

CHƯƠNG II

BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y

a. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát

$ax + by \leq c$ ($ax + by < c; ax + by > c$) trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a, b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

b. Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (1), $a; b; c \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 > 0$.

Bước 1: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đường thẳng $\Delta: ax + by = c$.

Bước 2: Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0) \notin \Delta$.

+) Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$.

+) Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$.

2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

a. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn khi $(x_0; y_0)$ đồng thời là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ đó.

b. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn trên mặt phẳng tọa độ

Bước 1: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , xác định miền nghiệm của mỗi bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong hệ và gạch bỏ miền còn lại.

Bước 2: **Miền không bị gạch (không tô đậm)** là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

c. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các biểu thức dạng $F = ax + by, (a; b \in \mathbb{R})$ trong đó x, y nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đã cho.

Bước 1: Vẽ miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Bước 2: Miền nghiệm nhận được thường là một miền đa giác. Tính giá trị của F ứng với $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh của miền đa giác này rồi so sánh các kết quả từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức.

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x - y \leq 3$.

Câu 2: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x + y > 0$.

Câu 3: Ông An muốn thuê một chiếc ô tô (có lái xe) trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định (nghìn đồng/ngày)	Phí tính theo quãng đường di chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1500	10

a) Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

Câu 4: Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} y - x < -1 \\ x > 0 \\ y < 0; \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4; \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x \geq 0 \\ x + y > 5 \\ x - y < 0. \end{cases} \end{array}$$

Câu 5: a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình: $(H): \begin{cases} x + y + 2 \leq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ 2x - y + 1 \geq 0 \end{cases}$.

b) Tìm x, y thỏa mãn (H) sao cho $F = 2x + 3y$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

Câu 6: Một hộ dân định trồng đậu và cà trên diện tích $8a$. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3.000.000 đồng trên một a . Nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4.000.000 đồng trên một a . Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180?

Câu 7: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng.

Câu 8: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kilogam (kg) sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại lợi nhuận 40 000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại lợi nhuận 30 000 đồng. Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Hỏi xưởng phải sản xuất số lượng mỗi loại sản phẩm bao nhiêu kg để có lợi nhuận cao nhất?

Câu 9: Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Mỗi đơn vị sản phẩm I lãi 3.000 đồng, mỗi đơn vị sản phẩm II lãi 5.000 đồng. Để việc sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi cao nhất thì cần dùng đến mấy máy thuộc nhóm A?

Câu 10: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilôgam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilôgam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và

1,1 kg thịt lợn; giá tiền 1 kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1 kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Giả sử gia đình đó mua x kilôgam thịt bò và y kilôgam thịt lợn.

a) Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình rồi xác định miền nghiệm của hệ đó.

b) Gọi F (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x kilôgam thịt bò và y kilôgam thịt lợn. Hãy biểu diễn F theo x và y .

c) Tìm số kilôgam thịt mỗi loại mà gia đình cần mua để chi phí là ít nhất.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong các bất phương trình sau đây, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x - y < 3$. B. $x - 2y^2 \leq 1$. C. $x^2 - y > 0$. D. $x^2 - 2y^3 > 3$.

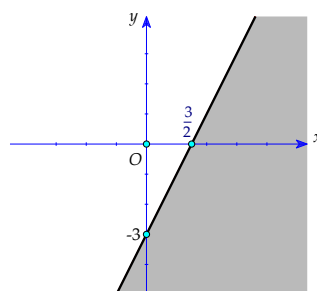
Câu 2: Điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 2y + 2 \leq 0 \\ 3x - y + 5 \geq 0 \end{cases}$?

- A. $Q(-2; 0)$. B. $P(-2; 1)$. C. $N(0; 0)$. D. $M(0; -1)$.

Câu 3: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 3 \leq 0 \\ 2x - 3y + 6 > 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên?

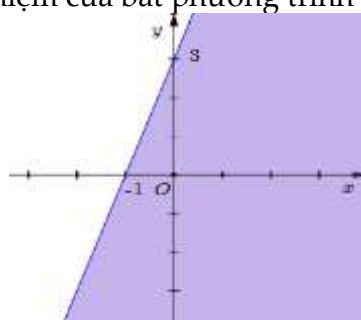
- A. $O(0; 0)$. B. $P(-6; 0)$. C. $N(-1; 1)$. D. $M(1; 1)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , phần nửa mặt phẳng không tô đậm (không kể bờ) trong hình vẽ bên là biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?



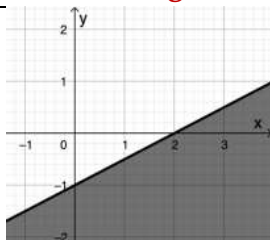
- A. $2x - y > 3$. B. $2x - y < 3$. C. $x - 2y > 3$. D. $x - 2y < 3$.

Câu 5: Trong mặt phẳng (Oxy) , phần nửa mặt phẳng không tô đậm (kể cả bờ) trong hình vẽ dưới đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình nào?

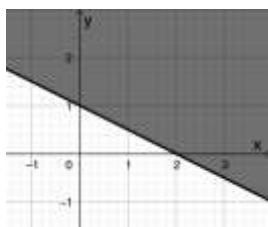


- A. $x - 3y \geq 3$. B. $3x - y \geq 3$. C. $3x - y \geq -3$. D. $3x - y \leq -3$.

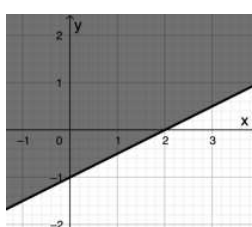
Câu 6: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y \leq 2$ là phần không tô đậm (kể cả biên) trong hình vẽ nào dưới đây?



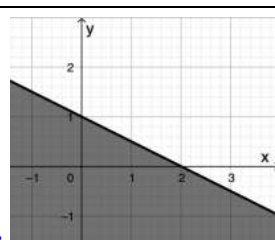
A.



B.



C.



D.

Câu 7: Cặp số $(1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $x + y - 3 > 0$.

B. $-x - y < 0$.

C. $x + 3y + 1 < 0$.

D. $-x - 3y - 1 < 0$.

Câu 8: Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $-2(x - y) + y > 3$?

A. $(4; -4)$.

B. $(2; 1)$.

C. $(-1; -2)$.

D. $(-4; 4)$.

Câu 9: Cặp số nào sau đây **không** là nghiệm của bất phương trình $5x - 2(y - 1) \leq 0$?

A. $(0; 1)$.

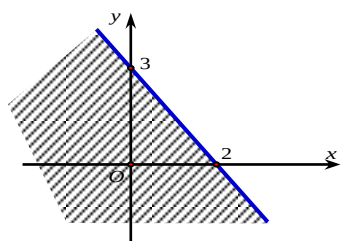
B. $(1; 3)$.

C. $(-1; 1)$.

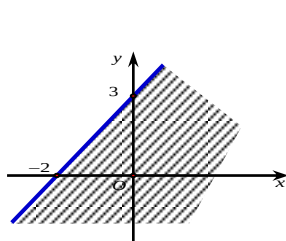
D. $(-1; 0)$.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là

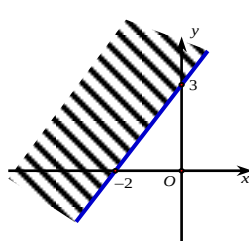
A.



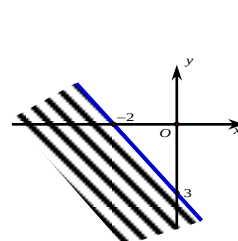
B.



C.

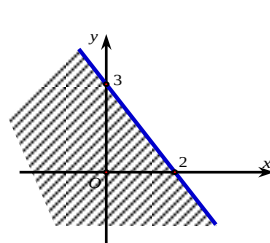


D.

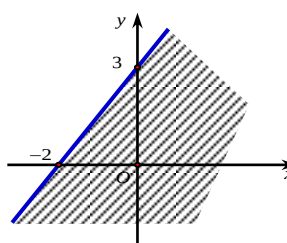


Câu 11: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là

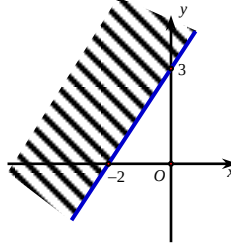
A.



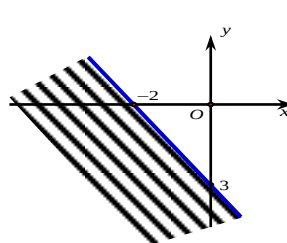
B.



C.

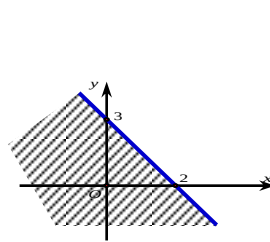


D.

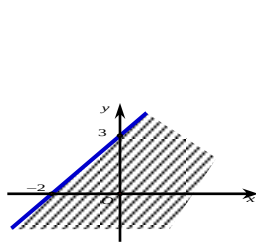


Câu 12: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y < -6$ là

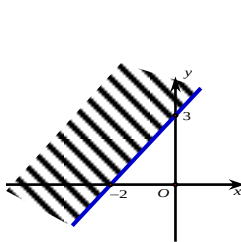
A.



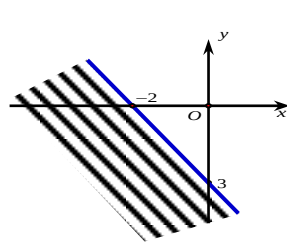
B.



C.

