



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

SBÀI 1.

HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

A.LÝ THUYẾT

I. Hệ trục tọa độ trong không gian Oxyz

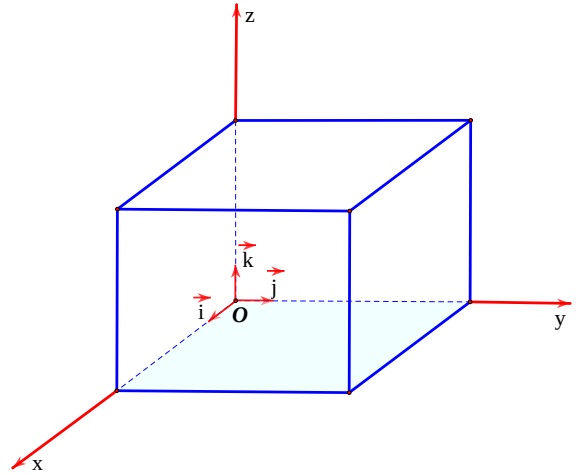
1. Định nghĩa: Hệ gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc được gọi là hệ trục tọa độ vuông góc trong không gian.

- Điểm O gọi là gốc của hệ tọa độ,
- Trục Ox là trục hoành,
- Oy là trục tung và Oz là trục cao.

2. Vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, Ta có:

- $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$.
- $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$



3. Tọa độ của véc tơ:

Với vectơ $\vec{u}$ trong hệ tọa độ Oxyz luôn tồn tại duy nhất bộ $(x; y; z)$ thỏa: $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Khi đó: Vectơ $\vec{u}$ có tọa độ là $(x; y; z)$

4. Tọa độ của điểm:

Xét điểm M thỏa mãn $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ thì điểm $M(x; y; z)$.

Ngược lại, điểm $M(x; y; z)$ thì $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

5. Tính chất – quy tắc – phép toán trên véc tơ.

Cho $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ và số thực k . Khi đó

- Tổng và hiệu của hai véc tơ: $\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2; z_1 \pm z_2)$
- Tích của véc tơ với một số thực k là $k\vec{a} = (kx_1; ky_1; kz_1)$

- Sự cùng phương của hai véc tơ $\vec{a} / \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k \Rightarrow \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \\ z_1 = z_2 \end{cases}$

❖ **Chú ý:** Nếu $x_2 = 0$ ($y_2 = 0, z_2 = 0$) thì $x_1 = 0$ ($y_1 = 0, z_1 = 0$)

- Độ dài một véc tơ $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$
- Tích vô hướng của hai véc tơ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$
- ❖ **Nhận xét:** $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0$

- Góc của hai véc tơ $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$

6. Tính chất – Phép toán của điểm.

Cho $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$, $C(x_C; y_C; z_C)$, $D(x_D; y_D; z_D)$. Khi đó:

- Vectơ của hai điểm $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$
- Khoảng cách hay độ dài của hai điểm $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

- $$G\left(\frac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4}, \frac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4}, \frac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right)$$

Ví dụ 1. Trong không gian với $Oxyz$ cho ba véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j}$

- Xác định tọa độ các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, $\vec{x} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ và tính $|\vec{x}|$
- Tìm giá trị của x để véc tơ $\vec{y} = (2x - 1; -x; 3x + 2)$ vuông góc với véc tơ $2\vec{b} - \vec{c}$
- Chứng minh rằng các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng và phân tích véc tơ $\vec{u} = (3; 7; -14)$ qua ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

[illegible]

xác định như sau
$$\left[\vec{a}, \vec{b} \right] = \left(\left| \begin{array}{cc} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{array} \right| ; \left| \begin{array}{cc} z_1 & x_1 \\ z_2 & x_2 \end{array} \right| ; \left| \begin{array}{cc} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{array} \right| \right) = (y_1 z_2 - y_2 z_1 ; z_1 x_2 - z_2 x_1 ; x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

2 *Lớp Toán Thầy-Diệp Tuân*

✦ $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$

✦ $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}$ và $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$

$$\star \left[\vec{a}, \vec{b} \right] = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$$

3. Các ứng dụng của tích có hướng

✦ Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right]$.

✦ **Thể tích:**

✧ **Hình hộp:** $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \right] . \overrightarrow{AA'}$

✧ **Tứ diện:** $V_{ABCD} = \frac{1}{6} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} \right|.$

👉 Điều kiện 3 vectơ đồng phẳng:

✧ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$

✧ A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.

4. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 2. Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(0; 2; 0)$, $B(-1; 0; -3)$, $C(0; -2; 0)$, $D(3; 2; 1)$.

a). Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng;

b). Tính diện tích tam giác BCD và đường cao BH của tam giác BCD ;

c). Tính thể tích tứ diện $ABCD$ và đường cao của tứ diện hạ từ A ;

d). Tìm tọa độ E sao cho $ABCE$ là hình bình hành;

e). Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AC và BD ;

f). Tìm điểm M thuộc Oy sao cho tam giác BMC cân tại M .

g). Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ và chứng minh A, G, A' thẳng hàng với A' là trọng tâm tam giác BCD .

Lời giải.

[illegible]

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

B. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ CỦA ĐIỂM-TỌA ĐỘ VEC TƠ-TÍCH VÔ HƯỚNG

1. Phương pháp:

- Dựa vào định nghĩa tọa độ của điểm, tọa độ của véc tơ.
- Dựa vào các phép toán véc tơ.

➤ **Áp dụng các tính chất sau:**

Cho các vectơ $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$, $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$ và số thực k tùy ý. Khi đó ta có

a). Hai véc tơ bằng nhau: $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \\ u_3 = v_3 \end{cases}$

b). Tổng của hai vec tơ $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1; u_2 + v_2; u_3 + v_3)$

c). Hiệu của hai vec tơ $\vec{u} - \vec{v} = (u_1 - v_1; u_2 - v_2; u_3 - v_3)$

d). Tích của vec tơ với một số: $k\vec{u} = (ku_1; ku_2; ku_3)$

2. Bài tập minh họa

Bài tập 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{k}$
 $\vec{c} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$

- a). Xác định tọa độ các véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$
- b). Tìm tọa độ véc tơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ và tính $|\vec{u}|$
- c). Tìm x để véc tơ $\vec{v} = (3x - 1; x + 2; 3 - x)$ vuông góc với $\vec{b}$
- d). Biểu diễn véc tơ $\vec{x} = (3; 1; 7)$ qua ba véc tơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Lời giải.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 2. Cho hai véc tơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$, $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$

a). Tính $|\vec{a} - 2\vec{b}|$

b). Tính góc giữa hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{x} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$

Lời giải.

Bài tập 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; 0; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; 3)$, $\vec{c} = (-4; 3; 5)$

a). Tìm tọa độ vectơ $3\vec{a} - 4\vec{b} + 2\vec{c}$

b). Tìm hai số thực m, n sao cho $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$.

Lời giải.

Bài tập 4. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; -3; 1)$, $B(1; -1; 4)$ và $C(-2; 1; 6)$.

a). Xác định tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ;

b). Xác định tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành và tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành này;

c). Xác định tọa độ điểm M sao cho $\vec{MA} = -2\vec{MB}$.

Lời giải.

Bài tập 5. Cho tam giác ABC có $A(1; 0; -2), B(-1; 1; 0), C(-2; 4; -2)$.

- a). Tìm tọa độ trọng tâm G , trực tâm H , tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác ABC .
b). Tìm tọa độ giao điểm của phân giác trong, phân giác ngoài góc A với đường thẳng BC .

Lời giải.

Bài tập 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tọa độ các điểm $A(-1; 2; 3), C(1; 4; 5), B'(-3; 3; -2), D'(5; 3; 2)$. Xác định tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.

Lời giải.

[illegible]

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ. Nhận Biết

Câu 1.(Chuyên Vinh Lần) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{a}$.

- A.** $(-2; -1; -3)$. **B.** $(-3; 2; -1)$. **C.** $(2; -3; -1)$. **D.** $(-1; 2; -3)$.

Lời giải

.....

Câu 2. (Kim Liên Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Tọa độ điểm M là

- A.** $M(1;2;0)$. **B.** $M(2;1;0)$. **C.** $M(2;0;1)$. **D.** $M(0;2;1)$.

Lời giải

.....

Câu 3.(Sở Đà Nẵng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{k} - 3\vec{j}$. Toa độ của $\vec{a}$ là:

- A.** $(-2; 3; -5)$. **B.** $(-2; 3; -5)$. **C.** $(2; -3; 5)$. **D.** $(-2; -5; 3)$.

Lời giải

.....

Câu 4.(Lương Thế Vinh Đồng Nai) Trong không gian $Oxyz$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tính tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

A. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; -1; 1)$.

B. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; 1; 1)$.

C. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$.

D. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; -1; 1)$.

Lời giải

Câu 5.(Chuyên Lê Quý Đôn 2019) Trong không gian $Oxyz$ với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ cho

$\vec{OA} = -\vec{i} + 5\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm A.

A. $(-1; 5)$.

B. $(5; -1; 0)$.

C. $(-1; 0; 5)$.

D. $(-1; 5; 0)$.

Lời giải

Câu 6.(THPT-Chuyên Quang Trung 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho $B(2; 1; 0)$, điểm A thỏa mãn $\vec{AB} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên ba trục Ox, Oy, Oz . Tọa độ điểm A là

A. $A(0; 2; -1)$.

B. $A(-1; 2; 1)$.

C. $A(4; 0; 1)$.

D. $A(2; 1; 1)$.

Lời giải

Câu 7.(Đặng Thành Nam) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $M(0; 2; 3)$.

B. $N(1; 0; 3)$.

C. $P(1; 0; 0)$.

D. $Q(0; 2; 0)$.

Lời giải

Câu 8.(Chuyên Thái Nguyên) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2; 1; 3)$.

Hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox có tọa độ là:

A. $(0; 1; 0)$.

B. $(-2; 0; 0)$.

C. $(0; 0; 3)$.

D. $(0; 1; 3)$.

Lời giải

Câu 9.(KonTum 12 HK2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -4)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(0; 2; -4)$.

B. $(0; 0; -4)$.

C. $(3; 0; -4)$.

D. $(3; 2; 0)$.

Lời giải

Câu 10.(Sở Lạng Sơn 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -2; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) :

- A. $M(3; -2; 0)$. B. $M(3; 0; 5)$. C. $M(0; -2; 5)$. D. $M(0; 2; 5)$.

Lời giải

Câu 11.(KonTum 12) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 5)$. Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. 1. D. 2.

Lời giải

Câu 12.(Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ điểm M là

- A. $M(1; 0; 3)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(1; 0; 0)$. D. $M(1; -2; 0)$.

Lời giải

Câu 13.(Chuyên Hạ Long -2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(x; y; z)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) thì $M'(x; y; -z)$.
 B. Nếu M' đối xứng với M qua Oy thì $M'(x; y; -z)$.
 C. Nếu M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxy) thì $M'(x; y; -z)$.
 D. Nếu M' đối xứng với M qua gốc tọa độ O thì $M'(2x; 2y; 0)$.

Lời giải

Câu 14.(Liên Trường Nghệ An) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 5; 2)$ và $B(3; -3; 2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- A. $M(1; 1; 2)$. B. $M(2; 2; 4)$. C. $M(2; -4; 0)$. D. $M(4; -8; 0)$.

Lời giải

Câu 15.(Đặng Thành Nam Đề 9) Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, B và $\overrightarrow{AB} = (1;3;1)$. Tọa độ của B là

- A. $(2;5;0)$. B. $(0;-1;-2)$. C. $(0;1;2)$. D. $(-2;-5;0)$.

Lời giải

Câu 16.(Chuyên Đại Học sư phạm 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

- A. $(a;b;c)$. B. $(-a;-b;-c)$. C. $\left(\frac{a}{3};\frac{b}{3};\frac{c}{3}\right)$. D. $\left(\frac{-a}{3};\frac{-b}{3};\frac{-c}{3}\right)$.

Lời giải

Câu 17.(THTT lần 5) Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;0;-1)$ và $C(-3;0;0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $\left(0;\frac{-1}{3};\frac{-1}{3}\right)$. B. $(0;-1;-1)$. C. $(0;1;1)$. D. $\left(0;\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Câu 18.(Đặng Thành Nam Đề 10) Trong không gian Oxyz, véc tơ nào dưới đây cùng hướng với véc tơ $\vec{a} = (3;-1;-2)$?

- A. $\vec{u}_1 = (-3;1;2)$. B. $\vec{u}_2 = (1;1;1)$. C. $\vec{u}_3 = (-6;2;4)$. D. $\vec{u}_4 = (12;-4;-8)$.

Lời giải

Câu 19.(Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian Oxyz, cho các vectơ $\vec{a} = (1;-1;2)$, $\vec{b} = (3;0;-1)$ và $\vec{c} = (-2;5;1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là

- A. $\vec{u} = (0;6;-6)$. B. $\vec{u} = (6;0;-6)$. C. $\vec{u} = (6;-6;0)$. D. $\vec{u} = (-6;6;0)$.

Lời giải

Câu 20.(Hoàng Hoa Thám Hưng Yên) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho

$\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

A. $(10; -2; 13)$.

B. $(-2; 2; -7)$.

C. $(-2; -2; 7)$.

D. $(-2; 2; 7)$.

Lời giải

Câu 21.(Nguyễn Du Dak-Lak 2019) Trong không gian tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho ba vector $\vec{a} = (1; 2; 3)$,

$\vec{b} = (-2; 0; 1)$, $\vec{c} = (-1; 0; 1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$.

A. $\vec{n} = (6; 2; 6)$.

B. $\vec{n} = (0; 2; 6)$.

C. $\vec{n} = (6; 2; -6)$.

D. $\vec{n} = (-6; 2; 6)$.

Lời giải

Câu 22.(Thăng Long Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, cho $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Tính $|\vec{u}|$.

A. $|\vec{u}| = 4$.

B. $|\vec{u}| = \sqrt{5}$.

C. $|\vec{u}| = \sqrt{6}$.

D. $|\vec{u}| = 2$.

Lời giải

Câu 23.(THTT Số 4-487-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} (5; 7; 2)$,

$\vec{b} (3; 0; 4)$, $\vec{c} (-6; 1; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

A. $\vec{m} (3; 22; -3)$.

B. $\vec{m} (3; 22; 3)$.

C. $\vec{m} (-3; 22; -3)$.

D. $\vec{m} (3; -22; 3)$.

Lời giải

Câu 24.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Cho các vector $\vec{a} = (1; 2; 3)$; $\vec{b} = (-2; 4; 1)$; $\vec{c} = (-1; 3; 4)$.

Vector $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ là

A. $\vec{v} = (7; 3; 23)$.

B. $\vec{v} = (23; 7; 3)$.

C. $\vec{v} = (7; 23; 3)$.

D. $\vec{v} = (3; 7; 23)$.

Lời giải

Câu 25.(THPT Chuyên Hạ Long-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -3; -1)$ và $\vec{b} = (-1; 0; 4)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 4\vec{a} - 5\vec{b}$.

- A. $\vec{u} = (13; 12; -24)$. B. $\vec{u} = (13; -12; -24)$. C. $\vec{u} = (3; -12; 16)$. D. $\vec{u} = (13; -12; -24)$.

Lời giải

Câu 26.(Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -1), B(3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.

- A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. B. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; -3\right)$. C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. D. $M(4; -3; 8)$.

Lời giải

Câu 27.(THPT-Yên-Khánh-Ninh 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho các vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Câu 28.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{b}$ biết rằng vectơ $\vec{b}$ ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$.

- A. $\vec{b} = (2; -2; 3)$. B. $\vec{b} = (2; -4; 6)$. C. $\vec{b} = (-2; 4; -6)$. D. $\vec{b} = (-2; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn C.

Vì vectơ $\vec{b}$ ngược hướng với vectơ $\vec{a}$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ nên ta có $\vec{b} = -2\vec{a} = (-2; 4; -6)$.

Câu 29.(Quỳnh Lưu Nghệ An) Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vector $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° . B. 60° . C. 150° . D. 30° .

Lời giải

Câu 30.(THPT Trần Hưng Đạo 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (0; 3; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{100}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{100}$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{10}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{10}$.

Lời giải

Câu 31.(THPT Mộ Đức-Quảng Ngãi 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Côsin của góc BAC bằng

- A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. B. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Lời giải

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$ cho vec-tơ $\vec{u}(1; 1; 2)$ và $\vec{v}(2; 0; m)$. Tìm giá trị của tham số m biết

$$\cos \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|} = \frac{4}{\sqrt{30}}$$

- A. $m = 1$. B. $m = 1; m = -11$. C. $m = -11$. D. $m = 0$.

Lời giải

Câu 33.(Thuận Thành Bắc Ninh) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 1; 1)$, $N(2; 3; 4)$, $P(7; 7; 5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là

- A. $(-6; -5; -2)$. B. $(6; -5; 2)$. C. $(6; 5; 2)$. D. $(-6; 5; 2)$.

Lời giải

Câu 34.(Kinh Môn Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

A. $D(1; 1; 4)$. B. $D\left(-1; 1; \frac{2}{3}\right)$. C. $D(1; 3; 4)$. D. $D(-1; -3; -2)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 35.(HK2 Sở Đồng Tháp) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 2)$, $B(2; -1; 1)$, $C(3; 2; -3)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(4; 2; -4)$. B. $(0; -2; 6)$. C. $(2; 4; -2)$. D. $(4; 0; -4)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 36.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8; 4; 10)$. B. $B'(6; 12; 0)$. C. $B'(10; 8; 6)$. D. $B'(13; 0; 17)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 37.(Toán Học Tuổi Trẻ) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $B(-2; 2; 0)$ và $C(4; 1; -1)$. Trên mặt phẳng (Oxz) , điểm nào dưới đây cách đều ba điểm A , B , C .

A. $M\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$. B. $N\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. C. $P\left(\frac{3}{4}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. D. $Q\left(\frac{-3}{4}; 0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 38.(THPT Tây Thụy Anh 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm: $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(1; 0; 1)$. Trong các mệnh đề sau hãy chọn mệnh đề đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A . B. Ba điểm A , B , C thẳng hàng.
C. Ba điểm A , B , C không thẳng hàng. D. B là trung điểm của AC .

Lời giải

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 39.(Hàm Rồng) Cho vector $\vec{u} = (1; 3; 4)$, tìm vector cùng phương với vector $\vec{u}$.

A. $\vec{n} = (-2; 6; 8)$.

B. $\vec{n} = (2; -6; -8)$.

C. $\vec{n} = (-2; -6; 8)$.

D. $\vec{n} = (-2; -6; -8)$

Lời giải

Câu 40.(Hùng Vương Bình Phước) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng

A. $x + y = 1$.

B. $x + y = 17$.

C. $x + y = -\frac{11}{5}$.

D. $x + y = \frac{11}{5}$.

Lời giải

Câu 41.(Quỳnh Lưu Nghệ An) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M(4; -5; 0)$.

B. $M(2; -3; 0)$.

C. $M(0; 0; 1)$.

D. $M(4; 5; 0)$.

Lời giải

Câu 42.(THPT Nghèn Lân) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$, $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x + y$ bằng

A. $\frac{7}{3}$.

B. $-\frac{8}{3}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 43.(Sở GD và ĐT Thanh Hóa 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;2;0)$, $B(3;1;0)$, $C(0;2;1)$ và $D(1;2;2)$. Trong đó có ba điểm thẳng hàng là

- A. A, C, D . B. A, B, D . C. B, C, D . D. A, B, C .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 44.(HSG Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 4; n = -3$. C. $m = 1; n = 0$. D. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 45.(THPT Hồng Quang-Hải Dương 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

- A. $m = 7, n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. C. $m = 4; n = -3$. D. $m = 1; n = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 46.(Lý Nhân Tông) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(x; y; -3)$; $B(6; -2; 4)$; $C(-3; 7; -5)$. Giá trị $x; y$ để $A; B; C$ thẳng hàng là

- A. $x = 1; y = -5$. B. $x = -1; y = -5$. C. $x = -1; y = 5$. D. $x = 1; y = 5$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 47.(THPT Lương Văn Chánh Phú Yên 2018) Phép tịnh tiến biến gốc tọa độ O thành điểm $A(1; 2)$ sẽ biến điểm A thành điểm A' có tọa độ là:

- A. $A'(2; 4)$. B. $A'(-1; -2)$. C. $A'(4; 2)$. D. $A'(3; 3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 48.(Chuyên KHTN) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-3;1;2)$, tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua trục Oy là

- A. $(3;-1;-2)$. B. $(3;-1;2)$. C. $(3;1;-2)$. D. $(-3;-1;2)$.

Lời giải

Câu 49.(THPT Chuyên Hạ Long-2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(2;3;5)$. B. $A'(2;-3;-5)$. C. $A'(-2;-3;5)$. D. $A'(-2;-3;-5)$.

Lời giải

Câu 50.(Hậu Lộc Thanh Hóa) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1); B(2;-1;3); C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-4;8;-5)$ B. $D(-4;8;-3)$. C. $D(-2;8;-3)$. D. $D(-2;2;5)$.

Lời giải

Câu 51.(Kim Liên) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;4;1)$ và $B(4;5;2)$. Điểm C thỏa mãn $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BA}$ có tọa độ là

- A. $(-6;-1;-1)$. B. $(-2;-9;-3)$. C. $(6;1;1)$. D. $(2;9;3)$.

Lời giải

Câu 52.(Liên Trường Nghệ An) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

- A. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $M(4;5;-9)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. D. $M(1;-7;12)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 53.(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi a, b, c lần lượt là khoảng cách từ điểm $M(1;3;2)$ đến ba mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oyz) , (Oxz) . Tính $P = a + b^2 + c^3$?

A. $P = 32$. B. $P = 18$. C. $P = 30$. D. $P = 12$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 54.(SGD Bà Rịa Vũng Tàu 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3;4;1)$ và $B(1;2;1)$ là

A. $M(0;4;0)$. B. $M(5;0;0)$. C. $M(0;5;0)$. D. $M(0;-5;0)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 55.(Sở Nam Định) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đáy AB, CD thỏa mãn $CD = 2AB$ và diện tích bằng 27, đỉnh $A(-1;-1;0)$, phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$. Tìm tọa độ điểm D biết hoành độ điểm B lớn hơn hoành độ điểm A .

A. $D(-2;-5;1)$. B. $D(-3;-5;1)$. C. $D(2;-5;1)$. D. $D(3;-5;1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 56.(THPT Đô Lương) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 4; 3)$. Tổng khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng

- A. $\sqrt{34}$. B. 10. C. $\frac{\sqrt{34}}{2}$. D. $10 + 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 57.(HSG 12 Bắc Giang) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 1; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; -6)$. Nếu tam giác $A'B'C'$ có các đỉnh thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ thì tam giác $A'B'C'$ có tọa độ trọng tâm là

- A. $(3; -2; 0)$. B. $(2; -3; 0)$. C. $(1; 0; -2)$. D. $(3; -2; 1)$.

Lời giải

Câu 58.(THPT Hùng Vương 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 3; 2)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm E thuộc trục Oz sao cho E cách đều hai điểm A, B .

- A. $\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(0; 0; \frac{1}{3}\right)$. C. $(0; 0; -1)$. D. $(0; 0; 1)$.

Lời giải

Câu 59.(Cầu Giấy Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 4)$. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

- A. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng tọa độ (xOz) bằng 5.
- B. Khoảng cách từ M đến trục Oz bằng $\sqrt{29}$.
- C. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) là $M'(2; 5; -4)$.
- D. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua trục Oy là $M'(-2; -5; -4)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 60.(THPT Yên Lạc 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; -1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-5; -7; -3)$.
- B. Vector $\vec{a}$ không cùng phương với vector $\vec{b}$.
- C. Vector $\vec{a}$ không vuông góc với vector $\vec{b}$.
- D. $|\vec{a}| = \sqrt{14}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 61.(THPT Quảng Xương 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}, \vec{b}$ tạo với nhau 1 góc 120° và $|\vec{a}| = 3; |\vec{b}| = 5$. Tìm $T = |\vec{a} - \vec{b}|$.

- A. $T = 5$.
- B. $T = 6$.
- C. $T = 7$.
- D. $T = 4$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 62.(THPT Tứ Kỳ Hải Dương 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm m để góc giữa hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ bằng 45° .

- A. $m = 2 + \sqrt{6}$
- B. $m = 2 + \sqrt{6}$.
- C. $m = 2 \pm \sqrt{6}$.
- D. $m = 2$.

Lời giải

Câu 63.(THPT Lương Văn Chánh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$

- A. $\sqrt{19}$. B. -5 . C. 7 . D. $\sqrt{39}$.

Lời giải

Câu 64.(THPT Trần Nhân Tông 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.

Lời giải

Câu 65.(THPT Trần Hưng Đạo 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 2; 8)$, $N(0; 1; 3)$ và $P(2; m; 4)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = 25$. B. $m = 4$. C. $m = -1$. D. $m = -10$.

Lời giải

Câu 66.(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(-1; 3; -9)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho $\triangle ABM$ vuông tại M .

- A. $\begin{bmatrix} M(0; 1+2\sqrt{5}; 0) \\ M(0; 1-2\sqrt{5}; 0) \end{bmatrix}$. B. $\begin{bmatrix} M(0; 2+2\sqrt{5}; 0) \\ M(0; 2-2\sqrt{5}; 0) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} M(0; 1+\sqrt{5}; 0) \\ M(0; 1-\sqrt{5}; 0) \end{bmatrix}$. D. $\begin{bmatrix} M(0; 2+\sqrt{5}; 0) \\ M(0; 2-\sqrt{5}; 0) \end{bmatrix}$.

Lời giải

Câu 67.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) .

- A. $N(0; -1; 2)$. B. $N(3; 1; -2)$. C. $N(-3; -1; 2)$. D. $N(0; 1; -2)$.

Lời giải

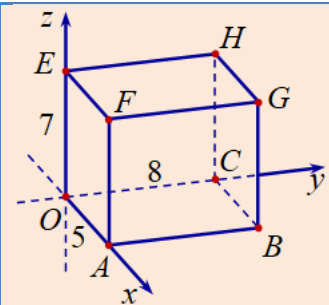
Câu 68.(THPT Kim Liên 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết $|\vec{u}| = 2$; $|\vec{v}| = 1$ và góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng $\frac{2\pi}{3}$. Tìm k để vector $\vec{p} = k\vec{u} + \vec{v}$ vuông góc với vector $\vec{q} = \vec{u} - \vec{v}$.

- A. $k = \frac{2}{5}$. B. $k = \frac{5}{2}$. C. $k = 2$. D. $k = -\frac{2}{5}$.

Lời giải

Câu 69.(Sở GD-ĐT Kiên Giang-2019) Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $OABC.EFGH$ có các cạnh $OA=5$, $OC=8$, $OE=7$ (xem hình vẽ). Hãy tìm tọa độ điểm H .

- A. $H(0; 7; 8)$. B. $H(7; 8; 0)$.
C. $H(8; 7; 0)$. D. $H(0; 8; 7)$.



Lời giải

Câu 70.(Chuyên Lý Tự Trọng Cần Thơ) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(-2; 1; 3)$, $C(2; 3; 5)$, $B'(2; 4; -1)$, $D'(0; 2; 1)$. Tìm tọa độ điểm B .

- A. $B(1; -3; 3)$. B. $B(-1; 3; 3)$. C. $C(1; 3; -3)$. D. $B(1; 3; 3)$.

Lời giải

Câu 71.(Đặng Thành Nam) Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u}$ vuông góc với hai vectơ $\vec{a} = (1;1;1)$ và $\vec{b} = (1;-1;3)$; đồng thời $\vec{u}$ tạo với tia Oz một góc tù và độ dài vectơ $\vec{u}$ bằng 3. Tìm vectơ $\vec{u}$.

A. $\left(\sqrt{6}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

B. $\left(\sqrt{6}; \frac{\sqrt{6}}{2}; -\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

C. $\left(-\sqrt{6}; \frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

D. $\left(-\sqrt{6}; -\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 72.(THPT Lương Văn Chánh 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(4;6;-5)$.

B. $A'(2;0;2)$.

C. $A'(3;5;-6)$.

D. $A'(3;4;-6)$.

Lời giải

Câu 73.(THPT-Ngô Quyền 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tọa độ của điểm A' là:

A. $A'(4;6;-5)$.

B. $A'(-3;4;-1)$.

C. $A'(3;5;-6)$.

D. $A'(3;5;6)$.

Lời giải

Câu 74.(Chuyên Lê Hồng Phong 2018) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Toạ độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là

- A.** $(1; 1; -2)$. **B.** $(2; 1; -2)$. **C.** $(1; 2; -1)$. **D.** $(2; 1; -1)$.

Lời giải

[illegible]

Câu 75.(Chuyên Lê Hồng Phong 2018)Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của MN là:

- A.** $I(1; -1; 2)$. **B.** $I(1; 1; 0)$. **C.** $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. **D.** $I(1; 1; 1)$.

Lời giải

Câu 76. (THPT Việt Đức-Hà Nội) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1; -1; 1)$, $N(2; 0; -1)$, $P(-1; 2; 1)$. Xét điểm Q sao cho tứ giác $MNPQ$ là một hình bình hành. Tọa độ Q là

- A. $(-2;1;3)$ B. $(-2;1;3)$ C. $(-2;1;-3)$ D. $(4;1;3)$

Lời giải

Câu 77.(Chuyên Nguyễn Du Đắk Lắk) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(7;x;1)$ và $C(9;2;y)$. Để A, B, C thẳng hàng thì giá trị $x+y$ bằng

A. 5. B. 6. C. 4. D. 7.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 78.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau ?

A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$. B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$. C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$. D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 79.(THTT Số 2-485 tháng 11 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$; $B(2;1;1)$; $C(0;3;-1)$. Xét 4 khẳng định sau:

I. $BC = 2AB$. II. Điểm B thuộc đoạn AC .
 III. ABC là một tam giác. IV. A, B, C thẳng hàng.

Trong 4 khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 80.(THPT-Yên-Khánh-Ninh-Bình) Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5;1;5)$, $B(4;3;2)$, $C(-3;-2;1)$. Điểm $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a+2b+c$?

A. 1. B. 3. C. 6. D. -9.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 81.(TT Diệu Hiền-Cần Thơ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;2)$, $B(-5;6;4)$ và $C(0;1;-2)$. Độ dài đường phân giác trong của góc A của $\triangle ABC$ là:

- A. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$ B. $\frac{3}{2\sqrt{74}}$ C. $\frac{2}{3\sqrt{74}}$ D. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$

Lời giải

Câu 82.(Chuyên Lê Hồng phong 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

- A.** $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. **B.** $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. **D.** $(-2; 11; 1)$.

Lời giải

Câu 83.(THPT Việt Đức-Hà Nội) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt ở trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó hoành độ điểm A là:

- A. -3 . B. -5 . C. 3 . D. 5

Lời giải

Câu 84.(Lê Xoay lần1) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;1;1)$ và $C(0;1;2)$. Gọi $H(x;y;z)$ là trọng tâm tam giác ABC . Giá trị của $S = x + y + z$ là

- A. 7 . B. 6 . C. 5 . D. 4 .

Lời giải

Câu 85.(THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác vuông có $A(4;0;2)$, $B(1;-4;-2)$ và $C(2;1;1)$. Tính diện tích S của tam giác ABC .

- A. $S = \frac{\sqrt{242}}{2}$. B. $S = \frac{\sqrt{246}}{2}$. C. $S = \frac{\sqrt{206}}{2}$. D. $S = \frac{\sqrt{210}}{2}$.

Lời giải

Câu 86.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với: $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$; $\overrightarrow{AC} = (3; -4; 6)$. Độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

A. 29.

B. $\sqrt{29}$.

C. $\frac{\sqrt{29}}{2}$.

D. $2\sqrt{29}$.

Lời giải

Câu 87.(Đặng Thúc Hứa 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -2)$, $B(2; 2; -4)$. Giả sử $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB . Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $T = 8$.

B. $T = 2$.

C. $T = 6$.

D. $T = 14$.

Lời giải

Câu 88.(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$, tìm mệnh đề đúng?

A. $a + b + c = 6$.

B. $a + b + c = 5$.

C. $a + b + c = 8$.

D. $a + b + c = 7$.

Lời giải

Câu 89.(THPT Lê Quý Đôn 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 4)$, $C(2; 6; 6)$ và $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + b + c$.

