

Câu 1 (2.0 điểm) Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị là (C).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $A(1;5)$. Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C) ($B \neq A$). Tính diện tích tam giác OAB, với O là gốc tọa độ.

Câu 2 (1.0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ trên đoạn $[2;4]$.

Câu 3 (1.0 điểm)

a) Giải phương trình lượng giác: $\cos 2x + \cos 6x = \cos 4x$

b) Cho $\cos 2\alpha = -\frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của biểu thức: $P = (1 + \tan \alpha) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$

Câu 4 (1 điểm)

a) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{2010} trong khai triển của nhị thức: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{2016}$.

b) Gọi X là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp X. Tính xác suất để số được chọn chỉ chứa 3 chữ số lẻ.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-1;2)$, $B(3;4)$ và đường thẳng d có phương trình: $x - 2y - 2 = 0$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng d sao cho: $MA^2 + MB^2 = 36$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = 2$, $AC = 4$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của đoạn thẳng AC. Cạnh bên SA tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn (T) có phương trình: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC. Đường tròn đường kính AH cắt AB, AC lần lượt tại M, N. Tìm tọa độ điểm A và viết phương trình cạnh BC, biết đường thẳng MN có phương trình: $20x - 10y - 9 = 0$ và điểm H có hoành độ nhỏ hơn tung độ.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy - y^2 + 2y - x - 1 = \sqrt{y-1} - \sqrt{x} \\ 3\sqrt{6-y} + 3\sqrt{2x+3y-7} = 2x+7 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn: $x + y + z \geq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

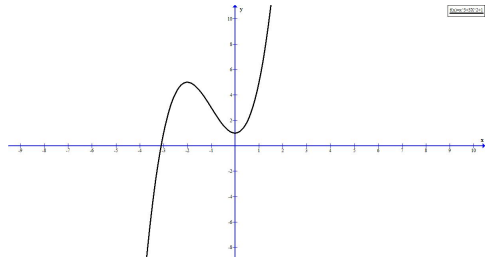
biểu thức:
$$P = \frac{x^2}{yz + \sqrt{8+x^3}} + \frac{y^2}{zx + \sqrt{8+y^3}} + \frac{z^2}{xy + \sqrt{8+z^3}}$$

----- Hết -----

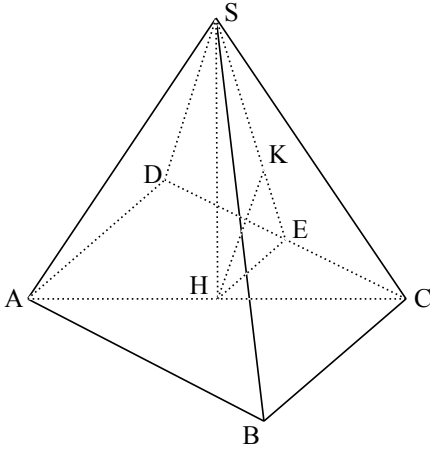
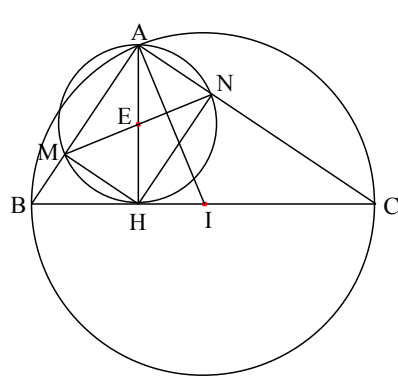
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu	Đáp án	Điểm																
1 (2.0 điểm)	a. (1.0 điểm) Khảo sát vẽ đồ thị...																	
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. - Sự biến thiên: $y' = 3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = 5 \end{cases}$	0.25																
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ Bảng biến thiên:																	
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>5</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	0.25
	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$													
	y'	+	0	-	0	+												
	y	$-\infty$	5	1	$+\infty$													
	- H/s đb trên các khoảng $(-\infty; -2)$, $(0; +\infty)$ và nb trên khoảng $(-2; 0)$. - Hàm số đạt cực tại $x = -2; y_{\text{CN}} = 5$; đạt cực tiểu tại $x = 0; y_{\text{CT}} = 1$.	0.25																
	Đồ thị: <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>3</td><td>5</td></tr></table> 	x	-1	1	y	3	5	0.25										
	x	-1	1															
y	3	5																
b. (1.0 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến... tính diện tích tam giác....																		
+ Ta có: $y'(1) = 9 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $A(1; 5)$ là: $y = 9(x - 1) + 5 \Leftrightarrow y = 9x - 4 \quad (d)$	0.25																	
+ Tọa độ điểm B là giao của d và (C) có hoành độ là nghiệm pt: $x^3 + 3x^2 + 1 = 9x - 4 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 9x + 5 = 0 \quad (x - 1)^2(x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$	0.25																	
Do $B \neq A$ nên $B(-5; -49)$. Ta có: $\overline{AB} = (-6; -54) \Rightarrow AB = 6\sqrt{82}$; $d(O, d) = \frac{4}{\sqrt{82}}.$	0.25																	
Suy ra: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} d(O, d) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{82}} \cdot 6\sqrt{82} = 12$ (đvdt)	0.25																	
2 (1 điểm)	Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất...																	
	Ta có $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 4]$, $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$	0.25																
	Với $x \in [2; 4]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$	0.25																
	Ta có: $f(2) = 4, f(3) = 3, f(4) = \frac{10}{3}$	0.25																
	Vậy $\min_{[2; 4]} f(x) = 3$ tại $x = 3$; $\max_{[2; 4]} f(x) = 4$ tại $x = 2$	0.25																
3	a. Giải phương trình ...																	

