

TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẾN TRE

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1

NĂM HỌC 2019 - 2020

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)



MÃ ĐỀ THI: 245

Họ và tên: SBD:

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < \log_2(3-x)$ là

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (1; 3]$. C. $S = (-1; 1)$. D. $S = (-\infty; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

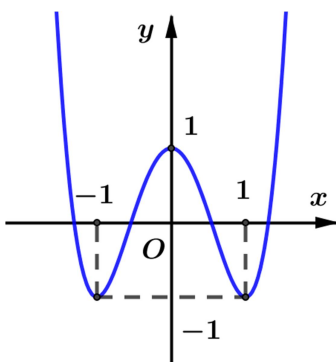
Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{2}$?

- A. $P(2; 1; 2)$. B. $Q(-3; -4; 1)$. C. $N(3; 4; -1)$. D. $M(-3; -4; -1)$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào ?



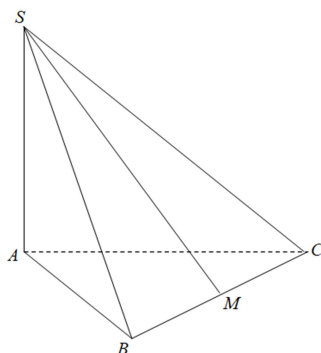
- A. $y = x^4 + x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = x^2 - 3x$. D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 5: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(3a) = 3\log a$. B. $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$. C. $\log(a^3) = 3\log a$. D. $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = \frac{\sqrt{2}a}{2}$, $AB = AC = a$. Gọi M là trung điểm của BC (xem hình vẽ).

Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC)



- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 7: Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$ bằng cách đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$. B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$. C. $I = \frac{2}{9} \int_1^e t^2 dt$. D. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t dt$.

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = (2+i)^2$ có tọa độ là

- A. $M(5;4)$. B. $Q(3;4)$. C. $N(4;-3)$. D. $P(-3;4)$.

Câu 9: Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x - 10$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 10: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 5$. B. $y = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Câu 11: Thể tích V của khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $R = 4$ là :

- A. 16π . B. 96π . C. 48π . D. 32π .

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = 2a^3$. B. a^3 . C. $V = 3a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

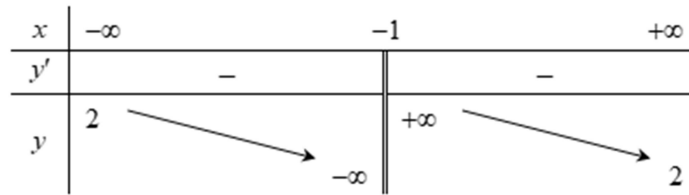
Câu 13: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_2(ab) = \log_4(ab^4)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + 6x - 4y + 2z - 2 = 0$ có bán kính là

- A. $R = 2\sqrt{3}$. B. $R = 16$. C. $R = 4$. D. $R = \sqrt{22}$.

Câu 15: Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây là sai?



- A. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $I(-1; 2)$.
 B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$.
 C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x + 3)^{-1}$ là

- A. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 1] \cup (3; +\infty)$.

Câu 17: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AC = 2a\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành hình trụ. Diện tích toàn phần S_p của hình trụ là

- A. $S_p = 16\pi a^2$. B. $S_p = 10\pi a^2$. C. $S_p = 12\pi a^2$. D. $S_p = 8\pi a^2$.

Câu 18: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

- A. -10. B. -21. C. 6. D. -1.

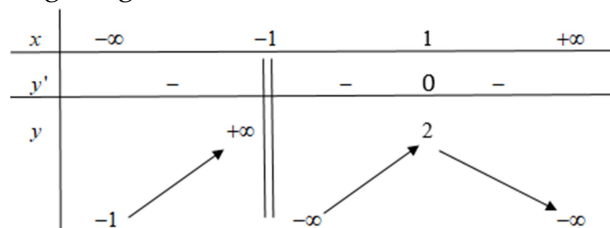
Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x - 2y + z + 6 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (5; -2; 6)$. B. $\vec{n}_3 = (5; -2; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (5; 1; 6)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 6)$.

Câu 20: Phương trình $7^{2x^2 + 5x + 4} = 49$ có tổng các nghiệm bằng

- A. 1. B. $-\frac{5}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. -1.

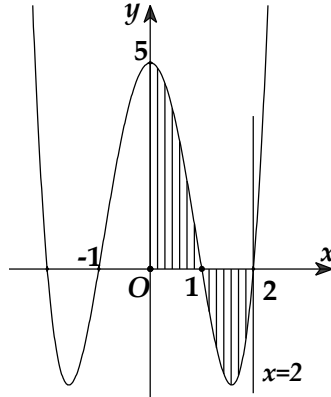
Câu 21: Đồ thị hàm số $y = f(x)$ với bảng biến thiên như hình vẽ có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng bằng bao nhiêu?



- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

- Câu 22:** Trong không gian tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có vector chỉ phương là:
- A. $\vec{u}(-3; -4; -7)$. B. $\vec{u}(3; -4; -7)$. C. $\vec{u}(3; -4; 7)$. D. $\vec{u}(-3; -4; 7)$.