A. $\frac{63}{5}$.

B. $\frac{31}{3}$.

C. $\frac{46}{5}$.

D. 10.

Lời giải

Câu 90.(THPT Đặng Thúc Hứa 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -2)$, $B(2; 2; -4)$. Giả sử $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB . Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $T = 8$.

B. $T = 2$.

C. $T = 6$.

D. $T = 14$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 91.(Chuyên Quốc Học Huế 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(2;3;0)$. Biết rằng tam giác ABC có trục tâm $H(0;3;2)$ tìm tọa độ của điểm C .

- A. $C(3;2;3)$. B. $C(4;2;4)$. C. $C(1;2;1)$. D. $C(2;2;2)$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 92.(THPT Phan Châu Trinh-2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;2;1)$, $B\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB . Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = 0$. C. $S = -1$. D. $S = 2$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Mức độ. Vận dụng cao

Câu 93.(TH PT Kinh Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1; -2; 4)$, $\vec{b} = (x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vectơ $\vec{a}$. Biết vectơ $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc nhọn và $|\vec{b}| = \sqrt{21}$. Giá trị của tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

A. -3 . B. 6 . C. -6 . D. 3 .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 94.(SGD Hà Tĩnh 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1; 2; 1)$ và cắt tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho độ dài OA , OB , OC theo thứ tự tạo thành cấp số nhân có công bội bằng 2 . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới mặt phẳng (α)

A. $\frac{4}{\sqrt{21}}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{21}$. C. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$. D. $9\sqrt{21}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 95.(THPT Lê Xoay 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;-2)$; $B(3;-3;3)$. Điểm M trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng

- A. $6\sqrt{3}$. B. $12\sqrt{3}$. C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. D. $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 96.(Chuyên Lạng Sơn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;6)$. Biết rằng có hai điểm M, N phân biệt thuộc trục Ox sao cho các đường thẳng AM, AN cùng tạo với đường thẳng chứa trục Ox một góc 45° . Tổng các hoành độ hai điểm M, N tìm được là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 5.

Lời giải

Câu 97.(THPT Lê Quý Đôn 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$, $C(2;6;6)$ và $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a+b+c$.

A. $\frac{63}{5}$.

B. $\frac{31}{3}$.

C. $\frac{46}{5}$.

D. 10.

Lời giải

Câu 98.(Lương Thế Vinh 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.

A. $D(8;7;-1)$.

B. $\begin{bmatrix} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{bmatrix}$.

C. $\begin{bmatrix} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{bmatrix}$.

D. $D(-12;-1;3)$.

Lời giải

Câu 99.(THPT Lương Thế Vinh 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Lời giải

DẠNG 2. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH CÓ HƯỚNG

4. Phương pháp:

➤ Dựa vào định nghĩa tích có hướng

Cho $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$. Tích có hướng của hai véc tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một véc tơ, kí hiệu $[\vec{a}, \vec{b}]$, được xác định như sau

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{pmatrix} y_1 z_2 - z_1 y_2 \\ z_1 x_2 - x_1 z_2 \\ x_1 y_2 - y_1 x_2 \end{pmatrix} = (y_1 z_2 - y_2 z_1; z_1 x_2 - z_2 x_1; x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

➤ Dựa vào các ứng dụng sau:

① $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$.

② Diện tích tam giác: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$.

③ Thể hình hộp: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA'}|$

④ Thể tứ diện: $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$.

⑤ Điều kiện 3 véc tơ đồng phẳng:

☞ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$

☞ A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = 0$.

5. Bài tập minh họa

b). Độ dài véc tơ $[\vec{a}, \vec{b}]$, $[\vec{a}, 3\vec{b}]$, $[5\vec{a}, -2\vec{b}]$.

[illegible]

c). Góc giữa hai véc tơ $\vec{a} = (2; m; 2m-1), \vec{b} = (m; 2; -1)$ là 60° .

[illegible]

Bài tập 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ với điểm $A(4; -1; 2)$, $B(-1; 0; -1)$ và $C(0; 0; -2)$, $D(10; -2; 4)$. Gọi M là trung điểm của CD . Biết SM vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = 66$ (đvtt). Tìm tọa độ đỉnh S .

Lời giải.

Bài tập 10. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các điểm như sau $A(2; -1; 3), B(3; 0; -2), C(5; -1; -6)$

- a). Tính $\cos BAC$, suy ra số đo của BAC ;
b). Xác định toạ độ hình chiếu vuông góc H của A trên BC và toạ độ điểm A' đối xứng của A qua đường thẳng BC.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 11. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có A(4;2;0), B(2;4;0) và C(2;2;1). Xác định tọa độ trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.

Lời giải.

[illegible]

 **Bài tập 12.** Cho tam giác ABC có $B(-1;1;-1), C(2;3;5)$. Điểm A có tung độ là $\frac{1}{3}$, hình chiếu của điểm A trên BC là $K\left(1;\frac{7}{3};3\right)$ và diện tích tam giác ABC là $S = \frac{49}{3}$.

- Tìm tọa độ đỉnh A biết A có hoành độ dương.
- Tìm tọa độ chân đường vuông góc hạ từ B đến AC .
- Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp và tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .
- Chứng minh $\overrightarrow{HG} = 2\overrightarrow{GI}$ với G là trọng tâm tam giác ABC .

Lời giải.

- Bài tập 13.** Cho tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối bằng nhau. Cho điểm $A(2; 4; 1)$, $B(0; 4; 4)$, $C(0; 0; 1)$ và D có hoành độ dương.
- Xác định tọa độ điểm D .
 - Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$. Chứng minh G cách đều các đỉnh của tứ diện.
 - Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Chứng minh rằng MN là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AB và CD .
 - Tính độ dài các đường trọng tuyến của tứ diện $ABCD$. Tính tổng các góc phẳng ở mỗi đỉnh của tứ diện $ABCD$.

Lời giải.

d). Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Chứng minh rằng các điểm G, H, I nằm trên một đường thẳng.

[illegible]

Bài tập 15. Trong không gian với hệ tọa độ Đề Các vuông góc $Oxyz$ cho tam giác đều ABC có $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$ và điểm C nằm trong mặt phẳng (Oxy) có tung độ nhỏ hơn 3.

a). Tìm tọa độ điểm D biết $ABCD$ là tứ diện đều.

b). Tìm tọa độ điểm S biết SA, SB, SC đôi một vuông góc.

Lời giải.

Bài tập 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(3; -2; 4)$

a). Tìm tọa độ các hình chiếu của A lên các trục tọa độ và các mặt phẳng tọa độ

b). Tìm $M \in Ox, N \in Oy$ sao cho tam giác AMN vuông cân tại A

c). Tìm tọa độ điểm E thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho tam giác AEB cân tại E và có diện tích bằng $3\sqrt{29}$ với $B(-1; 4; -4)$.

Lời giải.

[illegible]

 Bài tập 17. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho $A(4;0;0)$, $B(x_0;y_0;0)$ với $x_0, y_0 > 0$ thỏa mãn $AB = 2\sqrt{10}$ và $AOB = 45^\circ$.

a). Tìm C trên tia Oz sao cho thể tích tứ diện $OABC$ bằng 8.

b). Gọi G là trọng tâm $\triangle ABO$ và M trên cạnh AC sao cho $AM = x$. Tìm x để $OM \perp GM$.

Lời giải.

[illegible]

6. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ. Nhân Biết

Câu 100.(THPT Kinh Môn 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Vectơ nào dưới đây vuông góc với cả hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$?

- A.** $\overrightarrow{w_2} = (-1; 3; 5)$. **B.** $\overrightarrow{w_4} = (1; 4; 7)$. **C.** $\overrightarrow{w_3} = (1; -4; 7)$. **D.** $\overrightarrow{w_1} = (-2; -6; -10)$.

Lời giải

Câu 101. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

- A. $2\sqrt{87}$. B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$. C. $\sqrt{349}$. D. $\sqrt{87}$.

Lời giải

Câu 102.(THPT Mộ Đức-Quảng Ngãi 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$, $B(0;-2;3)$. Tính diện tích tam giác OAB .

- A. $\frac{\sqrt{29}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{78}}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Câu 103.(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;-2;2-a)$; $B(a+3;-1;1)$; $C(-4;-3;0)$; $D(-1;-2;a-1)$. Tập hợp các giá trị của a để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là tập con của tập nào sau?

- A. $(-7;-2)$. B. $(3;6)$. C. $(5;8)$. D. $(-2;2)$.

Lời giải

Câu 104.(Sở GD VÀ ĐT Đồng Tháp-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(3;3;2)$, $C(-1;2;2)$ và $D(3;3;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{9}{7\sqrt{2}}$. B. $\frac{9}{7}$. C. $\frac{9}{14}$. D. $\frac{9}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Câu 105.(Sở GD-ĐT Gia Lai -2018) Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;1;4)$, $B(5;-1;3)$, $C(2;2;m)$, $D(3;1;5)$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình tứ diện.

A. $m > 6$.

B. $m < 6$.

C. $m \neq 6$.

D. $m = 6$.

Lời giải

Câu 106.(THPT NEWTON Hà Nội 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(a;0;0)$, $B(1;b;0)$, $C(1;0;c)$ với a, b, c là các số thực thay đổi sao cho $H(3;2;1)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 2$.

B. $S = 19$.

C. $S = 11$.

D. $S = 9$.

Lời giải

Câu 107.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(2;1;-3)$, $B(0;-2;5)$ và $C(1;1;3)$. Diện tích hình bình hành $ABCD$ là

A. $2\sqrt{87}$.

B. $\frac{\sqrt{349}}{2}$.

C. $\sqrt{349}$.

D. $\sqrt{87}$.

Lời giải

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc đường thẳng d sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó biểu thức $a + 2b + 3c$ bằng

A. 5. B. 7. C. 9. D. 3.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 109.(Chuyên Lê Quý Đôn) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2 = 0$ và hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(1; 0; 1)$. Điểm $C(a; b; -2) \in (P)$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất. Tính $a + b$

A. 0. B. -3. C. 1. D. 2.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 110.(THPT Nguyễn Khuyến) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 5)$, $B(3; 4; 1)$, $C(2; 3; -3)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên $mp(Oxz)$. Độ dài GM ngắn nhất bằng

A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Lời giải

.....	
.....	
.....	

Câu 111.(THPT Nguyễn Trung Thiên) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$, $C(2;1;1)$. Diện tích tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Câu 112.(THPT Kim Liên 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 3 = 0$. Gọi M , N lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) với các trục Ox , Oz . Tính diện tích tam giác OMN .

- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Câu 113.(THPT Việt Đức Hà Nội) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;-2;1)$; $B(1;0;-2)$; $C(3;1;-2)$; $D(-2;-2;-1)$. Câu nào sau đây sai?

- A. Bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. B. Tam giác ACD là tam giác vuông tại A .
C. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là góc tù. D. Tam giác ABD là tam giác cân tại B .

Lời giải

Câu 114.(THPT Nghèn) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;2); B(0;-1;-3)$. Xét điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) , giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|$ bằng?

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Câu 115. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2;0;-3); B(-1;-2;4); C(2;-1;2)$. Biết điểm $E(a;b;c)$ là điểm để biểu thức $P = |\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$

- A. $T = 3$. B. $T = 1$. C. $T = 0$. D. $T = -1$.

Lời giải

Câu 116.(Nam Tiền Hải Thái Bình) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;4); B(9;-7;2)$. Tìm trên trục Ox tọa độ điểm M thỏa $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(5;0;0)$. B. $M(-2;0;0)$. C. $M(4;0;0)$. D. $M(9;0;0)$.

Lời giải

Câu 117.(Triệu Thái Vĩnh Phúc) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1); B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 1. D. -2.

Lời giải

Câu 118.(Gang Thép Thái Nguyên) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;4;-1)$, $B(1;4;-1)$, $C(2;4;3)$, $D(2;2;-1)$, biết $M(x;y;z)$ để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x + y + z$ bằng

- A. 6. B. $\frac{21}{4}$. C. 8. D. 9.

Lời giải

Câu 119.Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;2)$, $B(3;-1;-2)$, $C(-4;0;3)$. Tìm tọa độ điểm I trên mặt phẳng (Oxz) sao cho biểu thức $|\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 5\overrightarrow{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $I\left(-\frac{37}{4}; 0; \frac{19}{4}\right)$. B. $I\left(-\frac{27}{4}; 0; \frac{21}{4}\right)$. C. $I\left(\frac{37}{4}; 0; -\frac{23}{4}\right)$. D. $I\left(\frac{25}{4}; 0; -\frac{19}{4}\right)$.

Lời giải

§BÀI 2.

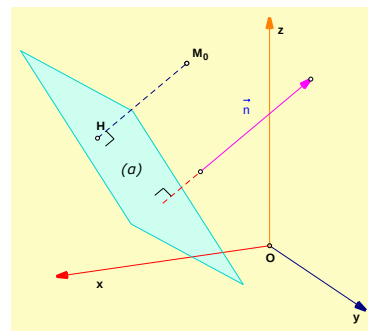
PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

A. LÝ THUYẾT GIÁO KHOA.

I. VÉC TƠ PHÁP TUYẾN:

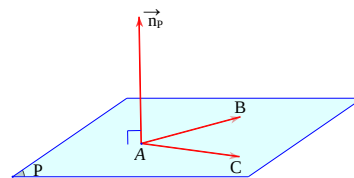
1. Định nghĩa:

Cho mặt phẳng (α) . Véc tơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là véc tơ pháp tuyến (VTPT) của $mp(\alpha)$ nếu giá của $\vec{n}$ vuông góc với (α) ,
Kí hiệu $\vec{n} \perp (\alpha)$.



2. Chú ý:

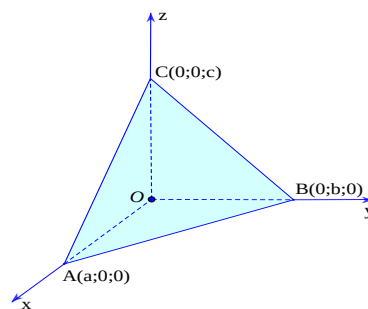
- Nếu $\vec{n}$ là VTPT của (α) thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là VTPT của (α) . Vậy $mp(\alpha)$ có vô số VTPT.
- Nếu hai véc tơ $\vec{a}, \vec{b}$ (không cùng phương) có giá song song (hoặc nằm trên) $mp(\alpha)$ thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là một VTPT của $mp(\alpha)$.
- Nếu ba điểm A, B, C phân biệt không thẳng hàng thì véc tơ $\vec{n} = [\vec{AB}, \vec{AC}]$ là một VTPT của $mp(ABC)$.



II. Phương trình tổng quát của mặt phẳng :

1. Phương trình tổng quát.

- Cho $mp(\alpha)$ đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$, có $\vec{n} = (A; B; C)$ là một VTPT .
Khi đó phương trình tổng quát của (α) có dạng: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.
- Nếu $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ thì $\vec{n} = (A; B; C)$ là một VTPT của (α) .
- Nếu $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$; $abc \neq 0$ thì phương trình của (ABC) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ và được gọi là phương trình theo đoạn chắn của (α) .



Ví dụ 1. Lập phương trình mặt phẳng (P) biết:

- (P) đi qua $A(1; 2; 3), B(4; -2; -1), C(3; -1; 2)$;
- (P) là mặt phẳng trung trực đoạn AC (Với A, C ở câu 1);
- (P) đi qua $M(0; 0; 1), N(0; 2; 0)$ và song song với AB ;
- (P) đi qua các hình chiếu của A lên các trục tọa độ.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

[illegible]This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains ten rows of lines, and the right column also contains ten rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

IV. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng:

Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mp $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ là:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Ví dụ 3. Lập phương trình (P) biết (P) song song với $(Q): 2x - 3y - 6z - 14 = 0$ và khoảng cách từ O đến (P) bằng 5.

Lời giải

B. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.

DẠNG 1. Lập phương trình mặt phẳng khi biết một điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và một véc tơ pháp tuyến

1. Phương pháp chung.

Để lập phương trình của một (P) ta cần tìm một điểm mà (P) đi qua và một VTPT của (P) . Khi tìm VTPT của (P) chúng ta cần lưu ý một số tính chất sau :

- Nếu giá của hai véc tơ không cùng phương $\vec{a}, \vec{b}$ có giá song song hoặc nằm trên (P) thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là một VTPT của (P) .
- Nếu hai mặt phẳng song song với nhau thì VTPT của mặt phẳng này cũng là VTPT của mặt phẳng kia.
- Nếu (P) chứa (hoặc song song) với AB thì giá của véc tơ $\overrightarrow{AB}$ sẽ nằm trên (hoặc song song) với (P) .
- Nếu $(P) \perp (Q)$ thì VTPT của mặt phẳng này sẽ có giá nằm trên hoặc song song với mặt phẳng kia.
- Nếu $(P) \perp AB$ thì $\overrightarrow{AB}$ là một VTPT của (P) .

2. Các trường hợp đặc biệt

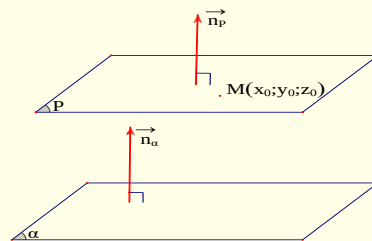
- Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm không trùng với gốc tọa độ $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ có phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.
- Các mặt phẳng tọa độ $(Oyz): x = 0, (Ozx): y = 0, (Oxy): z = 0$.
- Mặt phẳng (α) qua gốc tọa độ $Ax + By + Cz = 0$.
- Mặt phẳng (α) song song $(D \neq 0)$ hoặc chứa $(D = 0)$ trục Ox có dạng: $By + Cz + D = 0$.
- Mặt phẳng (α) song song $(D \neq 0)$ hoặc chứa $(D = 0)$ trục Oy có dạng: $Ax + Cz + D = 0$.
- Mặt phẳng (α) song song $(D \neq 0)$ hoặc chứa $(D = 0)$ trục Oz có dạng: $Ax + By + D = 0$.
- Mặt phẳng (α) song song $(D \neq 0)$ với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là: $Cz + D = 0$.
- Mặt phẳng (α) song song $(D \neq 0)$ với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là: $Ax + D = 0$.
- Mặt phẳng (α) song song $(D \neq 0)$ với mặt phẳng (Ozx) có phương trình là: $By + D = 0$.

3. Bài toán tổng quát và bài tập minh họa.

Bài toán 1. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M song song với mặt phẳng α cho trước.

Phương pháp.

- Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (α) nên VTPT của (P) chính là VTPT của mặt phẳng (α) .
- Từ đó viết phương trình mặt phẳng (P) qua M có VTPT là $\vec{n} = \vec{n}_\alpha$



Bài tập 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $M(-1; 2; 3)$ song song với mặt phẳng $(Q): 2x - 3y + 2z - 1 = 0$.

Lời giải

.....

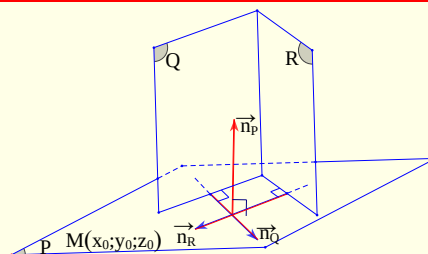
.....

.....

Bài toán 2. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M vuông góc với 2 mp (Q) và $mp(R)$.

Phương pháp.

- Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) và mặt phẳng (R) nên $\begin{cases} \vec{n}_p \perp \vec{n}_Q \\ \vec{n}_p \perp \vec{n}_R \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\vec{n}_Q, \vec{n}_R]$ với $\vec{n}_p, \vec{n}_Q, \vec{n}_R$ lần lượt là VTPT của mặt phẳng $(P), (Q), (R)$
- Phương trình mặt phẳng (P) qua M có VTPT $\vec{n}_p$



Bài tập 2. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $(1; -1; 2)$ và vuông góc với 2 mặt phẳng $(Q): x - 3z + 1 = 0; (R): 2x + y - z + 1 = 0$

Lời giải

.....

.....

.....

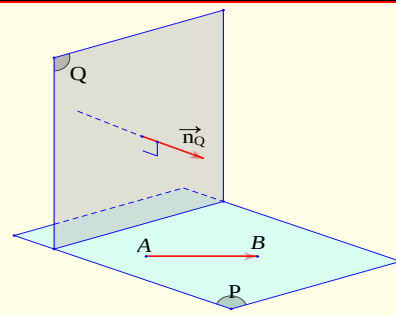
.....

.....

Bài toán 3. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q)

1. Phương pháp.

- Gọi $\vec{n}, \vec{n}_Q$ lần lượt là VTPT của mp (P) và mặt phẳng (Q)
- Vì mặt phẳng (P) đi qua A, B và mp (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) nên $\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{n}_Q \\ \vec{n} \perp \vec{AB} \end{cases} \Rightarrow [\vec{n}_Q, \vec{AB}]$.
- Từ đó viết phương trình mặt phẳng (P)



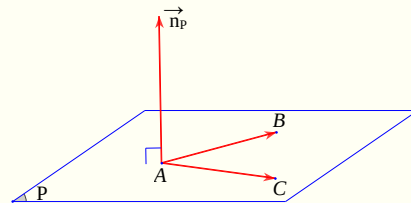
Bài tập 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$ và $B(1; 2; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3z + 13 = 0$

Lời giải

Bài toán 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm A, B, C cho trước

1. Phương pháp.

- Gọi $\vec{n}$ là VTPT của mặt phẳng (P).
- Vì mp (P) đi qua A, B, C nên $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$.
- Phương trình mặt phẳng (P) qua M có VTPT là $\vec{n}$



Bài tập 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A(1;0;1), B(0;2;0), C(0;1;2)

Lời giải

Bài toán 5. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua giao tuyến của 2 mặt phẳng (Q), (R) có

dạng $\begin{cases} (Q): Ax + By + Cz + D = 0 \\ (R): A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$ và thỏa mãn các giả thiết đi qua điểm M hoặc song song với mặt phẳng hoặc vuông góc với mặt phẳng.

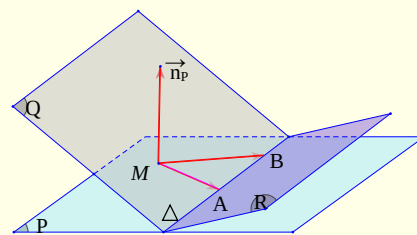
1. Phương pháp.

★ **Trường hợp 1: mp(P) đi qua giao tuyến Δ và điểm M.**

- Mọi điểm thuộc giao tuyến có tọa độ là nghiệm của hệ gồm 2 phương trình của mặt phẳng (Q) và (R)

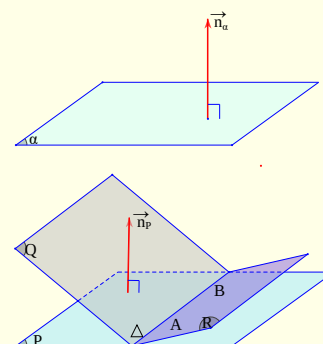
$$\begin{cases} (Q): Ax + By + Cz + D = 0 \\ (R): A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases} \quad (1)$$

- Từ hệ (1) chọn ra 2 điểm A, B thuộc giao tuyến sau đó viết phương trình mặt phẳng qua điểm A, B, M như dạng 4.



★ **Trường hợp 2: mp(P) đi qua giao tuyến Δ và song song với mp(α).**

- Nếu mp(P) song song với mp(α): $A_1x + B_1y + C_1x + D_1 = 0$ và đi qua hai giao tuyến mặt phẳng thì $\vec{n}_p = \vec{n}_\alpha = (A_1; B_1; C_1)$
- Khi đó, mp(P): $A_1x + B_1y + C_1x + d = 0, d \neq D_1$.
- Tìm d bằng cách thay hai điểm A, B vào phương trình mp(P) và giải hệ.



- [illegible]

Bài toán 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ thỏa mãn điều kiện cho trước .

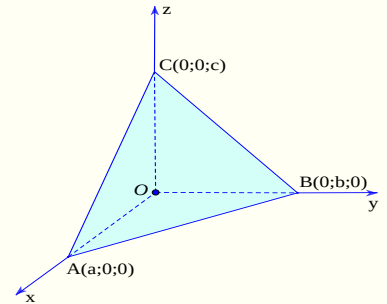
1. Phương pháp.

Sử dụng phương pháp mặt phẳng đoạn chắn :

- Mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$
; $abc \neq 0$ thì phương trình của (ABC) có dạng:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

- Sử dụng điều kiện của giả thiết để tìm a, b, c .



Bài tập 6. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;9;4)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho

- 1). M là trọng tâm của tam giác ABC .
- 2). Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (α) là lớn nhất.
- 3). $OA = OB = OC$.
- 4). $8OA = 12OB + 16 = 37OC$ và $x_A > 0, z_C < 0$.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 7. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(1;4;9)$ sao cho (α) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm A, B, C thỏa:

- 1). M là trọng tâm tam giác ABC ,
- 2). Tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất,
- 3). Khoảng cách từ O đến (ABC) lớn nhất,
- 4). $OA + OC = 4OB$ và $OA = OB + 9$.

Lời giải.

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains ten rows of these lines, providing a guide for letter height and placement. The lines are evenly spaced and extend across the width of each respective column.

[illegible]

 Bài 1. Lập phương trình của (P) trong các trường hợp sau:

- 1). (P) đi qua $A(1;2;1)$ và song song với $(Q): x + y + 3z - 1 = 0$;
- 2). (P) đi qua $M(0;1;2)$, $N(0;1;1)$, $P(2;0;0)$;
- 3). (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn MN (với M, N ở ý 2) ;
- 4). (P) đi qua các hình chiếu của $A(1;2;3)$ lên các trục tọa độ ;
- 5). (P) đi qua $B(1;2;0)$, $C(0;2;0)$ và vuông góc với $(R): x + y + z + 1 = 0$;
- 6). (P) đi qua $D(-1;2;3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng : $(\alpha): x - 2 = 0$; $(\beta): y - z - 1 = 0$.

[illegible]

Bài 2. Lập phương trình mặt phẳng (α) , biết:

- 1). (α) đi qua $M(2;3;1)$ và song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$;
- 2). (α) đi qua $A(2;1;1), B(-1;-2;-3)$ và (α) vuông góc với $(\beta): x + y + z = 0$;
- 3). (α) chứa trục Ox và vuông góc với $(Q): 2x + 3y - z + 2 = 0$.
- 4). (α) đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) , đồng thời (α) vuông góc với mặt phẳng $(\beta): 3x + 2y - z + 5 = 0$.

Lời giải

5. Câu hỏi trắc nghiệm:

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 1.(THPT Nguyễn Đức Cảnh) Trong không gian $Oxyz$, $mp(P): x + y - z + 3 = 0$.

Hỏi $mp(P)$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(1;1;-1)$. B. $N(-1;-1;1)$. C. $P(1;1;1)$. D. $Q(-1;1;1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 2.(Đặng Thành Nam) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(-1;-1;-1)$. B. $N(1;1;1)$. C. $P(-3;0;0)$. D. $Q(0;0;-3)$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 3.(THPT Kim Liên 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $mp(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n}_1 = (3;6;2)$. B. $\vec{n}_3 = (-3;6;2)$. C. $\vec{n}_2 = (2;1;3)$. D. $\vec{n}_4 = (-3;6;-2)$

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 4.(THPT Mê Linh Hà Nội) Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$ là

- A. $\vec{n} = (4;2;-4)$. B. $\vec{n} = (-2;1;-2)$. C. $\vec{n} = (1;-2;1)$. D. $\vec{n} = (2;1;2)$.

Lời giải

.....

.....

Câu 5.(THPT Ngô Sĩ Liên 2019) Mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$ có một vector pháp tuyến là:

- A. $\vec{n} = (3;2;3)$. B. $\vec{n} = (2;3;-2)$. C. $\vec{n} = (2;3;2)$. D. $\vec{n} = (3;2;-3)$.

Lời giải

.....

.....

Câu 6.(Chuyên Lê Thánh Tôn 2019) Vector $\vec{n} = (-1;-4;1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $x + 4y - z + 3 = 0$. B. $x - 4y + z + 1 = 0$. C. $x + 4y + z + 2 = 0$. D. $x + y - 4z + 1 = 0$.

Lời giải

.....

.....

Câu 7.(THPT Nghĩa Hưng Nam Định) Trong không gian $Oxyz$, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $\vec{n} = (3; 6; -2)$

B. $\vec{n} = (2; -1; 3)$

C. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$

D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$

Lời giải

Câu 8.(THPT Chuyên Trần Đại Nghĩa) Trong không gian với hệ trục độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(-1; 3; 3)$, $C(2; -4; 2)$. Một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) là:

A. $\vec{n}_1 = (-1; 9; 4)$.

B. $\vec{n}_4 = (9; 4; -1)$.

C. $\vec{n}_3 = (4; 9; -1)$.

D. $\vec{n}_2 = (9; 4; 11)$.

Lời giải

Câu 9.(THPT Thuận Thành Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là :

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$.

B. $2x - y + 3z - 4 = 0$.

C. $x - 2y - 4 = 0$.

D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Câu 10.(Chuyên Đại Học Vinh) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; -1; 3)$ và $B(0; 3; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB . Một vector pháp tuyến của (α) có tọa độ là

A. $(2; 4; -1)$.

B. $(1; 2; -1)$.

C. $(-1; 1; 2)$.

D. $(1; 0; 1)$.

Lời giải

Câu 11.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3; -1; 3)$, $B(-1; 3; 1)$ và (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Một vector pháp tuyến của (P) có tọa độ là:

A. $(-1; 3; 1)$.

B. $(-1; 1; 2)$.

C. $(-3; -1; 3)$.

D. $(1; 2; -1)$.

Lời giải

Câu 12.(Sở GD và ĐT Quảng Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; -1; 3)$ và $B(0; 3; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB . Một vectơ pháp tuyến của (α) có tọa độ là:

A. $\vec{n} = (2; 4; -1)$.

B. $\vec{n} = (1; 0; 1)$.

C. $\vec{n} = (-1; 1; 2)$.

D. $\vec{n} = (1; 2; -1)$.

Lời giải

Câu 13.(Sở GD & ĐT Cà Mau) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 5; -2)$, $B(3; 1; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

A. $2x + 3y + 4 = 0$.

B. $x - 2y + 2x - 8 = 0$.

C. $x - 2y + 2z + 8 = 0$.

D. $x - 2y + 2z + 4 = 0$.

Lời giải

Câu 14.(THPT Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -4)$ và $B(-1; 2; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB .

A. $(\alpha): 4x + 2y + 12z + 7 = 0$.

B. $(\alpha): 4x - 2y + 12z + 17 = 0$.

C. $(\alpha): 4x + 2y - 12z - 17 = 0$.

D. $(\alpha): 4x - 2y - 12z - 7 = 0$.

Lời giải

Câu 15.(Gang Thép Thái Nguyên 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; -1)$ và điểm $B(2; 1; 3)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $x + 2y + 3 = 0$.

B. $2x + y - 3 = 0$.

C. $x + y + z - 3 = 0$.

D. $x + 2z - 3 = 0$.

Lời giải

Câu 16.(THPT Chuyên Quốc Học Huế 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -4)$, $B(-1; 2; 2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là?

A. $4x + 2y + 12z + 7 = 0$.

B. $4x - 2y + 12z + 7 = 0$.

C. $4x + 2y - 12z - 17 = 0$.

D. $4x - 2y - 12z - 17 = 0$.

Lời giải

Câu 17.(THPT Nông Cống 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3), B(3;0;-1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

- A. $x + y - z + 1 = 0$. B. $x + y - 2z + 1 = 0$. C. $x - y - 2z + 1 = 0$. D. $x + y - 2z + 7 = 0$.

Lời giải

Câu 18.(Sở GD và ĐT Kiên Giang 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$,

$B(2;-1;1)$. Một vector pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (OAB) (Với O là gốc tọa độ) là

- A. $\vec{n} = (-3;1;-1)$. B. $\vec{n} = (1;-1;-3)$. C. $\vec{n} = (1;-1;3)$. D. $\vec{n} = (1;1;3)$.

Lời giải

Câu 19.(THPT Ngô Quyền Hà Nội) Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(2;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;4)$ là

- A. $(2;-3;4)$. B. $(-6;4;-3)$. C. $(-6;-4;3)$. D. $(-6;4;3)$.

Lời giải

Câu 20.(Sở GD và ĐT Điện Biên) Cho không gian $Oxyz$, viết phương trình đoạn chắn mặt phẳng đi qua điểm $A(2,0,0); B(0,-3,0); C(0,0,2)$

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1$. C. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$.