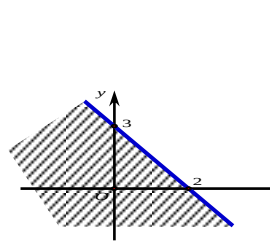


D.

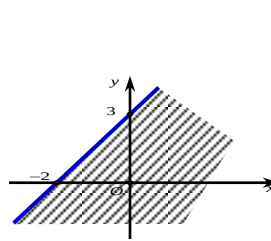


Câu 13: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là

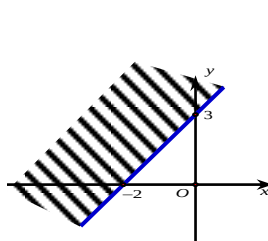
A.



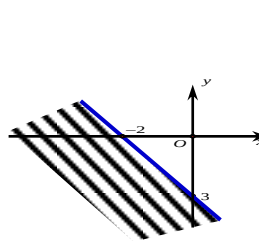
B.



C.



D.



Câu 14: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm nào sau

đây?

- A. $(0;0)$. B. $(1;2)$. C. $(2;1)$. D. $(8;4)$.

Câu 15: Trong các cặp số sau, tìm cặp số **không** là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$$

- A. $(0;0)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(-1;-1)$.

Câu 16: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}?$$

- A. $(-1;4)$. B. $(-2;4)$. C. $(0;0)$. D. $(-3;4)$.

Câu 17: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. Điểm $A(2;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
 B. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
 C. Điểm $C(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
 D. Điểm $D(3;4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 18: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$$

Hỏi khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
 B. Điểm $B(1;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
 C. Điểm $C(0;-2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
 D. Điểm $D(0;2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 19: Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$.

Câu 20: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 & (1) \\ 4x - 3y \leq 2 & (2) \end{cases}$$
 có tập nghiệm S . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

B. $S = \{(x; y) | 4x - 3y = 2\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

Câu 21: Cho hệ
$$\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$$
. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm của

bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì

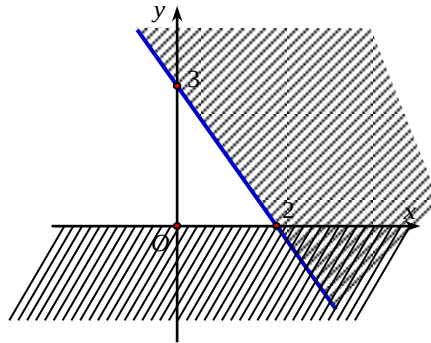
A. $S_1 \subset S_2$.

B. $S_2 \subset S_1$.

C. $S_2 = S$.

D. $S_1 \neq S$.

Câu 22: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



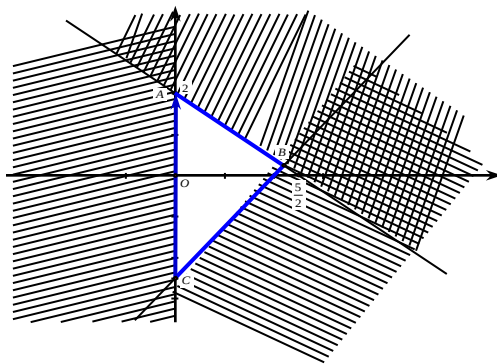
A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$.

Câu 23: Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$.

Câu 24: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kể cả các cạnh với $A(0;3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2;0)$ và $O(0;0)$.
- B.** Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kể cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.
- C.** Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.
- D.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là.

- A.** $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$. **B.** $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.
- C.** $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$. **D.** $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Câu 26: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện
$$\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 tại điểm $S(x; y)$ có tọa độ là

- A.** $(4;1)$. **B.** $(3;1)$. **C.** $(2;1)$. **D.** $(1;1)$.

Câu 27: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - 2y$, với điều kiện
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$$
 là

- A.** -12. **B.** -10. **C.** -8. **D.** -6.

Câu 28: Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$
, đạt giá trị

lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

- A.** $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. **B.** $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. **C.** $a = 3$ và $b = 0$. **D.** $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

Câu 29: Cho các giá trị x, y thỏa mãn điều kiện
$$\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ 3x - y - 2 \geq 0 \end{cases}$$
. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = 3x + 2y.$$

- A.** 19. **B.** 25. **C.** 14. **D.** Không tồn tại.

Câu 30: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

- Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;
- Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

- A.** 5 lít nước cam và 4 lít nước táo. **B.** 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.
C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo. **D.** 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Câu 31: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

- A.** 30 kg loại I và 40 kg loại II. **B.** 20 kg loại I và 40 kg loại II.
C. 30 kg loại I và 20 kg loại II. **D.** 25 kg loại I và 45 kg loại II.

Câu 32: Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B . Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A . Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

- A.** 600 đơn vị Vitamin A , 400 đơn vị Vitamin B .
B. 600 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B .
C. 500 đơn vị Vitamin A , 500 đơn vị Vitamin B .
D. 100 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B .

Câu 33: Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B₁, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

- Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B₁, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.
- Cách thứ hai cắt được 2 hộp B₁, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B₁ tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

- A.** Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
B. Cắt theo cách một 150 tấm, cắt theo cách hai 100 tấm.
C. Cắt theo cách một 50 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
D. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 200 tấm.

Câu 34: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu, 9 lít nước và 210 gam đường để pha chế nước ngọt loại I và nước ngọt loại II. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại I cần 10 gam đường, 1 lít nước và 4 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại II cần 30 gam đường, 1 lít nước và 1 gam hương liệu. Mỗi lít nước ngọt loại I được 80 điểm thưởng, mỗi lít nước ngọt loại II được 60 điểm thưởng. Hỏi số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là bao nhiêu?

A. 540 .

B. 600 .

C. 640 .

D. 720 .

Câu 35: Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B cần được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

A. Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B .

B. Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm B .

C. Sản xuất $\frac{10}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{49}{9}$ tấn sản phẩm B .

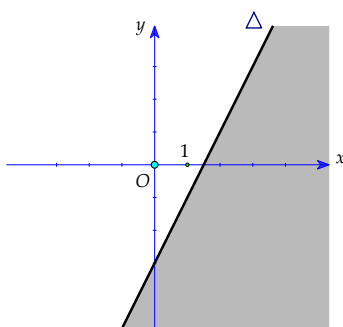
D. Sản xuất 6 tấn sản phẩm B và không sản xuất sản phẩm A .

IV. LỜI GIẢI CHI TIẾT

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x - y \leq 3$.

Lời giải:

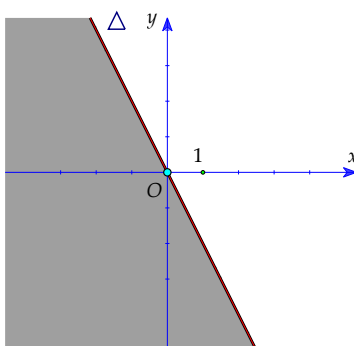


+) Vẽ đường thẳng $\Delta: 2x - y = 3$.

+) Thay tọa độ $O(0;0)$ vào bất phương trình ta thấy đúng nên miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng bờ Δ , chứa điểm O tương ứng phần mặt phẳng **không bị tô đen** (kể cả bờ).

Câu 2: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x + y > 0$.

Lời giải:



+) Vẽ đường thẳng $\Delta: 2x + y = 0$.

+) Thay tọa độ $I(1;0)$ vào bất phương trình ta thấy đúng nên miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng bờ Δ , chứa điểm I tương ứng phần mặt phẳng không bị tô đen (không kể bờ).

Câu 3: Ông An muốn thuê một chiếc ô tô (có lái xe) trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định (nghìn đồng/ngày)	Phí tính theo quãng đường di chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1500	10

a) Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải:

Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần (điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$)

Số tiền ông An phải trả từ thứ 2 đến thứ 6 là $5.900 + 8x = 4500 + 8x$ (nghìn đồng)

Số tiền ông An phải trả hai ngày cuối tuần là $2.1500 + 10y = 3000 + 10y$ (nghìn đồng)

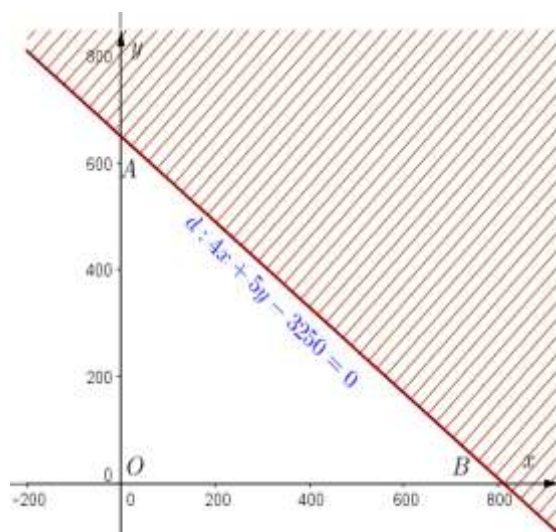
Vì đề bài yêu cầu tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng nên ta có $(4500 + 8x) + (3000 + 10y) \leq 14000 \Leftrightarrow 4x + 5y \leq 3250$ (nghìn đồng)

Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn này được xác định như sau:

Bước 1: Vẽ đường thẳng $d: 4x + 5y - 3250 = 0$.

Bước 2: Ta lấy gốc tọa độ $O(0;0)$ và tính $0 + 2 \cdot 0 = 0 < 3250$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc tọa độ, kể đường thẳng d .