- Câu 23:** Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ (miền phẳng được gạch chéo trong hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- A. $S = \int_0^2 |f(x)| dx$. B. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.
- C. $S = \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$. D. $S = \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.
- Câu 24:** Trong không gian Oxyz, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 0; 2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là
- A. $M'(1; 0; 0)$. B. $M'(-1; 0; -2)$. C. $M'(0; 0; 2)$. D. $M'(1; 0; 2)$.
- Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2; -1; 3), B(4; 0; 1)$ và $C(-10; 5; 3)$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?
- A. $\vec{n} = (1; 2; 2)$. B. $\vec{n} = (1; 2; 0)$. C. $\vec{n} = (1; 8; 2)$. D. $\vec{n} = (1; -2; 2)$.
- Câu 26:** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. 1. D. 0.
- Câu 27:** Một mặt cầu có đường kính bằng a có diện tích S bằng bao nhiêu?
- A. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$. B. $S = \pi a^2$. C. $S = \frac{\pi a^2}{3}$. D. $S = 4\pi a^2$.
- Câu 28:** Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của một hình nón (N) . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là

A. $S_{xq} = \pi Rh$.

B. $S_{xq} = 2\pi Rh$.

C. $S_{xq} = \pi Rl$.

D. $S_{xq} = 2\pi Rl$.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

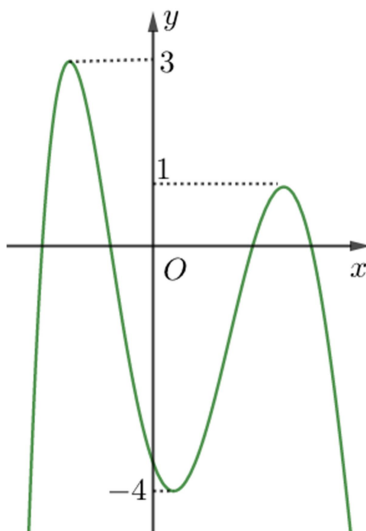
A. 0.

B. $1-i$.

C. 1.

D. 2.

Câu 30: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm phương trình $3f(x) = 2$ là



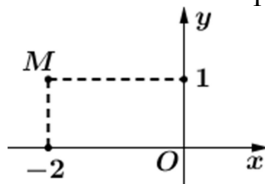
A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 31: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức z .



Ký hiệu $\bar{z}$ là số phức liên hợp của z . Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\bar{z} = -2+i$.

B. $\bar{z} = -2-i$.

C. $\bar{z} = 1+2i$.

D. $\bar{z} = 2+i$.

Câu 32: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + 3$ là

A. $\frac{x^3}{3} + 3x + C$.

B. $\frac{x^2}{2} + 3x + C$.

C. $x^2 + 3 + C$.

D. $x^3 + 3x + C$.

Câu 33: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1, u_3 = 3$. Tính giá trị của u_7 ?

A. $u_7 = 9$.

B. $u_7 = 5$.

C. $u_7 = 6$.

D. $u_7 = -9$.

Câu 34: Ký hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M(3; -1)$.

B. $M(3; 1)$.

C. $M(-3; 1)$.

D. $M(-3; -1)$.

Câu 35: Ký hiệu P_n, A_n^k, C_n^k lần lượt là số các hoán vị của tập có n phần tử, số các chỉnh hợp chập k của tập có n phần tử, số các tổ hợp chập k của tập có n phần tử với $k, n \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

- A. $P_n = n!$. B. $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$. C. $A_n^n = 1$. D. $C_n^n = 1$.

Câu 36: Cho $\int_1^2 f(x)dx = -3$ và $\int_2^3 f(x)dx = 4$, khi đó tích phân $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. -12 . B. 7 . C. 12 . D. 1 .

Câu 37: Rút gọn biểu thức $P = x^2 \sqrt[3]{x}$.

- A. $P = x^{\frac{5}{8}}$. B. $P = x^4$. C. $P = x^{\frac{5}{16}}$. D. $P = x^{\frac{3}{16}}$.

Câu 38: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao là h được tính bởi công thức

- A. $V = \pi Bh$. B. $V = \frac{1}{3} Bh$. C. $V = Bh$. D. $V = 2\pi Bh$.

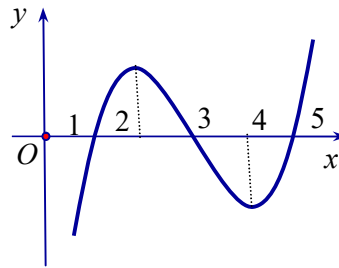
Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB \leq 2\sqrt{2}$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

- A. -6 . B. -27 . C. 9 . D. 0 .

Câu 40: Đội học sinh giỏi trường trung học phổ thông chuyên bến tre gồm có 8 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh. Xác suất để trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối là

- A. $\frac{71131}{75582}$. B. $\frac{35582}{3791}$. C. $\frac{143}{153}$. D. $\frac{71128}{75582}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x+1)$. Kết luận nào sau đây đúng?



- A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.
 B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
 C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
 D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(4;6)$.

Câu 42: Một người gửi vào ngân hàng với lãi suất $7,5\%$ / năm với hình thức lãi kép. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì người ấy có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 10 năm. B. 11 năm. C. 9 năm. D. 12 năm.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và CM .

A. $d = \frac{a}{3}$. B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $d = \frac{2a}{3}$. D. $d = \frac{a}{6}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x).f''(x) = x^3 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 2$.
Tính giá trị của $T = f^2(2)$

A. $\frac{160}{15}$ B. $\frac{268}{15}$ C. $\frac{4}{15}$ D. $\frac{268}{30}$

Câu 45: Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có AB, CD là hai dây cung của hai đường tròn đáy và mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng.

A. $\frac{5a^2}{4}$. B. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{4}$. C. $5a^2$. D. $\frac{5a^2}{2}$.

Câu 46: Giả sử $(x_0; y_0)$ là một nghiệm của phương trình $4^{x-1} + 2^x \sin(2^{x-1} + y - 1) + 2 = 2^x + 2 \sin(2^{x-1} + y - 1)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $x_0 > 7$. B. $-2 < x_0 < 4$. C. $4 < x_0 < 7$. D. $-5 < x_0 < -2$.