Lời giải

Câu 21.(Gang Thép Thái Nguyên) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua các điểm $A(1;0;0), B(0;3;0), C(0;0;5)$ có phương trình là

- A. $15x + 5y + 3z + 15 = 0$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} + 1 = 0$. C. $x + 3y + 5z = 1$. D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1$.

Lời giải

Câu 22.(THPT Thanh Chương 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;-2;0)$, $B(0;0;3)$ và $C(-1;0;0)$ có phương trình là

A. $3x+6y-2z+6=0$.

B. $6x+3y-2z-6=0$.

C. $2x-6y-3z-6=0$.

D. $6x+3y-2z+6=0$.

Lời giải

Câu 23.(THPT Chuyên Sơn-La 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$ là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

B. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=-1$.

C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=0$.

D. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải

Câu 24.(THPT Hàm Rồng) Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

B. $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$.

C. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$.

D. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$.

Lời giải

Câu 25.(THPT Kinh Dương 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-2)$ có phương trình là:

A. $-2x+y-z-2=0$.

B. $-2x+y-z+2=0$.

C. $-2x+y+z-2=0$.

D. $-2x-y-z+2=0$.

Lời giải

Câu 26.(THPT Chuyên Thái Bình) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình $mp(ABC)$.

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

B. $\frac{x}{1}-\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

C. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$.

D. $-\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải

Câu 61.(THPT Lý Nhân Tông 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;2)$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của A trên các mặt phẳng tọa độ?

A. $3x + 5y + 2z - 60 = 0$.

B. $10x + 6y + 15z - 60 = 0$.

C. $10x + 6y + 15z - 90 = 0$.

D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 27.(Chuyên Đại Học Vinh) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau song song với trục Oz ?

A. $(\alpha): z = 0$.

B. $(P): x + y = 0$.

C. $(Q): x + 11y + 1 = 0$.

D. $(\beta): z = 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 28.(THPT Nguyễn Công Trứ 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $z = 0$.

B. $y = 0$.

C. $y + z = 0$.

D. $x = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 29.(Chuyên Hưng Yên Lần 3) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng Ozx ?

A. $x = 0$.

B. $y - 1 = 0$.

C. $y = 0$.

D. $z = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 30.(THPT Sơn Tây Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $x + y = 0$.

B. $x = 0$.

C. $z = 0$.

D. $y = 0$.

Lời giải

.....

.....

Câu 31.(THPT Phú Dực) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $x + y + z = 0$. B. $y = 0$. C. $x = 0$. D. $z = 0$.

Lời giải

Câu 32.(THPT Thạch Thành 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình:

- A. $x = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $y = 0$. D. $z = 0$.

Lời giải

Câu 33.(THPT Nguyễn Đức Cảnh 2019) Trong không gian $Oxyz$ trục Ox song song với mặt phẳng có phương trình nào ?

- A. $x + by + cz + d = 0$ với $(b^2 + c^2 \neq 0)$. B. $y + z = 0$.
C. $by + cz + 1 = 0$ với $(b^2 + c^2 \neq 0)$. D. $x + 1 = 0$.

Lời giải

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 34.(THPT Nguyễn Khuyến) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

- A. $2x + y - 3z + 8 = 0$. B. $2x - y + 3z - 8 = 0$. C. $2x - y + 3z + 8 = 0$. D. $2x + y - 3z - 8 = 0$.

Lời giải

Câu 35.(THPT Trần Kim Hưng 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

- A. $x - y + 2z + 9 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 9 = 0$. C. $x - y + 2z - 9 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 14 = 0$

Lời giải

Câu 36.(THPT Yên Dũng 2019) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ có phương trình là

- A. $x + 2y - z + 4 = 0$. B. $2x + y + z - 4 = 0$. C. $2x + y - z - 4 = 0$. D. $2x - y - z + 4 = 0$.

Lời giải

Câu 37.(Chuyên ĐH Vinh) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$, đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a}(1; -1; 2)$ có phương trình là

- A. $3x - y + 4z - 12 = 0$. B. $3x - y + 4z + 12 = 0$. C. $x - y + 2z - 12 = 0$. D. $x - y + 2z + 12 = 0$.

Lời giải

Câu 38.(Thanh Chương Nghệ An) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Oyz) và đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ có phương trình

- A. $x = 1$. B. $z = 3$. C. $y = 2$. D. $x + y + z - 6 = 0$.

Lời giải

Câu 39.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; -1; 2)$ đồng thời song song với mặt phẳng $(Q): 2x + 3y - z + 5 = 0$ có phương trình là

- A. $2x + 3y - z - 3 = 0$. B. $x - y + 2z + 3 = 0$. C. $2x + 3y - z + 3 = 0$. D. $x - y + 2z - 3 = 0$.

Lời giải

Câu 40.(THPT Số Tư Nghĩa 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3z + 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) là:

- A. $4x - 2y + 6z + 8 = 0$. B. $2x - y + 3z - 8 = 0$. C. $2x - y + 3z + 8 = 0$. D. $4x - 2y + 6z - 8 = 0$

Lời giải

Câu 41.(THPT Yên Mô Ninh Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x - 2y + 3z + 1 = 0$

- A. $x - 2y + 3z + 6 = 0$. B. $x - 2y + 3z + 16 = 0$. C. $x - 2y + 3z - 6 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 16 = 0$.

Lời giải

Câu 42.(THPT Cẩm Giàng) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm

$A(1; 3; -2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$ là:

A. $2x + y + 3z + 7 = 0$.

B. $2x + y - 3z + 7 = 0$.

C. $2x - y + 3z + 7 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 7 = 0$.

Lời giải

Câu 43.(THPT Thuận Thành 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng chứa trục Oy và điểm $K(2; 1; -1)$?

A. $x + 2z = 0$.

B. $x - 2z = 0$.

C. $-x + 2y = 0$.

D. $y - 1 = 0$

Lời giải

Câu 44.(Sở GD và ĐT Cần Thơ 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -1)$ và $B(2; -1; 4)$. Phương trình mặt phẳng (OAB) với O là gốc tọa độ là

A. $3x + 14y + 5z = 0$.

B. $3x - 14y + 5z = 0$.

C. $3x + 14y - 5z = 0$.

D. $3x - 14y - 5z = 0$.

Lời giải

Câu 45.(THPT Nghĩa Hưng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 1; 0)$. Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + y - z + d = 0$. Hãy xác định a và d .

A. $a=1, d=1$.

B. $a=6, d=-6$.

C. $a=-1, d=-6$.

D. $a=-6, d=6$.

Lời giải

Câu 46.(Chuyên Nguyễn Du-Đăk Lăk) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua ba điểm $A(1; 3; 2)$, $B(2; 5; 9)$, $C(-3; 7; -2)$ có phương trình là $3x + ay + bz + c = 0$. Giá trị $a + b + c$ bằng

A. -6 .

B. 3 .

C. -3 .

D. 6 .

Lời giải

Câu 47.(THPT Ngô Quyền Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;-1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $D(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

- A. $2x+3y-6z+1=0$. B. $3x+2y-6z+1=0$. C. $3x+2y-5z=0$. D. $6x+2y-3z-5=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 48.(Chuyên Lý Tự Trọng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x-2y+2z+7=0$ và $(Q): 5x-4y+3z+1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) qua điểm $M(3;1;5)$ và vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- A. $2x+y-2z+4=0$. B. $2x-y-2z+5=0$.
C. $2x+y-2z+3=0$. D. $2x+y-2z-3=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 49.(THPT Lê Xoay 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$ và mặt phẳng $(R): 2x-y+z=0$ là:

- A. $4x+5y-3z-22=0$. B. $4x-5y-3z-12=0$.
C. $2x+y-3z-14=0$. D. $4x+5y-3z+22=0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 50.(Chuyên Lam Sơn 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là

- A. $2x+y-2z+1=0$. B. $2x+y-2z=0$. C. $2x-y-2z=0$. D. $2x-y+2z=0$.

Lời giải

Câu 51.(Chuyên Lý Tự Trọng Cần Thơ) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho bốn điểm $A(5;1;3), B(1;6;2), C(5;0;4), D(4;0;6)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng CD

A. $(P): 10x + 9y + 5z + 70 = 0$.

B. $(P): 10x + 9y + 5z - 74 = 0$

C. $(P): 10x + 9y + 5z + 74 = 0$

D. $(P): 10x + 9y + 5z - 70 = 0$.

Lời giải

Câu 52.(THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1), B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $2y + 3z - 11 = 0$.

B. $2x - 3y - 11 = 0$.

C. $x - 3y + 2z - 5 = 0$.

D. $3y + 2z - 11 = 0$.

Lời giải

Câu 53.(THPT Chuyên Sơn La Lần 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0), B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ có phương trình là

A. $4x - 3y + 2z + 3 = 0$.

B. $4x - 3y - 2z + 3 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 1 = 0$.

D. $4x + y - 2z - 1 = 0$.

Lời giải

Câu 54.(Đại Học KHTN Hà Nội) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (R) qua $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$; $(Q): x + y + z - 2 = 0$ có phương trình là

- A. $x + y + 2z - 1 = 0$. B. $4x - y - 3z - 5 = 0$. C. $4x - y + z - 1 = 0$. D. $x - y + z + 2 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 55.(THPT Gia Lộc 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$

- A. $2x + y - 3z - 14 = 0$. B. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.
C. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. D. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 56.(HSG Sở GD Và ĐT Bắc Ninh) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 2); B(2; 1; 1)$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) , mặt phẳng (Q) có phương trình là:

- A. $3x - 2y - z + 3 = 0$. B. $x + y + z - 2 = 0$. C. $3x - 2y - z - 3 = 0$. D. $-x + y = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 57.(Sở GD và Đào Tạo Hưng Yên) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(-1; -2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$.

- A. $x - y - z = 0$. B. $x + y - 3 = 0$. C. $x - y - 1 = 0$. D. $x + y + z - 4 = 0$.

Lời giải

.....

Câu 58.(Sở GD và Đào Tạo Bình Thuận 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 1), B(1; 2; 4)$. Viết phương trình $mp(P)$ đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $(P): 2x - 3y - 3z - 16 = 0.$

B. $(P): 2x - 3y - 3z - 6 = 0.$

C. $(P): -2x + 3y + 3z - 6 = 0.$

D. $(P): -2x + 3y + 3z - 16 = 0.$

Lời giải

Câu 59.(THPT Nguyễn Trãi Hải Dương) Mặt phẳng (P) đi qua $A(3; 0; 0), B(0; 0; 4)$ và song song với trục Oy có phương trình là

A. $4x + 3z - 12 = 0.$

B. $3x + 4z - 12 = 0.$

C. $4x + 3z + 12 = 0.$

D. $4x + 3z = 0.$

Lời giải

Câu 60.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; -1; 2)$, song song với trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + 2y - 2z + 1 = 0$.

A. $(P): 2y + 2z - 1 = 0.$

B. $(P): y + z - 1 = 0.$

C. $(P): y - z + 3 = 0.$

D. $(P): 2x + z - 2 = 0.$

Lời giải

Câu 61.(Chuyên Nguyễn Du) Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $ax + by + cz + 5 = 0$ qua hai điểm $A(3; 1; -1), B(2; -1; 4)$ và vuông góc với $(P): 2x - y + 3z + 4 = 0$. Giá trị của $a - b + c$ bằng

A. 9.

B. 12.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Câu 62.(THPT Phan Đình Tùng Hà Tĩnh) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 2; 4)$; $N(0; 1; 2)$; $P(2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + Ay + Bz + C = 0$. Biết (α) song song với OP và đi qua hai điểm M, N . Giá trị của biểu thức $A + B - C$ là

A. 1. B. -1. C. -5. D. 0.

Lời giải

Câu 63.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $ax + by + cz - 24 = 0$ qua $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 4 = 0$, $(Q): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Giá trị $a + b + c$ bằng

A. 8. B. 9. C. 10. D. 12.

Lời giải

Câu 64.(Chuyên ĐH Vinh) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng có phương trình $(P): x - 2y + 3z - 2 = 0$, $(Q): x - y + 3 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 5. Phương trình của mp (α) là:

A. $3x + 3y + z - 15 = 0$. B. $x + y + z + 3 = 0$. C. $-2x + z + 6 = 0$. D. $-2x + z - 6 = 0$.

Lời giải

Câu 65.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng lần lượt có phương trình (P): $x - 3y + 2z - 1 = 0$, (Q): $x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của mp (α) là:
A. $x + y + z - 3 = 0$. **B.** $x + y + z + 3 = 0$. **C.** $-2x + z + 6 = 0$. **D.** $-2x + z - 6 = 0$.

Lời giải

DẠNG 2. Lập phương trình mặt phẳng (α) khi biết một điểm $M(x_0; y_0; z_0)$, khoảng cách, góc và chưa có véc tơ pháp tuyến.

1. Phương pháp:

- ① Gọi $\vec{n} = (A; B; C)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α), $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$.
 ② Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$
 Có dạng : $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ (1)
 ③ Căn cứ vào giả thiết có n ẩn A, B, C ...thì có $n - 1$ phương trình.

★ Khoảng cách hai điểm $A(x_A, y_A, z_A), B(x_B, y_B, z_B)$ là

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

★ Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mp(P): $Ax + By + Cz + D = 0$ là:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

★ Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}, \vec{AC}] \right|$

★ Góc của hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (a; b; c)$ và $\vec{n}_2 = (a'; b'; c')$

$$\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a.a' + b.b' + c.c'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}$$

★ **Đặc biệt:** $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow a.a' + b.b' + c.c' = 0$

★ Nếu $\vec{n}_1$ song song $\vec{n}_2$ hoặc cùng phương với nhau thì

$$\exists k \in \mathbb{R} : \vec{n}_1 = k \cdot \vec{n}_2 \Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

2. Bài tập minh họa:

Bài tập 8. Lập phương trình mặt phẳng (α), biết:

- (α) đi qua $A(-1; 1; 1), B(3; 0; 2)$ và khoảng cách từ $C(1; 0; -2)$ đến (α) bằng 2;
- (α) cách đều hai mặt phẳng (P): $2x + y + 2z - 1 = 0$, (Q): $x - 2y + 2z - 4 = 0$
- Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz tạo với mp (Q): $2x - y + \sqrt{11}z + 3 = 0$ một góc $\alpha = 60^\circ$.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 9. Trong không gian $Oxyz$ cho bốn điểm $A(1;2;3), B(-2;3;-1), C(0;1;1), D(-4;-3;5)$.

Lập phương trình mặt phẳng (α) biết:

- 1). (α) đi qua A và chứa Ox
- 2). (α) đi qua A, B và cách đều hai điểm C, D .

Lời giải.

Bài tập 10. Lập phương trình (P) biết (P):

- 1). Song song với $(Q): 2x - 3y - 6z - 14 = 0$ và khoảng cách từ $I(1; -2; 3)$ đến (P) bằng 2.
- 2). Đi qua giao tuyến của hai mp $(\alpha): x - 3z - 2 = 0$; $(\beta): y - 2z + 1 = 0$ và khoảng cách từ $M\left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$ đến (P) bằng $\frac{7}{6\sqrt{3}}$.
- 3). Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua O , vuông góc với $(Q): x + y + z = 0$ và cách điểm $M(1; 2; -1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

Lời giải.

[illegible]

 **Bài tập 11.** Viết phương trình mặt phẳng (α) biết:

- 1). (α) đi qua $A(1;-1;1), B(2;0;3)$ và (α) song song với Ox ,
- 2). (α) đi qua $M(3;0;1), N(6;-2;1)$ và (α) tạo với (Oyz) một góc φ thỏa $\cos \varphi = \frac{2}{7}$.

[illegible]

4). (α) đi qua $E(0; 1; 1)$ và $d(A, (\alpha)) = 2; d(B, (\alpha)) = \frac{11}{7}$, trong đó $A(1; 2; -1), B(0; -3; 2)$.

[illegible]

[illegible]

Bài tập 13. Tìm m, n để 3 mặt phẳng sau cùng đi qua một đường thẳng:

$(P): x + my + nz - 2 = 0, (Q): x + y - 3z + 1 = 0$ và $(R): 2x + 3y + z - 1 = 0.$

Khi đó hãy viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua đường thẳng chung đó và tạo với (P) một

góc φ sao cho $\cos \varphi = \frac{23}{\sqrt{679}}$.

Lời giải.

.....

 **Bài tập 14.** Lập phương trình mặt phẳng (α) biết

- 1). (α) đi qua $A(1;0;2)$, $B(2;-3;3)$ và tạo với mặt phẳng $(\beta): 4x + y + z - 3 = 0$ một góc 60° .
- 2). (α) đi qua $C(2;-3;5)$, vuông góc với $(P): x - 5y - z + 1 = 0$ và tạo với mặt phẳng $(Q): 2x + 2y + z - 3 = 0$ góc 45° .

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm:

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 66.(THPT Nguyễn Du 2019) Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm A, B, C là $ax + by + cz + d = 0$ với $a + b^2 + c^2 = 21$ và $a > 0$. Khi đó $a + b + c + d$ bằng:

A.2.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Câu 67.(THPT Cổ Loa Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 2$.

B. $S = -12$.

C. $S = -4$.

D. $S = -2$.

Lời giải

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1); B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+b+c=5$.

B. $a+b+c=15$.

C. $a + b + c = -5$.

D. $a + b + c = -15$.

Lời giải

Câu 69.(THPT Kim Liên 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;0;0)$, $N(2;2;2)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua hai điểm M, N cắt trục Oy, Oz lần lượt tại $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $b \neq 0$, $c \neq 0$. Hệ thức nào dưới đây là đúng?

- A. $b+c=6$. B. $bc=3(b+c)$. C. $bc=b+c$. D. $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{6}$.

Lời giải

Câu 70.(Kênh Truyền Hình Giáo Dục Quốc Gia 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC .

- A. $(P): 6x+3y+2z+18=0$. B. $(P): 6x+3y+2z+6=0$.
C. $(P): 6x+3y+2z-18=0$. D. $(P): 6x+3y+2z-6=0$.

Lời giải

Câu 71.(THPT Chuyên Quốc Học Huế 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Viết phương trình mặt phẳng cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$.

- A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{12}+\frac{z}{9}=1$. B. $\frac{x}{4}+\frac{y}{16}+\frac{z}{12}=1$. C. $3x+12y+9z-78=0$. D. $4x+16y+12z-104=0$

Lời giải

Câu 72.(THPT Nguyễn Huệ Huế) Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0.$

B. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0.$

C. $(P): 6x + 2y + 2z - 2 = 0.$

D. $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0.$

Lời giải

Câu 73.(THPT Chuyên Nguyễn Du 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $ax + by + cz - 18 = 0$ cắt ba trục tọa độ tại A, B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm $G(-1; -3; 2)$. Giá trị $a + c$ bằng

A. 3.

B. 5.

C. -5.

D. -3.

Lời giải

Câu 74.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2019) Cho điểm $M(1;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x + y + z - 8 = 0.$

B. $x + 2y + 5z - 30 = 0.$

C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0.$

D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1.$

Lời giải

Câu 75.(Chuyên Lê Thánh Tông 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;2;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) .

A. $2x + y + 3z + 9 = 0$.

B. $2x + 2y + 3z + 14 = 0$.

C. $2x + y + z - 9 = 0$.

D. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

Lời giải

Câu 76.(THPT chuyên Hạ Long 2019) Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$, biết (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trọng tâm

A. $2x + 5y + z - 6 = 0$.

B. $2x + y - 6z - 23 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.

D. $3x + 4y + 3z - 1 = 0$.

Lời giải

Câu 77.(Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $H(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua H và cắt các trục tọa độ tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Hãy viết phương trình mặt phẳng (P) .

- A. $2x + y + z - 6 = 0$. B. $x + 2y + z - 6 = 0$. C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$. D. $2x + y + z + 6 = 0$.

Lời giải

Câu 78.(THPT Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) chứa điểm $H(1;2;2)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + 2y - 2z - 9 = 0$. B. $2x + y + z - 6 = 0$. C. $2x + y + z - 2 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 9 = 0$.

Lời giải

Câu 79.(THPT Lương Thế Vinh) Cho mặt phẳng $(Q): x - y + 2z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) , đồng thời cắt các trục Ox , Oy lần lượt tại các điểm M , N sao cho $MN = 2\sqrt{2}$.

A. $(P): x - y + 2z + 2 = 0$.

B. $(P): x - y + 2z = 0$.

C. $(P): x - y + 2z \pm 2 = 0$.

D. $(P): x - y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải

Câu 80.(Sở GD & Đào Tạo Hưng Yên) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình của các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách $mp(\beta)$ một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

A. $x + y - z + 6 = 0$; $x + y - z = 0$.

B. $x + y - z + 6 = 0$.

C. $x - y - z + 6 = 0$; $x - y - z = 0$.

D. $x + y + z + 6 = 0$; $x + y + z = 0$.

Lời giải

Câu 81.(Sở GD & ĐT Thừa Thiên Huế 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x + y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình $mp(P)$ song song với $mp(Q)$ và khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $\frac{2}{3}$.

A. $2x + y + 2z + 1 = 0$ hoặc $2x + y + 2z + 3 = 0$.

B. $2x + y + 2z - 3 = 0$ hoặc $2x + y + 2z + 3 = 0$.

C. $2x + y + 2z + 1 = 0$ hoặc $2x + y + 2z - 3 = 0$.

D. $2x + y + 2z - 4 = 0$ hoặc $2x + y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải

Câu 82.(THPT Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng (P) không qua O , song song mặt phẳng (Q) và $d((P);(Q)) = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + 2y + 2z + 3 = 0$. B. $x + 2y + 2z = 0$. C. $x + 2y + 2z + 1 = 0$. D. $x + 2y + 2z - 6 = 0$

Lời giải.

Câu 83.(THPT Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$, $D(2;4;6)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với $mp(ABC)$, (P) cách đều D và mặt phẳng (ABC) . Phương trình của (P) là

- A. $6x + 3y + 2z - 24 = 0$. B. $6x + 3y + 2z - 12 = 0$.
C. $6x + 3y + 2z = 0$. D. $6x + 3y + 2z - 36 = 0$.

Lời giải

Câu 84.(Đặng Thành Nam) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) song song và cách mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ một khoảng bằng 1; đồng thời (P) không qua O là

- A. $x + 2y + 2z + 1 = 0$. B. $x + 2y + 2z = 0$.
C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$. D. $x + 2y + 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Câu 85.(Sở GD và Đào Tạo Phú Thọ 2019) Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 3z + 2 = 0$, $(Q): x + 3z - 4 = 0$. Mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) có phương trình là

A. $x + 3z - 1 = 0$.

B. $x + 3z - 2 = 0$.

C. $x + 3z - 6 = 0$.

D. $x + 3z + 6 = 0$.

Lời giải

Câu 86.(THPT Toàn Thắng Hải Phòng 2109) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là:

A. $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$.

B. $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

C. $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$.

D. $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$.

Lời giải

Câu 87.(THPT Chuyên Quang Trung 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1)$, $B(1;0;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. (Q) là mặt phẳng song song với (P) đồng thời đường thẳng AB cắt (Q) tại C sao cho $CA = 2CB$. Mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x + y + z - \frac{4}{3} = 0$ hoặc $x + y + z = 0$.

B. $x + y + z = 0$.

C. $x + y + z - \frac{4}{3} = 0$.

D. $x + y + z - 2 = 0$ hoặc $x + y + z = 0$.

Lời giải

Câu 88.(Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua M và cắt các trục tọa độ tại A, B, C mà $OA = OB = OC \neq 0$?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Câu 89.(THPT Lý Thường Kiệt 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 0; 1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn $MA = MB = MC$. Tính $T = a + 2b + 3c$.

A. $T = 5$.

B. $T = 4$.

C. $T = 3$.

D. $T = 2$.

Lời giải

Câu 90.(Đề Minh Họa BGD) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(0;1;1)$; $B(1;1;0)$; $C(1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = MC$. Thể tích khối chóp $M.ABC$ là

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 91.(Tạp Chí Toán Học 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(3;-1;5)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB và cắt các trục Ox , Oy và Oz lần lượt tại các điểm D , E và F . Biết thể tích của tứ diện $ODEF$ bằng $\frac{3}{2}$, phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x - 3y + 4z \pm \sqrt{36} = 0$.

B. $2x - 3y + 4z + \frac{3}{2} = 0$.

C. $2x - 3y + 4z \pm 12 = 0$.

D. $2x - 3y + 4z \pm 6 = 0$.

Lời giải

Câu 92.(Đặng Thành Nam 2019) Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu mặt phẳng qua điểm $M(4; -4; 1)$ và chắn trên ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo ba đoạn thẳng có độ dài theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng $\frac{1}{2}$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Câu 93.(THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và $C(2; 1; 1)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác. Khi đó $a + 2b + c$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Câu 94.(THPT Hoàng Hoa Thám 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; 7)$, $B(5; 5; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, ta có OM bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 4.

Lời giải

Câu 95.(Sở GD & ĐT Đà Nẵng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm C trên trục Oy sao cho mặt phẳng (ABC) hợp với mặt phẳng (P) một góc 45° là

- A. $C\left(0; -\frac{2+\sqrt{2}}{0}; 0\right)$. B. $C\left(0; \frac{1}{4}; 0\right)$. C. $C\left(0; \frac{2+\sqrt{2}}{2}; 0\right)$. D. $C\left(0; -\frac{1}{4}; 0\right)$.

Lời giải

Câu 96.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-1;-1;0)$, $B(0;1;0)$, $M(a;b;c)$ với $(b < 0)$ thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$ sao cho $AM = \sqrt{2}$ và mặt phẳng (ABM) vuông góc với mặt phẳng (P) . Khi đó $T = 2a - 4b^2 + c$ bằng

- A. -8 . B. 7 . C. 28 . D. -17 .

Lời giải

Câu 97.(THPT Bình Minh Ninh Bình 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $6OA+3OB+2OC$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $6x+2y+3z-19=0$.

B. $x+2y+3z-14=0$.

C. $6x+3y+2z-18=0$.

D. $x+3y+2z-13=0$.

Lời giải

Câu 98.(THPT Nguyễn Đức Cảnh 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-y+2z-3=0$, $(Q):x-y+2z+3=0$ có bao nhiêu điểm M có hoành độ nguyên thuộc Ox sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai mặt phẳng (P) , (Q) bằng khoảng cách giữa (P) và (Q) .

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Câu 99.(THPT Thuận Thành 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0), B(0;1;0)$. Mặt phẳng đi qua các điểm A, B đồng thời cắt tia Oz tại C sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích bằng $\frac{1}{6}$ có phương trình dạng $x + ay + bz + c = 0$. Tính giá trị $a + 3b - 2c$.

A. 16. B. 1. C. 10. D. 6

Lời giải

Câu 100.(Sở GD & ĐT Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;4;0)$, mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 46 = 0$. Biết rằng khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng

A. -3. B. -6. C. 3. D. 6.

Lời giải

Câu 101.(THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;1;1)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất. Khi đó $a + 2b + 3c$ bằng

A. 12. B. 21. C. 15. D. 18.

Lời giải

[illegible]

Câu 102.(Kênh Truyền Hình GD Quốc Gia 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x + 2y + z - 14 = 0$.

B. (P): $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

C. (P): $x + 2y + 3z - 11 = 0$.

D. (P): $x + y + 3z - 14 = 0$.

Lời giải

[illegible]

Câu 103.(THPT Hàm Rồng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia Oy , Oz lần lượt tại B , C . Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $5\sqrt{6}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $4\sqrt{6}$.

D. $3\sqrt{6}$.

Lời giải

Câu 104.(THPT Chuyên Bắc Giang) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(4;1;9)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cắt 3 tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O) sao cho $(OA+OB+OC)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính khoảng cách d từ điểm $I(0;1;3)$ đến $mp(P)$.

A. $d = \frac{34}{5}$.

B. $d = \frac{36}{5}$.

C. $d = \frac{24}{7}$.

D. $d = \frac{30}{7}$.

Lời giải

Câu 105.(THPT Thạch Thành 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $3x-3y+2z+37=0$ và các điểm $A(4;1;5)$, $B(3;0;1)$, $C(-1;2;0)$. Biết rằng có điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) để biểu thức $\overline{MA}.\overline{MB}+\overline{MB}.\overline{MC}+\overline{MC}.\overline{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biểu thức $a^2+b^2-c^2$ có giá trị là

A. 69.

B. 61.

C. 18.

D. 22.

Lời giải

Câu 106.(Chuyên Khoa Học Tự Nhiên 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB , AC , AD lần lượt lấy các điểm B' , C' , D' thỏa mãn $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$, biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất?

A. $16x + 40y + 44z - 39 = 0$.

B. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$.

C. $16x - 40y - 44z - 39 = 0$.

D. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

Lời giải

Câu 107.(Tạp Chí Toán Học 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(9;-3;4)$, $B(a;b;c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các $mp(Oxy)$, $mp(Oxz)$, $mp(Oyz)$. Biết các điểm M, N, P đều nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$. Giá trị của $ab + bc + ca$ bằng

D. 12.

[illegible]

D. $T = 0$.

[illegible]

DẠNG 3. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng, khoảng cách và góc của hai mặt phẳng.

1. Phương pháp:

① Cho hai mp $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$

★ (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow A:B:C \neq A':B':C'$. ★ $(P) // (Q) \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

★ $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$ ★ $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$.

② Khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến mp $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ là:

$$d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Chú ý: nếu hai mặt (P) và (Q) song song với nhau thì chọn điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in mp(Q)$

Khi đó

$$d((Q), (P)) = d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

③ Cho hai mp $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ lần lượt có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (A; B; C)$ và $\vec{n}_q = (A'; B'; C')$. Khi đó, góc của hai mặt phẳng

$$\cos(\vec{n}_p, \vec{n}_q) = \frac{|A.A' + B.B' + C.C'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$$

2. Câu hỏi trắc nghiệm:

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 109. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) có các vectơ pháp tuyến là $\vec{a} = (a_1; b_1; c_1); \vec{b} = (a_2; b_2; c_2)$. Góc α là góc giữa hai mặt phẳng đó $\cos \alpha$ là biểu thức nào sau đây

A. $\frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$.

B. $\frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$.

C. $\frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{[\vec{a}; \vec{b}]}$.

D. $\frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2|}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$.

Lời giải

Câu 110. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $H(2; 1; 2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên mặt phẳng (P) , số đo góc của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$.

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Câu 111.(Gia Bình I Bắc Ninh 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng Oyz .

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Lời giải

Câu 112.(THPT Lê Xoay Vĩnh phúc 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ $A(-2;1;-6)$ đến mặt phẳng (Oxy) là

- A. 6. B. 2. C. 1. D. $\frac{7}{\sqrt{41}}$.

Lời giải

Câu 113.(THPT Thuận Thành 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$. Tính khoảng cách từ điểm $M(1;-2;3)$ đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{\sqrt{31}}{7}$. B. $d = \frac{12\sqrt{85}}{85}$. C. $d = \frac{12}{7}$. D. $d = \frac{18}{7}$.

Lời giải

Câu 114.(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ $A(-2;1;-6)$ đến mặt phẳng (Oxy) là

- A. 6. B. 2. C. 1. D. $\frac{7}{\sqrt{41}}$.

Lời giải

Câu 115.(THPT Ngọc Tảo Hà Nội 2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(4;4;5)$, $C(0;0;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC cách mặt phẳng tọa độ (Oxy) một khoảng bằng

- A. 2. B. 3. C. $\sqrt{5}$. D. 1.

Lời giải

Câu 116. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $mp(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$ và tọa độ điểm $A(2; -1; -1)$. Gọi H là hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (P) . Tính độ dài đoạn thẳng AH .

- A. 5. B. $\frac{11}{5}$. C. $\frac{11}{25}$. D. $\frac{22}{5}$.

Lời giải

Câu 117.(THPT Thuận Thành 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $D(1; -1; -2)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) bằng

- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{1}{\sqrt{7}}$. C. $\sqrt{7}$. D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Câu 118.(Đề Minh Họa BGD 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 4)$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{4\sqrt{21}}{21}$. B. $\frac{2\sqrt{21}}{21}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{21}$. D. $\frac{3\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Câu 119.(Đề minh họa BGD 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 5x + 5y - 5z - 1 = 0$ và $(Q): x + y - z + 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{15}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Câu 120. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa $mp(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $mp(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. 3. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Câu 121. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 1 = 0$. Chọn câu đúng nhất trong các nhận xét sau:

A. (P) đi qua gốc tọa độ O .

B. (P) song song với (Oxy) .

C. (P) vuông góc với trục Oz .

D. (P) song song với trục Oy .

Lời giải

Câu 122. Ba mặt phẳng $x + 2y - z - 6 = 0$, $2x - y + 3z + 13 = 0$, $3x - 2y + 3z + 16 = 0$ cắt nhau tại điểm M . Tọa độ của M là:

A. $M(-1; 2; -3)$.

B. $M(1; -2; 3)$.

C. $M(-1; -2; 3)$.

D. $M(1; 2; 3)$.

Lời giải

Câu 123.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(\alpha) // (Oxy)$.

