ý biến đổi xác định tọa độ tâm của đường tròn để không nhầm dấu.

VẬN DỤNG CAO

Câu 41. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $\left| z^2 + (\bar{z})^2 + 2|z|^2 \right| = 16$ là hai đường thẳng d_1, d_2 . Khoảng cách giữa 2 đường thẳng d_1, d_2 là bao nhiêu?

- A.** $d(d_1, d_2) = 2$. **B.** $d(d_1, d_2) = 4$. **C.** $d(d_1, d_2) = 1$. **D.** $d(d_1, d_2) = 6$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

$$\text{Ta có : } \left| z^2 + (\bar{z})^2 + 2|z|^2 \right| = 16 \Leftrightarrow |x^2 + 2xyi - y^2 + x^2 - 2xyi - y^2 + 2x^2 + 2y^2| = 16$$

$$\Leftrightarrow |4x^2| = 16 \Leftrightarrow x = \pm 2 \Rightarrow d(d_1, d_2) = 4$$

Ta chọn đáp án B.

Ở đây lưu ý hai đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$ song song với nhau.

Câu 42. Xét 3 điểm A, B, C của mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn 3 số phức phân biệt z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3|$. Nếu $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ thì tam giác ABC có đặc điểm gì?

- A.** ΔABC cân. **B.** ΔABC vuông. **C.** ΔABC có góc 120° . **D.** ΔABC đều.

Hướng dẫn giải

Ta có : $|z_1| = |z_2| = |z_3| \Rightarrow |\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}|$ nên 3 điểm A, B, C thuộc đường tròn tâm O

$$\text{Mà : } z_1 + z_2 + z_3 = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{OG} = 0 \Leftrightarrow G \equiv O \Rightarrow \Delta ABC \text{ đều vì tâm đường tròn ngoại tiếp trùng với trọng tâm } G$$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Chú ý tính chất của tam giác đều trọng tâm cũng chính là tâm đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác.

Câu 43. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa mãn $|z|^2 + z + \bar{z} = 0$ là đường tròn (C) . Diện tích S của đường tròn (C) bằng bao nhiêu?

- A.** $S = 4\pi$. **B.** $S = 2\pi$. **C.** $S = 3\pi$. **D.** $S = \pi$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

Ta có : $|z|^2 + z + \bar{z} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + x + yi + x - yi = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x = 0$

$\Rightarrow$ bán kính $R = 1 \Rightarrow S = \pi R^2 = \pi$

Sử dụng Casio: làm tương tự trên, ra đáp số : $1012000 = 1000^2 + 100^2 + 2.1000 = x^2 + y^2 + 2x$

$\Rightarrow$ Đáp án D.

Lưu ý công thức tính diện tích hình tròn, cách xác định tâm và bán kính đường tròn.

Câu 44. Trong mặt phẳng phức Oxy , tập hợp biểu diễn số phức Z thỏa $1 \leq |z+1-i| \leq 2$ là hình vành khăn. Chu vi P của hình vành khăn là bao nhiêu ?

A. $P = 4\pi$.

B. $P = \pi$.

B. $P = 2\pi$.

D. $P = 3\pi$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

Gọi $A(-1, 1)$ là điểm biểu diễn số phức $-1 + i$

$1 \leq |z+1-i| \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq MA \leq 2$. Tập hợp điểm biểu diễn là hình vành khăn giới hạn bởi 2 đường tròn đồng tâm có bán kính lần lượt là $R_1 = 2, R_2 = 1 \Rightarrow P = P_1 - P_2 = 2\pi(R_1 - R_2) = 2\pi$

$\Rightarrow$ Đáp án C.

Lưu ý cần nắm vững lý thuyết và hình vẽ của dạng bài này khi học trên lớp tránh nhầm lẫn sang tính diện tích hình tròn.

Câu 45. Trong mặt phẳng phức Oxy , giả sử M là điểm biểu diễn số phức Z thỏa mãn $|z+2| + |z-2| = 8$. Tập hợp những điểm M là ?

A. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

B. $(E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $(T): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 64$.

D. $(T): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

Gọi A là điểm biểu diễn số phức -2

Gọi B là điểm biểu diễn số phức 2

Ta có : $|z+2| + |z-2| = 8 \Leftrightarrow MA + MB = 8$ và $AB = 4 \Rightarrow$ Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là elip với 2 tiêu điểm là A, B và độ dài trục lớn là $8 \Rightarrow$ Đáp án A.

Ôn lại dạng phương trình (Elip) đã học ở lớp 10 tránh nhầm với đường tròn hoặc Parabol.

Câu 46. Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|z^2 - (\bar{z})^2| = 4$.

A. Là hai đường hyperbol $(H_1): y = \frac{1}{x}$ và $(H_2): y = -\frac{1}{x}$.

B. Là đường hyperbol $(H_1): y = \frac{1}{x}$.

C. Là đường hyperbol $(H_2): y = -\frac{1}{x}$.

D. Là đường tròn tâm $O(0;0)$ bán kính $R = 4$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

$$\text{Ta có : } \left| z^2 - (\bar{z})^2 \right| = 4 \Leftrightarrow |4xyi| = 4 \Leftrightarrow x^2 y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{x} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

Câu 47. Trong mặt phẳng phức Oxy , các số phức z thỏa $|z - 5i| \leq 3$. Nếu số phức z có môđun nhỏ nhất thì phần ảo bằng bao nhiêu ?