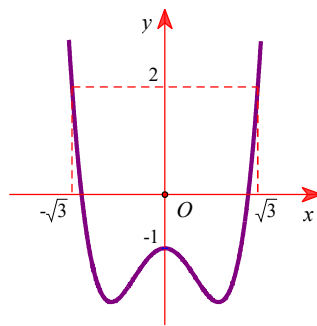
Câu 47: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng $2a$. Biết $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 120^\circ$.
Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $4\sqrt{2}a^3$. B. $2\sqrt{2}a^3$. C. $8a^3$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 48: Cho hàm số $y = |x^4 - 2x^3 + x^2 + a|$. Có bao nhiêu số thực a để $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = 10$?

A. 3. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Cho bất phương trình $3f(x) \geq x^3 - 3x + m$ (m là tham số thực). Điều kiện cần và đủ để bất phương trình $3f(x) \geq x^3 - 3x + m$ đúng với mọi $x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ là



A. $m \geq 3f(1)$. B. $m \geq 3f(-\sqrt{3})$. C. $m \leq 3f(0)$. D. $m \leq 3f(\sqrt{3})$.

Câu 50: Cho các số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq 1$ và $\log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + (x+1)(y+1) - 2 = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P với $P = 2x + y$

A. 2. B. 1. C. 0. D. $\frac{1}{2}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.C	4.D	5.C	6.D	7.B	8.B	9.A	10.B
11.D	12.B	13.A	14.C	15.D	16.B	17.D	18.B	19.B	20.B
21.D	22.C	23.D	24.C	25.A	26.D	27.B	28.C	29.A	30.A
31.B	32.A	33.A	34.D	35.C	36.D	37.A	38.C	39.A	40.D
41.B	42.A	43.C	44.B	45.D	46.B	47.A	48.C	49.D	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < \log_2(3-x)$ là

A. $S = (1; +\infty)$.

B. $S = (1; 3]$.

C. $S = (-1; 1)$.

D. $S = (-\infty; 1)$.

Lời giải.

Chọn C

Điều kiện: $-1 < x < 3$

Ta có $\log_2(x+1) < \log_2(3-x) \Leftrightarrow (x+1) < (3-x) \Leftrightarrow x < 1$

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 1)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0

Lời giải.

Chọn A

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua các điểm $x = -1$ và $x = 4$ nên hàm số có hai điểm cực trị

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{2}$?

A. $P(2; 1; 2)$.

B. $Q(-3; -4; 1)$.

C. $N(3; 4; -1)$.

D. $M(-3; -4; -1)$.

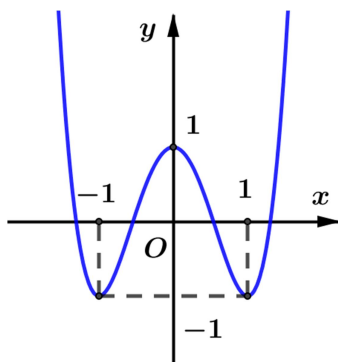
Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{3-3}{2} = \frac{4-4}{1} = \frac{-1+1}{2}$ (đúng)

Từ đây ta suy ra $N(3; 4; -1) \in d$.

Câu 4: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = x^4 + x + 1$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^2 - 3x$.

D. $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào hình dạng đồ thị loại đáp án A, C.

Mặt khác, hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$.

mà $y(\pm 1) = -1$, chọn đáp án D.

Câu 5: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log(3a) = 3 \log a$.

B. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

C. $\log(a^3) = 3 \log a$.

D. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

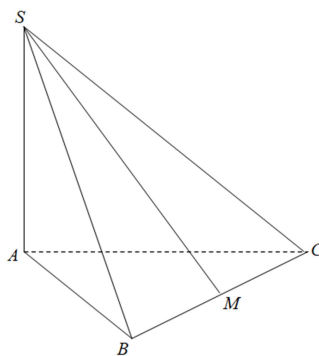
Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức logarit của một lũy thừa ta có $\log(a^3) = 3 \log a$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = \frac{\sqrt{2}a}{2}$, $AB = AC = a$. Gọi M là trung điểm của BC (xem hình vẽ).

Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC)



A. 90° .

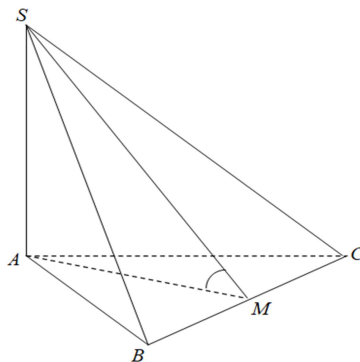
B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn D



Do SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên AM là hình chiếu vuông góc của SM trên mặt phẳng (ABC) , nên góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) là góc giữa SM và AM hay $\widehat{SMA}$.

Vì tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAM vuông tại A và có $SA = AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên tam giác SAM vuông cân tại A đó đó $\widehat{SMA} = 45^\circ$.

Câu 7: Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$ bằng cách đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$.

B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$.

C. $I = \frac{2}{9} \int_1^e t^2 dt$.

D. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t dt$.

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$$

+ Đặt $t = \sqrt{1+3\ln x} \Leftrightarrow t^2 = 1+3\ln x \Rightarrow 2t dt = \frac{3}{x} dx$.

+ Đổi cận: Với $x = 1 \Rightarrow t = 1$; với $x = e \Rightarrow t = 2$.

Khi đó : $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$.