B. $(\alpha) // Oz$.

C. $Oz \subset (\alpha)$.

D. $(\alpha) \perp Oz$.

Lời giải

Câu 124.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2z - 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(\alpha) \equiv (Oxy)$.

B. $(\alpha) // Oz$.

C. $Oz \subset (\alpha)$.

D. $(\alpha) \perp Oz$.

Lời giải

Câu 125.(Tạp Chí Toán Học 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với (Oxz) ?

A. $(P): x - 3 = 0$.

B. $(Q): y - 2 = 0$.

C. $(R): z + 1 = 0$.

D. $(S): x + z + 3 = 0$.

Lời giải

Câu 126.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) : $x - 2y = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $(\alpha) // (Oxy)$. B. $(\alpha) // Oz$. C. $Oz \subset (\alpha)$. D. $Oy \subset (\alpha)$.

Lời giải

Câu 127.(THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) : $2x + y + z - 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $2x - y - z - 2 = 0$. B. $x - y - z - 2 = 0$. C. $x + y + z - 2 = 0$. D. $2x + y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Câu 128.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x + 2y - 2z + 3 = 0$, mặt phẳng (Q) : $x - 3y + 5z - 2 = 0$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) là

- A. $\frac{\sqrt{35}}{7}$. B. $-\frac{\sqrt{35}}{7}$. C. $\frac{5}{7}$. D. $-\frac{5}{7}$.

Lời giải

Câu 129.(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng (Q) : $x - y - 11 = 0$ bằng bao nhiêu?

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Lời giải

Câu 130.(Sở GD & ĐT Kiên Giang 2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $B(4; 2; -3)$ và mặt phẳng $(Q): -2x + 4y + z - 7 = 0$. Gọi B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (Q) . Tính khoảng cách từ B' đến (Q) .

- A. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$. C. $\frac{10\sqrt{13}}{13}$. D. $\frac{10\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Mức độ 2. Thông hiểu

Câu 131.(THPT Chuyên Lào Cai 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$ gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox, Oy, Oz . Khi đó khoảng cách từ điểm $O(0; 0; 0)$ đến mặt phẳng (ABC) có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{\sqrt{14}}$.

Lời giải

Câu 132.(Phát triển đề minh họa 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 2; 3), B(-3; 0; 0), C(0; -3; 0), D(0; 0; 6)$. Độ dài đường cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$ là

- A. 9. B. 1. C. 6. D. 3.

Lời giải

Câu 133.(THPT Gia Bình 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, ($b > 0, c > 0$) và mặt phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Tính $S = b + c$ biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến (ABC) bằng $\frac{1}{3}$.

A. $S = 1$.

B. $S = \sqrt{2}$.

C. $S = 0$.

D. $S = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Câu 134.(THPT Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 3y + (2m + 3)z - 2 = 0$. Giá trị của m để $(P) \perp (Q)$ là

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = 0$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Câu 135.(Sở GD & ĐT Đồng Tháp 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $x - my + z - 1 = 0$ ($m \in \mathbb{R}$), mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và qua điểm $A(1; -3; 1)$. Tìm số thực m để hai mặt phẳng $(P), (Q)$ vuông góc.

A. $m = -3$.

B. $m = -\frac{1}{3}$.

C. $m = \frac{1}{3}$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Câu 136.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Gọi m, n là hai giá trị thực thỏa mãn giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx + 2y + nz + 1 = 0$ và $(Q_m): x - my + nz + 2 = 0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x - y - 6z + 3 = 0$. Tính $m + n$.

A. $m + n = 0$.

B. $m + n = 2$.

C. $m + n = 1$.

D. $m + n = 3$.

Lời giải

Câu 137.(THPT Hùng Vương 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$. Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

A. $m = 1$.

B. $m = -2$.

C. $m = 2$.

D. Không tồn tại m

Lời giải

Câu 138.(THPT Thị Xã Quảng Trị 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$ và $(\beta): 2x - y + mz - m + 1 = 0$, với m là tham số thực.

Giá trị của m để $(\alpha) \perp (\beta)$ là

A. -1 .

B. 0 .

C. 1 .

D. -4 .

Lời giải

Câu 139.(Đặng Thành Nam) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu số thực m để mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$ song song với mặt phẳng $(Q): 2x + (m + 2)y - 2mz - m = 0$?

A. 1 .

B. 0 .

C. Vô số.

D. 2 .

Lời giải

Câu 140.(THPT Kim Liên 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + by + 4z - 3 = 0$ và $(Q): ax + 3y - 2z + 1 = 0, (a, b \in \mathbb{R})$. Với giá trị nào của a và b thì hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

- A. $a = 1; b = -6$. B. $a = -1; b = -6$. C. $a = -\frac{3}{2}; b = 9$. D. $a = -1; b = 6$.

Lời giải

Câu 141.(THPT Đoàn Thượng 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$. Tìm m để (α) song song với (β) .

- A. $m = -2$. B. không tồn tại m . C. $m = 2$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 142.(THPT Thuận Thành 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx + (m-1)y + z - 10 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$. Với giá trị nào của m thì (P) và (Q) vuông góc với nhau?

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

Lời giải

Câu 143.(THPT Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2;1;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ điểm $I(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P)

A. $\frac{17\sqrt{30}}{30}$.

B. $\frac{13\sqrt{30}}{30}$.

C. $\frac{19\sqrt{30}}{30}$.

D. $\frac{11\sqrt{30}}{30}$.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 144.(Chuyên KHTN 2019) Biết rằng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O . Giả sử (P) có phương trình $x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ và (Q) có phương trình $x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2 + c_1c_2$.

A. 7.

B. -9.

C. -7.

D. 9.

Lời giải

Câu 145.(Toán Học Tuổi Trẻ số 6-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Khi đó giá trị $a + b + c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;3)$. B. $(3;5)$. C. $(5;8)$. D. $(8;11)$.

Lời giải

Câu 146.(THPT Chuyên ĐHSPT 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Các số a , b khác 0 thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(P): ay + bz = 0$ bằng $2\sqrt{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a = -b$. B. $a = 2b$. C. $b = 2a$. D. $a = b$.

Lời giải

Câu 147.(Sở GD & ĐT Hậu Giang 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$, $B(3;4;4)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $2x + y + mz - 1 = 0$ bằng độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = -3$. D. $m = \pm 2$.

Lời giải

Câu 148.(THPT Trần Hưng Đạo 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;0;-6)$, $B(0;1;-8)$, $C(1;2;-5)$ và $D(4;3;8)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

- A. Có vô số mặt phẳng. B. 1 mặt phẳng. C. 7 mặt phẳng. D. 4 mặt phẳng.

Lời giải

Câu 149.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;0;-1)$, $C(2;-1;2)$. Điểm D thuộc tia Oz sao cho độ dài đường cao xuất phát từ đỉnh D của tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{30}}{10}$ có tọa độ là

- A. $(0;0;1)$. B. $(0;0;3)$. C. $(0;0;2)$. D. $(0;0;4)$.

Lời giải

Câu 150.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a,b,c là các số thực dương thay đổi tùy ý sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. 3.

Lời giải

[illegible]

Câu 151.(Cụm Đồng Bằng Sông Cửu Long 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x + y + z + 3 = 0$, cách điểm $M(3; 2; 1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a; b; c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a + b + c < -2$?

- D. 0.

Lời giải

[illegible]

Câu 152.(THPT Chuyên Trần Phú 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;-2;0)$, $B(0;-4;0)$, $C(0;0;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) nào dưới đây đi qua A , gốc tọa độ O và cách đều hai điểm B và C ?

- A. $(P): 2x - y + 3z = 0$. B. $(P): 6x - 3y + 5z = 0$. C. $(P): 2x - y - 3z = 0$. D. $(P): -6x + 3y + 4z = 0$

Lời giải

.....

Câu 153.(THPT Đặng Thúc Hứa 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm có $A(1;2;-1)$, $B(2;0;1)$, $C(-2;2;3)$. Đường thẳng Δ qua trực tâm H của tam giác ABC và nằm trong mặt phẳng (ABC) cùng tạo với các đường thẳng AB , AC một góc $\alpha < 45^\circ$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b;c)$ với c là một số nguyên tố. Giá trị của biểu thức $ab + bc + ca$ bằng

- A. -67. B. 23. C. -33. D. -37.

Lời giải

.....

Câu 154.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(2;-2;0)$. Có tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 trong 5 điểm O , A , B , C , D ?

- A. 7. B. 5. C. 6. D. 10.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

DẠNG 3. Tìm hình chiếu của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ xuống $mp(\alpha)$, tìm điểm đối xứng M' .

Bài toán 1. Tìm hình chiếu của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ xuống mặt phẳng $mp(P)$.

1. Phương pháp.

Cách 1. Vận dụng khi $a, b, c \neq 0$.

① H là hình chiếu vuông góc của M lên $mp(P)$

★ Giả sử $H(x_1; y_1; z_1) \Rightarrow ax_1 + by_1 + cz_1 + d = 0$ (1)

$$\Rightarrow \overrightarrow{MH}(x_1 - x_0; y_1 - y_0; z_1 - z_0) \quad (2)$$

★ $\overrightarrow{MH}$ cùng phương với VTPT $\vec{n} = (a; b; c)$ của $mp(P)$

$$\Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R} : \overrightarrow{MH} = t \cdot \vec{n}_p$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_0; y_1 - y_0; z_1 - z_0) = (ta; tb; tc) \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_0 = ta \\ y_1 - y_0 = tb \\ z_1 - z_0 = tc \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_0 + ta \\ y_1 = y_0 + tb \\ z_1 = z_0 + tc \end{cases}$$

$$\star \text{ Thay } x_1; y_1; z_1 \text{ vào } mp(P): ax_1 + by_1 + cz_1 + d = 0 \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{cases}$$

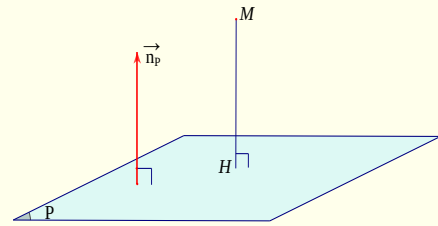
② **Cách 2:**

★ Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng $(P) \Rightarrow M$ là giao điểm của mặt phẳng (P) với đường thẳng Δ qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) .

★ Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm M và nhận véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b; c)$ làm véc tơ chỉ phương.

★ Vì H thuộc mặt phẳng (P) thay vào phương trình mặt phẳng

$$(P) \Rightarrow t \Rightarrow H \Rightarrow x_1 = -2; y_1 = 8; z_1 = 1 \Rightarrow H(-2; 8; 1)$$



Bài tập 15.

a). Tìm hình chiếu vuông góc của $M(3; 6; 2)$ lên $mp(P): 5x - 2y + z + 25 = 0$.

b). Tọa độ hình chiếu H của $A(-2; 1; 0)$ trên mặt phẳng (P) là: $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 16. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 0; -1), B(1; -2; 3), C(0; 1; 2)$.

Tọa độ hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên mặt phẳng (ABC) là điểm H , khi đó tọa độ điểm H là:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

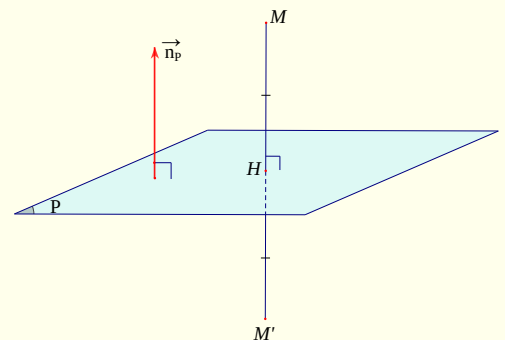
Bài toán 2. Tìm điểm đối xứng M' của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ qua mặt phẳng $mp(P)$.

1. Phương pháp.

① **Bước 1.** Tìm H là hình chiếu vuông góc của M lên $mp(P)$.

② **Bước 2.** M' đối xứng với M qua $mp(P)$

$$\Rightarrow H \text{ là trung điểm của } MM_1 \Rightarrow \begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M \\ y_{M'} = 2y_H - y_M \\ z_{M'} = 2z_H - z_M \end{cases} \Rightarrow M'$$



2. Bài tập Minh họa:

Bài tập 17. Cho điểm $A(2; 3; 5)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$.

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P) . Tọa độ điểm A' là:

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm:

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 156. (THPT Hoàng Hoa Thám 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c$ bằng ?

- A. 0. B. 3. C. -2. D. -1.

Lời giải

Câu 157. (THPT Thanh Thủy 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu vuông góc N của điểm $M(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) .

- A. $N(0; 2; 3)$. B. $N(1; 2; 0)$. C. $N(0; 2; 0)$. D. $N(1; 0; 3)$.

Lời giải

Câu 158. (Sở Bình Phước 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4; 1; -2)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là?

- A. $A'(4; -1; -2)$. B. $A'(4; -1; 2)$. C. $A'(-4; -1; 2)$. D. $A'(4; 1; 2)$.

Lời giải

Câu 159. (THPT chuyên Nguyễn trãi) Cho điểm $A(3; 5; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 7 = 0$. Tìm tọa độ điểm M là điểm đối xứng với điểm A qua (P) .

- A. $M(-1; -1; 2)$. B. $M(2; -1; 1)$. C. $M(0; -1; -2)$. D. $M(7; 1; -2)$.

Lời giải

Câu 160. (THPT chuyên Lê Thánh Tông 2019) Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Tìm tọa độ điểm N là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) .

- A. $N(-2; 0; 2)$. B. $N(-1; 1; 0)$. C. $N(-1; 0; 1)$. D. $N(-2; 2; 0)$.

Lời giải

Câu 161.(THPT Lương Tài 2019) Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + z + 6 = 0$ và điểm $A(2; -1; 0)$. Hình chiếu vuông góc của $A(2; -1; 0)$ lên mặt phẳng (α) là.

A. $(-1; 1; -1)$.

B. $(1; -1; 1)$.

C. $(3; -2; 1)$.

D. $(5; -3; 1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 162. Tọa độ hình chiếu của điểm $A(5; -1; -2)$ lên mặt phẳng $3x - y - 2z + 9 = 0$ là.

A. $(2; 0; -1)$.

B. $(2; 0; 1)$.

C. $(-1; 1; 2)$.

D. $(-1; 5; 0)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 163.(THPT chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(3; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của A và B trên mặt phẳng (P) . Tính độ dài đoạn MN .

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 164.(THPT chuyên Lương Thế Vinh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(6; 5; 4)$ lên mặt phẳng $(P): 9x + 6y + 2z + 29 = 0$ là:

A. $(-3; -1; 2)$.

B. $(-5; 3; -1)$.

C. $(-5; 2; 2)$.

D. $(-1; -3; -1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 165. Cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$ và điểm $A(-2; 1; 0)$. Tọa độ hình chiếu H của A trên mặt phẳng (P) là:

A. $H(1; -3; -2)$.

B. $H(1; 3; 2)$.

C. $H(1; 3; -2)$.

D. $H(-1; 3; -2)$.

Lời giải

Câu 166. (THPT Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 4)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) .

A. $(0; 0; -3)$.

B. $(1; 1; 3)$.

C. $(3; 0; 3)$.

D. $(5; 2; 2)$.

Lời giải

Câu 167. (THPT chuyên KHTN) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3; 5; 0)$, $B(2; 0; -3)$, $C(0; 1; -4)$ và $D(2; -1; -6)$. Tọa độ của điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (BCD) là.

A. $(-1; -1; 2)$.

B. $(1; 1; 2)$.

C. $(-1; 1; 2)$.

D. $(1; -1; 2)$.

Lời giải

Câu 168. Cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 9 = 0$ và điểm $A(-2; 1; 0)$. Tọa độ hình chiếu H của A trên mặt phẳng (P) là:

A. $H(1; -3; -2)$.

B. $H(1; 3; 2)$.

C. $H(1; 3; -2)$.

D. $H(-1; 3; -2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 169. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; -1), B(1; -2; 3), C(0; 1; 2)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O lên mặt phẳng (ABC) là điểm H , khi đó tọa độ điểm H là:

A. $H\left(1; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$.

B. $H\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $H\left(1; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

D. $H\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 170. Cho điểm $A(2; 3; 5)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$. Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P) . Tọa độ điểm A' là:

A. $A'\left(\frac{12}{7}; \frac{18}{7}; \frac{34}{7}\right)$.

B. $A'\left(\frac{12}{7}; -\frac{18}{7}; -\frac{34}{7}\right)$.

C. $A'\left(-\frac{12}{7}; \frac{18}{7}; -\frac{34}{7}\right)$.

D. $A'\left(\frac{12}{7}; -\frac{18}{7}; \frac{34}{7}\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 4. Bài toán cực trị (giá trị lớn nhất và nhỏ nhất).

Bài toán 1. Tìm điểm M sao cho tổng hoặc hiệu các véc tơ đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

Trong không gian cho n điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$.

① **Loại 1.** Tìm M sao cho $P = \alpha_1 MA_1^2 + \alpha_2 MA_2^2 + \dots + \alpha_n MA_n^2$

a). Nhỏ nhất khi $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n > 0$

b). Lớn nhất khi $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n < 0$

② **Loại 2.** Tìm M sao cho $P = \left| \alpha_1 \overrightarrow{MA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{MA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{MA_n} \right|$ nhỏ nhất hoặc lớn nhất, trong đó

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \neq 0.$$

1. Phương pháp.

Gọi I là điểm thỏa mãn: $\alpha_1 \overrightarrow{IA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{IA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{IA_n} = \vec{0}$ điểm I tồn tại và duy nhất nếu $\sum_{i=1}^n \alpha_i \neq 0$.

Khi đó

Loại 1.

$$P = \alpha_1 (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_1})^2 + \alpha_2 (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_2})^2 + \dots + \alpha_n (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_n})^2 = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) IM^2 + \sum_{i=1}^n \alpha_i IA_i^2$$

Do $\sum_{i=1}^n \alpha_i IA_i^2$ không đổi nên:

✎ Nếu $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n > 0$ thì P nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất

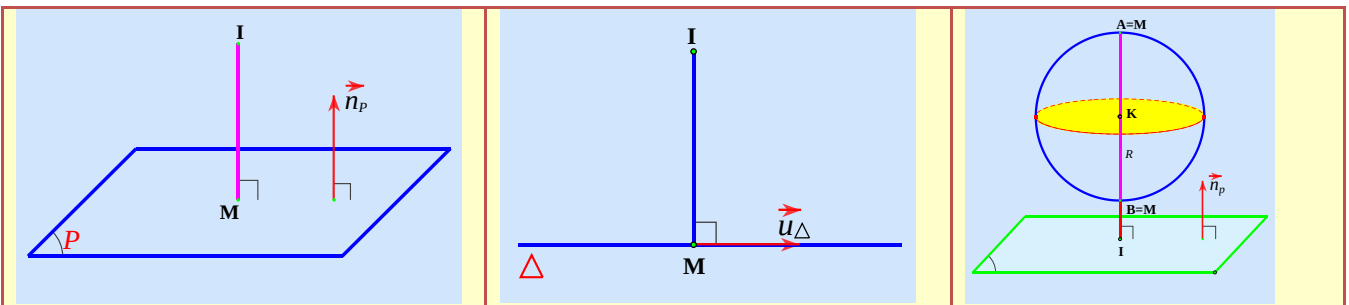
✎ Nếu $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n < 0$ thì P lớn nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất

Bài toán 2. $P = \left| \alpha_1 (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_1}) + \alpha_2 (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_2}) + \dots + \alpha_n (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA_n}) \right| = \left| \sum_{i=1}^n \alpha_i \right| \cdot MI$

✎ Do đó P nhỏ nhất hoặc lớn nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất hoặc lớn nhất.

✎ Nếu M thuộc đường thẳng Δ (hoặc mặt phẳng (P)) thì MI lớn nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của I lên Δ (hoặc (P)).

✎ Nếu M thuộc mặt cầu (S) và đường thẳng đi qua I và tâm của (S) , cắt (S) tại hai điểm A, B ($IA > IB$) thì MI nhỏ nhất (lớn nhất) $\Leftrightarrow M \equiv B$ ($M \equiv A$).



2. Bài toán minh họa.

Bài tập 18. Trong không gian cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; -3)$, $C(2; -3; -1)$

1). Tìm M thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z - 1 = 0$ sao cho $S = 3MA^2 + 4MB^2 - 6MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

2). Tìm M thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-1}$ sao cho $P = \left| \overrightarrow{MA} - 7\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

3). Tìm M thuộc mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-8)^2 = 36$ thỏa $F = MA^2 - 4MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 19. Trong không gian Oxyz cho ba điểm $A(2;3;1)$, $B(-1;-2;0)$, $C(1;2;-2)$.

- 1). Lập phương trình mặt phẳng (ABC) ;
- 2). Tìm a, b để mặt phẳng $(\alpha): (2a + b)x + (3a + 2b)y - 1z + 1 = 0$ song song với (ABC) ;
- 3). Tìm $M \in (\beta): 3x + y - z + 1 = 0$ sao cho $S = 2MA^2 + 4MB^2 - 3MC^2$ nhỏ nhất;
- 4). Tìm $N \in (\gamma): 3x + 3y - z - 29 = 0$ sao cho $P = |3\overrightarrow{NA} - 5\overrightarrow{NB} + 7\overrightarrow{NC}|$ nhỏ nhất.

Lời giải.

 **Bài tập 20.** Cho các điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(5; -2; 7)$, $C(1; 8; -1)$.

Tìm tập hợp các điểm M trong không gian thỏa

1). $MA^2 + MB^2 = MC^2$

2). $|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}|$

Lời giải.

Bài tập 21. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 4; 5)$, $B(0; 3; 1)$, $C(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 15 = 0$. Tìm điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho

- 1). $MA^2 + MB^2 + MC^2$ có giá trị nhỏ nhất.
- 2). $MA^2 + 2MB^2 - 4MC^2$ có giá trị lớn nhất.

Lời giải.

Bài tập 22. Cho $A(1; 4; 2), B(-1; 2; 4)$ và $\Delta: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng

Δ sao cho

- 1). $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất
- 2). $|\overrightarrow{3OM} + 2\overrightarrow{AM} - 4\overrightarrow{BM}|$ nhỏ nhất.
- 3). Diện tích tam giác MAB nhỏ nhất.

Lời giải.

Bài 23. Cho tam giác ABC có $A(3; -2; 5), B(-2; 1; -3), C(5; 1; -1)$. Điểm M có các thành phần tọa độ bằng nhau.

- 1). Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác nhọn.
- 2). Tìm tọa độ điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{BC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- 3). Tìm điểm M sao cho $2MA^2 + MB^2 - 4MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải.

[illegible]

Bài 24. Cho ba điểm $A(1;2;-3), B(2;4;5), C(3;6;7)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$.

- 1). Tìm tọa độ hình chiếu trọng tâm G của tam giác ABC trên mặt phẳng (P) .
- 2). Tìm tọa độ điểm G' đối xứng với điểm G qua mặt phẳng (P) .
- 3). Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức T có giá trị nhỏ nhất với

$$T = MA^2 + MB^2 + MC^2.$$

Lời giải.

[illegible]

Bài 25. Cho các điểm $A(1; 0; -1), B(0; 2; 3), C(-1; 1; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$. Tìm điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho

1). $MA^2 + 2MB^2 - 4MC^2$ lớn nhất. 2). $|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BC}|$ nhỏ nhất.

Lời giải.

- 1). Khoảng cách từ gốc tọa độ đến Δ_m là lớn nhất, nhỏ nhất.
- 2). Δ_m tạo với mặt phẳng (xOy) một góc lớn nhất.
- 3). Khoảng cách giữa Δ_m và trục Oy lớn nhất.

[illegible]

- 1). Tìm tọa độ điểm $M \in (P)$ sao cho $MA = MB$ và $y_M = 1$;
- 2). Tìm $N \in (P)$ sao cho $S = 2NA^2 + NB^2 + NC^2$ nhỏ nhất.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 **Bài tập 28.** Trong không gian Oxyz cho ba điểm $A(2;3;1)$, $B(-1;-2;0)$, $C(1;2;-2)$

- 1). Lập phương trình mặt phẳng (ABC) ,
- 2). Tìm a, b để mặt phẳng $(\alpha): (2a+b)x + (3a+2b)y - 1z + 1 = 0$ song song với (ABC) ,
- 3). Tìm $M \in (\beta): 3x + y - z + 1 = 0$ sao cho $S = 2MA^2 + 4MB^2 - 3MC^2$ nhỏ nhất,
- 4). Tìm $N \in (\gamma): 3x + 3y - z - 29 = 0$ sao cho $P = |3\overrightarrow{NA} - 5\overrightarrow{NB} + 7\overrightarrow{NC}|$ nhỏ nhất.

Lời giải.

[illegible]

4. Câu hỏi trắc nghiệm:

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 171. (THPT Thị Xã Quảng Trị) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(1;1;1)$, $C(2;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng

- A.** 7. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

.....

.....

Câu 172.(THPT Chuyên Lam Sơn 2019) Trong hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;5)$, $B(2;6;-1)$, $C(-4;-12;5)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-5=0$. Gọi M là điểm di động trên (P) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ là

A. 42.

B. 14.

C. $14\sqrt{3}$.

D. $\frac{14}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Câu 173.(Toán Học Tuổi trẻ 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;2)$, $B(3;-1;-2)$, $C(-4;0;3)$. Tọa độ điểm I trên $mp(Oxz)$ sao cho biểu thức $|\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. $I\left(-\frac{19}{2}; 0; \frac{15}{2}\right)$.

B. $I\left(-\frac{19}{2}; 0; -\frac{15}{2}\right)$.

C. $I\left(\frac{19}{2}; 0; \frac{15}{2}\right)$.

D. $I\left(\frac{19}{2}; 0; -\frac{15}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 174. (THPT chuyên Hùng Vương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; -1)$, $B(-2; -4; 3)$, $C(1; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 3 = 0$.
Biết điểm $M(a; b; c) \in (P)$ thỏa mãn $T = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = -1$. B. $S = \frac{1}{2}$. C. $S = 0$. D. $S = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

[illegible]

Câu 175. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và ba điểm $A(2; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$, $C(1; 3; -1)$. Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho $\left| 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_M + y_M + z_M = 3$. **B.** $x_M + y_M + z_M = 2$.
C. $x_M + y_M + z_M = 1$. **D.** $x_M + y_M + z_M = 4$.

Lời giải

[illegible]

Câu 176. (THPT Thuận Thành 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-2;3;4)$ và $C(-2;5;1)$. Điểm $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $T = a^2 + b^2$ bằng

A. $T = 10$. **B.** $T = 25$. **C.** $T = 13$. **D.** $T = 17$.

Lời giải

Câu 177.(THPT Ngô Quyền Hải Phòng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(3; -1; 2)$ và M là điểm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 7 = 0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P = |3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC}|$.

A. $P_{\min} = 20$.

B. $P_{\min} = 5$.

C. $P_{\min} = 25$.

D. $P_{\min} = 27$.

Lời giải

Câu 178.(THPT Kim Liên 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 5; -5)$, $B(5; -3; 7)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng (P) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

A. $M(-2; 1; 1)$.

B. $M(2; -1; 1)$.

C. $M(6; -18; 12)$.

D. $M(-6; 18; 12)$.

Lời giải

Câu 179.(THPT Yên Phong 2019) Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-3;5;-5)$, $B(5;-3;7)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$. Xét điểm M thay đổi trên (α) , giá trị lớn nhất của $MA^2 - 2MB^2$ bằng

- A. 398. B. 379. C. 397. D. 498.

Lời giải

Câu 180.(THPT Chuyên Lý Tự Trọng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

- A. 145. B. 108. C. 105. D. 135.

Lời giải

Câu 181.(THPT Nghĩa Hưng Nam Định) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2;1;3)$, $B(1;-1;2)$, $C(3;-6;1)$. Điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $P = x + y + z$.

- A. $P = 0$. B. $P = 2$. C. $P = 6$. D. $P = -2$.

Lời giải

Câu 182. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$.

Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. B. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. D. $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải

Câu 183.(Sở GD & ĐT Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): 3x+3y-2z-29=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

- A. 8. B. 10. C. -10. D. -8.

Lời giải

Câu 184.(Sở GD & ĐT Quảng Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1)$, $B(2;-1;1)$, $C(4;1;1)$ và $(P): x+y+z-6=0$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc $mp(P)$ sao cho $|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $2a+4b+c$ bằng:
A. 6. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Câu 185.(THPT Cẩm Giàng 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-10;-5;8)$, $B(2;1;-1)$, $C(2;3;0)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-9=0$. Xét M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $MA^2+2MB^2+3MC^2$.
A. 54. **B.** 282. **C.** 256. **D.** 328.

Lời giải

Câu 186.(Sở GD & ĐT Ninh Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;4;5)$, $B(0;3;1)$, $C(2;-1;0)$ và $mp(P): 3x-3y-2z-15=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng P sao cho tổng các bình phương khoảng cách từ M đến A, B, C nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.
A. 5. **B.** -5. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Loại 2. Bài toán tìm điểm M sao độ dài các vec tơ đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.

Bài toán 1. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$ và mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho:

- 1). $MA + MB$ nhỏ nhất.
- 2). $|MA - MB|$ lớn nhất với $d(A, (P)) \neq d(B, (P))$.

1. Phương pháp.

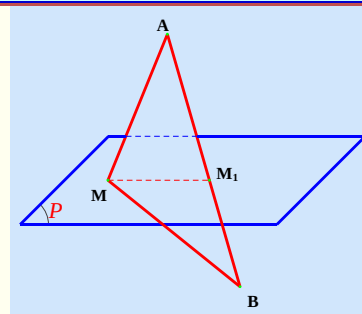
Xét vị trí tương đối của các điểm A, B so với mặt phẳng (P) .

- ① Nếu $(ax_A + by_A + cz_A + d)(ax_B + by_B + cz_B + d) > 0$ thì điểm A, B cùng phía với mặt phẳng (P) .
- ② Nếu $(ax_A + by_A + cz_A + d)(ax_B + by_B + cz_B + d) < 0$ thì hai điểm A, B nằm khác phía với $mp(P)$.

$MA + MB$ nhỏ nhất.

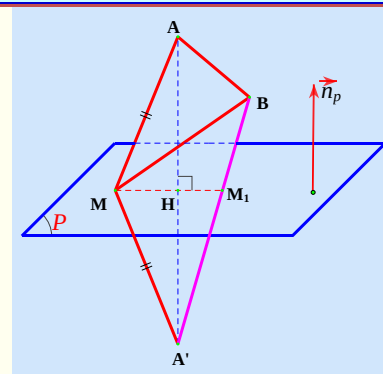
Trường hợp 1. Hai điểm A, B ở khác phía so với mặt phẳng (P) .

- Vì A, B ở khác phía so với mặt phẳng (P) nên $MA + MB \geq AB$
 $\Rightarrow$ nhỏ nhất bằng AB khi và chỉ khi $M \equiv M_1 = (P) \cap AB$.
- Lập phương trình đường thẳng AB .
- Tọa độ M_1 là nghiệm hệ phương trình của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) .



Trường hợp 2: Hai điểm A, B ở cùng phía so với mặt phẳng (P) .

- Vì A, B ở cùng phía so với mặt phẳng (P) nên ta phải là các bước:
- ① Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P) .
 Khi đó khi đó A' và B ở khác phía (P) và $MA = MA'$.
- ② Lúc này $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.
 $MA + MB$ nhỏ nhất bằng AB khi và chỉ
 $M \equiv M_1 = (P) \cap A'B$.
- ③ Vậy $MA + MB$ nhỏ nhất bằng $A'B$ khi $M = A'B \cap (P)$.



2. Bài tập minh họa.

Bài tập 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; -2), B(-3; 7; -18)$ và phương trình $mp(P): 2x - y + z + 1 = 0$.

- 1). Viết phương trình mặt phẳng chứa AB và vuông góc với $mp(P)$.
- 2). Tìm tọa độ điểm M thuộc $mp(P)$ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất.