Câu 4: Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

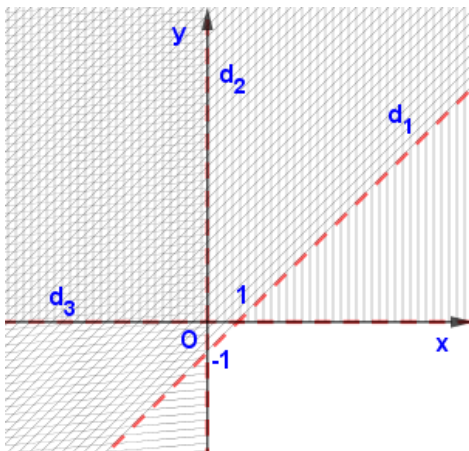
$$a) \begin{cases} y - x < -1 \\ x > 0 \\ y < 0; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4; \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x \geq 0 \\ x + y > 5 \\ x - y < 0. \end{cases}$$

Lời giải:

$$a) \begin{cases} y - x < -1 \\ x > 0 \\ y < 0; \end{cases}$$



Bước 1: Vẽ đường thẳng $(d_1): -x + y = -1$

Vì $-0 + 0 = 0 > -1$ nên tọa độ điểm $O(0;0)$ không thỏa mãn bất phương trình $-x + y < -1$

Do đó miền nghiệm của của bất phương trình $-x + y < -1$ là nửa mặt phẳng bờ d_1 không chứa gốc tọa độ O không kể đường thẳng d_1 .

Bước 2: Vẽ đường thẳng $(d_2): x = 0$

Vì $1 > 0$ nên tọa độ điểm $(1;0)$ thỏa bất phương trình $x > 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x > 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy chứa điểm $(1;0)$ không kể bờ Oy .

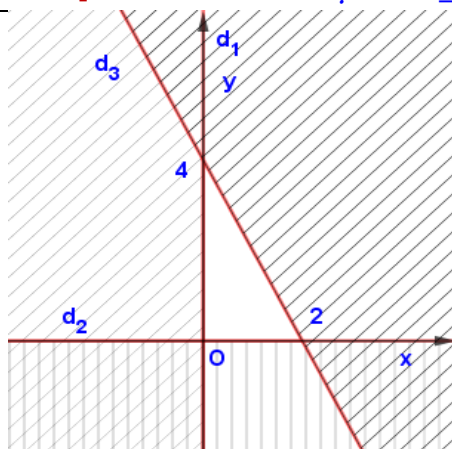
Bước 3: Vẽ đường thẳng $(d_3): y = 0$

Vì $-1 < 0$ nên tọa độ điểm $(0,-1)$ thỏa bất phương trình $y < 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y < 0$ là nửa mặt phẳng bờ Ox chứa điểm $(0;-1)$ không kể bờ Ox .

Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch.

$$b) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 2x + y \leq 4; \end{cases}$$



Bước 1: Vẽ đường thẳng $(d_1): x = 0$

Vì $1 > 0$ nên tọa độ điểm $(1; 0)$ thỏa bất phương trình $x \geq 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Oy và đường thẳng $x = 0$ chứa điểm $(1; 0)$.

Bước 2: Vẽ đường thẳng $(d_2): y = 0$

Vì $1 > 0$ nên tọa độ điểm $(0; 1)$ thỏa bất phương trình $y \geq 0$

Do đó miền nghiệm của bất phương trình $y \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ Ox và đường thẳng $y = 0$ chứa điểm $(0; 1)$.

Bước 3: Vẽ đường thẳng $(d_3): 2x + y = 4$

Vì $2 \cdot 0 + 0 = 0 < 4$ nên tọa độ điểm $O(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $2x + y \leq 4$

Do đó miền nghiệm của của bất phương trình $2x + y \leq 4$ là nửa mặt phẳng bờ d_3 và đường thẳng $2x + y = 4$ chứa gốc tọa độ O.

Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch.

Câu 5: a) Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình: $(H): \begin{cases} x + y + 2 \leq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ 2x - y + 1 \geq 0 \end{cases}$.

b) Tìm x, y thỏa mãn (H) sao cho $F = 2x + 3y$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

Lời giải:

a) Vẽ ba đường thẳng $\Delta_1: x + y = -2; \Delta_2: x - y = 1; \Delta_3: 2x - y = -1$.

Tìm tọa độ giao điểm của ba cặp đường thẳng trên bằng cách giải ba hệ phương trình:

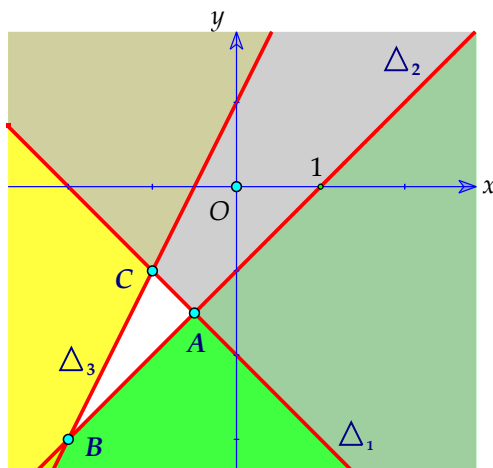
$$(1): \begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$(2): \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$(3): \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Ta được ba giao điểm $A\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right); B(-2; -3); C(-1; -1)$.

Vì điểm $O(0;0)$ có tọa độ không thỏa mãn bất phương trình đầu và thỏa mãn hai bất phương trình cuối của hệ nên miền nghiệm của hệ (H) là miền tam giác ABC (kể cả biên).



b) Lập bảng:

	$A\left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$	$B(-2; -3)$	$C(-1; -1)$
$F = 2x + 3y$	$F = -\frac{11}{2}$	$F = -13$	$F = -5$

Câu 6: Một hộ dân định trồng đậu và cà trên diện tích $8a$. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3.000.000 đồng trên một a . Nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4.000.000 đồng trên một a . Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công không quá 180?

Lời giải:

Gọi x là diện tích trồng đậu, y là diện tích trồng cà, (đơn vị $a; 1a = 100m^2$), điều kiện: $x \geq 0, y \geq 0$.

Ta có: $x + y \leq 8$.

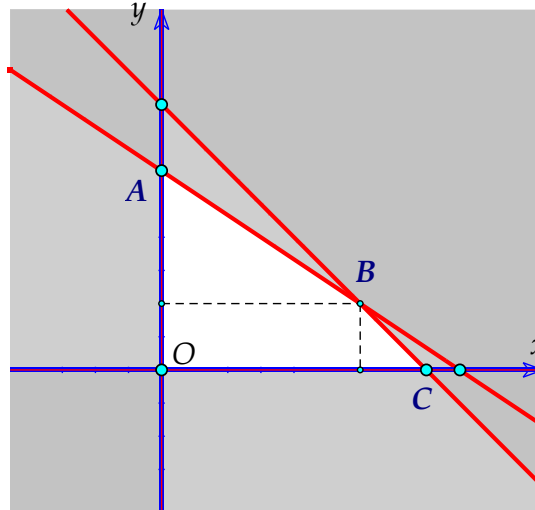
Số công cần dùng là: $20x + 30y \leq 180 \Leftrightarrow 2x + 3y \leq 18$.

Số tiền thu được là $F = 3000000x + 4000000y$ (đồng) hay $F = 3x + 4y$ (triệu đồng)

Ta cần tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình (H) :
$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 sao cho $F = 3x + 4y$ đạt giá trị

lớn nhất.

Biểu diễn tập nghiệm của (H) ta được miền tứ giác $OABC$ với $A(0;6), B(6;2), C(8;0)$ và $O(0;0)$.



Lập bảng:

	$A(0;6)$	$B(6;2)$	$C(8;0)$	$O(0;0)$
$F = 3x + 4y$	$F = 24$	$F = 26$	$F = 24$	$F = 0$

Suy ra $x = 6; y = 2$ (tọa độ điểm B) là diện tích cần trồng mỗi loại để thu được nhiều tiền nhất là $F = 26$ (triệu đồng).

Vậy trồng $6a$ đậu và $2a$ cà, thu hoạch 26 triệu đồng.

Câu 7: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng.

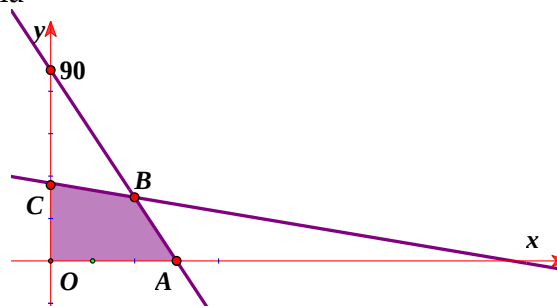
Lời giải:

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$ (triệu đồng).

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60; 0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40; 30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Câu 8: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kilogam (kg) sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại lợi nhuận 40 000 đồng. Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại lợi nhuận 30 000 đồng. Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Hỏi xưởng phải sản xuất số lượng mỗi loại sản phẩm bao nhiêu kg để có lợi nhuận cao nhất?

Lời giải:

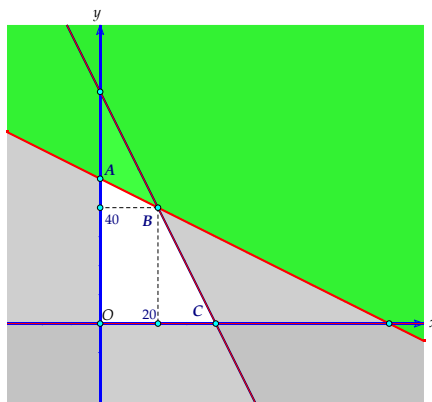
Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II cần sản xuất, điều kiện: $x \geq 0, y \geq 0$.