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = (2+i)^2$ có tọa độ là

A. $M(5;4)$.

B. $Q(3;4)$.

C. $N(4;-3)$.

D. $P(-3;4)$.

Lời giải

Chọn B

$z = (2+i)^2 = 3+4i \Rightarrow$ số phức z có điểm biểu diễn là $Q(3;4)$.

Câu 9: Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x - 10$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$y' = 3x^2 + 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị

Câu 10: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = 5$.

B. $y = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn B

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang

Câu 11: Thể tích V của khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $R = 4$ là :

A. 16π .

B. 96π .

C. 48π .

D. 32π .

Lời giải

Chọn D

Khối nón có : $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 6 = 32\pi$.

Câu 12: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = 2a^3$.

B. a^3 .

C. $V = 3a^3$.

D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là : $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB^2 = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a^2 = a^3$.

Câu 13: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_2(ab) = \log_4(ab^4)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$.

B. $a^3 = b$.

C. $a = b$.

D. $a^2 = b$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2(ab) = \log_4(ab^4) \Leftrightarrow \log_2(ab) = \frac{1}{2}\log_2(ab^4)$

$\Leftrightarrow \log_2(ab)^2 = \log_2(ab^4) \Leftrightarrow a^2b^2 = ab^4 \Leftrightarrow a = b^2$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + 6x - 4y + 2z - 2 = 0$ có bán kính là

A. $R = 2\sqrt{3}$.

B. $R = 16$.

C. $R = 4$.

D. $R = \sqrt{22}$.

Lời giải

Chọn C

$$R = \sqrt{(-3)^2 + 2^2 + (-1)^2 + 2} = 4.$$

Câu 15: Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây là sai?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$	$\nearrow$	2

A. Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $I(-1; 2)$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 2$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x + 3)^{-1}$ là

A. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-\infty; 1] \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Hàm số xác định khi } x^2 - 4x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}.$$

Câu 17: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AC = 2a\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành hình trụ. Diện tích toàn phần S_p của hình trụ là

A. $S_p = 16\pi a^2$.

B. $S_p = 10\pi a^2$.

C. $S_p = 12\pi a^2$.

D. $S_p = 8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Hình chữ nhật $ABCD$ có $AC = 2a\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$ nên nó là hình vuông.

$$\Rightarrow AB = BC = CD = DA = 2a.$$

Khi quay hình chữ nhật quanh cạnh AB ta được hình trụ có chiều cao $h = AB = 2a$ và bán kính đáy là $r = BC = 2a$.

$$S_{tp} = 2\pi rl = 2\pi rh = 8\pi a^2.$$

Câu 18: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

A. -10.

B. -21.

C. 6.

D. -1.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = -3x^2 - 6x + 9$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Vì $x \in [-2; 1]$ nên ta loại nghiệm $x = -3$.

$$f(-2) = -21; f(1) = 6.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 1]$ là -21.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x - 2y + z + 6 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_2 = (5; -2; 6)$.

B. $\vec{n}_3 = (5; -2; 1)$.

C. $\vec{n}_1 = (5; 1; 6)$.

D. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(P): 5x - 2y + z + 6 = 0 \Rightarrow$ một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_3 = (5; -2; 1)$.

Câu 20: Phương trình $7^{2x^2+5x+4} = 49$ có tổng các nghiệm bằng

A. 1.

B. $-\frac{5}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. -1.

Lời giải

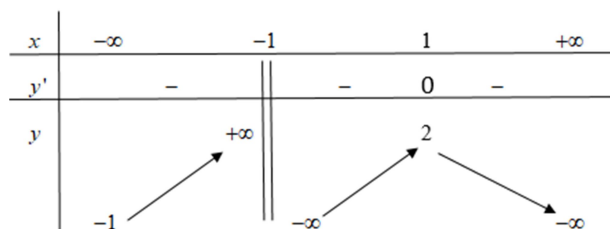
Chọn B

$$7^{2x^2+5x+4} = 49 \Leftrightarrow 7^{2x^2+5x+4} = 7^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Khi đó tổng các nghiệm của phương trình là $-\frac{5}{2}$.

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = f(x)$ với bảng biến thiên như hình vẽ có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng bằng bao nhiêu?



A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$. Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

Câu 22: Trong không gian tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ và điểm

$A(1; 2; 3)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}(-3; -4; -7)$.

B. $\vec{u}(3; -4; -7)$.

C. $\vec{u}(3; -4; 7)$.

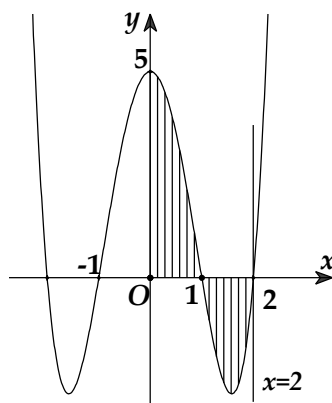
D. $\vec{u}(-3; -4; 7)$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d nhận vectơ chỉ phương của d làm vectơ chỉ phương. Vậy: $\vec{u}(3; -4; 7)$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ (miền phẳng được gạch chéo trong hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $S = \int_0^2 |f(x)| dx$.

B. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

C. $S = \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^2 f(x) dx \right|.$

D. $S = \left| \int_0^2 f(x) dx \right|.$

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ được tính bởi công thức

$$S = \int_0^2 |f(x)| dx = \int_0^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx.$$

$$\Rightarrow S = \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$$

$$\Rightarrow S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$$

Vậy $S = \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$ là phương án sai.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;0;2)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $M'(1;0;0).$

B. $M'(-1;0;-2).$

C. $M'(0;0;2).$

D. $M'(1;0;2).$

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;0;2)$ trên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0;0;2).$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3), B(4;0;1)$ và $C(-10;5;3)$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) ?