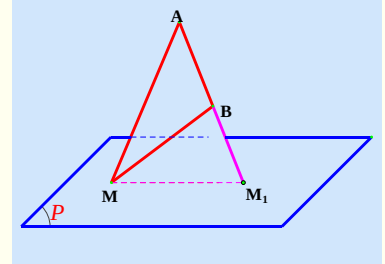
Lời giải.

[illegible]

2. $|MA - MB|$ lớn nhất.

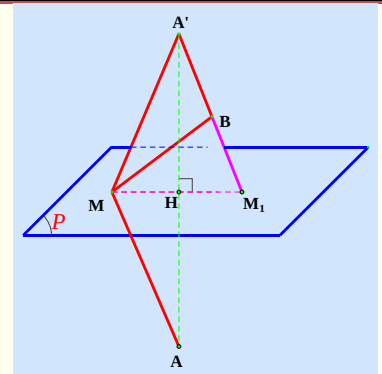
Trường hợp 1. Hai điểm A, B ở cùng phía so với mặt phẳng (P) .

- ✦ Vì A, B ở cùng phía so với mặt phẳng (P) nên
 $|MA - MB| \leq AB \Rightarrow |MA - MB|$ lớn nhất bằng AB khi
 $M \equiv M_1 = (P) \cap AB$.
- ✦ Lập phương trình đường thẳng AB
- ✦ Tọa độ M_1 là nghiệm hệ phương trình của đường thẳng AB và mặt phẳng (P) .



Trường hợp 2: Hai điểm A, B ở khác phía so với mặt phẳng (P) .

- ✦ Vì A, B ở khác phía so với mặt phẳng (P) nên ta phải là các bước:
- ① Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P) . Khi đó khi đó A' và B ở khác phía (P) và $MA = MA'$.
 - ② Lúc này $|MA - MB| = |MA' - MB| \leq A'B$.
- $|MA - MB|$ lớn nhất bằng $A'B$ khi và chỉ
- $$M \equiv M_1 = (P) \cap A'B.$$



2. Bài tập minh họa.

Bài tập 30. Trong không gian $Oxyz$ cho $(P): 2x - y + 2z - 6 = 0$ và hai điểm $A(5; -2; 6)$, $B(3; -2; 1)$. Tìm điểm M thuộc (P) sao cho:

1). $MA + MB$ nhỏ nhất

2). $|MA - MB|$ lớn nhất.

Lời giải.

Bài tập 31. Cho các điểm $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 1; 0)$, $C(2; 0; 1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - z + 3 = 0$. Tìm điểm M thuộc (P) sao cho

1). $MA + MB$ có giá trị nhỏ nhất.

2). $|MA - MC|$ có giá trị lớn nhất.

3). $MA + MC$ có giá trị nhỏ nhất.

4). $|MA - MB|$ có giá trị lớn nhất.

Lời giải.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for young students to practice handwriting. The left column contains 18 rows of lines, and the right column also contains 18 rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

3. Câu hỏi trắc nghiệm:

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 187.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(4;4;5)$. Giả sử M là điểm thay đổi trong mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 2019 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |AM - BM|$.

A. $\sqrt{17}$.

B. $\sqrt{77}$.

C. $7\sqrt{2} - 3$.

D. $\sqrt{82} - 5$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 188.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;0)$, $B(3;-1;4)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + z + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm $M \in (\alpha)$ sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $M(1;3;-1)$.

B. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $M\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

D. $M(0;2;1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 189.(Chuyên ĐH Vinh) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$ và hai điểm $A(0;-1;1)$, $B(1;1;-2)$. Biết $M \in (\alpha)$ sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, hoành độ x_M của điểm M là

A. $x_M = \frac{1}{3}$.

B. $x_M = -1$.

C. $x_M = -2$.

D. $x_M = \frac{2}{7}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 192.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$, $B(2; -1; 2)$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt phẳng $Oxyz$ cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(1; 1; 0)$. B. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$. C. $M(2; 1; 0)$. D. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 193.(THPT Thuận Thành 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 1)$, $B(0; 1; -2)$ và điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) . Tìm giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$.

- A. $\sqrt{14}$. B. 14. C. 6. D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 194.(Sở GDĐT Lâm Đồng 2019). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$ và hai điểm $A(-1; 3; 2), B(-9; 4; 9)$. Tìm điểm M trên (P) sao cho $(MA + MB)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(-1; 2; 3)$.

B. $M(-1; 2; -3)$.

C. $M(1; -2; 3)$.

D. $M(-1; 2; -3)$.

Lời giải

Câu 195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; 4), B(3; 1; 0)$. Gọi M là điểm trên mặt phẳng (Oxz) sao cho tổng khoảng cách từ M đến A và B là ngắn nhất. Tìm hoành độ x_0 của điểm M .

A. $x_0 = 4$.

B. $x_0 = 3$.

C. $x_0 = 2$.

D. $x_0 = 1$.

Lời giải

Bài toán 3. Tìm mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ một điểm đến (P) là nhỏ nhất.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 198.(THPT Chuyên Trần Đại Nghĩa) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $M(1; 2; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho

$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x + 2y + 3z - 8 = 0$.

B. $(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

C. $(P): x + y + z - 4 = 0$.

D. $(P): x + 2y + z - 6 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 199.(THPT TX Quảng Trị 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua $M(2; 2; 0)$, song song với (P) và tổng khoảng cách từ A, B đến đường thẳng d đạt giá trị nhỏ nhất. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (-10; 3; 8)$.

B. $\vec{u}_2 = (14; -1; -8)$.

C. $\vec{u}_3 = (22; 3; -8)$.

D. $\vec{u}_4 = (-18; -1; 8)$

Lời giải

.....

.....

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

SBÀI 3.

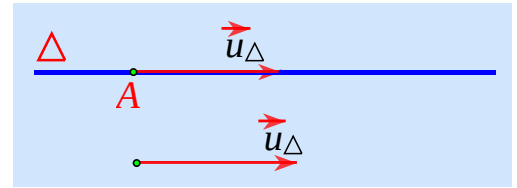
PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A. LÝ THUYẾT

I. VÉCTƠ CHỈ PHƯƠNG:

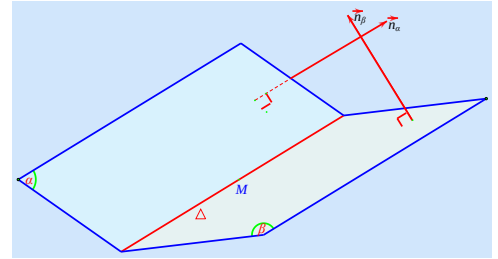
1. Định nghĩa:

Cho đường thẳng Δ . Véc tơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ gọi là véc tơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ .



2. Chú ý :

- Nếu $\vec{u}$ là VTCP của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là VTCP của Δ
- Nếu đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B thì $\overrightarrow{AB}$ là một VTCP.
- Nếu Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) thì $[\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$ là một VTCP của Δ (Trong đó $\vec{n}_P, \vec{n}_Q$ lần lượt là VTPT của (P) và (Q)).



II. PHƯƠNG TRÌNH CỦA ĐƯỜNG THẲNG.

1. Phương trình tham số của đường thẳng.

Cho đường thẳng Δ đi qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$.

Khi đó phương trình đường thẳng tham số Δ có dạng:
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad (1)$$
 t gọi là tham số.

Chú ý. Cho đường thẳng Δ có phương trình (1)

- $\vec{u} = (a; b; c)$ là một VTCP của Δ .
- Nếu điểm $M \in \Delta \Leftrightarrow M(x_0 + at; y_0 + bt; z_0 + ct)$. Đây là kỹ thuật chọn điểm thuộc đường thẳng (1 *ấn theo* t) để giải các bài toán lập hệ dựa vào tính chất: vuông góc, cùng phương, thẳng hàng, khoảng cách, góc....

2. Phương trình chính tắc:

Cho đường thẳng Δ đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$ với $abc \neq 0$. Khi đó phương trình

đường thẳng Δ có dạng:
$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \quad (2)$$

(2) gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng Δ .

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ , biết

- Δ đi qua hai điểm $A(1; 2; 4)$ và $B(-3; 5; -1)$.
- Δ đi qua A (ở ý 1) và song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$
- Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ và $(\beta): 2y - z - 1 = 0$
- Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ đồng thời Δ cắt và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$

Lời giải

[illegible]

III. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Cho hai đường thẳng $d: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ có VTCP $\vec{u}_d = (a; b; c)$ và

$d': \frac{x-x'_0}{a'} = \frac{y-y'_0}{b'} = \frac{z-z'_0}{c'}$ đi qua $M'(x'_0; y'_0; z'_0)$ có VTCP $\vec{u}_{d'} = (a'; b'; c')$.

✦ Nếu $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{MM'} = 0 \Rightarrow d$ và d' đồng phẳng. Khi đó xảy ra ba trường hợp

❖ d và d' cắt nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u}'] \neq \vec{0}$ và tọa độ giao điểm là nghiệm hệ:
$$\begin{cases} \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} \\ \frac{x-x'_0}{a'} = \frac{y-y'_0}{b'} = \frac{z-z'_0}{c'} \end{cases}.$$

❖ $d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0} \\ [\vec{u}, \overrightarrow{MM'}] \neq \vec{0} \end{cases}$

❖ $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0} \\ [\vec{u}, \overrightarrow{MM'}] = \vec{0} \end{cases}$

✦ Nếu $[\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{MM'} \neq 0 \Rightarrow d$ và d' chéo nhau.

Ví dụ 2. Xét vị trí tương đối giữa các đường thẳng Δ_1, Δ_2 . Tính góc giữa hai đường thẳng và tìm giao điểm của chúng (nếu có). Biết

1). $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-5}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{5}$.

2). $\Delta_1: \begin{cases} x = -t \\ y = 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 0 \\ y = 9 \\ z = 5 + 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

3). $\Delta_1: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+3}{-3}$ và Δ_2 là giao tuyến của hai mp $\begin{cases} (\alpha_1): x + y - z = 0 \\ (\alpha_2): 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$.

Lời giải

[illegible]

 Ví dụ 3. Xét vị trí tương đối giữa các cặp đường thẳng sau

1). $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{-2}$ và $d_2: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$

$$2). d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{2} \text{ v\`a } d_2: \frac{x+3}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z+6}{1}$$

3). $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{2}$ và $d_2: \frac{2x+1}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

3. Chú ý :

Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

$$d_1 : \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{b_1} = \frac{z-z_1}{c_1} \text{ và } d_2 : \frac{x-x_2}{a_2} = \frac{y-y_2}{b_2} = \frac{z-z_2}{c_2}.$$

Ta làm như sau: Xét hệ phương trình :

$$\begin{cases} x_1 + a_1 t = x_2 + a_2 t' \\ y_1 + b_1 t = y_2 + b_2 t' \\ z_1 + c_1 t = z_2 + c_2 t' \end{cases} (*)$$

➤ Nếu (*) có nghiệm duy nhất $(t_0; t'_0)$ thì hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại

$$A(x_1 + a_1 t_0; y_1 + b_1 t_0; z_1 + c_1 t_0).$$

➤ Nếu (*) có vô số nghiệm thì hai đường thẳng d_1 và d_2 trùng nhau.

➤ Nếu (*) vô nghiệm, khi đó ta xét sự cùng phương của hai véc tơ.

$$\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1) \text{ và } \vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2).$$

✎ Nếu $\vec{u}_1 = k\vec{u}_2 \Rightarrow d_1 // d_2$

✎ Nếu $\vec{u}_1 \neq k\vec{u}_2$ thì d_1 và d_2 chéo nhau.

IV. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho $mp(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ có $\vec{n} = (A; B; C)$ là VTPT và đường thẳng.

✦ Δ cắt $(\alpha) \Leftrightarrow \vec{n}$ và $\vec{u}$ không cùng phương $\Leftrightarrow Aa + Bb + Cc \neq 0$. Khi đó tọa độ giao điểm là

$$\text{nghiệm của hệ: } \begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 & \text{(a)} \\ \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} & \text{(b)} \end{cases}$$

$$\blacktriangleright \Delta // (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M_0 \notin (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa + Bb + Cc = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \neq 0 \end{cases}$$

$$\blacktriangleright \Delta \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M_0 \in (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa + Bb + Cc = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \end{cases}$$

✦ $\Delta \perp (\alpha) \Leftrightarrow \vec{n}$ và $\vec{u}$ cùng phương $\Leftrightarrow \vec{n} = k \cdot \vec{u}$.

$$1). d : \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad (\alpha): 3x + 4y - z - 2 = 0$$

$$2). d: \frac{x+10}{-3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-1}{-1} \quad (\alpha): y+4z+17=0$$

3). $d: \frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ $(\alpha): x+2y-4z+1=0.$

Lời giải.

[illegible]

Ví dụ 5. Xét vị trí tương đối giữa đường thẳng d và $mp(\alpha)$. Tìm tọa độ giao điểm của chúng nếu có.

$$1). d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} ; (\alpha): 3x + 4y - z - 2 = 0$$

$$2). d: \frac{x+10}{-3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-1}{-1} ; (\alpha): y + 4z + 17 = 0$$

$$3). d: \frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3} ; (\alpha): x + 2y - 4z + 1 = 0.$$

Lời giải.

V. KHOẢNG CÁCH.

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng:

Cho đường thẳng Δ đi qua M_0 , có VTCP $\vec{u}$ và điểm $M \notin \Delta$.

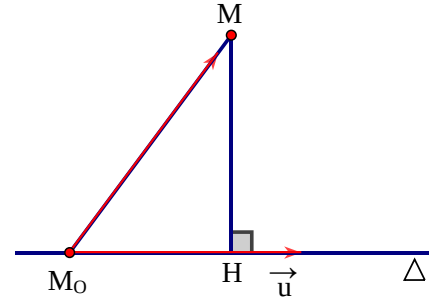
Khi đó để tính khoảng cách từ M đến Δ ta có các cách sau:

Cách 1: Sử dụng công thức: $d(M, \Delta) = \frac{|\overrightarrow{M_0M}, \vec{u}|}{|\vec{u}|}$.

Cách 2: Lập phương trình $mp(P)$ đi qua M vuông góc với Δ .

Tìm giao điểm H của (P) với Δ .

Khi đó độ dài MH là khoảng cách cần tìm.



Ví dụ 6. Tính khoảng cách từ $A(2;3;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

Cho hai đường thẳng chéo nhau Δ đi qua M_0 có VTCP $\vec{u}$ và Δ'

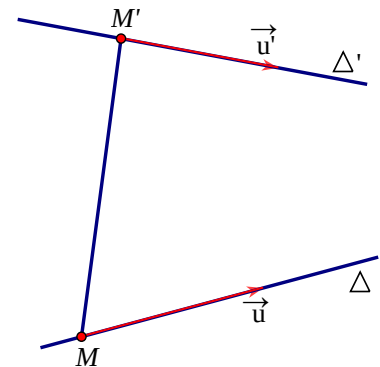
đi qua M_0' có VTCP $\vec{u}'$. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ và Δ' được tính theo các cách sau:

Cách 1: Sử dụng công thức: $d(\Delta, \Delta') = \frac{|\overrightarrow{[u, u']} \cdot \overrightarrow{M_0M_0'}|}{|\overrightarrow{[u, u']}|}$.

Cách 2: Tìm đoạn vuông góc chung MN . Khi đó độ dài MN là khoảng cách cần tìm.

Cách 3: Lập phương trình $mp(P)$ đi qua Δ và song song với Δ' .

Khi đó khoảng cách cần tìm là khoảng cách từ một điểm bất kì trên Δ' đến (P) .



3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 7. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = -3t' \\ y = 3 + t' \\ z = -2 \end{cases}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Tính các khoảng cách sau

1). Khoảng cách từ $A(3;2;1)$ đến đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$

2). Khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ và $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{4}$.

3). Khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 4x + 2z + 1 = 0$

Lời giải.

Ví dụ 9. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2;-5;-6)$

1). Tìm tọa độ hình chiếu của A lên đường thẳng Δ .

2). Tìm tọa độ điểm M nằm trên Δ sao cho $AM = \sqrt{35}$.

Lời giải.

VI. GÓC

1. Góc giữa hai đường thẳng:

Cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ có VTCP $\vec{u} = (a; b; c)$ và đường thẳng

$$\Delta': \frac{x-x_0'}{a'} = \frac{y-y_0'}{b'} = \frac{z-z_0'}{c'} \text{ có VTCP } \vec{u}' = (a'; b'; c').$$

Đặt $\alpha = (\Delta, \Delta')$, khi đó: $\cos \alpha = \left| \cos(\vec{u}, \vec{u}') \right| = \frac{|aa' + bb' + cc'|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}}.$

Ví dụ 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 5 - 2t \\ z = 14 - 3t \end{cases}$

và $\Delta': \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$. Xác định góc giữa hai đường thẳng Δ và Δ' .

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Lời giải.

Ví dụ 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ và $D(-2;1;-1)$. Góc giữa hai cạnh AB và CD có số đo là:

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Lời giải.

Ví dụ 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1} \text{ và } d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{1}.$$

Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Lời giải.

Ví dụ 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -\sqrt{2}t \\ z = 2 + t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + \sqrt{2}t \\ z = 2 + mt \end{cases}.$$

Để hai đường thẳng hợp với nhau một góc bằng 60° thì giá trị của m bằng:

A. $m = 1$

B. $m = -1$

C. $m = \frac{1}{2}$

D. $m = -\frac{1}{2}$

Lời giải.

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho $mp(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ có $\vec{n} = (A; B; C)$ là một vectơ pháp tuyến và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ có $\vec{u} = (a; b; c)$ là VTCP.

Gọi φ là góc giữa $mp(\alpha)$ và đường thẳng Δ , khi đó ta có:

$$\sin \varphi = \left| \cos(\vec{n}, \vec{u}) \right| = \frac{|Aa + Bb + Cc|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Ví dụ 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z = 1$ và đường

thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Góc giữa Δ và (α) là

A. 30° .

B. 120° .

C. 150° .

D. 60° .

Lời giải

Ví dụ 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 + 5t \\ y = 2 + t \\ z = 1 \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 1 = 0$. Tính góc hợp bởi giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Lời giải

Ví dụ 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$. Góc giữa đường thẳng (d) và mặt phẳng (α) có số đo là:

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Lời giải

Ví dụ 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. Tính sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

Lời giải

3. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ có VTPT $\vec{n}_1 = (A; B; C)$

và $(\beta): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ có VTPT $\vec{n}_2 = (A'; B'; C')$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ)$. Khi đó:

$$\cos \varphi = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$$

Ví dụ 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$ và $(Q): x - y - 6 = 0$. Số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng bằng:

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Lời giải.

Ví dụ 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0; 2; 0)$, $B(2; 0; 0)$, $C(0; 0; \sqrt{2})$ và $D(0; -2; 0)$. Số đo góc của hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) là :

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Lời giải.

Ví dụ 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$, $P(0; 0; 1)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (Oxy) bằng:

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Lời giải.

Ví dụ 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 6 = 0$ và (Q) . Biết rằng điểm $H(2; -1; -2)$ là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ xuống mặt phẳng (Q) . Số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng:

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Lời giải.

Ví dụ 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;m)$. Để mặt phẳng (ABC) hợp với mặt phẳng (Oxy) một góc 60° thì giá trị của m là:

A. $m = \pm \frac{12}{5}$

B. $m = \pm \frac{2}{5}$

C. $m = \pm \sqrt{\frac{12}{5}}$

D. $m = \pm \frac{5}{2}$

Lời giải.

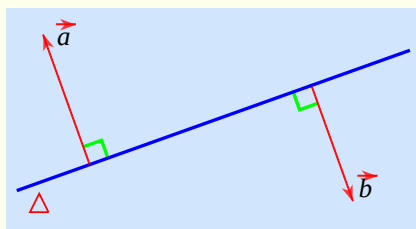
B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP MINH HỌA.

DẠNG 1. Viết phương trình đường thẳng.

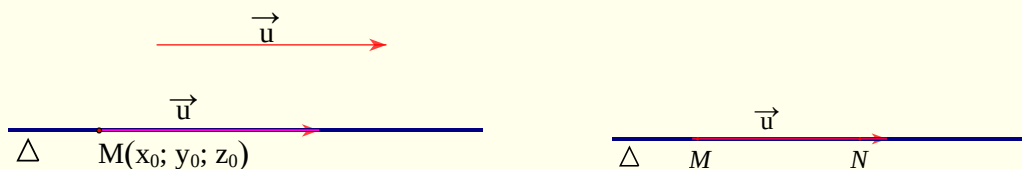
1. Phương pháp chung.

Phương pháp chung để lập phương trình của đường thẳng Δ ta cần đi tìm **một điểm đi qua** và **một véc tơ chỉ phương (VTCP)**. Khi tìm VTCP của đường thẳng Δ , ta cần lưu ý:

- Nếu giá của hai véc tơ không cùng phương $\vec{a}, \vec{b}$ cùng vuông góc với Δ thì $[\vec{a}, \vec{b}]$ là một VTCP của Δ .



- Nếu đường thẳng Δ đi qua hai điểm phân biệt M, N thì $\overrightarrow{MN}$ là một VTCP của đường thẳng Δ .



2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Lập pttt và ptct của đường thẳng d biết:

- 1). d đi qua $A(2;0;1)$ và có $\vec{u} = (1;-1;-1)$ là VTCP.
- 2). d đi qua $A(1;2;1)$ và $B(-1;0;0)$.
- 3). d đi qua $M(-2;1;0)$ và vuông góc với $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$.
- 4). d đi qua $N(-1;2;-3)$ và song song với $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{3-z}{1}$.
- 5). d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 3 = 0$ và $(\beta): 2x - y + 5z - 4 = 0$.

Lời giải.

[illegible]

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1. Nhận biết

Câu 1.(Sở GD & ĐT Điện Biên) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây:
A. $A(1; 2; -1)$. **B.** $A(3; 2; -1)$. **C.** $A(3; -2; -1)$. **D.** $A(-3; -2; 1)$.

Lời giải

Câu 2.(Chuyên KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$?
A. $(2; -1; 3)$. **B.** $(2; 1; 3)$. **C.** $(1; -2; 0)$. **D.** $(1; 2; 0)$.

Lời giải

Câu 3.(THPT Thị Xã Quảng Trị) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{1}$ có một vectơ chỉ phương là
A. $\vec{u}_1 = (1; -2; -2)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-2; -3; -1)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-1; 2; 2)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2; -3; -1)$.

Lời giải

Câu 4.(THPT Ninh Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d song song với trục Oy . Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là
A. $\vec{u}_1 = (2019; 0; 0)$. **B.** $\vec{u}_2 = (0; 2019; 0)$. **C.** $\vec{u}_3 = (0; 0; 2019)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2019; 0; 2019)$

Lời giải

Câu 5.(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + 2z + 3 = 0$. Một véc tơ chỉ phương của Δ là:
A. $\vec{a} (1; 0; 2)$. **B.** $\vec{b} (2; -1; 0)$. **C.** $\vec{v} (1; 2; 3)$. **D.** $\vec{u} (2; 0; -1)$.

Lời giải

Câu 6.(THPT Kim Liên 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$?

A. $\vec{u} = (1; -2; 0)$.

B. $\vec{u} = (-2; 2; -4)$.

C. $\vec{u} = (1; 1; 2)$.

D. $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

Lời giải

Câu 7.(Đặng Thành Nam) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng qua hai điểm $M(-2; 1; 2)$, $N(3; -1; 0)$ có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u} = (1; 0; 2)$.

B. $\vec{u} = (5; -2; -2)$.

C. $\vec{u} = (-1; 0; 2)$.

D. $\vec{u} = (5; 0; 2)$.

Lời giải

Câu 8.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$; $\vec{OB} = -2\vec{j} - 4\vec{k}$. Tìm một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

A. $\vec{u} = (2; 5; -1)$.

B. $\vec{u} = (2; 3; -5)$.

C. $\vec{u} = (-2; -5; -1)$.

D. $\vec{u} = (2; 5; -9)$.

Lời giải

Câu 9.(THPT Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận vector $\vec{u} = (a; 2; b)$ là vector chỉ phương. Tính $a+b$.

A. -8.

B. 8.

C. 4.

D. -4.

Lời giải.

Câu 10.(Sở GD & ĐT Đà Nẵng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$ và đi qua điểm $A(3; -4; 5)$ là

A. $-3x + 4y - 5z - 26 = 0$.

B. $x - 2y + 3z + 26 = 0$.

C. $3x - 4y + 5z - 26 = 0$.

D. $-x + 2y - 3z + 26 = 0$.

Lời giải

Câu 11.(THPT Chuyên ĐH Vinh) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = 2;4;6$. Phương trình nào sau đây **không** phải là phương trình của đường thẳng Δ ?

A.
$$\begin{cases} x = -5 - 2t \\ y = -10 - 4t \\ z = -15 - 6t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = 6 + 3t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 6t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 6 + 4t \\ z = 12 + 6t \end{cases}$$

Lời giải

Câu 12.(THPT Lương Thế Vinh) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d ?

A.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Lời giải

Câu 13.(THPT Kim Liên 2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oz có phương trình là

A.
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$$

Lời giải

Câu 14.(THPT Kinh Môn 2019) Trong không gian cho $A(1;2;3)$ và $B(2;-1;2)$. Đường thẳng đi qua hai điểm AB có phương trình là.

A.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

B.
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{1}$$

C.
$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-1}$$

D.
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -4 - 6t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

Lời giải

Câu 15.(THPT Chuyên KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$ là:

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

Lời giải

Câu 16.(Sở GD & ĐT Phú Thọ 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

D. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải

Câu 17.(Sở GD & ĐT Bắc Ninh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ có dạng

A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

B. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

D. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}$.

Lời giải

Câu 18.(THPT Thuận Thành 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;4;-1)$, $B(2;4;3)$, $C(2;2;-1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=4+t \\ z=-1+2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1 \\ y=4+t \\ z=1+2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1 \\ y=4+t \\ z=-1-2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1 \\ y=4-t \\ z=-1+2t \end{cases}$

Lời giải

Câu 19.(THPT Nguyễn Du 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-3y+z=0$ và $(\beta): x+y-z+4=0$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=2-2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=-2+2t \end{cases}$

Lời giải

Câu 20.(Chuyên Nguyễn Du 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;1;2)$, $B(1;-1;0)$ là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$

B. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$

Lời giải

Câu 21.(THPT Chuyên Hùng Vương 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$. Viết đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P)

A. $\Delta: \begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+t \\ z=1-2t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+t \\ z=1-t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x=2+2t \\ y=-1-t \\ z=2+t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+2t \\ z=1+t \end{cases}$

Lời giải

Câu 22.(THPT Nguyễn Đình Chiểu 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 3)$ và $B(3; -2; 1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $2x - 2y - z + 4 = 0$. B. $2x + 2y - z = 0$. C. $2x + 2y - z + 4 = 0$. D. $2x - 2y - z = 0$.

Lời giải

Câu 23.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 3 = 0$. Đường thẳng Δ qua $A(1; 2; -3)$ vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 \end{cases}$

Lời giải

Câu 24.(THPT Thuận Thành 2019) Trong không gian $(Oxyz)$, phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 1; 0); B(-1; 3; 1)$?

- A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = -t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 3t \\ z = t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

Lời giải

Mức độ 2. Thông Hiểu

Câu 25.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 1 = 0$, $(Q): 2x - y + 2z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với cả (P) và (Q) là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-4}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6}$ C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$ D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$

Lời giải

Câu 26.(Sở GD & ĐT Cà Mau 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;1)$ và hai mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 1 = 0$, $(Q): 2x + y + 3 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm M đồng thời song song với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 4 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Câu 27.(THPT Nguyễn Trãi 2019) Đường thẳng Δ là giao của hai mặt phẳng $x + z - 5 = 0$ và $x - 2y - z + 3 = 0$ thì có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-1}$

Lời giải

Câu 28.(THPT Thanh Chương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;1;-1)$, $B(-2;3;1)$ và $C(0;-1;3)$. Gọi d là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$

C. $\frac{x}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$

Lời giải

3. Một số kỹ thuật lập phương trình đường thẳng đặc biệt.

Kỹ thuật điểm M thuộc đường thẳng Δ .

1. Phương pháp.

- Tìm hai điểm A, B thuộc đường thẳng Δ .
- Điểm thuộc đường thẳng: $M \in d : \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c} \Leftrightarrow M(x_0+at; y_0+bt; z_0+ct)$
- Dựa vào giả thiết để thiết lập phương trình, hệ phương trình:
 - ✎ Vuông góc : tích vô hướng bằng 0.
 - ✎ Song song, thẳng hàng : tích có hướng bằng 0 hoặc $\vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'}$
 - ✎ Độ dài $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

2. Bài tập minh họa.

 **Bài tập 2.** Lập phương trình chính tắc của đường thẳng Δ , biết:

- 1). Δ đi qua $A(1;2;1)$ đồng thời Δ cắt đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = t \end{cases}$ và vuông góc với đường

thẳng $d_2 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-2}$.

- 2). Δ đi qua $M(1;-1;1)$, cắt cả 2 đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 2+2t \\ y = -1+t \\ z = 2-t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = -2-t' \\ y = 3+3t' \\ z = -t' \end{cases}$.

- 3). Δ cắt cả 2 đường thẳng $d_1 : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ và $d_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-4}{3}$ đồng thời song song với đường thẳng $\Delta' : \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}$.

- 4). Δ đi qua $P(0;-1;2)$, đồng thời Δ cắt $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2 : \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{2}$ lần lượt tại A, B khác I thỏa mãn $AI = AB$, trong đó I là giao điểm của d_1 và d_2

Lời giải.

[illegible]

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 29. (THPT Lương Thế Vinh 2019) Cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc d_2 .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Câu 30.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2 là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Câu 31.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Lời giải

$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;0;2)$ cắt d_1 và vuông góc với d_2 .

D. $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4}.$

Lời giải

thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-2-5t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A vuông góc với d_1 và d_2 .

D. $\begin{cases} x = -7 + t \\ y = 11 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Câu 34.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$; $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2t \\ z=1 \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A vuông góc với d_1 và d_2 .

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=3-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-1-2t \\ z=3+3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2-t \\ z=3+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=3-3t \end{cases}$

Lời giải

Câu 35.(Sở GD & ĐT Cần Thơ 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$, $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Đường thẳng đi qua điểm A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$

Lời giải

Câu 36.(Cụm Trần Kim Hưng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$

C. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

Lời giải

Câu 37.(SỞ GD & ĐT Cà Mau 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + y + z = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Phương trình của đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (α) , cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là:

- A. $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -1 - 7t \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -5t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -5 \\ z = -7 - 3t \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 5t \\ z = -3 + 7t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 38.(THPT Sơn Tây Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm $A(1; 3; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của MN .

- A. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$. B. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.
C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$. D. $\frac{x-6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Câu 39.(THPT Triệu Thái 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt d và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2 \\ z=-t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+t \\ z=-t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=t \end{cases}$

Lời giải

Câu 40.(THPT Chuyên Nguyễn Huệ 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0; -1; 4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là:

A. $\Delta: \begin{cases} x=5t \\ y=-1+t \\ z=4+5t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=4-2t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=-1+2t \\ z=4+t \end{cases}$

Lời giải

Câu 41.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Trong hệ tọa độ Oxyz , lập phương trình đường vuông góc

chung Δ của hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ và $d_2 : \begin{cases} x = -3t \\ y = t \\ z = -1-3t \end{cases}$.

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-2}$. B. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Câu 42.(THPT Đô Lương 2019) Trong không gian Oxyz , cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+t \\ z = 3+2t \end{cases}$ và mặt phẳng (P): $x-2y+3z-2=0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc đường thẳng d có phương trình là:

- A. $d : \begin{cases} x = 5+7t \\ y = -6+5t \\ z = -5+t \end{cases}$. B. $d : \begin{cases} x = 5+7t \\ y = -6-5t \\ z = -5+t \end{cases}$. C. $d : \begin{cases} x = 1+7t \\ y = -2+5t \\ z = 3+t \end{cases}$. D. $d : \begin{cases} x = -1+7t \\ y = 5t \\ z = 1+t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 43.(Đặng Thành Nam) Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$; $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$ Phương trình đường thẳng Δ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho AB nhỏ nhất là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

Lời giải

Câu 44.(Chuyên Đại Học KHTN) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1; 0; 1)$ và vuông góc với hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -4 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$ là:

A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-4}$ C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{4}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{4}$

Lời giải

Câu 45.(Sở GD & ĐT Bình Thuận 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{4}$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$. B. $\frac{x+5}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{2}$. C. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-8}{1} = \frac{z-1}{-2}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Lời giải

Câu 46.(THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+3t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 47.(THPT Đoàn Thượng 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với giao tuyến của hai mặt phẳng lần lượt $(P): 3x + y - 3 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 3 = 0$.