Lợi nhuận thu được là $F = 40000x + 30000y$ (đồng)

Ta cần tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình (H) :
$$\begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 sao cho $F = 40000x + 30000y$

đạt giá trị lớn nhất.

Biểu diễn tập nghiệm của (H) ta được miền tứ giác $OABC$ với $A(0; 50), B(20; 40), C(40; 0)$ và $O(0; 0)$.



Lập bảng:

	$A(0; 50)$	$B(20; 40)$	$C(40; 0)$	$O(0; 0)$
$F = 40000x + 30000y$	$F = 1500000$	$F = 2000000$	$F = 1600000$	$F = 0$

Vậy cần sản xuất 20 kg sản phẩm loại I và 40 kg sản phẩm loại II để đạt lợi nhuận cao nhất.

Câu 9: Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2

C	12	2	4
---	----	---	---

Mỗi đơn vị sản phẩm I lãi 3.000 đồng, mỗi đơn vị sản phẩm II lãi 5.000 đồng. Để việc sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi cao nhất thì cần dùng đến mấy máy thuộc nhóm A?

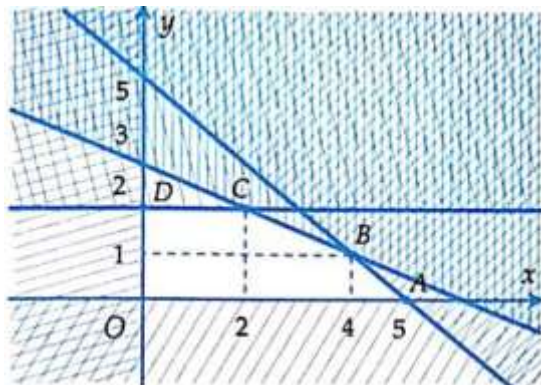
Lời giải:

Gọi x và y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II cần sản xuất ($x, y \in \mathbb{N}$).

Khi đó số lãi thu được là $L = 3x + 5y$ (nghìn đồng).

Theo giả thiết thì x và y phải thỏa mãn hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là miền đa giác $OABCD$, kể cả các cạnh của nó. Lập bảng:

Đỉnh	$O(0;0)$	$A(5;0)$	$B(4;1)$	$C(2;2)$	$D(0;2)$
$L = 3x + 5y$	0	15	17	16	10

Vậy cần sản xuất 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II để số lãi thu được cao nhất. Khi đó cần dùng đến $2.4 + 2.1 = 10$ máy thuộc nhóm A.

Câu 10: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá tiền 1 kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1 kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Giả sử gia đình đó mua x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn.

a) Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình rồi xác định miền nghiệm của hệ đó.

b) Gọi F (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn. Hãy biểu diễn F theo x và y .

c) Tìm số kilogram thịt mỗi loại mà gia đình cần mua để chi phí là ít nhất.

Lời giải:

a) Gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giả sử gia đình này mua x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn thì x và y cần thỏa mãn điều kiện:

$$0 \leq x \leq 1,6 \text{ và } 0 \leq y \leq 1,1.$$

Gia đình này cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là

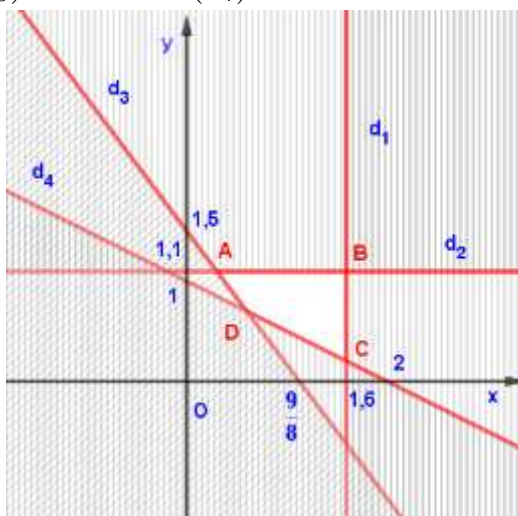
$$800x + 600y \geq 900 \text{ và } 200x + 400y \geq 400 \text{ hay } 8x + 6y \geq 9 \text{ và } x + 2y \geq 2$$

Từ các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán, ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình:

$$(d_1): x = 1,6; (d_2): y = 1,1; (d_3): 8x + 6y = 9; (d_4): x + 2y = 2.$$



Miền nghiệm của hệ trên là miền tứ giác $ABCD$ (kể cả biên).

b) $F = 250x + 160y$ (nghìn đồng)

c) $F(x; y)$ đạt giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

$$A \in (d_2) \cap (d_3) \Rightarrow A(0,3;1,1), \text{ ta có } F(0,3;1,1) = 250 \cdot 0,3 + 160 \cdot 0,1 = 91 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$B \in (d_1) \cap (d_2) \Rightarrow B(1,6;1,1), \text{ ta có } F(1,6;1,1) = 250 \cdot 1,6 + 160 \cdot 1,1 = 576 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$C \in (d_1) \cap (d_4) \Rightarrow C(1,6;0,2), \text{ ta có } F(1,6;0,2) = 250 \cdot 1,6 + 160 \cdot 0,2 = 432 \text{ (nghìn đồng)}$$

$$D \in (d_3) \cap (d_4) \Rightarrow D(0,6;0,7), \text{ ta có } F(0,6;0,7) = 250 \cdot 0,6 + 160 \cdot 0,7 = 262 \text{ (nghìn đồng)}$$

Vậy gia đình đó cần mua 0,3 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn để chi phí là ít nhất.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong các bất phương trình sau đây, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x - y < 3$.

B. $x - 2y^2 \leq 1$.

C. $x^2 - y > 0$.

D. $x^2 - 2y^3 > 3$.

Câu 2: Điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 2y + 2 \leq 0 \\ 3x - y + 5 \geq 0 \end{cases}$?

A. $Q(-2;0)$.

B. $P(-2;1)$.

C. $N(0;0)$.

D. $M(0;-1)$.

Câu 3: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 3 \leq 0 \\ 2x - 3y + 6 > 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên?

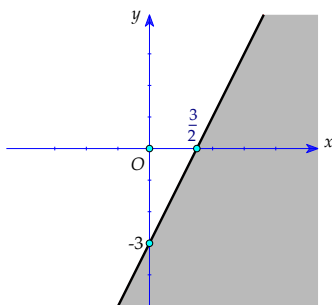
A. $O(0;0)$.

B. $P(-6;0)$.

C. $N(-1;1)$.

D. $M(1;1)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , phần nửa mặt phẳng không tô đậm (không kể bờ) trong hình vẽ bên là biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?



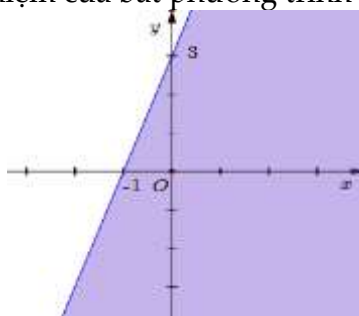
A. $2x - y > 3$.

B. $2x - y < 3$.

C. $x - 2y > 3$.

D. $x - 2y < 3$.

Câu 5: Trong mặt phẳng (Oxy) , phần nửa mặt phẳng không tô đậm (kể cả bờ) trong hình vẽ dưới đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình nào?



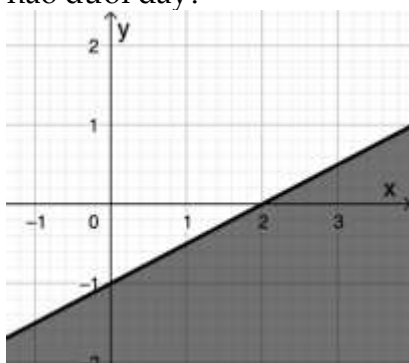
A. $x - 3y \geq 3$.

B. $3x - y \geq 3$.

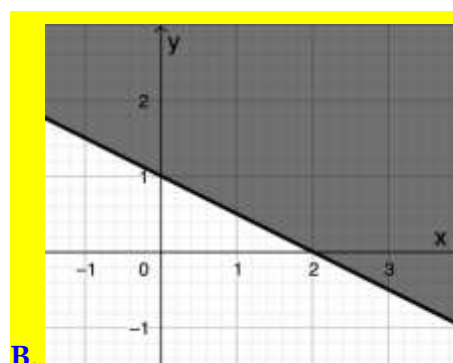
C. $3x - y \geq -3$.

D. $3x - y \leq -3$.

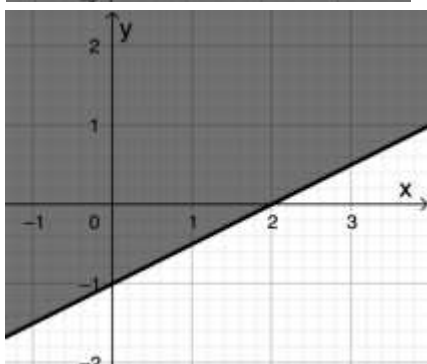
Câu 6: Miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y \leq 2$ là phần không tô đậm (kể cả biên) trong hình vẽ nào dưới đây?



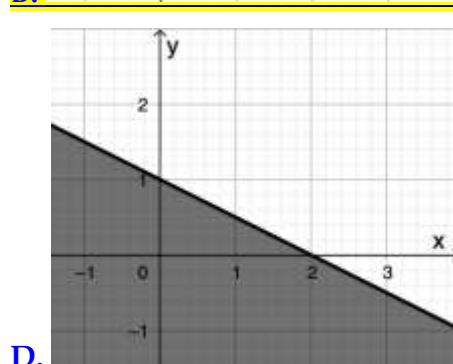
A.