A. $\vec{n} = (1;2;2).$

B. $\vec{n} = (1;2;0).$

C. $\vec{n} = (1;8;2).$

D. $\vec{n} = (1;-2;2).$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (2;1;-2), \overrightarrow{AC} = (-12;6;0) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (12;24;24) = 12(1;2;2)$$

Vậy vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n} = (1;2;2).$

Câu 26: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{2}.$

B. $\frac{5}{2}.$

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng 0.

Câu 27: Một mặt cầu có đường kính bằng a có diện tích S bằng bao nhiêu?

A. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$.

B. $S = \pi a^2$.

C. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính của mặt cầu là: $R = \frac{a}{2}$.

Diện tích của mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \frac{a^2}{4} = \pi a^2$.

Câu 28: Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của một hình nón (N). Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là

A. $S_{xq} = \pi Rh$.

B. $S_{xq} = 2\pi Rh$.

C. $S_{xq} = \pi Rl$.

D. $S_{xq} = 2\pi Rl$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là: $S_{xq} = \pi Rl$.

Câu 29: Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là

A. 0.

B. $1-i$.

C. 1.

D. 2.

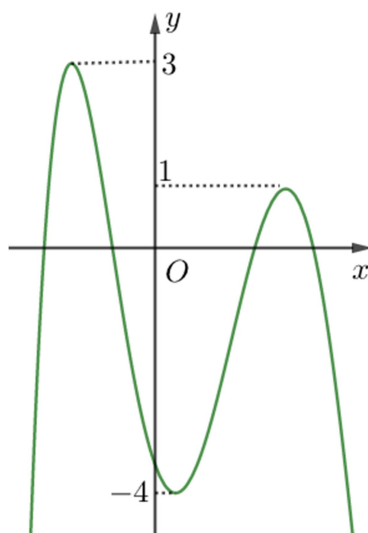
Lời giải

Chọn A

Ta có $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i \Leftrightarrow (3+2i)z = 4+i - (2-i)^2 \Leftrightarrow (3+2i)z = 4+i - (4-4i+i^2)$

$\Leftrightarrow (3+2i)z = 1+5i \Leftrightarrow z = \frac{1+5i}{3+2i} \Leftrightarrow z = 1+i$. Vậy hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là 0.

Câu 30: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm phương trình $3f(x) = 2$ là



A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

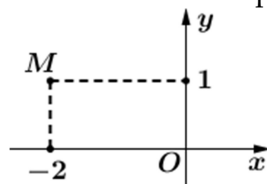
Ta có phương trình $3f(x) = 2 \quad (1) \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$.

Số nghiệm phương trình (1) là số giao điểm đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng

$y = \frac{2}{3}$. Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{2}{3}$ cắt nhau tại 4

điểm phân biệt. Vậy phương trình $3f(x) = 2$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 31: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn cho số phức z .



Ký hiệu $\bar{z}$ là số phức liên hợp của z . Khi đó mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\bar{z} = -2 + i$.

B. $\bar{z} = -2 - i$.

C. $\bar{z} = 1 + 2i$.

D. $\bar{z} = 2 + i$.

Lời giải

Chọn B

Có $M(-2;1) \Rightarrow z = -2 + i \Rightarrow \bar{z} = -2 - i$.

Câu 32: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + 3$ là

A. $\frac{x^3}{3} + 3x + C$.

B. $\frac{x^2}{2} + 3x + C$.

C. $x^2 + 3 + C$.

D. $x^3 + 3x + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x)dx = \int (x^2 + 3)dx = \int x^2 dx + \int 3dx = \frac{x^3}{3} + 3x + C.$$

Câu 33: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1, u_3 = 3$. Tính giá trị của u_7 ?

A. $u_7 = 9$.

B. $u_7 = 5$.

C. $u_7 = 6$.

D. $u_7 = -9$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } u = x^2 + 1 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du$$

Câu 34: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M(3; -1)$.

B. $M(3; 1)$.

C. $M(-3; 1)$.

D. $M(-3; -1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$$

Vì z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương nên $z_0 = -1 + 3i$.

$$\Rightarrow w = iz_0 = i(-1 + 3i) = -i + 3i^2 = -3 - i \Rightarrow \text{điểm biểu diễn là } M(-3; -1).$$

Câu 35: Kí hiệu P_n, A_n^k, C_n^k lần lượt là số các hoán vị của tập có n phần tử, số các chỉnh hợp chập k của tập có n phần tử, số các tổ hợp chập k của tập có n phần tử với $k, n \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào sai?

A. $P_n = n!$.

B. $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

C. $A_n^n = 1$.

D. $C_n^n = 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có công thức } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

$$\text{Từ đây ta suy ra } A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = n!. \text{ Do đó đáp án C sai.}$$

Câu 36: Cho $\int_1^2 f(x)dx = -3$ và $\int_2^3 f(x)dx = 4$, khi đó tích phân $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. -12 .

B. 7 .

C. 12 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = -3 + 4 = 1.$$

Câu 37: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \sqrt[8]{x}$.

A. $P = x^{\frac{5}{8}}$.

B. $P = x^4$.

C. $P = x^{\frac{5}{16}}$.

D. $P = x^{\frac{3}{16}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P = x^{\frac{1}{2}} \sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{8}} = x^{\frac{1+1}{2}} = x^{\frac{5}{8}}$.