A.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Lời giải

Câu 48.(THPT Số 1 Tư nghĩa 2019) Viết phương trình đường thẳng d qua $A(1;2;3)$ cắt đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và song song với mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$.

A.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Lời giải

Câu 49.(THPT Kim Liên Hà Nội 2019) Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;4)$ song song với $(P): 2x + y + z - 4 = 0$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{5}$ là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2 \\ z = 4-2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2 \\ z = 4+2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1-2t \\ y = 2 \\ z = 4+4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -2 \\ z = 4+2t \end{cases}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 50.(THPT Chuyên Nguyễn Du 2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng qua $M(1;2;-1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 8 = 0$, $(Q): 2x - y + 5z - 3 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z+1}{-3}$

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{7} = \frac{z+1}{-3}$

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{7} = \frac{z+1}{3}$

D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{7} = \frac{z-1}{-3}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 51.(THPT Toàn Thắng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$. Đường thẳng (d) đi qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) , đồng thời cắt trục Oz . Viết phương trình tham số của đường thẳng (d) .

A. $\begin{cases} x = 1+5t \\ y = 2-6t \\ z = 3+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+6t \\ z = 3+t \end{cases}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1. Phương pháp.

- Nếu đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d thì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d
- Nếu đường thẳng Δ đi qua M và cắt đường thẳng d thì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng đi qua M và đường thẳng d .
- Nếu đường thẳng Δ đi qua M và song song với $m_{mp}(P)$ thì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng đi qua M và song song với (P) .
- Nếu đường thẳng Δ song song với đường thẳng d và cắt đường thẳng d' thì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng chứa d' và song song với đường thẳng d .

1). Δ đi qua $A(1;2;1)$ đồng thời Δ cắt đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$ và vuông góc với đường

2). Δ đi qua $B(9;0;-1)$, đồng thời Δ cắt hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1}$,

$$\Delta_2: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-3}.$$

[illegible]

 **Bài tập 4.** Lập phương trình của đường thẳng Δ biết Δ đi qua $M(1;0;-1)$ và vuông góc với hai

đường thẳng $d_1: \frac{x}{-5} = \frac{y+2}{8} = \frac{z-1}{3}$; $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=-1-2t \\ z=0 \end{cases}$

Lời giải.

 **Bài tập 5.** Lập phương trình của đường thẳng Δ đi qua $M(1;4;-2)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 6x+6y+2z+3=0$ và $(Q): 3x-5y-2z-1=0$.

Lời giải.

Bài tập 6. Lập phương trình của đường thẳng Δ nằm trong $(P): y + 2z = 0$ và cắt hai đường

$$\text{thẳng } d_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases} ; \quad d_2: \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 4 + 2t' \\ z = 1 \end{cases}.$$

Lời giải.

Bài tập 7. Lập phương trình của đường thẳng Δ đi qua $M(-4; -5; 3)$ và cắt hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-1} \text{ và } d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}$$

Lời giải.

Bài tập 8. Lập phương trình của đường thẳng Δ đi qua $M(1; -1; 1)$, cắt cả 2 đường thẳng

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = -2 - t' \\ y = 3 + 3t' \\ z = -t' \end{cases}.$$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 9. Lập phương trình của đường thẳng Δ cắt cả 2 đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-4}{3}$ đồng thời song song với đường thẳng $\Delta': \frac{x-4}{1} = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 10. Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3} \text{ và } d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{-3}$$

Chứng minh rằng hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau. Viết phương trình đường vuông góc chung và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng đó.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11. Viết phương trình đường thẳng Δ biết

1). Δ đi qua $A(-2;2;1)$ và cắt Oy tại điểm B sao cho $OB = 2OA$

2). Δ đi qua $B(1;1;2)$ và cắt đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{1}$ tại C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{83}}{2}$.

3). Δ đi qua $M(2;3;1)$ và tạo $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$, $d_2 : \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ một tam giác cân tại A . Biết rằng A là giao điểm d_1 và d_2 .

Lời giải.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 52.(Sở GD & ĐT Hà Nam) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d . Đường thẳng d' có phương trình là:

- A. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$. C. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Câu 53.(THPT Chuyên Nguyễn Du 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $M(2;3;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z-3}{1}$. Đường thẳng qua M vuông góc với d và cắt d có phương trình là

- A. $\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{6} = \frac{z+1}{32}$. B. $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+1}{32}$. C. $\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z+1}{32}$. D. $\frac{x-2}{6} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+1}{-32}$

Lời giải

Câu 54.(THPT Yên Mô A Ninh Bình 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-3=0$, phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , cắt d và vuông góc với d là

A. $\begin{cases} z = 2 - 2t \\ y = 1 - 5t \\ z = -5 - 6t \end{cases}$

B. $\begin{cases} z = -2 - 2t \\ y = -1 - 5t \\ z = 5 - 6t \end{cases}$

C. $\begin{cases} z = -2 + 2t \\ y = -1 + 5t \\ z = 5 - 6t \end{cases}$

D. $\begin{cases} z = -2 - 2t \\ y = 1 - 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$

Lời giải

Câu 55.(THPT ISCHOOL Nha Trang) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Lời giải

Câu 56.(THPT Phúc Trạch Hà Tĩnh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$. Phương trình tham số của đường thẳng d nằm trong (P) , cắt và vuông góc đường thẳng Δ là

- A. $\begin{cases} x = -3+2t \\ y = 1-t \\ z = 1+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = -2+3t \\ z = -1+t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -3-3t \\ y = 1+2t \\ z = 1+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3+t \\ y = 1-2t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 57.(Chuyên Đại Học Vinh) Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1-2t \\ y = t \\ z = -1+3t \end{cases}$,

$d': \begin{cases} x = 2+t' \\ y = -1+2t' \\ z = -2t' \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) ,

cắt d và d' có phương trình là

- A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-4}$. C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{2}$.

Lời giải

Câu 58.(Đề tham khảo BGD 2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$. C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Câu 59.(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

d_1, d_2 và mặt phẳng (α) có phương trình $d_1: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+t \end{cases} (t \in \mathbb{R}), d_2: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{-2}$, mặt phẳng

$(\alpha): x+y-z-2=0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) , cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A. $\frac{x+2}{8} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-2}{-8} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-3}{-1}$. C. $\frac{x+2}{8} = \frac{y-1}{7} = \frac{z+3}{-1}$. D. $\frac{x-2}{-8} = \frac{y+1}{7} = \frac{z-3}{1}$

Lời giải

Câu 60.(THPT Chuyên ĐH KHTN 2019) Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ là:

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Câu 61.(THPT Lê Quý Đôn 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;2)$, $mp(P):$

$x+y-z+2=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M, N sao cho A là trung điểm của MN .

- A. $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=2-2t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=2-2t \end{cases}$. C. $\Delta: \begin{cases} x=-1+t \\ y=3-t \\ z=2-2t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=2-2t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 62.(THPT Ngô Quyền Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$

và hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = 3 + t' \\ z = 0 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng đi qua A , vuông góc

với d_1 và cắt d_2 là

- A.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$. **B.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. **C.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Câu 63.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường vuông góc

chung Δ của hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ và $d_2 : \begin{cases} x = -3t \\ y = t \\ z = -1-3t \end{cases}$.

- A.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1}$. **D.** $\frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Câu 64.(THPT Thanh Chương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $(d_1): \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$, $(d_2): \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ là

- A. $(d_1): \frac{x-4}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$. B. $\frac{x-2}{6} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{-2}$. C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$. D. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-2}$

Lời giải

Câu 65.(THPT Số 3-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$.

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$. C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$

Lời giải

Câu 66.(THTT số 6-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $mp(P): 2x - y + z - 10 = 0$,

điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d

lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm cạnh MN .

A. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$. B. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$. C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$. D. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng cao

Câu 67.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$,

$\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h; k; 1)$. Giá trị $h-k$ bằng

A. 0. B. 4. C. 6. D. -2.

Lời giải

Câu 68.(THPT Nguyễn Trãi 2019) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng

$(\alpha): x + y - z - 3 = 0$ và tạo với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ một góc nhỏ nhất thì phương trình của Δ là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -t' \\ z = 2t' \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 8 + 5t' \\ y = -3 - 4t' \\ z = 2 + t' \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 1 - t' \\ z = 3 - 2t' \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 5t' \\ y = 1 - 4t' \\ z = 3 + 2t' \end{cases}$

Lời giải

Câu 69.(Đại Học Sư Phạm Hà Nội 2019) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;4)$ và hai điểm M, B thoả mãn $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Giả sử điểm M thay đổi trên đường thẳng

$d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{1}$. Khi đó điểm B thay đổi trên đường thẳng có phương trình là:

A. $d_1: \frac{x+7}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+12}{1}$

B. $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-4}{1}$

C. $d_3: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$

D. $d_4: \frac{x-5}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-12}{1}$

Lời giải

Câu 70. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;1;5)$ và hai mặt phẳng có phương trình $(P): 2x + y + 3z - 7 = 0$, $(Q): 3x - 2y - z + 1 = 0$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (P) và điểm N nằm trên mặt phẳng (Q) thỏa mãn $\overline{AN} = 2\overline{AM}$. Khi M di động trên mặt phẳng (P) thì quỹ tích điểm N là một đường thẳng có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -3 - 5t \\ y = -8 + 11t \\ z = 6 - 7t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 7 + 11t \\ y = -8 - 5t \\ z = 6 - 7t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 7 + 11t \\ y = -8 - 5t \\ z = -8 - 7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 + 11t \\ z = -1 - 7t \end{cases}$

Lời giải

Câu 71. (Sở GD & ĐT Phú Thọ 2019) Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - 2z + 12 = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của (α) với ba trục tọa độ, đường thẳng d đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với (α) có phương trình

- A. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-2}$ B. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{2}$ C. $\frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-2}$ D. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{-2}$

Lời giải

Câu 72.(Đề tham khảo BGD 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1)$, $B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

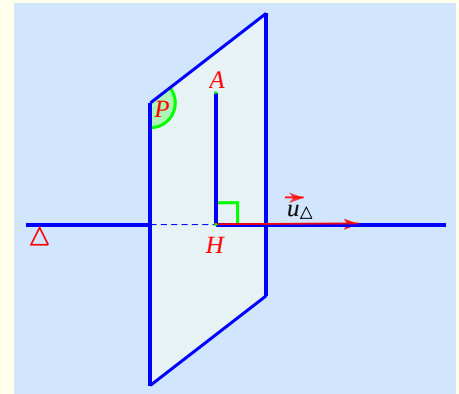
Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-4}{2}$. C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1} = \frac{y-\frac{5}{3}}{-2} = \frac{z-\frac{11}{6}}{2}$. D. $\frac{x+\frac{2}{9}}{1} = \frac{y-\frac{2}{9}}{-2} = \frac{z+\frac{5}{9}}{2}$

Lời giải

Dạng 3. Hình chiếu của điểm, của đường thẳng lên đường thẳng, mặt phẳng.

- ① Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P)
 $\Rightarrow H$ là giao điểm của mặt phẳng (P) với đường thẳng Δ qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) .
- ② Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và nhận véc tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{n_P} = (a; b; c)$ làm véc tơ pháp tuyến.
- ③ Giải hệ phương trình của mặt phẳng (P) và $\Delta \Rightarrow t \Rightarrow H$.
- ④ H là trung điểm của $AA' \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A \\ y_{A'} = 2y_H - y_A \Rightarrow A' \\ z_{A'} = 2z_H - z_A \end{cases}$



 Bài tập 12. Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) có phương trình $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \ (t \in R), \\ z = 2t \end{cases}$

$(P): 2x - y + 2z = 11 = 0.$

- 1). Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $A(1; -2; -5)$ trên Δ .
- 2). Tìm tọa độ điểm A' sao cho $AA' = 2AH$ và ba điểm A, A', H thẳng hàng.
- 3). Tìm tọa độ điểm B' đối xứng với điểm $B(1; -1; 2)$ qua (P) .

Lời giải.

[illegible]

3). Tìm tọa độ điểm D thuộc Δ sao cho khoảng cách từ D đến $(\alpha): x - 2y + 2z + 2 = 0$ bằng 1.

Tel: 0935.660.880

 **Bài tập 14.** Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(5;5;0)$ và đường thẳng $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-7}{-4}$

- 1). Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d .
- 2). Tìm tọa độ điểm B, C thuộc d sao cho tam giác ABC vuông tại C và $BC = \sqrt{29}$.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 73.(THPT Lê Quý Đôn 2019) Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1; 0; 2)$.

B. $N(2; 3; 1)$.

C. $P(1; 0; 2)$.

D. $Q(1; 0; -2)$.

Lời giải

Câu 74.(Cụm Trần Kim Hưng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d .

A. $M(1; -1; -5)$.

B. $M(1; -1; 3)$.

C. $M(3; -2; -1)$.

D. $M(5; -3; 3)$.

Lời giải

Câu 75.(Nguyễn Tất Thành Yên Bái) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $P(7; 2; 1)$.

B. $Q(-2; -4; 7)$.

C. $N(4; 0; -1)$.

D. $M(1; -2; 3)$.

Lời giải

Câu 76.(THPT Chuyên Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ :

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 \\ z = -2 + 3t \end{cases} \quad \text{không đi qua điểm nào sau đây?}$$

A. $M(2; 1; -2)$.

B. $P(4; 1; -4)$.

C. $Q(3; 1; -5)$.

D. $N(0; 1; 4)$.

Lời giải

Câu 77.(Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm:

A. $M_3(3; 0; 0)$.

B. $M_4(0; 2; 0)$.

C. $M_1(0; 0; -1)$.

D. $M_2(3; 2; 0)$.

Lời giải

Câu 78.(Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-3; -2; 1)$.

Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oxy) là điểm:

A. $M_3(-3; 0; 0)$.

B. $M_4(0; -2; 1)$.

C. $M_1(0; 0; 1)$.

D. $M_2(-3; -2; 0)$.

Lời giải

Câu 79.(THPT Chuyên Hùng Vương 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;2), B(-2;3;1), C(3;-1;4)$. Viết phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ đỉnh B

A. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 \\ z = 1 - t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 80.(THPT Thăng Long 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và điểm $A(-4;1;1)$. Gọi A' là hình chiếu của A trên Δ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với AA' ?

A. $x - 2y - 2 = 0$.

B. $4x - y + 7z - 1 = 0$.

C. $-x + 3y + z + 3 = 0$.

D. $x - y + 4z + 1 = 0$.

Lời giải

Câu 81.(THPT Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 7 = 0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Điểm $H(a;b;-1)$ là hình chiếu vuông góc của (A) trên (P) . Tổng $a+b$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. -1.

D. -3.

Lời giải

Câu 82.(THPT Đô Lương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;6)$ và đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases} . \text{ Hình chiếu vuông góc của điểm } A \text{ lên đường thẳng } \Delta \text{ là}$$

- A.** $M(3;-1;2)$. **B.** $H(11;-17;18)$. **C.** $N(1;3;-2)$. **D.** $K(2;1;0)$.

Lời giải

Câu 83.(THPT Kim Liên 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu B' của điểm $B(5;3;-2)$ trên đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{1}$.

- A.** $B'(1;3;0)$. **B.** $B'(5;1;2)$. **C.** $B'(3;2;1)$. **D.** $B'(9;1;0)$.

Lời giải

Câu 84.(THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{1}$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua d .

A. $B(-3;4;-4)$. B. $B(2;-1;3)$. C. $B(3;4;-4)$. D. $B(3;-4;4)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 85.(THPT Kim Liên 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm $A(-1;0;3)$ qua mặt phẳng $(P): x+3y-2z-7=0$.

A. $A'(-1;-6;1)$. B. $A'(0;3;1)$. C. $A'(1;6;-1)$. D. $A'(11;0;-5)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 86.(THPT Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$ và điểm $A(5;0;1)$. Điểm đối xứng của A qua đường thẳng d có tọa độ là

A. $(1;1;1)$. B. $(-5;5;3)$. C. $(4;-1;0)$. D. $(3;-2;-1)$.

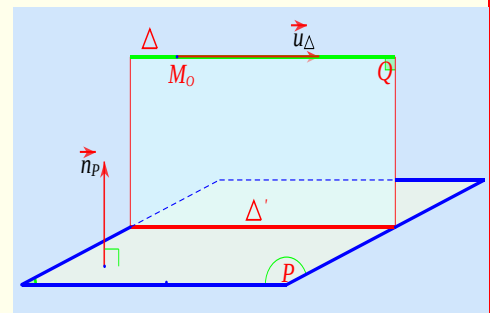
Lời giải

Bài toán 2. Tìm hình chiếu của đường thẳng (Δ) :
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$
 xuống $mp(P): Ax + By + Cz + D = 0$

Trường hợp 1. Đường thẳng (Δ) :
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$
 song song với $mp(P): Ax + By + Cz + D = 0$

1. Phương pháp.

- ① Do $\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M_0 \notin (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa + Bb + Cc = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \Delta // mp(P)$
- ② Gọi Δ' là hình chiếu vuông góc của Δ lên mặt phẳng (P)
 $\Rightarrow \Delta'$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và $mp(Q)$
- ③ Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm M_0 và nhận cặp véc tơ chỉ phương là $\vec{n}_Q = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_P]$ làm véc tơ pháp tuyến.
- ④ Δ' viết dưới dạng giao tuyến của hai $mp(Q), mp(P)$.



4. Bài tập minh họa.

Bài tập 15. Trong không gian cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của Δ trên mặt phẳng (Oxy) .

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 87.(THPT Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$ và một mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox lên (P) , d' nhận $\vec{u}=(a;b;2019)$ là một vec tơ chỉ phương . Xác định tổng $(a+b)$

- A. 2019. B. -2020. C. 2018. D. -2019.

Lời giải.

Câu 88.(Sở GD & ĐT Quảng Bình 2019) Trong không gian hệ tọa độ Oxyz , cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên (P) có phương trình là:

- A. $\frac{x}{5} = \frac{y-1}{8} = \frac{z-2}{-13}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-7} = \frac{z-2}{5}$. C. $\frac{x}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-7}$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-5}$.

Lời giải

D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$

[illegible]

D. $d': \frac{x-1}{3} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z-2}{1}.$

[illegible]

Câu 91.(THPT Kinh Môn 2018) Trong không gian cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của Δ trên mặt phẳng (Oxy).

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1-t \\ z = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1+t \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -1+t \\ z = 0 \end{cases}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Trường hợp 2. Đường thẳng (Δ): $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ cắt mp(P): $Ax + By + Cz + D = 0$ tại điểm A.

1. Phương pháp.

① Do $Aa + Bb + Cc \neq 0 \Leftrightarrow \vec{n}$ và $\vec{u}$ không cùng phương
Suy ra Δ cắt (α) tại A.

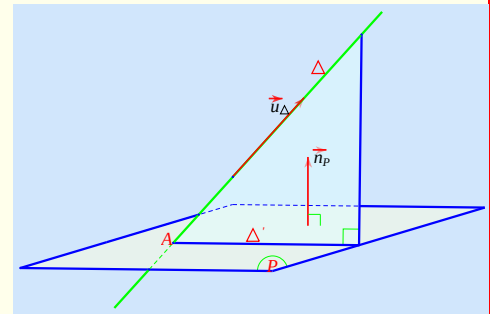
② Tọa độ giao điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 & (a) \\ x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct & (b) \end{cases}$$

② Gọi Δ' là hình chiếu vuông góc của Δ lên mặt phẳng (P)
 $\Rightarrow \Delta'$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và mp(Q)

③ Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm M_O và nhận cặp véc tơ chỉ phương là $\vec{n}_Q = [\vec{u}_\Delta, \vec{n}_P]$ làm véc tơ pháp tuyến.

④ Đường thẳng Δ' viết dưới dạng giao tuyến của hai mp(Q), mp(P).



2. Ví dụ minh họa.

Bài tập 16. Lập phương trình của đường thẳng Δ , biết

1). Δ là hình chiếu vuông góc của $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$ lên mp(α): $x + y + z - 1 = 0$

2). Δ đi qua $A(2;3;-1)$ và cắt d tại điểm B sao cho $d(B, (\alpha)) = 2\sqrt{3}$.

[illegible]

Câu 93. (THPT Chuyên Hà Tĩnh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

A. $\begin{cases} x = -6t \\ y = -2 - 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 6t \\ y = -2 - 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -6t \\ y = -2 + 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -6t \\ y = -2 - 5t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

[illegible]

Câu 94.(THPT Chuyên Thái Bình 2019) Trong không gian $Oxyz$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d' ?

A. $\vec{u} = (2; 3; 0)$.

B. $\vec{u} = (2; 3; 1)$.

C. $\vec{u} = (-2; 3; 0)$.

D. $\vec{u} = (2; -3; 0)$.

Lời giải

Câu 95.(THPT Hồng Bàng 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (Oyz) .

A. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

B. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

C. $d': \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

D. $d': \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 96.(Cụm Trần Kim Hưng 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{-2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) .

- A. $\frac{x}{5} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x}{-5} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-1}{2}$ C. $\frac{x}{-5} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x}{5} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 97.(THPT Hậu Lộc 2018) Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1;0;-3)$, $B(3;-1;0)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB trên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = -3 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -3 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 98.(THPT Hồng Bàng 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên $mp(Oyz)$.

- A. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. B. $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$. C. $d': \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $d': \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 99.(THPT Thạc Thành 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên $mp(P)$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 100.Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2m+1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+1}{m-2}$, $m \notin \left\{-\frac{1}{2}, 2\right\}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 6 = 0$. Gọi đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) . Có bao nhiêu số thực m để đường thẳng Δ vuông góc với giá của vectơ $\vec{a} = (-1; 0; 1)$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = -t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = 1 + t \end{cases}$

[illegible]

A. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+t \\ z=-1+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=1 \\ z=-1-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=3-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$

[illegible]

Câu 103 .(THPT Chuyên Bình Long 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ' là hình chiếu của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P) .

A. $\vec{u} = (1; 1; -2)$.

B. $\vec{u} = (1; -1; 0)$.

C. $\vec{u} = (1; 0; -1)$.

D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

Lời giải

Câu 104.(THPT Chuyên Hưng Yên 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{7}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{7}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{7}$.

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{7}$.

Lời giải

(P): $3x - 5y + 2z + 8 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 7 + 5t \\ y = -7 + t \\ z = 6 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm phương trình đường thẳng Δ

A. $\Delta: \begin{cases} x = -5 + 5t \\ y = 13 + t \\ z = -2 - 5t \end{cases}$ **B.** $\Delta: \begin{cases} x = -17 + 5t \\ y = 33 + t \\ z = 66 - 5t \end{cases}$ **C.** $\Delta: \begin{cases} x = -11 + 5t \\ y = 23 + t \\ z = 32 - 5t \end{cases}$ **D.** $\Delta: \begin{cases} x = 13 + 5t \\ y = -17 + t \\ z = -104 - 5t \end{cases}$

[illegible]

A diagram of a triangle with vertices labeled A , B , and C . The interior angle at vertex A is marked with a red arc and labeled "Phân góc trong" (Interior angle division). The exterior angle at vertex A , formed by extending side BA , is marked with a green arc and labeled "Phân góc ngoài" (Exterior angle division).

.....

.....

.....

.....

Bài tập 18. Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc $Oxyz$ cho tam giác ABC , với điểm $A(1;-2;1)$, $B(-2;2;1)$, $C(1;-2;2)$. Hỏi đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm nào sau đây ?

A. $\left(0; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

B. $\left(0; -\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$

C. $\left(0; -\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right)$

D. $\left(0; \frac{2}{3}; -\frac{8}{3}\right)$

Lời giải.

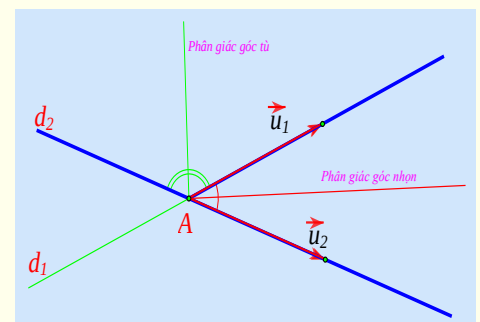
Bài toán 2. Viết phương trình đường phân giác góc nhọn và góc tù của hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $A(x_A; y_A; z_A)$. $\vec{u}_1(a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2(a_2; b_2; c_2)$

① Giả sử hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại $A(x_0; y_0; z_0)$ lần lượt có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1(a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2(a_2; b_2; c_2)$

② Khi đó đường phân giác của hai đường thẳng d_1 và d_2 có véc tơ chỉ phương được xác định bởi $\vec{u} = \frac{1}{|u_1|} \cdot \vec{u}_1 \pm \frac{1}{|u_2|} \cdot \vec{u}_2$

$$= \frac{1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}}(a_1; b_1; c_1) \pm \frac{1}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}(a_2; b_2; c_2)$$

③ Ta xét hai trường hợp:



- **Trường hợp 1:** Nếu $\vec{u}_1 \vec{u}_2 > 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 + \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là véc tơ chỉ phương của phân giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 và $\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 - \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là véc tơ chỉ phương của phân giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 .
- **Trường hợp 2:** Nếu $\vec{u}_1 \vec{u}_2 < 0 \Rightarrow \vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 + \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là véc tơ chỉ phương của phân giác tạo bởi góc tù giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 và $\vec{u} = \frac{1}{|\vec{u}_1|} \cdot \vec{u}_1 - \frac{1}{|\vec{u}_2|} \cdot \vec{u}_2$ là véc tơ chỉ phương của phân giác tạo bởi góc nhọn giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 .

2. Ví dụ minh họa.

Bài tập 19. Trong không gian Oxyz, cho $\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$; $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 4t \\ z = -1 \end{cases}$. Viết phương trình đường phân giác Δ của góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 20. Trong không gian với hệ toạ độ đề các vuông góc Oxyz, cho $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-2;1;2)$. Viết phương trình đường phân giác Δ của góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

3). Lập phương trình tham số các đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường thẳng.

Lời giải.

Tel: 0935.660.880

Câu 106.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường

thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=1 \\ y=2+7t \\ z=3+t \end{cases}$. Phương trình đường phân giác của góc nhọn giữa d_1 và d_2

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-12} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x-1}{-5} = \frac{y-2}{12} = \frac{z-3}{1}$. C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{12} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{12} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Câu 107.(Sở GD & ĐT Phú Thọ 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B(\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3})$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác OAB . Giá trị của $a - b + c$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải

Câu 108.(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1;2;3)$, $B(3;-1;2)$, $C(2;-1;1)$. Đường phân giác trong kẻ từ A của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $P(0;4;4)$.

B. $M(2;0;1)$.

C. $N(-1;5;5)$.

D. $Q(3;-2;2)$.

Lời giải

Câu 109.(Đề Chính Thức 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Gọi Δ là

đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = 6 + 11t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = -3 + 5t \\ z = 5 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 \\ z = 5 + 7t \end{cases}$.

Lời giải

Câu 110.(Đề Chính Thức 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$. Gọi Δ là

đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+6t \\ y=2+11t \\ z=3+8t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-4+5t \\ y=-10+12t \\ z=2+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=-4+5t \\ y=-10+12t \\ z=-2+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-2t \\ z=3-t \end{cases}$

Lời giải

Câu 111.(THPT Hải Hậu-2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau

$\Delta_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=2+2t \\ z=-1-t \end{cases}, \Delta_2: \begin{cases} x=1-t' \\ y=-t' \\ z=2t' \end{cases} (t, t' \in \mathbb{R})$. Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi

Δ_1 và Δ_2 .

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$

Lời giải

Câu 112.(Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt

nhau $\Delta_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=2+2t \\ z=-1-t \end{cases}, \Delta_2: \begin{cases} x=1-t' \\ y=-t' \\ z=2t' \end{cases} (t, t' \in \mathbb{R})$. Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo

bởi Δ_1 và Δ_2 .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$

D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Câu 113.(Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng có phương trình $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$, $d_2: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-3}{2}$. Viết phương trình đường phân giác của những góc tù tạo bởi d_1, d_2 .

- A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-5} = \frac{z-3}{4}$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$. C. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Câu 114.(THPT Chuyên Bắc Giang) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(2;1;0)$, $B(3;0;2)$, $C(4;3;-4)$. Viết phương trình đường phân giác trong của góc A .

- A. $\begin{cases} x=2 \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$.

Lời giải

|| Nhận xét:

Đường phân giác trong của góc BAC có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \frac{1}{|\overline{AB}|} \overline{AB} + \frac{1}{|\overline{AC}|} \overline{AC}$.

Dạng 5. Một số bài toán liên quan đến góc, khoảng cách và tương giao.

1. Phương pháp.

Ta vận dụng các kiến thức sau:

➤ Nếu $A \in \Delta$:
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt, (t \in R) \Rightarrow A(x_0 + at, y_0 + bt, z_0 + ct) \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

➤ Vận dụng khoảng cách, góc, tích vô hướng(vuông góc), cùng phương, thẳng hàng...Để thiết lập phương trình, hệ phương trình.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 22. Tìm m để hai đường thẳng sau cắt nhau và tìm tọa độ giao điểm của chúng.

$$d_1: \frac{x-6}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{m-1} ; d_2: \frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}.$$

Lời giải.

Bài tập 23. Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - n = 0$ và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{2m-1}. \text{ Tìm } m, n \text{ để:}$$

1). Đường thẳng Δ nằm trong $mp(\alpha)$

2). Đường thẳng Δ song song với $mp(\alpha)$.

Lời giải.

Bài tập 24. Tìm m để

1). Hai đường thẳng $d_1: \frac{x-6}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-1+m}{m-1}$ và $d_2: \frac{x-4}{4} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{2}$ cắt nhau. Tìm giao điểm của chúng.

$$2). \text{ Đường thẳng } d_m: \begin{cases} x = (-2m^2 + m + 1)t \\ y = 1 - (4m^2 + 4m + 1)t \\ z = -2 + (m^2 - m)t \end{cases} \text{ song song với } (P): 2x - y + 2 = 0.$$

Lời giải.

Bài tập 25. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng : $\Delta_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-1}$ và

$$\Delta_2 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+9}{-2}$$

- 1). Chứng minh rằng hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 chéo nhau. Tính góc và khoảng cách giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 .
- 2). Hai điểm A, B thay đổi trên Δ_1 sao cho $AB = 3$. Tìm điểm C trên đường thẳng Δ_2 sao cho ΔABC có diện tích nhỏ nhất.
- 3). Viết phương trình đường thẳng d cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại M, N thỏa mãn

$$MN = 6\sqrt{5} \text{ và } d \text{ tạo với } \Delta_1 \text{ một góc } \alpha \text{ thỏa } \cos \alpha = \sqrt{\frac{8}{15}}$$

Lời giải.

 **Bài tập 26.** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d_m: \frac{x-4m+3}{2m-1} = \frac{y-2m-3}{m+1} = \frac{z-8m-7}{4m+3}$ với $m \notin \left\{-1; -\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right\}$. Chứng minh rằng khi m thay đổi thì đường thẳng d_m luôn nằm trong một mặt phẳng cố định. Viết phương trình mặt phẳng đó.

Lời giải.

 **Bài tập 27.** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$; $d_2: \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 . Tìm tọa độ các điểm $M \in d_1, N \in d_2$ sao cho MN song song với $mp(P): x - y + z = 0$ và độ dài $MN = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Bài tập 28. Tìm tọa độ các điểm thuộc đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ mà khoảng cách từ đó đến mặt phẳng $(Q): 2x - y - 2z + 1 = 0$ bằng 1.

Lời giải.

Bài tập 29. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng :

$$d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-3}{1} ; d_2: \frac{x+5}{6} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{2}$$

Chứng minh rằng d_1 và d_2 cắt nhau tại I . Tìm tọa độ các điểm A, B lần lượt thuộc d_1, d_2 sao cho tam giác AIB cân tại I và có diện tích bằng $\frac{\sqrt{41}}{42}$.

Lời giải

Bài tập 30. Trong không gian với hệ tọa độ đề các vuông góc $Oxyz$ cho bốn điểm

$A(1;0;0)$, $B(1;1;0)$, $C(0;1;0)$, $D(0;0;m)$ với $m \neq 0$ là tham số.