B.



C.



D.

Câu 7: Cặp số $(1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $x + y - 3 > 0$.

B. $-x - y < 0$.

C. $x + 3y + 1 < 0$.

D. $-x - 3y - 1 < 0$.

Lời giải:

$f(x, y) = x + 3y + 1$. Thay $f(1, -1) = 1 - 3 + 1 = -1 < 0$.

Câu 8: Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $-2(x - y) + y > 3$?

A. $(4; -4)$.

B. $(2; 1)$.

C. $(-1; -2)$.

D. $(-4; 4)$.

Lời giải:

$$-2(x - y) + y > 3 \Leftrightarrow -2x + 3y > 3 \Leftrightarrow y > \frac{2x + 3}{3} (*)$$

Thay các đáp án vào bpt(*) để kiểm tra

Câu 9: Cặp số nào sau đây **không** là nghiệm của bất phương trình $5x - 2(y - 1) \leq 0$?

A. $(0; 1)$.

B. $(1; 3)$.

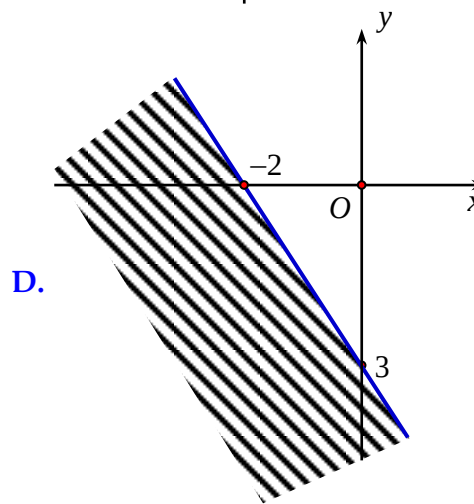
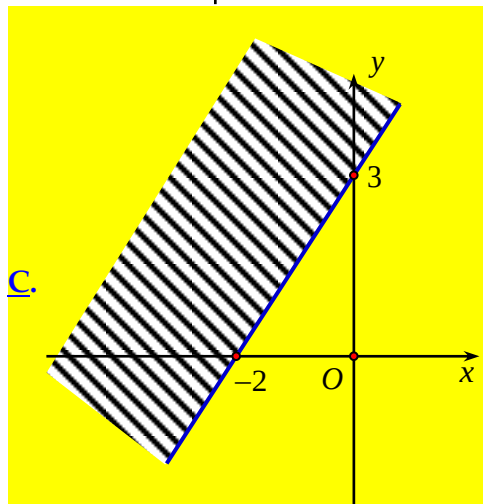
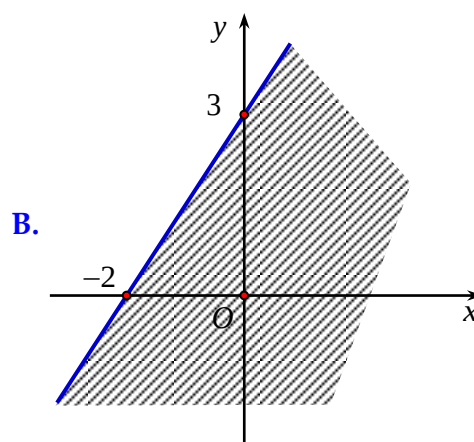
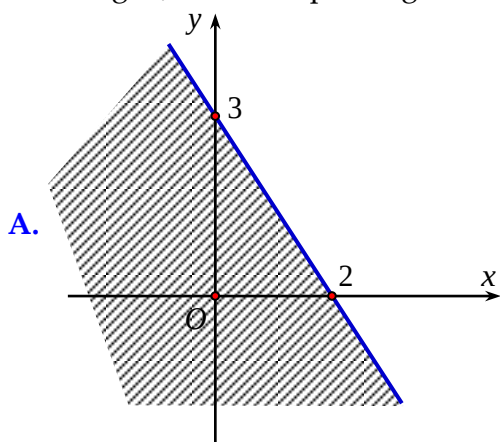
C. $(-1; 1)$.

D. $(-1; 0)$.

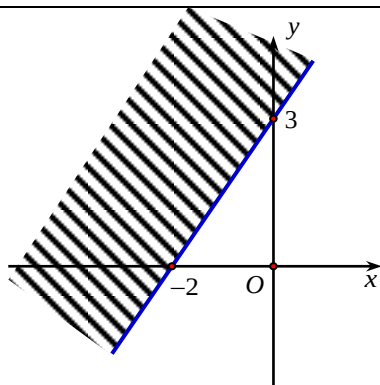
Lời giải:

Ta có $5x - 2(y - 1) \leq 0 \Leftrightarrow 5x - 2y + 2 \leq 0$; ta thay từng đáp án vào bất phương trình, cặp $(1; 3)$ không thỏa mãn bất phương trình vì $5.1 - 2.3 + 2 \leq 0$ là sai. Vậy chọn **B**.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



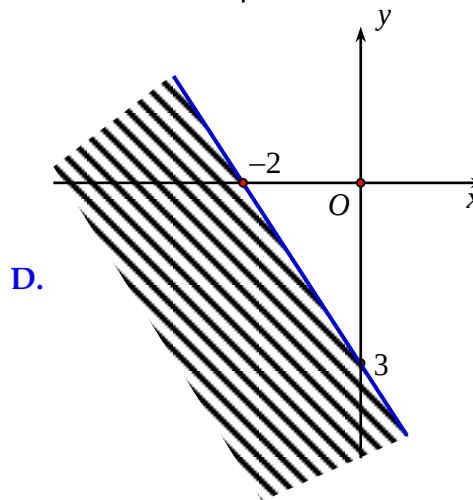
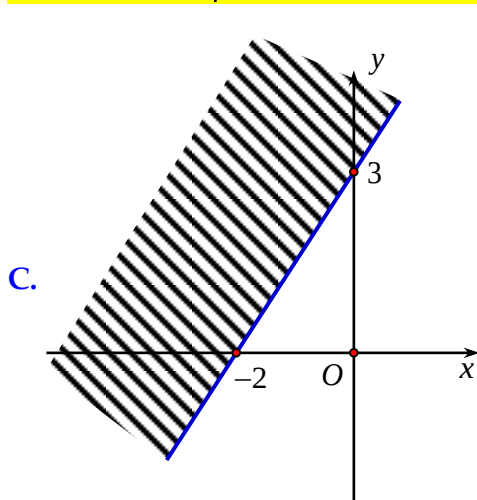
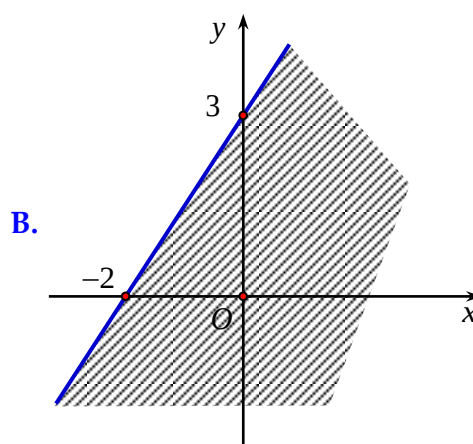
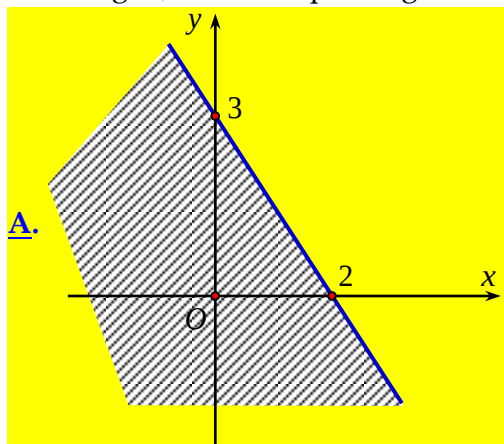
Lời giải:



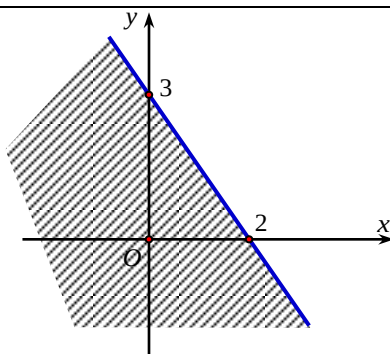
Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 11: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là



Lời giải:

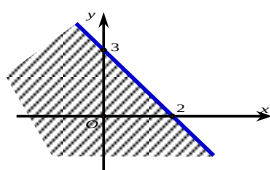


Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = 6$.

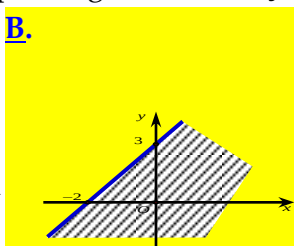
Ta thấy $(0; 0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 12: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y < -6$ là

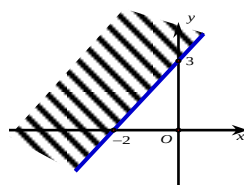
A.



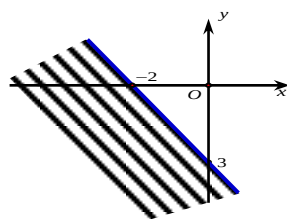
B.