(1.0 điểm)	PT $\Leftrightarrow 2 \cos 4x \cos 2x = \cos 4x \Leftrightarrow \cos 4x(2 \cos 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = 0 \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$	0.25
	b. Tính giá trị biểu thức...	
	Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$. Ta có: $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} = \frac{1}{10} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}},$ $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{9}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -3$	0.25
	Khi đó: $P = (1 + \tan \alpha) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \alpha + \sin \alpha) = (1 - 3) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}} \right) = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$	0.25
4 (1.0 điểm)	a. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{2010} trong khai triển...	
	Xét khai triển: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{2016} = \sum_{k=0}^{2016} C_{2016}^k x^{2016-k} \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{2016} 2^k C_{2016}^k x^{2016-3k}$	0.25
	Số hạng chứa x^{2010} ứng với $2016 - 3k = 2010 \Leftrightarrow k = 2$ là $2^2 C_{2016}^2 x^{2010}$ có hệ số là $2^2 C_{2016}^2 = 4C_{2016}^2$.	0.25
	b. Tính xác suất ...	
	Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử: “Chọn ngẫu nhiên một số từ tập X”. Khi đó: $ \Omega = A_9^6 = 60480$	0.25
	Gọi A là biến cố: “Số được chọn chỉ chứa 3 chữ số lẻ”. Khi đó: + Chọn 3 chữ số lẻ đôi một khác nhau từ các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 có C_5^3 cách. + Chọn 3 chữ số chẵn đôi một khác nhau từ các chữ số 2, 4, 6, 8 có C_4^3 cách. + Sắp xếp các chữ số trên để được số thỏa mãn biến cố A có $6!$ cách. Do đó $ \Omega_A = C_5^3 \cdot C_4^3 \cdot 6! = 28800$ Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{28800}{60480} = \frac{10}{21}$	0.25
5 (1.0 điểm)	Tìm tọa độ điểm M ...	
	Giả sử $M(2t+2; t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{MA} = (-2t-3; 2-t) \Rightarrow MA^2 = 5t^2 + 8t + 13$	0.25
	$\overrightarrow{MB} = (1-2t; 4-t) \Rightarrow MB^2 = 5t^2 - 12t + 17$	0.25
	Ta có: $MA^2 + MB^2 = 36 \Leftrightarrow 5t^2 + 8t + 13 + 5t^2 - 12t + 17 = 36 \Leftrightarrow 10t^2 - 4t - 6 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow M(4; 1) \\ t = -\frac{3}{5} \Rightarrow M\left(\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right) \end{cases}$ Vậy tọa độ điểm M là: $M(5; 1), M\left(\frac{16}{5}; \frac{3}{5}\right)$.	0.25
6	Tính thể tích khối chóp S.ABC	