- 1). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD khi $m = 2$.
- 2). Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên BD . Tìm các giá trị của tham số m để diện tích tam giác OBH đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải.

Bài tập 31. Trong không gian $Oxyz$ cho

- 1). Điểm $M(1;-1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và $mp(P): x + y + z - 2 = 0$.

Tìm tọa độ điểm A thuộc mặt phẳng (P) biết rằng đường thẳng AM vuông góc với Δ và khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{\frac{33}{2}}$.

- 2). Điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ A đến (Q) lớn nhất.

Lời giải.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

 Bài tập 32. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;1;0), B(2;2;2), C(-2;3;1)$ và đường thẳng

(d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Tìm điểm M trên đường thẳng (d) để:

- a). Thể tích tứ diện $MABC$ bằng 3.
b). Diện tích tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất.

Lời giải.

Bài tập 33. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x + 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x+3}{2} = y+1 = z-3$, điểm $A(-2;3;4)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trên (P) đi qua giao điểm của (d) và (P) đồng thời vuông góc với (d) .
 Tìm trên Δ những điểm M sao cho khoảng cách AM ngắn nhất.

Lời giải.

Bài tập 34. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(10;2;-1)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-3}{2} = y = \frac{z-1}{3}$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , song song với d và khoảng cách từ (d) đến mặt phẳng (P) là lớn nhất.

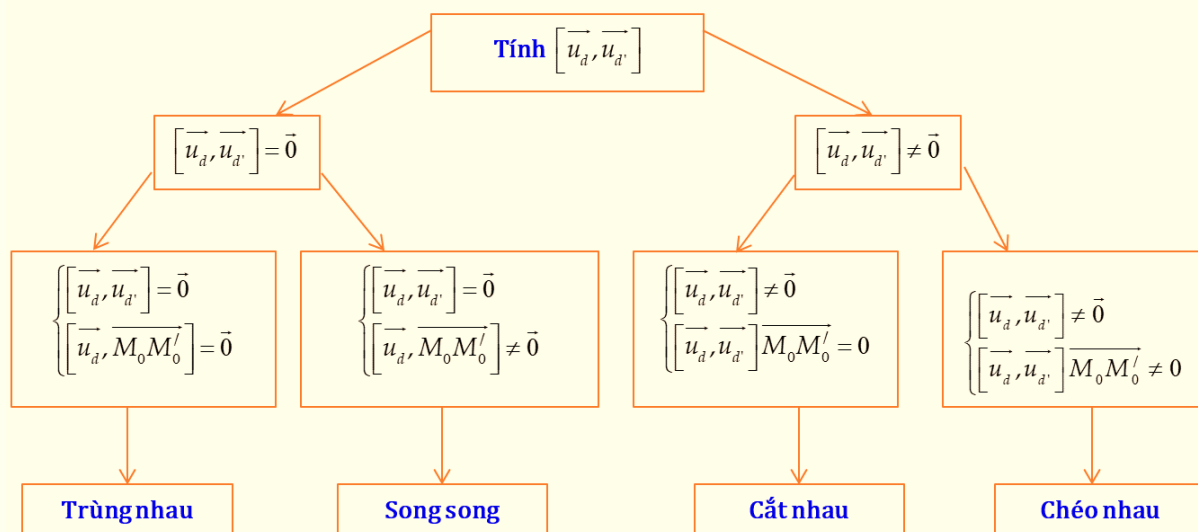
Lời giải.

Bài tập 35. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Lập phương trình đường thẳng (Δ) nằm trong mặt phẳng (P) , cắt (d) và tạo với (d) góc lớn nhất.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

SƠ ĐỒ TÓM TẮT CÁC BƯỚC KIỂM TRA VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI



Mức độ 1. Nhận biết

Câu 115.(THPT Yên Mô 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và điểm $M(1; 2; m)$. Tìm giá trị tham số m để điểm M thuộc đường thẳng d .

A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Lời giải

Câu 116.(THPT chuyên Nguyễn trãi 2019) Giao điểm của hai đường thẳng $d : \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}$

$d' : \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 20 + t' \end{cases}$ có tọa độ là:

A. $(5; -1; 20)$.

B. $(3; -2; 1)$.

C. $(3; 7; 18)$.

D. $(-3; -2; 6)$.

Lời giải

Câu 117.(THPT chuyên Lam Sơn 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+3}{-3}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 3t \\ y = -1 + 2t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d_1 cắt và vuông góc với d_2 .

B. d_1 song song d_2 .

C. d_1 cắt và không vuông góc với d_2 .

D. d_1 chéo d_2 .

Lời giải

Câu 118.(THPT chuyên Biên Hòa) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. Kết luận gì về vị trí tương đối hai đường thẳng nêu trên?

A. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

B. Vừa cắt nhau vừa vuông góc.

C. Không vuông góc và không cắt nhau.

D. Vuông góc nhưng không cắt nhau.

Lời giải

Câu 119.(THPT Lý Thường Kiệt 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có

phương trình $d: \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - t' \end{cases}$. Hai đường thẳng cắt nhau khi.

A. $m = 5$.

B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Câu 120.(Sở GDĐT Lâm Đồng 2017) Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng (d) và (d') có

phương trình lần lượt là $(d): \frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{1-z}{-2}$ và $(d'): \begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 6t \\ z = -1 + 4t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$. Vị trí tương đối của hai

đường thẳng (d) và (d') là :

A. (d) và (d') song song với nhau.

B. (d) và (d') cắt nhau.

C. (d) và (d') trùng nhau.

D. (d) và (d') chéo nhau.

Lời giải

Câu 121.(THPT chuyên Vĩnh Phúc 2017) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d_1, d_2 song song.

B. d_1, d_2 chéo nhau.

C. d_1, d_2 cắt nhau.

D. d_1, d_2 vuông góc.

Lời giải

Câu 122. (THPT Nguyễn Thái Học 2019) Cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 3 + 4t' \\ y = 5 + 6t' \\ z = 7 + 8t' \end{cases}$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. d_1 trùng d_2 . B. $d_1 \parallel d_2$. C. d_1 và d_2 chéo nhau. D. d_1 cắt d_2 .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 123. (THPT Chuyên Vinh 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d : \frac{x-2}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d' : \frac{x}{6} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-2}{4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $d \parallel d'$. B. $d \equiv d'$. C. d và d' chéo nhau. D. d và d' cắt nhau.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 124. (THPT Ng.T.Minh Khai) Cho hai đường thẳng có phương trình $d_1 : \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z+1}{-8}$ và $d_2 : \frac{x-7}{-6} = \frac{y-2}{9} = \frac{z}{12}$. Vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 là:

A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 125. (THPT Nguyễn Huệ-Huế) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + 6t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau. B. Hai đường thẳng d_1, d_2 trùng nhau.
- C. Hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau. D. Hai đường thẳng d_1, d_2 song song với nhau.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 126.(Cụm trường Sóc Sơn Mê Linh) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+at \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-1-t' \\ y=2+2t' \\ z=3-t' \end{cases}$. Giá trị của a để hai đường thẳng d và d' cắt nhau

A. $a = -2$. B. $a = -1$. C. $a = 0$. D. $a = 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 127.(Sở GDĐT Lâm Đồng 2017) Tìm m để hai đường thẳng sau cắt nhau $d: \begin{cases} x=1+mt \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=1-t' \\ y=2+2t' \\ z=3-t' \end{cases}$.

A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = -1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 128. Trong không gian, cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và $(d_2): \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Tìm m để hai đường thẳng (d_1) và (d_2) .

A. $m = 0$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 129. (THPT Trần Cao Vân 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 7 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = 1 - 2t' \end{cases}$ là:

A. Cắt nhau. B. Trùng nhau. C. Song song. D. Chéo nhau.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 130. (Sở GD & ĐT Bình Phước 2017) Trong không gian với hệ tọa trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và $\Delta_2: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc nhau. B. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.

C. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2 . D. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2 .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 131.(Sở GDĐT Lâm Đồng 2017) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, nếu hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + mt_1 \\ y = t_1 \\ z = -1 + 2t_1 \end{cases} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = 1 - t_2 \\ y = 2 + 2t_2 \\ z = 3 - t_2 \end{cases} \text{ cắt nhau thì } m \text{ bằng?}$$

- A. $m = \sqrt{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 3$. D. $m = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Vị trí tương đối của đường thẳng với mặt phẳng

Đường thẳng d đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vtcp $\vec{u}_d = (a; b; c)$ và mp(α): $Ax + By + Cz + D = 0$ có vtp $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó:

Phương pháp 1:

- d cắt (α) $\Leftrightarrow Aa + Bb + Cc \neq 0$ ($\vec{n}_\alpha$ không vuông góc với $\vec{u}_d$)
- $d // (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} Aa + Bb + Cc = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \neq 0 \end{cases}$ ($\vec{n}_\alpha$ vuông góc với $\vec{u}_d$ và $M_0 \notin (\alpha)$)
- $d \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} Aa + Bb + Cc = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \end{cases}$ ($\vec{n}_\alpha$ vuông góc với $\vec{u}_d$ và $M_0 \in (\alpha)$)
- $d \perp (\alpha) \Leftrightarrow \vec{u}_d // \vec{n}_\alpha \Leftrightarrow [\vec{u}_d, \vec{n}_\alpha] = \vec{0}$

Phương pháp 2: Cho mặt phẳng (α): $Ax + By + Cz + D = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ (ẩn t) (*)

Xét phương trình: $A(x_0 + a_1t) + B(y_0 + a_2t) + C(z_0 + a_3t) = 0$

- $d // (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm.
- d cắt (α) $\Leftrightarrow (*)$ có đúng một nghiệm.
- $d \subset (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ có vô số nghiệm.

Câu 132.(THPT Kim Liên 2017) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng có phương

trình $d: \frac{x}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{1}$. Hỏi đường thẳng d song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng có phương trình dưới đây?

- A. (α): $x + y - 2z + 2 = 0$. B. (β): $x + y - 2z + 9 = 0$.
C. (γ): $5x - 3y + z - 2 = 0$. D. (δ): $5x - 3y + z - 9 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 133.(THPT chuyên Lê Thánh Tông) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+5y+z+4=0$. Xác định vị trí tương đối của (d) và (α)

- A. (d) cắt và không vuông góc với (α) . B. $(d) \subset (\alpha)$.
C. $(d) \perp (\alpha)$. D. $(d) // (\alpha)$.

Lời giải

Câu 134.(Chuyên KHTN 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y-2z+1=0$. Hỏi giao tuyến của (α) và (β) đi qua điểm nào?

- A. $(0;1;3)$. B. $(2;3;3)$. C. $(5;6;8)$ D. $(1;-2;0)$

Lời giải

Câu 135.(THPT chuyên Nguyễn Trãi 2017) Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-4=0$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $d \subset (\alpha)$. B. $d \perp (\alpha)$. C. $d // (\alpha)$. D. d cắt (α) .

Lời giải

Câu 136.(THPT Chuyên Bến Tre 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y = 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. $(\alpha) // Oz$. B. $Oy \subset (\alpha)$. C. $Oz \subset (\alpha)$. D. $(\alpha) // (Oyz)$.

Lời giải

Câu 137.(Chuyên ĐH Vinh 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. $(\alpha): x + y + 2z = 0$. B. $(Q): x + y - 2z = 0$. C. $(\beta): x + y - z = 0$. D. $(P): x + y + z = 0$.

Lời giải

Câu 138.(Sở GD-ĐT Đồng Nai 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) tương ứng có phương trình là $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $3x + y - 5z + 5 = 0$, gọi mặt phẳng (Q) là mặt phẳng Oxz . Chọn mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề sau:

- A. $(d) \subset (P)$ và (d) cắt (Q) . B. $(d) // (P)$ và $(d) // (Q)$.
C. $(d) // (P)$ và (d) cắt (Q) . D. (d) cắt (P) và (d) cắt (Q) .

Lời giải

Câu 139.(THPT Nguyễn Chí Thanh 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A. $d \subset (\alpha)$. B. $d \perp (\alpha)$. C. $d // (\alpha)$. D. d cắt (α) .

Lời giải

Câu 140.(THPT chuyên Lê Quý Đôn) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) .
 B. d vuông góc với (P) .
 C. d nằm trong (P) .
 D. d song song với (P) .

Lời giải

Câu 141.(THPT Lương Tài 2) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{1}$. Xét mặt phẳng $(P): x-2y-mz+7=0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) ?

- A. $m = -\frac{1}{2}$.
 B. $m = -6$.
 C. $m = -2$.
 D. $m = 10$.

Lời giải

Câu 142.(THPT Hà Huy Tập 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(P): x+my+(m^2-1)z-7=0$, với m là tham số thực. Tìm m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$.
 B. $m = 2$.
 C. $m = 1$.
 D. $m = -1$.

Lời giải

Câu 143.(Sở GD & ĐT Bình Phước) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz , cho đường thẳng

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. d vuông góc với (P) .
 B. d song song với (P) .
 C. d cắt và không vuông góc với (P) .
 D. d nằm trong (P) .

Lời giải

Câu 144.(THPT chuyên Lê Quý Đôn 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz , cho đường

thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) .
 B. d vuông góc với (P) .
 C. d nằm trong (P) .
 D. d song song với (P) .

Lời giải

Câu 145. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x - 4y - 4z + 5 = 0$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng ?

- A. $(\Delta) \perp (\alpha)$.
 B. Góc giữa (Δ) và (α) bằng 30° .
 C. $(\Delta) \subset (\alpha)$.
 D. $(\Delta) \subset (\alpha)$.

Lời giải

Câu 146.(Đề Minh Họa BGD & ĐT 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. d nằm trong (P) .
 B. d song song với (P) .
 C. d cắt và không vuông góc với (P) .
 D. d vuông góc với (P) .

Lời giải

Câu 147. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-4y+2z-2016=0$. Trong các đường thẳng sau đường thẳng song song với mặt phẳng (P) .

- A. $d_4: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{2}$.
 B. $d_3: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{1-z}{4}$.
 C. $d_2: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.
 D. $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{1-z}{1}$.

Lời giải

Câu 148.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+15=0$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $d \subset (P)$.
 B. $d \parallel (P)$.
 C. $d \perp (P)$.
 D. $d \cap (P) = \{I(1; -1; 0)\}$.

Lời giải

Câu 149.(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y+3z-6=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\Delta \parallel (\alpha)$.
 B. Δ cắt và không vuông góc với (α) .
 C. $\Delta \subset (\alpha)$.
 D. $\Delta \perp (\alpha)$.

Lời giải

Câu 150.(THPT Nguyễn Thái Học 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 2z - 2016 = 0$. Trong các đường thẳng sau đường thẳng nào song song với mặt phẳng (P) .

A. $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{1-z}{-1}$.

B. $d_3: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{1-z}{4}$.

C. $d_4: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{2}$.

D. $d_2: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Câu 151.(THPT Đặng Thúc Hứa 2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$. Xét mặt phẳng $(P): x + my + m^2z - 1 = 0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) song song với đường thẳng Δ .

A. $m = -\frac{1}{2}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 1$ và $m = -\frac{1}{2}$.

D. $m = 0$ và $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 152. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx + my - 2z - 1 = 0$ và đường thẳng $\frac{x}{n+1} = \frac{y}{m} = \frac{1-z}{1}$ với $m \neq 0, m \neq -1$. Khi $(P) \perp d$ thì tổng $m + n$ bằng bao nhiêu ?

A. $m + n = -2$.

B. Kết quả khác.

C. $m + n = -\frac{1}{2}$.

D. $m + n = -\frac{2}{3}$.

Lời giải

Câu 153.(TTLT ĐH Diệu Hiền 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): x + y - z + m = 0$. Khi đó giá trị của m là.

A. $\forall m \in \mathbb{R}$.

B. $m \neq 2$.

C. $m = 0$.

D. $m \neq 0$.

Lời giải

Câu 154.(THPT Tiên Lãng 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{m} = \frac{y+2}{2m-1} = \frac{z+3}{2}$. Để đường thẳng d vuông góc với (P) thì:

A. $m = -2$.

B. $m = 1$.

C. $m = 0$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Câu 155.(THPT Nguyễn Quang Diêu 2018) Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 5 + 7t \\ z = 4 + (m-3)t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 7y + 13z - 91 = 0$. Tìm giá trị của tham số m để d vuông góc với (P) .

A. -10 .

B. 13 .

C. 10 .

D. -13 .

Lời giải

Câu 156.(THPT Chuyên Võ Nguyên giáp 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P), (Q)$ và (R) lần lượt có phương trình $(P): x + my - z + 2 = 0; (Q): mx - y + z + 1 = 0$ và $(R): 3x + y + 2z + 5 = 0$. Gọi (d_m) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Tìm m để đường thẳng (d_m) vuông góc với mặt phẳng (R) .

A. Không có giá trị m .

B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \end{cases}$

C. $m = -\frac{1}{3}$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Câu 157.(THPT Hai Bà Trưng-Huế 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường

thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t \\ z = 3t - 5 \end{cases}$ nằm trên $(P): mx + y - nz - 4n = 0$. Khi đó $m + 2n$ bằng.

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Câu 158.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -m + 2t \\ z = n + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 2mx - y + mz - n = 0$. Biết đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) . Khi đó hãy tính $m + n$.

A. -12.

B. 8.

C. 12.

D. -8.

Lời giải

Câu 159. Với giá trị nào của m, n thì đường thẳng $(D): \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 - 4t \\ z = t - 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ nằm trong mặt phẳng

$(P): (m-1)x + 2y - 4z + n - 9 = 0$?

A. $m = 4; n = 14$.

B. $m = -4; n = -10$.

C. $m = 3; n = -11$.

D. $m = 4; n = -14$.

Lời giải

Câu 160.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Xét mặt phẳng $P: x-3y+2mz-4=0$, với m là tham số thực. Tìm m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng P .

- A. $m = \frac{1}{3}$. B. $m = 2$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 161.(THPT chuyên Lê Thánh Tông 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): (m^2-1)x+2y-mz+m-1=0$. Xác định m biết (α) song song với Ox .

- A. $m=1$. B. $m=\pm 1$. C. $m=0$. D. $m=-1$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 162.(THPT Đặng Thúc Hứa 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$. Xét mặt phẳng $(P): x+my+m^2z-1=0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) song song với đường thẳng Δ .

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = 1$. C. $m = 1$ và $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = 0$ và $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 163.(THPT Nguyễn Quang Diêu 2017) Cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(4;5;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $3x-4y+5z+6=0$. Đường thẳng AB cắt (P) tại điểm M . Tính tỷ số $\frac{MB}{MA}$.

- A. 2. B. $\frac{1}{4}$. C. 4. D. 3.

Lời giải

.....

.....

Câu 164.(Sở GD-ĐT Đồng Nai 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy cho mặt phẳng (P) và đường thẳng Δ tương ứng có phương trình là $x-3y+z-1=0$ và $\frac{x}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+2}{m}$, với m là tham số thực khác 0. Tìm m để đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và khi đó tính khoảng cách d giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) .

- A. $m=-1$ và $d=\frac{3}{\sqrt{11}}$. B. $m=1$ và $d=\frac{3}{\sqrt{11}}$. C. $m=2$ và $d=\frac{3}{\sqrt{11}}$. D. $m=1$ và $d=\frac{4}{\sqrt{11}}$.

Lời giải

Giao điểm giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$.

Khi đó: xét phương trình: $A(x_0 + a_1t) + B(y_0 + a_2t) + C(z_0 + a_3t) = 0$ (ẩn t) (*)

- $d // (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm
- d cắt $(\alpha) \Leftrightarrow (*)$ có đúng một nghiệm. Đó là giao điểm của $mp(\alpha)$ và đường thẳng d .
- $d \subset (\alpha) \Leftrightarrow (*)$ có vô số nghiệm

Câu 165.(THPT Lý Văn Thịnh) Tìm giao điểm của $d: \frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$ và $(P): 2x-y-z-7=0$.

- A. $M(0; 2; -4)$. B. $M(1; 4; -2)$. C. $M(6; -4; 3)$. D. $M(3; -1; 0)$.

Lời giải

Câu 166. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = 3+t \end{cases}$ và mặt phẳng (Oyz) .

- A. $(1; 2; 2)$. B. $(0; 5; 2)$. C. $(0; -1; 4)$. D. $(0; 2; 3)$.

Lời giải

Câu 167. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x+2y-z+5=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) .

- A. $M(-1;0;4)$. B. $M(1;0;4)$. C. $M(-5;0;2)$. D. $M(-5;-2;2)$.

Lời giải

Câu 168. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;1;1), N(4;8;-3), P(2;9;-7)$ và mặt phẳng $(Q): x+2y-z-6=0$. Đường thẳng d đi qua G , vuông góc với (Q) . Tìm giao điểm A của mặt phẳng (Q) và đường thẳng d , biết G là trọng tâm tam giác MNP .

- A. $A(1;-2;-1)$. B. $A(1;2;-1)$. C. $A(1;2;1)$. D. $A(-1;-2;-1)$.

Lời giải

Câu 169. (THPT Chuyên Sư Phạm Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$, với $A(0;-3;0), B(4;0;0), C(0;3;0), B_1(4;0;4)$. Gọi M là trung điểm của A_1B_1 . Mặt phẳng (P) qua A, M và song song với BC_1 cắt A_1C_1 tại N . Độ dài đoạn thẳng MN .

- A. 3. B. 4. C. $\frac{\sqrt{17}}{2}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 170.(THPT Chuyên Sư Phạm Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai

đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$ và $d_2: \begin{cases} x = -3+3t \\ y = 5-t \\ z = 2t \end{cases}$.

Mặt phẳng Oxz cắt các đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại các điểm A, B . Diện tích tam giác OAB là.

A. 5.

B. 15.

C. 10.

D. 55.

Lời giải

Câu 171.(Cụm 7-TPHCM 2017) Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;2;3)$, $B(1;0;-5)$, $(P): 2x + y - 3z - 4 = 0$. Tìm $M \in (P)$ sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(1;2;0)$.

B. $M(-3;4;11)$.

C. $M(0;1;-1)$.

D. $M(-2;3;7)$.

Lời giải

Câu 172.(THPT Chuyên Quang Trung 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(-2;3;1)$, $N(5;6;-2)$. Đường thẳng qua M, N cắt mặt phẳng (xOz) tại A . Khi đó điểm A chia đoạn MN theo tỷ số nào?

A. $-\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.

Lời giải

Câu 173. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;5;-2)$ và $B(2;-1;7)$.

Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

A. $\frac{MA}{MB} = 2$.

B. $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{3}$.

D. $\frac{MA}{MB} = 3$.

Lời giải

Câu 174.(THPT chuyên Vĩnh Phúc) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2)$

và $B(2;-1;0)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ tại điểm I . Tỉ số $\frac{IA}{IB}$ bằng?

A. 4.

B. 2.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Góc giữa hai đường thẳng

- Cho đường thẳng d có vtcp $\vec{u} = (a;b;c)$ và đường thẳng d' có vtcp $\vec{u}' = (a';b';c')$.
- Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng đó ta có:

$$\cos \varphi = \frac{\left| \vec{u} \cdot \vec{u}' \right|}{\left| \vec{u} \right| \cdot \left| \vec{u}' \right|} = \frac{\left| a.a' + b.b' + c.c' \right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2 + c'^2}} \quad (0 \leq \varphi \leq 90^\circ)$$

Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

- Cho đường thẳng d có vtcp $\vec{u} = (a;b;c)$ và mặt phẳng (α) có vtpt $\vec{n} = (A;B;C)$.
- Gọi φ là góc hợp bởi đường thẳng d và mặt phẳng (α) ta có:

$$\sin \varphi = \frac{\left| \vec{u} \cdot \vec{n} \right|}{\left| \vec{u} \right| \cdot \left| \vec{n} \right|} = \frac{\left| Aa + Bb + Cc \right|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Câu 175.(THPT Tư Nghĩa 2019) Gọi α là góc giữa đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng: $3x+4y+5z=0$ Khi đó:
 A. $\alpha = 90^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\alpha = 60^\circ$. D. $\alpha = 30^\circ$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 176.(THPT Chuyên Bắc Giang 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và $mp(P)$.
 A. 60° . B. 30° . C. 120° . D. 45° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 177.(Chuyên Đại Học Vinh) Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng có phương trình $\Delta_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ và $\Delta_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-4}$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng
 A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 135° .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 178.(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng có phương trình $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y-4z+2019=0$. Góc giữa đường thẳng Δ với mặt phẳng (P) bằng
 A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 135° .

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 179.(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng có $\Delta_1: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ và $\Delta_2: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-4}$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 bằng

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 135° .

Lời giải

Câu 180.(THPT Kim Liên 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x+4y+5z+8=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) có số đo là:

A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Câu 181.(Chuyên Đại Học Vinh) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-y+2z=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng

A. 30° . B. 60° . C. 150° . D. 120° .

Lời giải

Câu 182.(Chuyên Đại Học Vinh 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha): -x+2y-3z=0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) . Khi đó, góc φ bằng

A. 0° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .

Lời giải

Câu 183.(THPT Lê Hồng Phong 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng có phương trình lần lượt là $2x - y + z + 2017 = 0$ và $x + y - z + 5 = 0$. Tính số đo độ góc giữa đường thẳng d và trục Oz .

A. 45° . B. 0° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Câu 184.(THPT Nguyễn Trãi 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$.

A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Câu 185.(THPT Lê Thủy-Quảng Bình) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm: $A(3; -1; 0)$, $B(0; -7; 3)$, $C(-2; 1; -1)$, $D(3; 2; 6)$. Góc giữa hai đường thẳng AB , CD là:

A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải

Câu 186.(THPT Nguyễn Khuyến 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 8 = 0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0$ và $(\beta): x - 2z - 3 = 0$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng d và mặt phẳng (P) . Tính φ .

A. $\varphi = 90^\circ$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 30^\circ$. D. $\varphi = 45^\circ$.

Lời giải

Câu 187.(THPT Chuyên Nguyễn Du 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{\sqrt{2}} = \frac{z-3}{1} \text{ và } d_2: \frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{\sqrt{2}} = \frac{z-5}{m} \text{ tạo với nhau góc } 60^\circ, \text{ giá trị của tham số } m \text{ là}$$

- A. $m = -1$. B. $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 1$.

Lời giải

Câu 188.(THPT Yên-Khánh 2019) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - z \cdot \sin \alpha + \cos \alpha = 0; (Q): y - z \cdot \cos \alpha - \sin \alpha = 0; \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Góc giữa (d) và trục Oz là:

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

Câu 189.(Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc) Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, song song với mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng

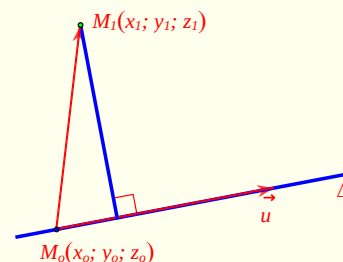
$$\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2} \text{ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng } d \text{ là}$$

- A. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$. B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{3}$. C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-3}$. D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải

Khoảng cách từ điểm $M_1(x_1; y_1; z_1)$ đến đường thẳng Δ có vtcp $\vec{u}$.

Sử dụng công thức: $d(M_1, \Delta) = \frac{|\vec{M_1M_0} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|}$ (với $M_0 \in \Delta$)



Câu 190.(THPT Hải Hậu 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(a; b; c)$. Khoảng cách từ P đến trục tọa độ Oy bằng:

- A. $\sqrt{a^2 + c^2}$. B. b . C. $|b|$. D. $a^2 + c^2$.

Lời giải

Câu 191.(THPT Trần Phú 2017) Trong không gian hệ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách từ A đến đường thẳng d là.

- A. $\sqrt{5}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Câu 192.(Sở GDĐT Lâm Đồng 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; -1)$, $B(0; 3; 4)$, $C(2; 1; -1)$. Độ dài đường cao từ A đến BC bằng:

- A. $\sqrt{\frac{50}{33}}$. B. $\sqrt{\frac{33}{50}}$. C. $\sqrt{6}$. D. $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 193.(THPT Chuyên SPHN 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(-4; 4; 0)$, $B(2; 0; 4)$, $C(1; -2; 1)$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng AB là:

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{13}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 3 .

Lời giải

Câu 194.(THPT Trần Phú 2019) Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;-2)$, $B(1;-3;1)$, $C(3;-5;2)$. Độ dài đường cao AH của tam giác ABC là.

- A. $\sqrt{17}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{17}}{2}$. D. $2\sqrt{17}$.

Lời giải

Câu 195.(THPT Lê Thủy-Quảng Bình) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(4;-3;2)$ đến đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$.

- A. $d(M;\Delta) = 3\sqrt{3}$. B. $d(M;\Delta) = 3$. C. $d(M;\Delta) = \sqrt{3}$. D. $d(M;\Delta) = 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 196.(THPT TH Cao Nguyên 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;6)$, $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Hỏi Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $M(3;4;3)$. B. $M(-1;-2;1)$. C. $M(-3;-5;-1)$. D. $M(7;13;5)$.

Lời giải

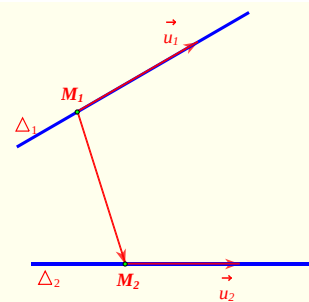
Khoảng cách của hai đường thẳng chéo nhau Δ_1 và Δ_2 .

Cho hai đường thẳng chéo nhau:

➤ Đường thẳng Δ_1 đi qua $M_1(x_1; y_1; z_1)$, có vtcp $\vec{u}_1$.

➤ Đường thẳng Δ_2 đi qua $M_2(x_2; y_2; z_2)$, có vtcp $\vec{u}_2$.

➤ Khi đó sử dụng công thức
$$d(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \cdot \vec{M_1M_2}|}{\left| \left[\vec{u}_1, \vec{u}_2 \right] \right|}.$$



Câu 197.(THPT Chuyên Nguyễn Du 2019) Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, khoảng cách giữa hai đường thẳng $(d_1): \frac{x+7}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$ và $(d_2): \frac{x}{3} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+18}{4}$ bằng

A. 30.

B. 20.

C. 25.

D. 15.

Lời giải

Câu 198.(THPT Kim Liên 2019) Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$

và $d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{87}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{174}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{174}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{87}}{3}$

Lời giải

Câu 199. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và $d': \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng d và d' .

A. $h = \frac{22\sqrt{21}}{21}$.

B. $h = \frac{4\sqrt{21}}{21}$.

C. $h = \frac{10\sqrt{21}}{21}$.

D. $h = \frac{8\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Câu 200.(THPT Chuyên Nguyễn Du 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$ và $d_2: \frac{x}{-6} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Khoảng cách giữa chúng bằng

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

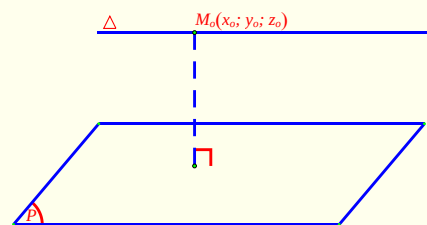
Lời giải

Khoảng cách giữa đường thẳng Δ song song $mp(P)$.

Cho đường thẳng Δ song song $mp(P)$.

- Đường thẳng Δ đi qua $M(x_o; y_o; z_o)$, có vtcp $\vec{u}$.
- Mặt phẳng (P) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$
- Khi đó sử dụng công thức

$$d(\Delta, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|Ax_o + By_o + Cz_o + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$



Câu 201.(THPT Thanh Chương 2019) Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 9 = 0$ bằng:

- A. $\frac{10}{3}$. B. 4. C. 2. D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Câu 202.(THPT ISCHOOL Nha Trang 2019) Trong không gian Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ bằng

- A. $\frac{16}{3}$. B. 2. C. $\frac{5}{3}$. D. 3.

Lời giải

Câu 203.(Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ bằng:

- A. $\frac{3}{\sqrt{14}}$. B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. 0.

Lời giải

Câu 204.(THPT Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z+4=0$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Câu 205.(THPT Chuyên Quang Trung 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$. Khoảng cách giữa Δ và (P) bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{7}{3}$. C. $\frac{6}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Câu 206.(THPT Chuyên Sơn La 2019) Trong không gian hệ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$ bằng:

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 207.(THPT Ninh Bình 2019) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, $mp(P)$ đi qua hai điểm $A(2;1;0)$ $B(3;0;1)$ và song song với $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$. Tính khoảng cách giữa Δ và mặt phẳng (P) .