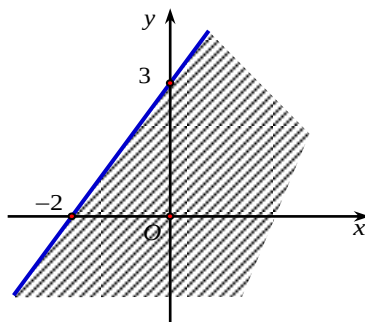
C.



D.



Lời giải:

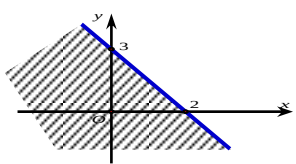


Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

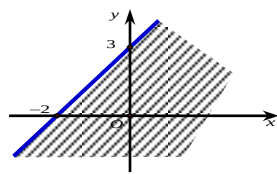
Ta thấy $(0; 0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 13: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là

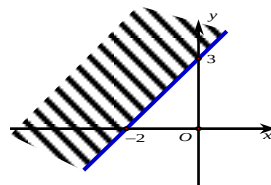
A.



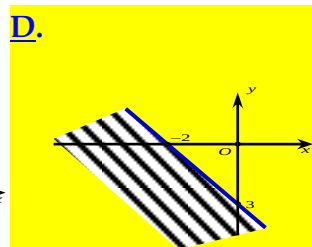
B.



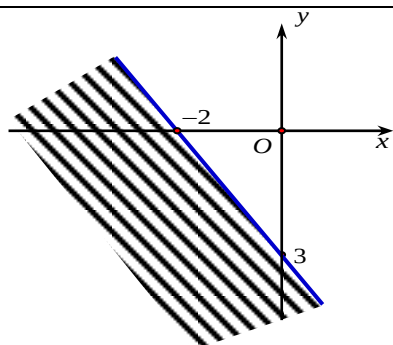
C.



D.



Lời giải:



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 14: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm nào sau

đây?

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(2; 1)$.

D. $(8; 4)$.

Lời giải:

Ta dùng máy tính lần lượt kiểm tra các đáp án để xem đáp án nào thỏa hệ bất phương trình trên.

Câu 15: Trong các cặp số sau, tìm cặp số **không** là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$$

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-1; -1)$.

Lời giải:

Ta dùng máy tính lần lượt kiểm tra các đáp án để xem đáp án nào **không** thỏa hệ bất phương trình trên với mọi x .

Câu 16: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}?$$

A. $(-1; 4)$.

B. $(-2; 4)$.

C. $(0; 0)$.

D. $(-3; 4)$.

Lời giải:

Nhận xét: chỉ có điểm $(0; 0)$ không thỏa mãn hệ.

Câu 17: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x - 1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A.** Điểm $A(2;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- B.** Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- C.** Điểm $C(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- D.** Điểm $D(3;4)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Lời giải:

Lần lượt thay tọa độ điểm ở mỗi phương án vào hệ bất phương trình đã cho, ta thấy $(x_0; y_0) = (2; 1)$

là nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 18: Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$$

Hỏi khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- B.** Điểm $B(1;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- C.** Điểm $C(0;-2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.
- D.** Điểm $D(0;2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Lời giải:

Lần lượt thay tọa độ điểm ở mỗi phương án vào hệ bất phương trình đã cho, ta thấy $(x_0; y_0) = (0; -2)$ là nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Câu 19: Điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$

Lời giải:

Thay $x = 0; y = 0$ vào từng đáp án ta được:

$$\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 > 0 \\ 4 > 0 \end{cases} \text{ (loại A.)}; \quad \begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 > 0 \\ 4 < 0 \end{cases} \text{ (Loại B.)}$$

$$\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 < 0 \\ 4 > 0 \end{cases} \text{ (thỏa mãn). Vậy chọn C.}$$

Câu 20: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 & (1) \\ 4x - 3y \leq 2 & (2) \end{cases}$$
 có tập nghiệm S . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

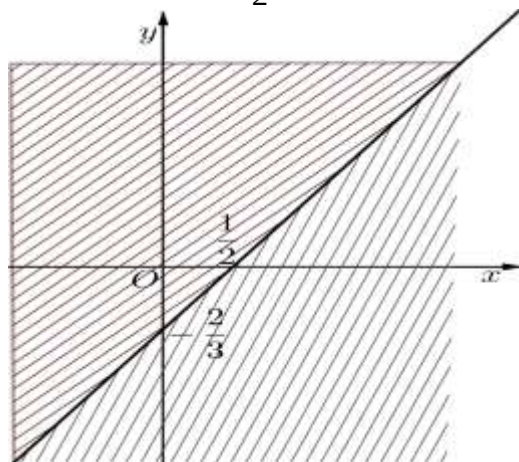
B. $S = \{(x; y) | 4x - 3y = 2\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

Lời giải:

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng: $(d_1): 2x - \frac{3}{2}y = 1$ và $(d_2): 4x - 3y = 2$



Thử trực tiếp ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình (2) nhưng không phải là nghiệm của bất phương trình (1). Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, tập hợp nghiệm của hệ bất phương trình chính là các điểm thuộc đường thẳng $(d): 4x - 3y = 2$.

Câu 21: Cho hệ $\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm của

bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì

A. $S_1 \subset S_2$.

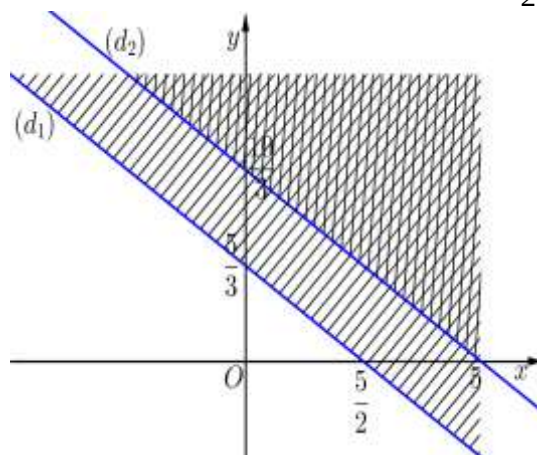
B. $S_2 \subset S_1$.

C. $S_2 = S$.

D. $S_1 \neq S$.

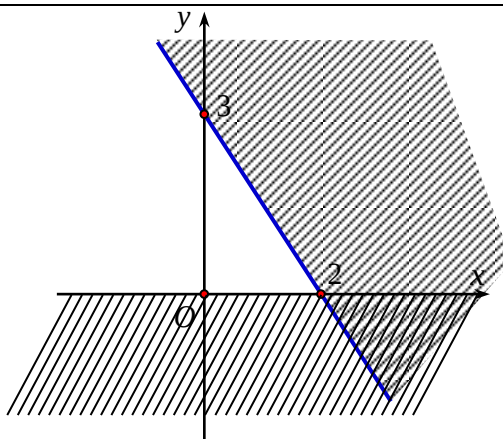
Lời giải:

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng: $(d_1): 2x + 3y = 5$ và $(d_2): x + \frac{3}{2}y = 5$



Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 22: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

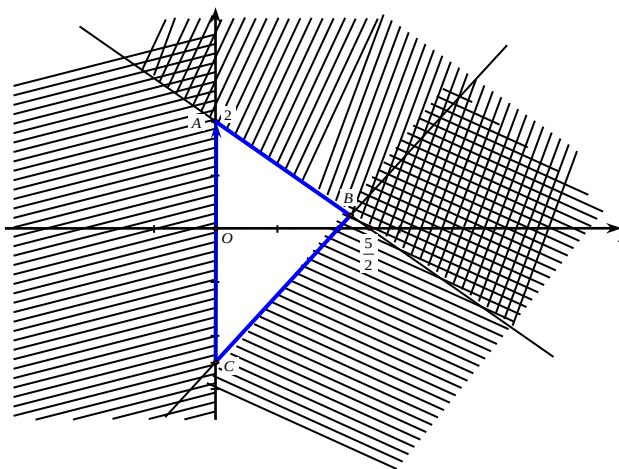
Lời giải:

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1): y = 0$ và đường thẳng $(d_2): 3x + 2y = 6$.

Miền nghiệm gồm phần y nhận giá trị dương.

Lại có $(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $3x + 2y < 6$.

Câu 23: Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị gồm các đường thẳng:

$(d_1): x = 0$; $(d_2): 4x + 5y = 10$; $(d_3): 5x - 4y = 10$

Miền nghiệm gần phần mặt phẳng nhận giá trị x dương (kể cả bờ (d_1)).

Lại có $(0; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình $4x + 5y \leq 10$ và $5x - 4y \leq 10$.

Câu 24: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kể cả các cạnh với $A(0;3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2;0)$ và $O(0;0)$.

B. Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kể cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.

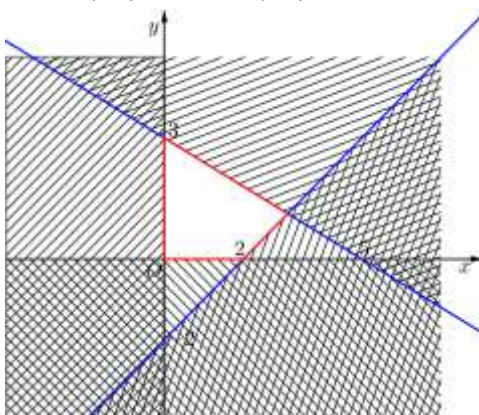
C. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.

D. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Lời giải:

Trước hết, ta vẽ bốn đường thẳng:

$(d_1): x - y = 2$; $(d_2): 3x + 5y = 15$; $(d_3): x = 0$; $(d_4): y = 0$



Miền nghiệm là phần không bị gạch, kể cả biên.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là.