Câu 38: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao là h được tính bởi công thức

A. $V = \pi Bh$.

B. $V = \frac{1}{3} Bh$.

C. $V = Bh$.

D. $V = 2\pi Bh$.

Lời giải

Chọn C

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB \leq 2\sqrt{2}$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

A. -6 .

B. -27 .

C. 9 .

D. 0 .

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{-2x+1}{x+1} = -x + m$ (1)

Điều kiện: $x \neq -1$.

Phương trình (1) $\Rightarrow \frac{-2x+1}{x+1} = -x + m$

$\Leftrightarrow -2x+1 = (-x+m)(x+1)$

$\Leftrightarrow -x^2 + (m+1)x + m - 1 = 0$ (2).

Để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt

A, B thì phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ -3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 6m - 3 > 0$.

$\Leftrightarrow m \in (-\infty; -3-2\sqrt{3}) \cup (-3+2\sqrt{3}; +\infty)$ (3).

Gọi $A(x_A; -x_A + m), B(x_B; -x_B + m)$ là tọa độ giao điểm:

Theo đề ta có:

$AB \leq 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (x_B - x_A)^2} \leq 2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow 2(x_B - x_A)^2 = 8 \Leftrightarrow x_B^2 - 2x_A \cdot x_B + x_A^2 - 4 \leq 0$

$\Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 4x_A \cdot x_B - 4 \leq 0$.

$\Leftrightarrow (m+1)^2 - 4(1-m) - 4 < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 7 < 0 \Leftrightarrow m \in (-7; 1) \quad (4)$$

Từ (3) và (4) ta có $m \in (-7; -3 - 2\sqrt{2}) \cup (-3 + 2\sqrt{2}; 1)$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-6; 0\}$

Chọn A.

Câu 40: Đội học sinh giỏi trường trung học phổ thông chuyên bến tre gồm có 8 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh. Xác suất để trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối là

A. $\frac{71131}{75582}$.

B. $\frac{35582}{3791}$.

C. $\frac{143}{153}$.

D. $\frac{71128}{75582}$.

Lời giải

Chọn D

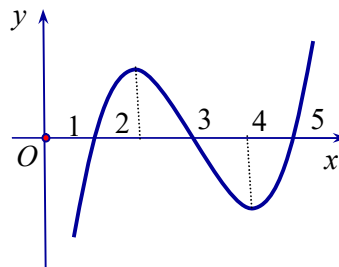
Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{19}^8 = 75582$.

Gọi A là biến cố: "trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối".

Ta có: $n(\Omega) = C_{19}^8 - (C_{14}^8 + C_{13}^8 + C_{11}^8 - C_8^8) = 21128$.

$$P(A) = \frac{21128}{75582}.$$

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x+1)$. Kết luận nào sau đây đúng?



A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; 4)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(4; 6)$.

Lời giải

Chọn B

$$g(x) = f(x+1).$$

$$\text{Ta có: } g'(x) = f'(x+1)$$

$$\text{Hàm số } g(x) \text{ đồng biến} \Leftrightarrow g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 5 \\ 1 < x+1 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 0 < x < 2 \end{cases}.$$

$$\text{Hàm số } g(x) \text{ nghịch biến} \Leftrightarrow g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x+1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x+1 < 5 \\ x+1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x < 4 \\ x < 0 \end{cases}.$$

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$; $(4;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;4)$; $(-\infty;0)$.

Câu 42: Một người gửi vào ngân hàng với lãi suất 7,5% / năm với hình thức lãi kép. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì người ấy có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 10 năm.

B. 11 năm.

C. 9 năm.

D. 12 năm.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là số tiền người đó gửi vào ban đầu.

Số tiền người ấy nhận được cả vốn lẫn lãi sau n (năm) là: $T_n = A(1 + 7,5\%)^n$.

Theo đề ta có: $T_n - A > A \Leftrightarrow T_n > 2A \Leftrightarrow A(1 + 7,5\%)^n > 2A \Leftrightarrow (1 + 7,5\%)^n > 2 \Leftrightarrow n > 9,58$.

Vậy sau 10 năm thì người ấy có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và vuông góc với $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và CM .

A. $d = \frac{a}{3}$.

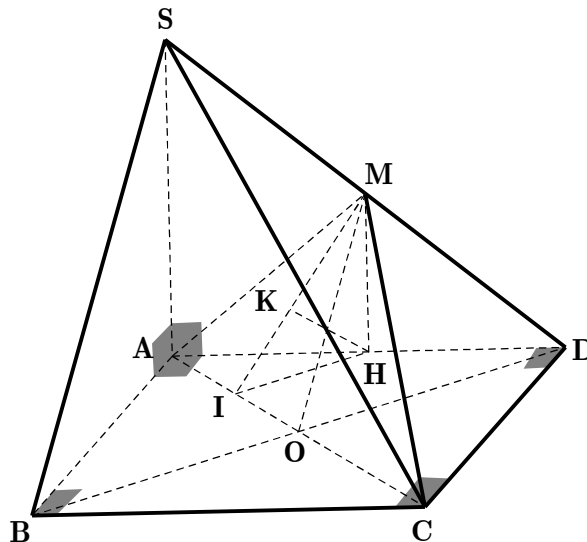
B. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $d = \frac{2a}{3}$.

D. $d = \frac{a}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên O là trung điểm của BD mà M là trung điểm của SD nên $OM \parallel SB$ suy ra $SB \parallel (ACM)$.

Do đó $d(SB, CM) = d(SB, (ACM)) = d(B, (ACM)) = d(D, (ACM))$.