(1.0 điểm)	SH vuông góc (ABC) $\Rightarrow$ góc giữa SA và (ABC) là: $\widehat{SAH} = 60^\circ$ $\Rightarrow SH = AH \cdot \tan \widehat{SAH} = 2\sqrt{3}$ 	0.25
	ΔABC vuông tại B $\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 2\sqrt{3}$ Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 4$.	0.25
	Dựng hình chữ nhật ABCD $\Rightarrow AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ $\Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(H, (SCD))$ (do $AC = 2HC$) Trong (ABCD), gọi E là trung điểm CD $\Rightarrow HE \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHE)$ Trong (SHE), kẻ $HK \perp SE$ ($K \in SE$) $\Rightarrow HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H, (SCD)) = HK$	0.25
	Ta có: $HE = \frac{1}{2} AD = \sqrt{3}$ ΔSHE vuông tại E $\Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{1}{12} + \frac{1}{3} = \frac{5}{12} \Rightarrow HK = \frac{2\sqrt{15}}{5}$ Vậy $d(AB, SC) = 2HK = \frac{4\sqrt{15}}{5}$.	0.25
7 (1.0 điểm)	Tìm tọa độ điểm A và viết phương trình cạnh BC. (T) có tâm $I(3;1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$. Do $IA = IC \Rightarrow \widehat{IAC} = \widehat{ICA}$ (1) Đường tròn đường kính AH cắt BC tại M $\Rightarrow MH \perp AB \Rightarrow MH \parallel AC$ (cùng vuông góc AC) $\Rightarrow \widehat{MHB} = \widehat{ICA}$ (2) Ta có: $\widehat{ANM} = \widehat{AHM}$ (chắn cung AM) (3) Từ (1), (2), (3) ta có: $\widehat{IAC} + \widehat{ANM} = \widehat{ICA} + \widehat{AHM}$ $= \widehat{MHB} + \widehat{AHM} = 90^\circ$ Suy ra: AI vuông góc MN $\Rightarrow$ phương trình đường thẳng IA là: $x + 2y - 5 = 0$ Giả sử $A(5 - 2a; a) \in IA$. Mà $A \in (T) \Leftrightarrow (5 - 2a)^2 + a^2 - 6(5 - 2a) - 2a + 5 = 0 \Leftrightarrow 5a^2 - 10a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$ Với $a = 2 \Rightarrow A(1; 2)$ (thỏa mãn vì A, I khác phía MN) Với $a = 0 \Rightarrow A(5; 0)$ (loại vì A, I cùng phía MN) 	0.25