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

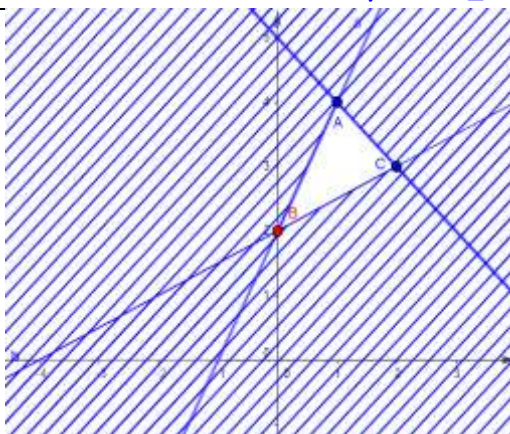
B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải:

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

Ta có: $F(A) = 4 - 1 = 3; F(B) = 2; F(C) = 3 - 2 = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

Câu 26: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm S $x; y$ có tọa độ

là

A. $(4;1)$.

B. $(3;1)$.

C. $(2;1)$.

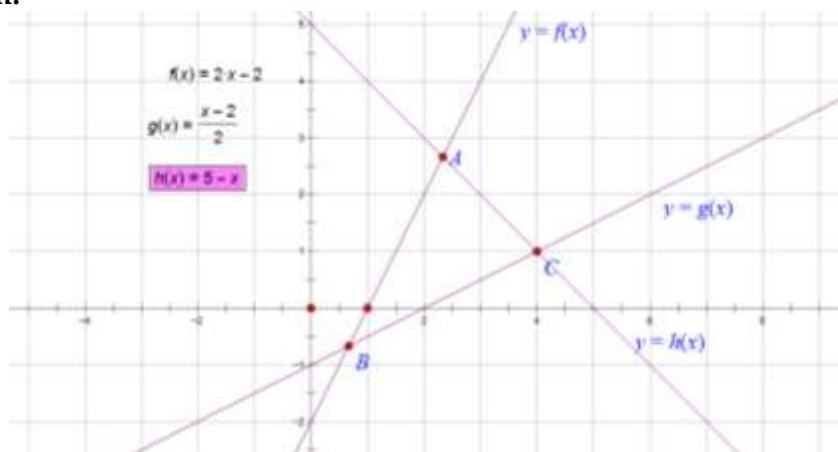
D. $(1;1)$.

Lời giải:

Cách 1: Thử máy tính Ta dùng máy tính lần lượt kiểm tra các đáp án để xem đáp án nào thỏa hệ bất phương trình trên loại được đáp án **D**.

Ta lần lượt tính hiệu $F = y - x$ và $\min F = -3$ tại $x = 4, y = 1$.

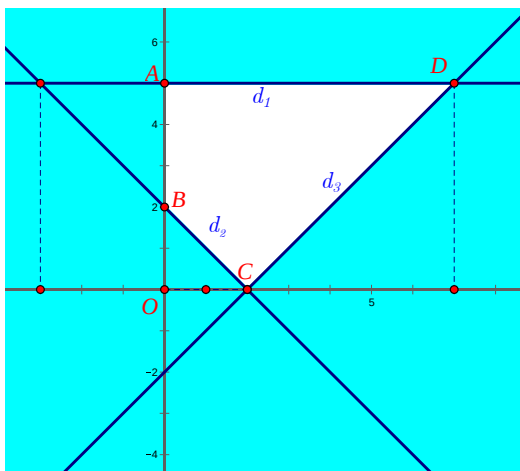
Cách 2: Tự luận:



Tọa độ $A\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right), B\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right), C(4;1)$. Giá trị F lần lượt tại tọa độ các điểm B, C, A là $-\frac{4}{3}, -3; \frac{1}{3}$. Suy ra $\min F = -3$ tại $4;1$.

- Câu 27:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - 2y$, với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là
- A. -12. B. -10. C. -8. D. -6.

Lời giải:



Vẽ các đường thẳng $d_1: y = 5$;

$d_2: x + y - 2 = 0$; $d_3: x - y - 2 = 0$;

$Ox: y = 0$; $Oy: x = 0$.

Các đường thẳng trên đôi một cắt nhau tại $A(0; 5)$

Vì điểm $M_0(2; 1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất pt trong hệ nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ d_1, d_2, d_3, Ox, Oy không chứa điểm M_0 . Miền không bị tô đậm là đa giác $ABCD$ kể cả các cạnh (hình bên) là miền nghiệm của hệ pt đã cho.

Kí hiệu $F(A) = F(x_A; y_A) = x_A - 2y_A$, ta có

$F(A) = -10, F(B) = -4, F(C) = 2, F(D) = -3, -10 < -4 < -3 < 2$.

Giá trị nhỏ nhất cần tìm là -10 .

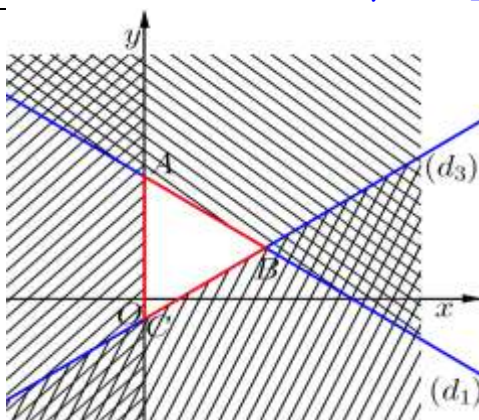
- Câu 28:** Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$, đạt giá trị

lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

- A. $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. B. $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. C. $a = 3$ và $b = 0$. D. $a = 3$ và $b = -\frac{9}{8}$.

Lời giải:

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng: $(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$; $(d_2): x = 0$; $(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$



Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên), với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Vậy ta có $a = 2 - 0 = 2$, $b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12}$.

Câu 29: Cho các giá trị x, y thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ 3x - y - 2 \geq 0 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = 3x + 2y.$$

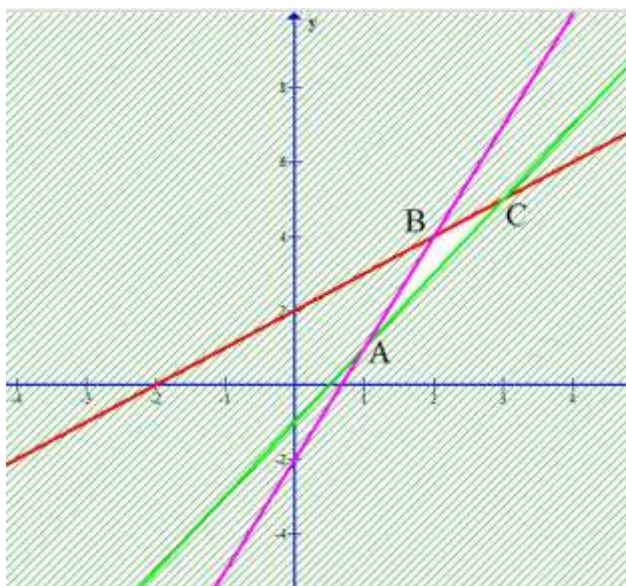
A. 19.

B. 25.

C. 14.

D. Không tồn tại.

Lời giải:



Miền nghiệm của hệ đã cho là miền trong tam giác ABC (Kể cả đường biên) trong đó $A(1;1)$, $B(2;4)$, $C(3;5)$.

Giá trị lớn nhất của $T = 3x + 2y$ đạt được tại các đỉnh của tam giác ABC .

Do $T_A = T(1;1) = 3.1 + 2.1 = 5$, $T_B = T(2;4) = 3.2 + 2.4 = 14$ và $T_C = T(3;5) = 3.3 + 2.5 = 19$ nên giá

trị lớn nhất của $T = 3x + 2y$ là 19 đạt được khi $x = 3$ và $y = 5$.

Câu 30: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

- Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;
- Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

A. 5 lít nước cam và 4 lít nước táo.

B. 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.

C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo.

D. 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Lời giải:

Giả sử x, y lần lượt là số lít nước cam và số lít nước táo mà mỗi đội cần pha chế.

Suy ra $30x + 10y$ là số gam đường cần dùng;

$x + y$ là số lít nước cần dùng;

$x + 4y$ là số gam hương liệu cần dùng.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \quad (*)$$

Số điểm thưởng nhận được sẽ là $P = 60x + 80y$.

Miền nghiệm là tứ giác $OABC$ với $O(0;0)$, $A(0;6)$, $B(4;5)$, $C(7;0)$

$P(O) = 0, P(A) = 480, P(B) = 640, P(C) = 420$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 640$ với $x = 4, y = 5$ thỏa mãn $(*)$.

Câu 31: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

A. 30 kg loại I và 40 kg loại II.

B. 20 kg loại I và 40 kg loại II.

C. 30 kg loại I và 20 kg loại II.

D. 25 kg loại I và 45 kg loại II.

Lời giải:

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ (kg) lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II cần sản xuất.

Khi đó, tổng số nguyên liệu sử dụng: $2x + 4y \leq 200$.

Tổng số giờ làm việc: $30x + 15y \leq 1200$.

Lợi nhuận tạo thành: $L = 40x + 30y$ (nghìn).

Thực chất của bài toán này là phải tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \end{cases} \text{ sao cho } L = 40x + 30y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Câu 32: Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin

B . Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A . Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

A. 600 đơn vị Vitamin A , 400 đơn vị Vitamin B .

B. 600 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B .

C. 500 đơn vị Vitamin A , 500 đơn vị Vitamin B .

D. 100 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B .

Lời giải:

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ lần lượt là số đơn vị vitamin A và B để một người cần dùng trong một ngày.

Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B nên ta có: $400 \leq x + y \leq 1000$.

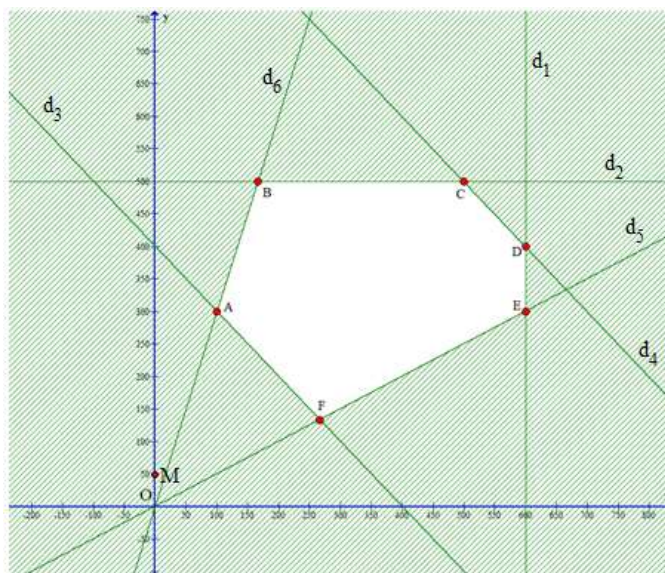
Hàng ngày, tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B nên ta có: $x \leq 600, y \leq 500$.

Mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A nên ta có: $0,5x \leq y \leq 3x$.

Số tiền cần dùng mỗi ngày là: $T(x, y) = 9x + 7,5y$.

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 600, 0 \leq y \leq 500 \\ 400 \leq x + y \leq 1000 \\ 0,5x \leq y \leq 3x \end{cases} \quad \text{để } T(x, y) = 9x + 7,5y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$



Miền nghiệm là hình lục giác $ABCDEF$ với:

$$A(100; 300), B\left(\frac{500}{3}; 500\right), C(500; 500), D(600; 400), E(600; 300), F\left(\frac{800}{3}; \frac{400}{3}\right)$$

$$T_A = 3150, T_B = 5250, T_C = 8250, T_D = 8400, T_E = 7650, T_F = 3400$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là $T = 3150$ với $x = 100, y = 300$.

Câu 33: Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B₁, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

- Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B₁, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.
- Cách thứ hai cắt được 2 hộp B₁, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy sâm phải có là 900 hộp, số hộp B₁ tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

A. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.

B. Cắt theo cách một 150 tấm, cắt theo cách hai 100 tấm.

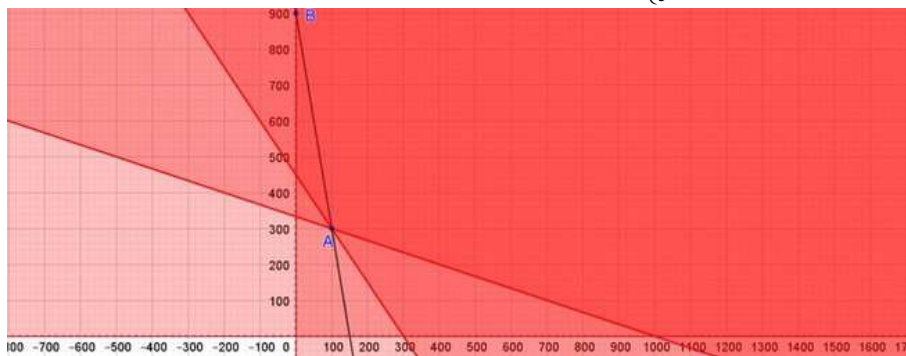
C. Cắt theo cách một 50 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.

D. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 200 tấm.

Lời giải:

Gọi $x \geq 0$, $y \geq 0$ lần lượt là số tấm bìa cắt theo cách thứ nhất, thứ hai.

$$\text{Bài toán đưa đến tìm } x \geq 0, y \geq 0 \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} 3x + 2y \geq 900 \\ x + 3y \geq 1000 \\ 6x + y = 900 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \text{ sao cho } L = x + y \text{ nhỏ nhất.}$$



Miền nghiệm của hệ là đoạn AB với: $A(100; 300)$, $B(0; 900)$

$$L_A = 400, L_B = 900$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là $L = 400$ với $x = 100$, $y = 300$.

Câu 34: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu, 9 lít nước và 210 gam đường để pha chế nước ngọt loại I và nước ngọt loại II. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại I cần 10 gam đường, 1 lít nước và 4 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại II cần 30 gam đường, 1 lít nước và 1 gam hương liệu. Mỗi lít nước ngọt loại I được 80 điểm thưởng, mỗi lít nước ngọt loại II được 60 điểm thưởng. Hỏi số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là bao nhiêu?

A. 540.

B. 600.

C. 640.

D. 720.

Lời giải:

Gọi số lít nước ngọt loại I là x và số lít nước ngọt loại II là y . Khi đó ta có hệ điều kiện về vật

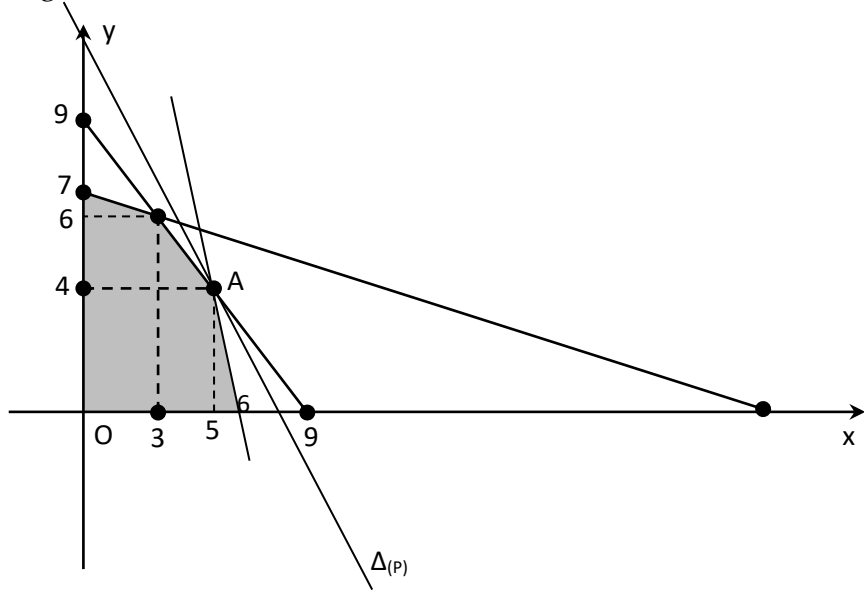
liệu ban đầu mà mỗi đội được cung cấp:
$$\begin{cases} 10x + 30y \leq 210 \\ 4x + y \leq 24 \\ x + y \leq 9 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y \leq 21 \\ 4x + y \leq 24 \\ x + y \leq 9 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Điểm thường đạt được: $P = 80x + 60y$

Bài toán đưa về tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P trong miền D được cho bởi hệ điều kiện

Biến đổi biểu thức $P = 80x + 60y \Leftrightarrow 80x + 60y - P = 0$ đây là họ đường thẳng Δ trong hệ tọa độ Oxy

Miền D được xác định trong hình vẽ bên dưới:



Giá trị lớn nhất của P ứng với đường thẳng Δ đi qua điểm $A(5;4)$, suy ra:

$$80 \cdot 5 + 60 \cdot 4 - P = 0 \rightarrow P = 640 = P_{\max}.$$

Câu 35: Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A cần 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B cần 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

A. Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B .

B. Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm B .

C. Sản xuất $\frac{10}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{49}{9}$ tấn sản phẩm B .

D. Sản xuất 6 tấn sản phẩm B và không sản xuất sản phẩm A .

Lời giải:

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ (tấn) là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm A và sản phẩm B . Ta có:

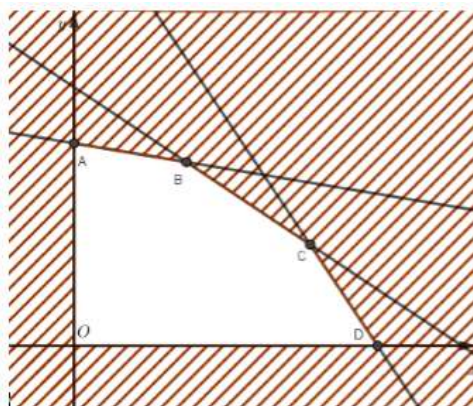
$x + 6y$ là thời gian hoạt động của máy I .

$2x + 3y$ là thời gian hoạt động của máy II .

$3x + 2y$ là thời gian hoạt động của máy III.

Số tiền lãi của nhà máy: $T = 4x + 3y$ (triệu đồng).

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn
$$\begin{cases} x + 6y \leq 36 \\ 2x + 3y \leq 23 \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases}$$
 để $T = 4x + 3y$ đạt giá trị lớn nhất.



Miền nghiệm là hình ngũ giác $OABCD$ với: $O(0;0)$, $A(0;6)$, $B\left(\frac{10}{3}; \frac{49}{9}\right)$, $C(7;3)$, $D(9;0)$

$$T_O = 0, T_A = 18, T_B = \frac{89}{3}, T_C = 37, T_D = 36$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là $T = 37$ với $x = 7, y = 3$.

HẾT

Huế, 15h00' Ngày 02 tháng 8 năm 2023