Gọi H là trung điểm của AD nên $MH \parallel SA \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

$$\Rightarrow d(SB, CM) = d(D, (ACM)) = 2d(H, (ACM)).$$

Kẻ $HI \perp AC \Rightarrow (MHI) \perp (MAC)$ theo giao tuyến MI , kẻ $HK \perp MI \Rightarrow HK \perp (ACM)$ hay $d(H, (ACM)) = HK$.

$$\text{Có } HI = \frac{1}{2}OD = \frac{1}{4}BD = \frac{1}{4}\sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{2}}{4}, \quad MH = \frac{1}{2}SA = a.$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{9}{a^2} \Leftrightarrow HK = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(SB, CM) = 2d(H, (ACM)) = 2HK = \frac{2a}{3}.$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x).f''(x) = x^3 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 2$.

Tính giá trị của $T = f^2(2)$

A. $\frac{160}{15}$

B. $\frac{268}{15}$

C. $\frac{4}{15}$

D. $\frac{268}{30}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } [f'(x)]^2 + f(x).f''(x) = x^3 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (f'(x).f(x))' = x^3 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta có:

$$\int (f'(x).f(x))' dx = \int (x^3 - 2x) dx$$

$$\Leftrightarrow f'(x).f(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + C$$

$$\text{Theo đề ra ta có: } f'(0).f(0) = C = 4$$

Suy ra:

$$\int_0^2 f'(x).f(x).dx = \int_0^2 \left(\frac{x^4}{4} - x^2 + 4 \right) dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{f^2(x)}{2} \Big|_0^2 = \frac{44}{15} \quad \Leftrightarrow f^2(2) = \frac{268}{15}$$

Câu 45: Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có AB, CD là hai dây cung của hai đường tròn đáy và mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng.

A. $\frac{5a^2}{4}$.

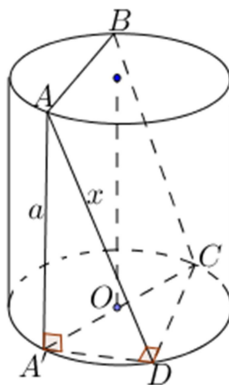
B. $\frac{5a^2\sqrt{2}}{4}$.

C. $5a^2$.

D. $\frac{5a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ đường sinh $A'A$. Khi đó ta có

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp A'A \end{cases} \Rightarrow CD \perp (A'AD) \Rightarrow CD \perp A'O \Rightarrow \angle A'DC = 90^\circ.$$

Ta có $\angle A'DC$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow A'C = 2a$.

Đặt cạnh hình vuông $ABCD$ là x .

$$\text{Ta có } \begin{cases} A'D^2 = AD^2 - A'A^2 = x^2 - a^2 \\ A'D^2 + DC^2 = A'C^2 \end{cases} \Rightarrow 2x^2 - a^2 = 4a^2 \Rightarrow x^2 = S_{ABCD} = \frac{5a^2}{2}.$$

Câu 46: Giả sử $(x_0; y_0)$ là một nghiệm của phương trình $4^{x-1} + 2^x \sin(2^{x-1} + y - 1) + 2 = 2^x + 2 \sin(2^{x-1} + y - 1)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.** $x_0 > 7$. **B.** $-2 < x_0 < 4$. **C.** $4 < x_0 < 7$. **D.** $-5 < x_0 < -2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 4^{x-1} + 2^x \sin(2^{x-1} + y - 1) + 2 = 2^x + 2 \sin(2^{x-1} + y - 1)$$

$$\Leftrightarrow 4^x - 4 \cdot 2^x + 4 \cdot (2^x - 2) \cdot \sin(2^{x-1} + y - 1) + 4 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2^x - 2)^2 + 4(2^x - 2) \sin(2^{x-1} + y - 1) + 4[\sin^2(2^{x-1} + y - 1) + \cos^2(2^{x-1} + y - 1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2^x - 2)^2 + 2 \cdot (2^x - 2) \cdot 2 \sin(2^{x-1} + y - 1) + [2 \sin^2(2^{x-1} + y - 1)]^2 + 4 \cos^2(2^{x-1} + y - 1) = 0.$$

$$\Leftrightarrow [(2^x - 2) + 2 \sin(2^{x-1} + y - 1)]^2 + 4 \cos^2(2^{x-1} + y - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x - 2 + 2 \sin(2^{x-1} + y - 1) = 0 \\ \cos^2(2^{x-1} + y - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Vì } \cos^2(2^{x-1} + y - 1) = 0 \Rightarrow \sin^2(2^{x-1} + y - 1) = \pm 1.$$

$$+ \sin^2(2^{x-1} + y - 1) = 1 \Rightarrow 2^x = 0 \text{ (vô nghiệm)}$$

$$+ \sin^2(2^{x-1} + y - 1) = -1 \Rightarrow 2^x = 4 \Rightarrow x = x_0 = 2 \in (-2; 4).$$

Câu 47: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng $2a$. Biết $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $\widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 120^\circ$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $4\sqrt{2}a^3$.