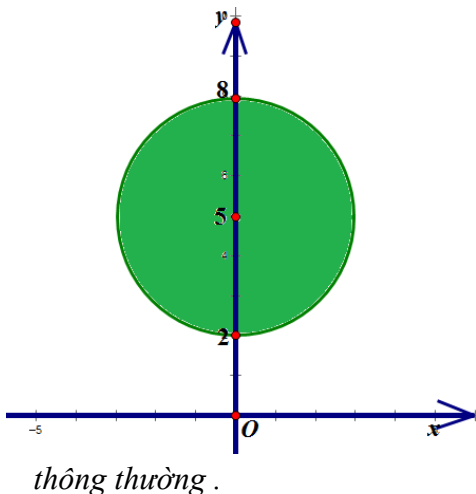
A. 0 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 4 .

Hướng dẫn giải



Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$. Gọi $E(0;5)$ là điểm biểu diễn số phức $5i$

Ta có: $|z - 5i| \leq 3 \Rightarrow MA \leq 3$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức Z là hình tròn tâm $A(0,5)$, $R = 3$ như hình vẽ

Số phức z có môđun nhỏ nhất $\Leftrightarrow OM$ nhỏ nhất. Dựa vào hình vẽ, ta thấy $z = 2i$. Suy ra phần ảo bằng 2
 $\Rightarrow$ Đáp án A.

Lưu ý vẽ hình để nhận dạng đây chỉ là dạng bài toán GTLN-GTNN

thông thường.

Câu 48. Trong mặt phẳng phức Oxy , các số phức z thỏa $|z + 2i - 1| = |z + i|$. Tìm số phức z được biểu diễn bởi điểm M sao cho MA ngắn nhất với $A(1,3)$.

A. $3 + i$.

B. $1 + 3i$.

C. $2 - 3i$.

D. $-2 + 3i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

Gọi $E(1, -2)$ là điểm biểu diễn số phức $1 - 2i$

Gọi $F(0, -1)$ là điểm biểu diễn số phức $-i$

Ta có : $|z + 2i - 1| = |z + i| \Leftrightarrow ME = MF \Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường trung trực $EF : x - y - 2 = 0$.

Để MA ngắn nhất khi $MA \perp EF$ tại $M \Leftrightarrow M(3,1) \Rightarrow z = 3 + i \Rightarrow$ **Đáp án A.**

Câu 49. Trong mặt phẳng phức Oxy , trong các số phức z thỏa $|z + 1 - i| \leq 1$. Nếu số phức z có môđun lớn nhất thì số phức z có phần thực bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{-\sqrt{2} - 2}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2} - 2}{2}$.

C. $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

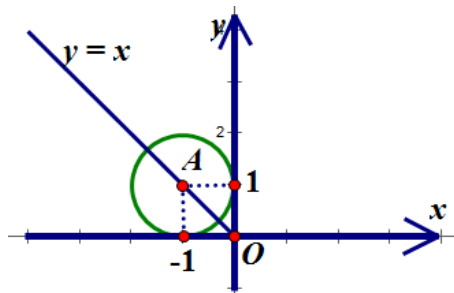
Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in R)$

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $-1 + i$

Ta có : $|z+1-i| \leq 1 \Leftrightarrow MA \leq 1$. Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức là hình tròn tâm

$A(-1,1), R=1$ như hình vẽ



$\Rightarrow$ Đáp án A.

Để $\max|z| \Leftrightarrow \max(OM)$

$$\Rightarrow M \text{ thỏa hệ : } \begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 \leq 1 \\ y = -x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}-2}{2}, x = -\frac{\sqrt{2}+2}{2}$$

Câu 50. Tìm nghiệm phức z thỏa mãn hệ phương trình phức : $\begin{cases} |z-1| = |z-i| \\ \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \end{cases}$

A. $z = 2 + i$.

B. $z = 1 - i$.

C. $z = 2 - i$.

D. $z = 1 + i$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn số phức 1 và i

Gọi C, D lần lượt là điểm biểu diễn số phức $-i$ và $3i$

Ta có : $|z-1| = |z-i| \Leftrightarrow MA = MB$ với $A(1,0); B(0,1) \Rightarrow M$ thuộc đường trung trực Δ_1 của AB

$$\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \Leftrightarrow |z+i| = |z-3i| \Leftrightarrow MC = MD \text{ với } C(0,-1); D(0,3) \Rightarrow M \text{ thuộc đường}$$

trung trực Δ_2 của CD

M là giao điểm của $\Delta_1; \Delta_2 \Rightarrow M$ thỏa hệ : $\begin{cases} y = x \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow M(1,1) \Rightarrow z = 1 + i$

$\Rightarrow$ Đáp án D.