	Gọi E là tâm đường tròn đường kính AH $\Rightarrow E \in MN \Rightarrow E\left(t; 2t - \frac{9}{10}\right)$ Do E là trung điểm AH $\Rightarrow H\left(2t - 1; 4t - \frac{38}{10}\right)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(2t - 2; 4t - \frac{58}{10}\right), \overrightarrow{IH} = \left(2t - 4; 4t - \frac{48}{10}\right)$ Vì $AH \perp HI \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{IH} = \vec{0} \Leftrightarrow 20t^2 - \frac{272}{5}t + \frac{896}{25} = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{8}{5} \Rightarrow H\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right) \text{ (thỏa mãn)} \\ t = \frac{28}{25} \Rightarrow H\left(\frac{31}{25}; \frac{17}{25}\right) \text{ (loại)} \end{cases}$ Với $t = \frac{8}{5} \Rightarrow H\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right)$ (thỏa mãn)	0.25
	Ta có: $\overrightarrow{AH} = \left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}\right) \Rightarrow BC$ nhận $\vec{n} = (2; 1)$ là VTPT $\Rightarrow$ phương trình BC là: $2x + y - 7 = 0$	0.25
8 (1.0 điểm)	Giải hệ phương trình ... Điều kiện: $x \geq 0, 1 \leq y \leq 6, 2x + 3y - 7 \geq 0$ (*) Nhận thấy $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ không là nghiệm của hệ phương trình $\Rightarrow \sqrt{y-1} + \sqrt{x} \neq 0$ Khi đó, PT (1) $\Leftrightarrow x(y-1) - (y-1)^2 = \frac{y-1-x}{\sqrt{y-1} + \sqrt{x}}$ $\Leftrightarrow (y-1)(x-y+1) = \frac{y-1-x}{\sqrt{y-1} + \sqrt{x}}$ $\Leftrightarrow (x-y+1)\left(y-1 + \frac{1}{\sqrt{y-1} + \sqrt{x}}\right) = 0$ $\Leftrightarrow x-y+1 = 0 \Leftrightarrow y = x+1 \text{ (do (*))}$ Thay vào PT (2) ta được: $3\sqrt{5-x} + 3\sqrt{5x-4} = 2x+7$ ĐK: $4/5 \leq x \leq 5$ (**) $\Leftrightarrow 3\sqrt{5-x} - (7-x) + 3(\sqrt{5x-4} - x) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{-4+5x-x^2}{3\sqrt{5-x} + (7-x)} + \frac{3(-4+5x-x^2)}{\sqrt{5x-4} + x} = 0$ $\Leftrightarrow (-4+5x-x^2)\left(\frac{1}{3\sqrt{5-x} + (7-x)} + \frac{3}{\sqrt{5x-4} + x}\right) = 0$ $\Leftrightarrow -x^2 + 5x - 4 = 0 \text{ (do (**))}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = 4 \Rightarrow y = 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn (*), (**))}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là: (1; 2), (4; 5).	0.25
9 (1 điểm)	Tìm GTNN ... Ta có BĐT: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} \geq \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$ (*) với $a, b, c, x, y, z > 0$ và chứng minh.	0.25

	(Học sinh không chứng minh (*) trừ 0.25)													
	Áp dụng (*) ta có: $P \geq \frac{(x+y+z)^2}{xy+yz+zx+\sqrt{8+x^3}+\sqrt{8+y^3}+\sqrt{8+z^3}}$ Ta có: $\sqrt{8+x^3} = \sqrt{(2+x)(4-2x+x^2)} \leq \frac{2+x+4-2x+x^2}{2} = \frac{6-x+x^2}{2}$ $\sqrt{8+y^3} = \sqrt{(2+y)(4-2y+y^2)} \leq \frac{2+y+4-2y+y^2}{2} = \frac{6-y+y^2}{2}$ $\sqrt{8+z^3} = \sqrt{(2+z)(4-2z+z^2)} \leq \frac{2+z+4-2z+z^2}{2} = \frac{6-z+z^2}{2}$ Suy ra: $P \geq \frac{2(x+y+z)^2}{2xy+2yz+2zx+18-(x+y+z)+x^2+y^2+z^2}$ $= \frac{2(x+y+z)^2}{(x+y+z)^2-(x+y+z)+18}$	0.25												
	Đặt $t = x+y+z$ ($t \geq 3$). Khi đó: $P \geq \frac{2t^2}{t^2-t+18}$ Xét hàm số: $f(t) = \frac{2t^2}{t^2-t+18}$ với $t \geq 3$. Ta có: $f'(t) = \frac{2(-t^2+36t)}{(t^2-t+18)^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 36$ BBT: <table><tr><td>x</td><td>3</td><td>36</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>3/4</td><td>144/71</td><td>2</td></tr></table>	x	3	36	$+\infty$	y'	+	0	-	y	3/4	144/71	2	0.25
x	3	36	$+\infty$											
y'	+	0	-											
y	3/4	144/71	2											
	Từ BBT ta có: GTNN của P là: $\frac{3}{4}$ khi $t = 3$. Vậy GTNN của P là: 3/4 khi $x = y = z = 1$.	0.25												

▪ **Chú ý:** Các cách giải đúng khác đáp án cho điểm tối đa.