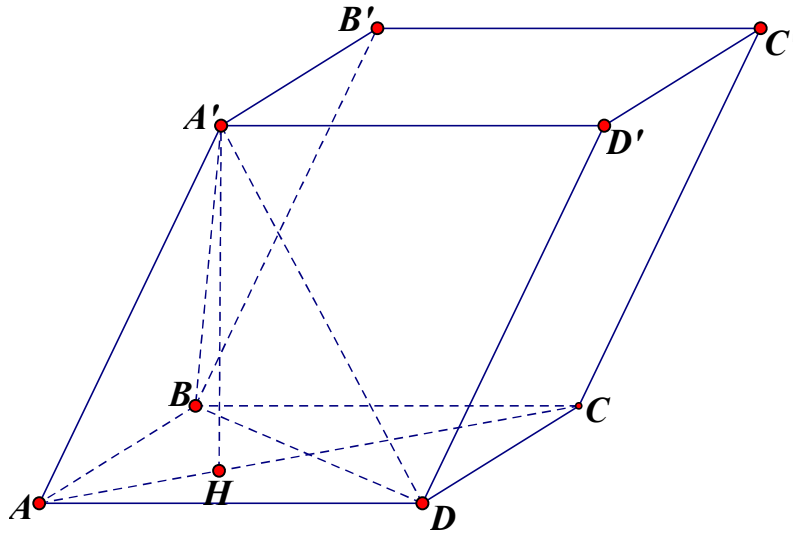
B. $2\sqrt{2}a^3$.

C. $8a^3$.

D. $\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thuyết ta có các tam giác $\triangle ABD$, $\triangle A'D$ và $\triangle A'B$ là các tam giác đều.

$\Rightarrow A'A = A'B = A'D$ nên hình chiếu H của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABD .

$$\Rightarrow AH = \frac{2}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

$$\Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}a.$$

$$\text{Thể tích của khối hộp } ABCD.A'B'C'D' : V = A'H \cdot S_{ABCD} = \frac{2\sqrt{6}}{3}a \cdot 2 \cdot \frac{4a^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{2}a^3.$$

Câu 48: Cho hàm số $y = |x^4 - 2x^3 + x^2 + a|$. Có bao nhiêu số thực a để $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = 10$?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

Chọn C.

$$\text{Đặt } y = |x^4 - 2x^3 + x^2 + a| = |f(x)|.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + a$$

$$\text{Khi đó } f'(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x = 2x(2x^2 - 3x + 1) = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\}.$$

$$\Rightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in [1;2] \text{ và } f(1) = a; f(2) = a + 4$$

$$\text{Ta có } \forall x \in [1;2] \text{ thì } \begin{cases} \max y \in \{|a|, |a+4|\} \\ \min y \in \{|a|, 0, |a+4|\} \end{cases}.$$

Xét các trường hợp

$$+ a \geq 0 \Rightarrow \max y = a + 4; \min y = a \Rightarrow 2a + 4 = 10 \Rightarrow a = 3, \text{ nhận.}$$

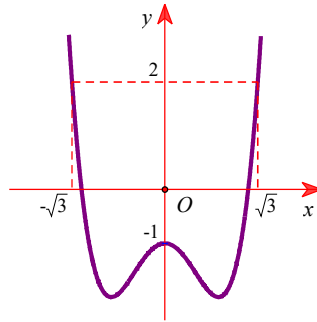
$$+ a \leq -4 \Rightarrow \max y = -a; \min y = -a - 4 \Rightarrow -a - 4 - a = 10 \Rightarrow a = -7, \text{ nhận.}$$

$$+ \begin{cases} a < 0 \\ a + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < a < 0 \Rightarrow \min y = 0; \max y \in \{a + 4; -a\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 4 = 10 \\ -a = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ a = -10 \end{cases} \text{ (Loại).}$$

Vậy tồn tại hai giá trị a thỏa mãn.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Cho bất phương trình $3f(x) \geq x^3 - 3x + m$ (m là tham số thực). Điều kiện cần và đủ để bất phương trình $3f(x) \geq x^3 - 3x + m$ đúng với mọi $x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ là



A. $m \geq 3f(1)$.

B. $m \geq 3f(-\sqrt{3})$.

C. $m \leq 3f(0)$.

D. $m \leq 3f(\sqrt{3})$.

Lời giải

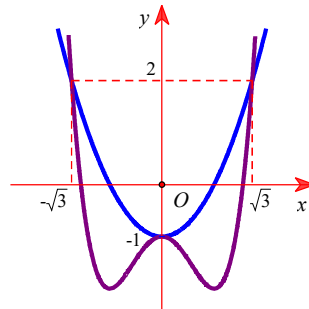
Chọn D

Ta có $3f(x) \geq x^3 - 3x + m \Leftrightarrow 3f(x) - x^3 + 3x \geq m$

Đặt $g(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$. Tính $g'(x) = 3f'(x) - 3x^2 + 3$

Có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 1$

Nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và parabol $y = x^2 - 1$



Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $f'(x) = x^2 - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{3} \end{cases}$

BBT

x	$-\sqrt{3}$	-1	$\sqrt{3}$
$g'(x)$	0	–	0
$g(x)$	$g(-\sqrt{3})$	$\longrightarrow g(\sqrt{3})$	

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ thì

$$m \leq \min_{[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]} g(x) = g(\sqrt{3}) = 3f(\sqrt{3}).$$

Câu 50: Cho các số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x, y \leq 1$ và $\log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + (x+1)(y+1) - 2 = 0$. Tìm giá

trị nhỏ nhất của P với $P = 2x + y$

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + (x+1)(y+1) - 2 = 0 \Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{x+y}{1-xy} \right) + xy + x + y - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x+y) + x + y = \log_3 (1-xy) + 1 - xy$$

Xét hàm số đặc trưng $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$$

Hàm số $f(t)$ đồng biến với $t > 0$

$$\text{Có } f(x+y) = f(1-xy) \Leftrightarrow x+y = 1-xy \Leftrightarrow x(y+1) = 1-y \Leftrightarrow x = \frac{1-y}{y+1}$$

$$\text{Ta có } P = 2x + y = \frac{2-2y}{y+1} + y = -3 + \frac{4}{y+1} + y + 1 \geq -3 + 2\sqrt{\frac{4}{y+1}(y+1)} = 1$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 1.

----- HẾT -----