A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Câu 208.(THPT Lê Quý Đôn 2019) Tính khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$.

A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Câu 209.(Sở GDĐT Lâm Đồng) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (α) và (β) với $(\alpha): x+y-z+5=0$ và $(\beta): 2x+2y-2z+3=0$ bằng:

A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{\sqrt{17}}{6}$. C. $\frac{7\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{7}{6}$.

Lời giải

Câu 210. Trong không gian hệ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{4}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 6 = 0$. Biết Δ cắt mặt phẳng (P) tại A, M thuộc Δ sao cho $AM = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ M tới mặt phẳng (P) .

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $\sqrt{3}$.

D. 3.

Lời giải

Câu 211.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$ và $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

A. -1.

B. 2.

C. 3.

D. -5.

Lời giải

Câu 212.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và hai điểm $A(-1;3;1)$ và $B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho tam giác ABC vuông tại A . Giá trị của tổng $m+2n+p$ bằng

A. 0. B. 2. C. 3. D. -5.

Lời giải

Câu 213.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2. Nếu M có hoành độ âm thì tung độ của M bằng.

A. -3. B. -21. C. 3. D. -1.

Lời giải

Câu 214.(Chuyên ĐH Vinh 2019) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A , $\angle ABC = 30^\circ$, $BC = \sqrt{2}$. Đường thẳng BC có phương trình là $\frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{-4}$, Đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0$. Điểm C có cao độ âm. Tìm hoành độ điểm A .

A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 215.(Sở GD & ĐT Lạng Sơn 2019) Trong không gian hệ trục $Oxyz$, cho hình thoi $ABCD$ với $A(-1;2;1), B(2;3;2)$. Tâm I của hình thoi thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$. Đỉnh nào sau đây là đỉnh D của hình thoi?

A. $D(0;1;2)$. B. $D(-2;-1;0)$. C. $D(0;-1;-2)$. D. $D(2;1;0)$.

Lời giải

Câu 216.(THPT Trần Đại Nghĩa 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2 = 0$. Có bao nhiêu điểm M thuộc d sao cho M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P) ?

A. 4. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 217. (THPT Lương Thế Vinh 2019) Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 4; 2), B(-1; 2; 4)$ đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 - 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = 4 + t \end{cases}$ và điểm M thuộc d . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AMB

A. $2\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 218. (THPT Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(5; -4; -1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B; (P)) = 2d(A; (P))$, (P) cắt AB tại $I(a; b; c)$ nằm giữa AB . Tính $a + b + c$.

A. 12. B. 6. C. 4. D. 8.

Lời giải.

Câu 219.(THPT Chuyên Trần Đại Nghĩa) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y-2z+5=0$. Tìm điểm A trên d có hoành độ dương sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3.

A. $A(4; -2; 1)$.

B. $A(-2; 1; -2)$.

C. $A(2; -1; 0)$.

D. $A(0; 0; -1)$.

Lời giải

Câu 220.(THPT Kim Liên 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;1)$, $B(-1;-2;0)$, $C(2;0;-1)$. Tập hợp các điểm M cách đều ba điểm A, B, C là đường thẳng Δ . Viết phương trình đường thẳng Δ .

A. $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = -\frac{2}{3} + t \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = -\frac{2}{3} - t \\ z = t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -\frac{3}{2} + t \\ z = t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \frac{1}{2} + t \\ y = -1 - t \\ z = -\frac{1}{2} + t \end{cases}$

Lời giải

Câu 221. (Đặng Thành Nam) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-6;0;0)$, $B(0;-4;0)$, $C(0;0;6)$. Tập hợp tất cả các điểm M trong không gian cách đều ba điểm A, B, C là một đường thẳng có phương trình là

- A. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-2}$. B. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{2}$. C. $\frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{-2}$.

Lời giải

Câu 222. (THPT Nguyễn Trãi 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 2-3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1; 1; 2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

- A. 30. B. 26. C. 20. D. 21.

Lời giải

Câu 223. (THPT Lê Quý Đôn 2019) Trong không gian hệ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;2;0)$ và $M(-1;3;4)$. Gọi d là đường thẳng qua B vuông góc với AB đồng thời cách M một khoảng nhỏ nhất. Một véc tơ chỉ phương của d có dạng $\vec{u}(2;a;b)$. Tính tổng $a+b$.

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

Lời giải

Câu 224.(THPT Lê Quý Đôn 2019) Trong không gian hệ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;2;0)$ và $M(-1;3;4)$. Gọi d là đường thẳng qua B vuông góc với AB đồng thời cách M một khoảng nhỏ nhất. Một véc tơ chỉ phương của d có dạng $\vec{u}(2;a;b)$. Tính tổng $a+b$.

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 225.(Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm vector chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\vec{u}(2;2;-1)$.

B. $\vec{u}(3;4;-4)$.

C. $\vec{u}(2;1;6)$.

D. $\vec{u}(1;0;2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 226.(Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(10;2;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(-1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{533}{\sqrt{2765}}$.

B. $\frac{97\sqrt{3}}{15}$.

C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

D. $\frac{76\sqrt{790}}{790}$.

Lời giải

Câu 227.(Sở GD & ĐT Điện Biên 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x-2y+2z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$. Biết điểm $A(a;b;c)$ ($c < 0$) là điểm nằm trên đường thẳng d và cách (P) một khoảng bằng 1. Tính tổng $S = a + b + c$

A. $S = 2$.

B. $S = -\frac{2}{5}$.

C. $S = 4$.

D. $S = \frac{12}{5}$.

Lời giải

Câu 228. (Chuyên ĐH Vinh 2020)

Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và $A(1; 1; 0)$, $B(3; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.** $M(-1;1;-2)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $M\left(-\frac{3}{2};\frac{3}{2};-3\right)$. **D.** $M(1;-1;2)$.

Lời giải

Câu 229. (Chuyên ĐH Vinh 2020)

Cho mp(α): $x - y + z + 1 = 0$ (α): $x - y + z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; 1; 0), B(3; -1; 4)$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (α) sao cho $P = MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của P là:

- A.** $P = 5$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = 8$.

Lời giải

Lời giải

Lời giải

Câu 232.(Chuyên ĐH Vinh Lần 2020)

Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm $A(0;1;-3)$, $B(-1;0;2)$. Biết điểm M thuộc Δ sao cho biểu thức $T = |MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất là $T_{\max}$. Khi đó, $T_{\max}$ bằng bao nhiêu?

A. $T_{\max} = \sqrt{3}$.

B. $T_{\max} = 2\sqrt{3}$.

C. $T_{\max} = 3\sqrt{3}$.

D. $T_{\max} = \sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 233.(THPT Kim Liên 2019)

Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng qua M , vuông góc với đường thẳng d , đồng thời cách A một khoảng bé nhất. Khoảng cách bé nhất đó là

A. $\sqrt{29}$.

B. 6.

C. 5.

D. $\frac{\sqrt{34}}{9}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 234.(THPT Thanh Chương 2019)

Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc nhỏ nhất. Khoảng cách từ $M(0;3;-4)$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\sqrt{30}$.

B. $2\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{20}$.

D. $\sqrt{35}$.

[illegible]

Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(7;-2;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$. Điểm I thuộc d sao cho $AI + BI$ nhỏ nhất. Hoành độ của điểm I là

- ### D. 1.

[illegible]

D. $(4; 3; 10\sqrt{10})$.

Câu 238.(Chuyên Đại học Vinh 2020)

Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1}$ và 2 điểm $A(6;3;-2)$, $B(1;0;-1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua B , vuông góc với d và thỏa mãn khoảng cách từ A đến Δ là nhỏ nhất. Một vector chỉ phương của Δ có tọa độ

- A. $(1;1;-3)$. B. $(1;-1;-1)$. C. $(1;2;-4)$. D. $(2;-1;-3)$.

Lời giải

Câu 239.(THPT Hậu Lộc 2020) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0,0,c)$ với a, b, c là những số dương thay đổi thỏa mãn $a^2 + 4b^2 + 16c^2 = 49$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$ khi khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) đạt giá trị lớn nhất.

- A. $S = \frac{51}{5}$. B. $S = \frac{49}{4}$. C. $S = \frac{49}{5}$. D. $S = \frac{51}{4}$.

Lời giải

Câu 240.(THPT Hàm Rồng 2020)

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;4;3)$ và mặt phẳng $(P): 2y - z = 0$. Biết điểm B thuộc mặt phẳng (P) , điểm C thuộc (Oxy) sao cho chu vi tam giác ABC nhỏ nhất. Hỏi giá trị nhỏ nhất đó là

- A. $4\sqrt{5}$. B. $6\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Câu 241.(Chuyên Đại Học Vinh 2020) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;4)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 20$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Mặt cầu (S) cắt (P) theo đường tròn có bán kính bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải

Câu 242.(Tạp Chí Toán Học 2020) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;2)$, $B(1;1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Biết $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất. Khi đó, giá trị $T = a + 2b + 3c$ bằng:

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 10.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 243.(Tạp Chí Toán Học 2020) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;2)$, $B(1;1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc đường thẳng d sao cho tam giác MAB có diện tích bằng 1.

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 244.(THPT Ngô Quyền Hà Nội 2020) Trong không gian trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Biết rằng phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) lớn nhất, có dạng $ax+by+cz-3=0$ (với a,b,c là các số nguyên). Khi đó tổng $T=a+b+c$ bằng

A. 3. B. -3. C. -2. D. -5.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

SBÀI 4.

PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A. LÝ THUYẾT

I. ĐỊNH NGHĨA PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU.

1. Định nghĩa: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S(I;R)$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R .

Điểm $M(x;y;z)$ thuộc mặt cầu khi và chỉ khi $IM = R \Leftrightarrow IM^2 = R^2$.

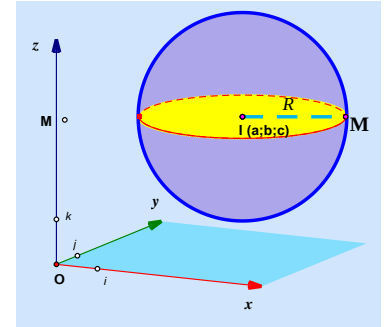
Khi đó phương trình mặt cầu có dạng:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \quad (1).$$

Ngoài ra để lập phương trình mặt cầu ta có thể tìm các hệ số $a, b,$

c, d trong phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (2).$

Với tâm $I(a;b;c)$, bán kính $R^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.



Nhận xét: Phương trình (2) có các trường hợp sau.

- Khi $R^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ thì (2) là phương trình mặt cầu.
- Khi $R^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d = 0$ thì $IM = 0$ và phương trình (2) xác định điểm I duy nhất.
- Khi $R^2 = a^2 + b^2 + c^2 - d < 0$ thì phương trình (2) không phải mặt cầu.

Ví dụ 1. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y - 8z + 1 = 0$. Hỏi phương trình này có phải là mặt cầu? Nếu là phương trình mặt cầu, hãy tìm tâm và bán kính của nó?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

Lời giải

.....

.....

Ví dụ 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;2)$, $B(0;1;0)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) đi qua $C(2;-4;3)$ và các hình chiếu của C lên ba trục tọa độ.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

II. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA MẶT CẦU.

1. Vị trí tương đối giữa một điểm với một mặt cầu

Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và điểm A .

Điểm A thuộc mặt cầu $\Leftrightarrow IA = R$.

Điểm A nằm trong mặt cầu $\Leftrightarrow IA < R$.

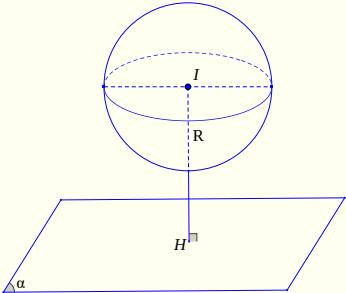
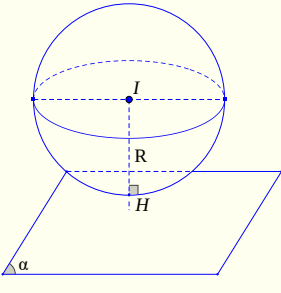
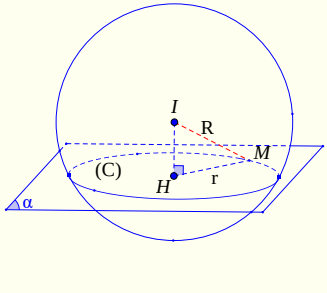
Điểm A nằm ngoài mặt cầu $\Leftrightarrow IA > R$.

2. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng:

Cho mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$.

Tính: $d = d(I; \alpha) = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

- $d > R$: mặt cầu (S) và mặt phẳng (α) không có điểm chung.
- $d = R$: mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) tại H .
 - ✧ Điểm H được gọi là tiếp điểm hay H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (α) .
 - ✧ Mặt phẳng (α) được gọi là tiếp diện.
- $d < R$: mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn.

(α) và mặt cầu (S) không giao nhau	(α) và mặt cầu (S) tiếp xúc nhau tại H	(α) và mặt cầu (S) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn tâm H , bán kính $r = \sqrt{R^2 - h^2}$
 $d > R$	 $d = R$	 $d < R$

Ví dụ 5.(THPT Nguyễn Huệ 2020) Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;4)$ và tiếp xúc với $mp(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

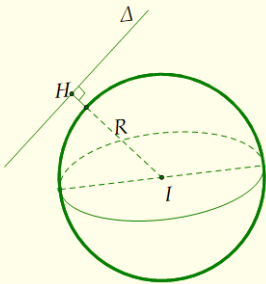
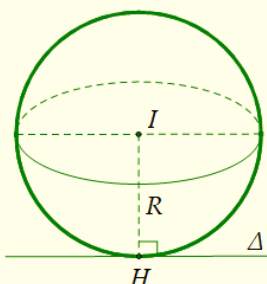
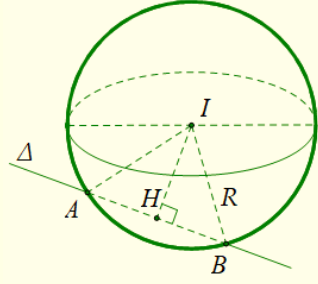
3. Vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng:

Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$ (1) và mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ (2).

Khi đó mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R .

➤ $h = d(I, \Delta)$ là khoảng cách từ tâm I lên đường thẳng Δ .

➤ H là hình chiếu của I lên đường thẳng Δ .

Đường thẳng Δ và mặt cầu (S) không có điểm chung	Đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu (S)	Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt
		
$d(I, \Delta) > R$ $\Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm	$d(I, \Delta) = R$ $\Leftrightarrow (*)$ có đúng một nghiệm. H gọi là tiếp điểm hay là hình chiếu của điểm I xuống Δ	$d(I, \Delta) < R$ $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt A, B và H là trung điểm của AB Do đó: $R^2 = \frac{AB^2}{4} + h^2$

Nhận xét: Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt cầu ta xét hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \\ (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \end{cases} \quad (*)$$

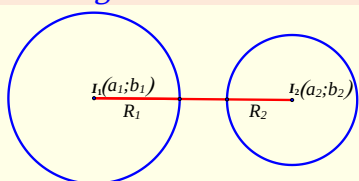
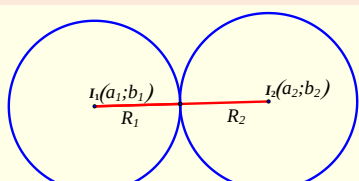
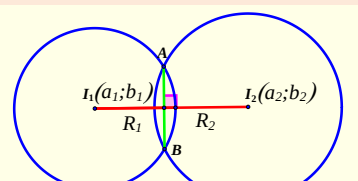
Thay phương trình tham số (1) vào phương trình mặt cầu (2), giải tìm t .

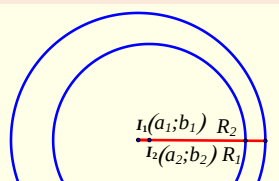
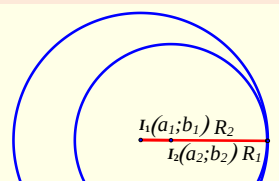
Thay t vào (1) được tọa độ giao điểm.

Ví dụ 6. Lập phương trình mặt cầu $S(I, R)$ có tâm $I(1;3;5)$ và cắt $\Delta': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 12$

Lời giải.

3. Vị trí tương đối của hai mặt cầu:

(S_1) không cắt (S_2) và ở ngoài nhau.	(S_1) tiếp xúc (S_2)	(S_1) cắt (S_2) tại A, B.
		
$I_1 I_2 > R_1 + R_2$	$I_1 I_2 = R_1 + R_2$	$ R - R' < II' < R + R'$

(C_1) không cắt (C_2) và lồng vào nhau.	(C_1) tiếp xúc trong với (C_2)
	
$I_1 I_2 < R_1 - R_2 $	$I_1 I_2 = R_1 - R_2 $

B. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.

Dạng 1. Xác định tâm và bán kính mặt cầu cho trước.

1. Phương pháp.

Cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$. Khi đó để tìm tâm và bán kính mặt cầu ta tiến hành hai cách sau:

- **Cách 1.** Nhóm hạng tử và thêm bớt hạng tử để xuất hiện hằng đẳng thức có dạng

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

Khi đó, mặt cầu (S) có tâm là $I(a, b, c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

- **Cách 2.** Thực hiện phương pháp đồng nhất thức hai vế:

Gọi phương trình mặt cầu là

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2Ax - 2By - 2Cz + D = 0 \quad (\text{ĐK: } A^2 + B^2 + C^2 - D > 0) \text{ thì}$$

$$\text{Đồng nhất hai vế ta được: } \begin{cases} -2a = -2A \\ -2b = -2B \\ -2c = -2C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = A \\ b = B \\ c = C \end{cases}$$

Suy ra tâm $I(A, B, C)$, bán kính $R = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - D}$

- **Lưu ý:**

✎ Với phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ thì (S) có tâm $I(-a; -b; -c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

e). $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 8y + 15z - 3 = 0$.

[illegible]

Bài tập 2. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4mx + 4y + 2mz + m^2 + 4m = 0$.
Xác định m để nó là phương trình mặt cầu. Khi đó, tìm m để bán kính của nó là nhỏ nhất ?

Lời giải.

Bài tập 3. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x \cos \alpha - 2y \sin \alpha - 4z - (4 + \sin^2 \alpha) = 0$.
Xác định α để nó là phương trình mặt cầu. Khi đó, tìm α để bán kính của nó là nhỏ nhất, lớn nhất?

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 1.(THPT Chuyên Hạ Long Quảng Ninh 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

- A. $I(-1; 3; 0); R = 3$. B. $I(1; -3; 0); R = 9$. C. $I(1; -3; 0); R = 3$. D. $I(-1; 3; 0); R = 9$

Lời giải

Câu 2.(THPT Lục Ngạn 2018)

Tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ là

- A. $I(1; 2; 3); R = 3$. B. $I(-1; 2; -3); R = 3$. C. $I(1; -2; 3); R = 3$. D. $I(1; 2; -3); R = 3$.

Lời giải

Câu 3. (Sở GD & ĐT Cần Thơ 2018)

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là

- A. $I(-1; -2; 3); R = 2$. B. $I(1; 2; -3); R = 2$. C. $I(1; 2; -3); R = 4$. D. $I(-1; -2; 3); R = 4$

Lời giải

Câu 4.(Sở GD&ĐT Đồng Tháp 2018)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$. Tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $I(2; 1; -1)$. B. $I(2; 0; -1)$. C. $I(-2; 0; 1)$. D. $I(-2; 1; 1)$.

Lời giải

Câu 5.(THPT Đức Thọ 2018) Phương trình mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 2$ là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Lời giải

Câu 6.(THPT Lương Văn Chánh 2018) Trong không gian Oxy , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $r = 4$?

- A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.

Lời giải

Câu 7.(THPT Trần Nhân Tông 2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

A. $I(2; 4; 4)$ và $R = 2$.

B. $I(-1; 2; 2)$ và $R = 2$.

C. $I(1; -2; -2)$ và $R = 2$.

D. $I(1; -2; -2)$ và $R = \sqrt{14}$.

Lời giải

Câu 8.(Sở GD&ĐT Bình Phước) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

A. Tâm $I(-1; 2; -3)$ và bán kính $R = 4$.

B. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

C. Tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

D. Tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 16$.

Lời giải

Câu 9.(THPT Thanh Miện 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) :

A. $I(-1; -2; 2); R = 3$.

B. $I(1; 2; -2); R = \sqrt{2}$.

C. $I(-1; -2; 2); R = 4$.

D. $I(1; 2; -2); R = 4$.

Lời giải

Câu 10.(THPT Bình Xuyên 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 1 = 0$. Tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{4}$.

B. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$.

C. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 0\right)$ và $R = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Câu 11.(Sở GD & ĐT Đồng Tháp 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 8 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 3z + 7 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 1 = 0$.

D. $x^2 + z^2 - 2x + 6z - 2 = 0$.

Lời giải

Câu 12.(THPT Đức Thọ Hà Tĩnh 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(3; -2; 4)$, $R = 25$.

B. $I(-3; 2; -4)$, $R = 5$.

C. $I(3; -2; 4)$, $R = 5$.

D. $I(-3; 2; -4)$, $R = 25$

Lời giải

Câu 13.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S) .

A. 42π .

B. 36π .

C. 9π .

D. 12π .

Lời giải

Câu 14.(THPT Hồng Quang Hải Dương 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

A. $r = 2\sqrt{2}$.

B. $r = \sqrt{26}$.

C. $r = 4$.

D. $r = \sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 15.(THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 4 = 0$.

A. $I(2; 0; -1)$, $R = 3$.

B. $I(4; 0; -2)$, $R = 3$.

C. $I(-2; 0; 1)$, $R = 1$.

D. $I(2; 0; -1)$, $R = 1$.

Lời giải

Câu 16.(THPT Tứ Kỳ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

A. $I(2; -1; 1)$ và $R = 3$.

B. $I(-2; 1; -1)$ và $R = 3$.

C. $I(2; -1; 1)$ và $R = 9$.

D. $I(-2; 1; -1)$ và $R = 9$.

Lời giải

Câu 17.(THPT Trần Phú 2018)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 7.

Lời giải

Câu 18.(Sở GD&ĐT Bắc Ninh 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 0$.

A. $\sqrt{5}$.

B. 5.

C. 2.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Câu 19.(THPT Tây Thụy Anh 2018) Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z - 21 = 0$.

B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 4y - 8z - 11 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + 11 = 0$.

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 20.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2020) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Tính diện tích mặt cầu (S) .

A. 42π .

B. 36π .

C. 9π .

D. 12π .

Lời giải

Câu 21.(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu 2020) Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m \leq 6$. B. $m < 6$. C. $m > 6$. D. $m \geq 6$.

Lời giải

Câu 22.(THPT Trần Nhân Tông 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m > 6$. B. $m \geq 6$. C. $m \leq 6$. D. $m < 6$.

Lời giải

Câu 23.(TT Diệu Hiền Cần Thơ 2018)

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy , có tất cả bao nhiêu số tự nhiên của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m-2)y - 2(m+3)z + 3m^2 + 7 = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Câu 24.(THPT Số 4-487-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

- A. $-5 < m < 5$. B. $m < -5$ hoặc $m > 1$. C. $m < -5$. D. $m > 1$.

Lời giải

Câu 25.(THPT Chuyên Hùng Vương 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - m = 0$ có bán kính $R = 5$. Tìm giá trị của m .

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = 16$. D. $m = -16$.

Lời giải

Câu 26.(THPT Can Lộc 2018) Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - mz + 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng với mọi số thực m ?

- A. (S) luôn tiếp xúc với trục Oy .
 B. (S) luôn tiếp xúc với trục Ox .
 C. (S) luôn đi qua gốc tọa độ O .
 D. (S) luôn tiếp xúc với trục Oz .

Lời giải

Câu 27. Trong hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2mz + m^2 + 2m + 2 = 0$. Mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) với giá trị của m là:

- A. $m = -3; m = 1$.
 B. $m = 1; m = \frac{1}{2}$.
 C. $m = 1; m = -2$.
 D. $m = -1; m = 3$.

Lời giải

Câu 28.(THPT Nguyễn Huệ 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+\sqrt{5})^2 + z^2 = m^2 + 3m + 5$. Các giá trị m để mặt cầu (S) cắt trục Oz tại hai điểm phân biệt là

- A. $m \in \mathbb{R}$.
 B. $m = -4$.
 C. $m < -4$ hoặc $m > 1$.
 D. $-4 < m < 1$.

Lời giải

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu

A. $m \leq 6$. B. $m > 6$. C. $m < 6$. D. $m \geq 6$.

Lời giải

Câu 30. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$.
 Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

A. $-5 < m < 1$. B. $m \leq -5$ hoặc $m \geq 1$.
 C. $m < -5$ hoặc $m > 1$. D. $m > 1$.

Lời giải

Câu 31. Cho phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+1)x + 4(m-1)y - 2(m-1)z + 5m^2 - 10m + 14 = 0$.
 Tìm m để phương trình đó là phương trình một mặt cầu.

A. $-4 < m < 2$. B. $m \leq -4 \vee m \geq 2$. C. $m < -4 \vee m > 2$. D. $-4 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Dạng 2. Viết phương trình mặt cầu thỏa mãn điều kiện cho trước.

1. Phương pháp chung.

Cho phương trình mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ (ĐK: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$) thì

➤ Tâm $I(a, b, c)$: Tính a, b, c bằng cách lấy hệ số của chia cho -2 .

➤ Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Chú ý:

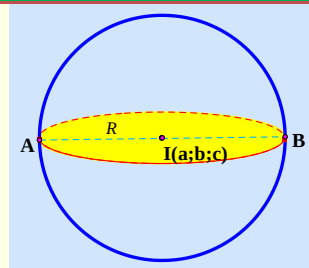
➤ Với phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ (ĐK: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$) thì (S) có tâm $I(-a; -b; -c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

2. Bài toán tổng quát và minh họa.

Bài toán 1. Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua điểm A.

➤ Bán kính $R = IA$

➤ Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



Bài tập 4. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) có tâm nằm trên Ox và đi qua $A(1; 2; 1)$, $B(3; 1; -2)$

Lời giải.

2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 32.(THPT Can Lộc 2018)

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; 2)$ và đi qua $A(5; -1; 4)$ có phương trình:

A. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = \sqrt{24}$.

B. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = \sqrt{24}$.

C. $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 24$.

D. $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 2)^2 = 24$.

Lời giải

Câu 33.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 0; -1)$ và $A(2; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$.

Lời giải

Câu 34.(Sở GD&ĐT Đồng Tháp 2018) Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -3; 1)$ và đi qua điểm $A(5; -2; 1)$ có phương trình là

A. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$.

C. $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Lời giải

Câu 35.(THPT Can Lộc 2018) Mặt cầu S có tâm $I(1; -3; 2)$ và đi qua $A(5; -1; 4)$ có phương trình:

A. $x-1^2 + y+3^2 + z-2^2 = \sqrt{24}$.

B. $x+1^2 + y-3^2 + z+2^2 = \sqrt{24}$.

C. $x+1^2 + y-3^2 + z+2^2 = 24$.

D. $x-1^2 + y+3^2 + z-2^2 = 24$.

Lời giải

Câu 36.(THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(2; 2; 0)$, $B(1; 0; 2)$, $C(0; 4; 4)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$.

B. $(x+2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \sqrt{5}$.

D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.

Lời giải

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(1;-2;5)$. Phương trình của mặt cầu đi qua 2 điểm A, B và có tâm thuộc trục Oy là

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 22 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y - 26 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 22 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 26 = 0$.

Lời giải

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm: $A(1;3;0)$, $B(-1;1;2)$, $C(1;-1;2)$. Mặt cầu (S) có tâm I là trung điểm đoạn thẳng AB và (S) đi qua điểm C . Phương trình mặt cầu (S) là:

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

B. $x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 11$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 11$

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{11}$.

Lời giải.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;3)$ và $B(0;4;-1)$. Mặt cầu có tâm thuộc trục Oy đồng thời đi qua hai điểm A và B có bán kính bằng

A. 1.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{10}$.

D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(-1; -1; 0)$ và $C(3; 1; -1)$.

Tọa độ điểm M thuộc trục Oy và M cách đều B, C là

- A. $M\left(0; -\frac{9}{4}; 0\right)$. B. $M\left(0; -\frac{9}{2}; 0\right)$. C. $M\left(0; \frac{9}{4}; 0\right)$. D. $M\left(0; \frac{9}{2}; 0\right)$.

Lời giải

Câu 41. Mặt cầu đi qua hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 1; 0)$ và tâm thuộc trục Ox có đường kính là

- A. $\sqrt{173}$. B. $\frac{173}{4}$. C. $\frac{173}{2}$. D. $\frac{\sqrt{173}}{2}$.

Lời giải

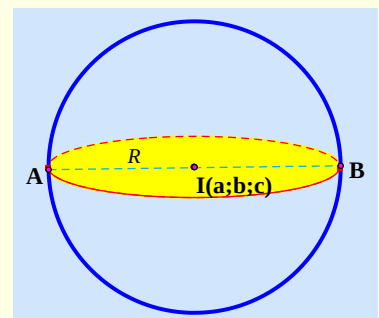
Bài toán 2. Phương trình mặt cầu đường kính AB

➤ Tâm I là trung điểm AB :

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$$

➤ Bán kính $R = IA = \frac{AB}{2}$

➤ Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 42.(THPT Hồng Bàng 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Lời giải

Câu 43.(Cụm 5 Đồng Bằng Sông Cửu long 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính AB với $A(2;1;0)$, $B(0;1;2)$.

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải

Câu 44.(Sở GD&ĐT Đồng Tháp 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2;0)$, $B(1;0;-4)$. Mặt cầu nhận AB làm đường kính có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z - 15 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z - 15 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 3 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 4z + 3 = 0$.

Lời giải

Câu 45.(Sở GD & ĐT Quảng Trị 2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là:

A. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 24$.

B. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{6}$.

C. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$.

D. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{24}$.

Lời giải

Câu 46.(Sở GD&ĐT Cần Thơ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$ và $N(-1;2;-1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 20$.

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{20}$.

Lời giải

Câu 47.(THPT Hậu Lộc 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; 2; -5)$, $B(-4; 0; 7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

A. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.

B. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$.

Lời giải.

Câu 48.(THPT Hoàng Hoa Thám 2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-2)$ và $B(4;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đường kính AB .

A. $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 24$.

B. $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 6$.

C. $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 24$.

D. $(S): (x+3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 6$.

Lời giải

Câu 49.(THPT Hải Hậu 2018) Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1;2;1)$, $B(0;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính AB

A. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = \frac{5}{4}$.

B. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = \frac{5}{4}$

C. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{5}{4}$

D. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{5}{4}$

Lời giải

Câu 50.(THPT Chuyên ĐH Vinh 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+6y+z-3=0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A, B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$.

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

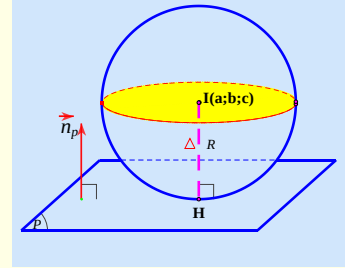
.....

Bài toán 3. Mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ tiếp xúc mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

✦ Tâm $I(a;b;c)$.

✦ Bán kính $R = d(I; \alpha) = \frac{|Aa + Bb + Cc + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

✦ Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



Bài tập 5. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;4)$ và tiếp xúc với $mp(P): 2x - y + 2z + 4 = 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;2)$ và tiếp xúc với $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 7. Lập phương trình mặt cầu (S) có bán kính $R = 3$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$ tại điểm $A(1;1;-3)$;

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 51.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{6}$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{\sqrt{6}}$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}$.

Lời giải

Câu 52.(THPT Chuyên Tiền Giang 2018) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Lời giải

Câu 53.(Sở GD&ĐT Nam Định 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Lời giải

Câu 54.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ có phương trình là:

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải

Câu 55.(Sở GD&ĐT Bình Phước) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) . Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4.$

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1.$

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4.$

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2.$

Lời giải

Câu 56.(THPT Chuyên Hùng Vương 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-8=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25.$

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 25.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 5.$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 36.$

Lời giải

Câu 57.(THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z+3=0$ và điểm $I(1;1;0)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với (P) là:

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{6}.$

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{5}{\sqrt{6}}.$

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{25}{6}.$

Lời giải

Câu 58.(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu 2018) Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Câu 59.(Sở GD&ĐT Nam Định 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Lời giải

Câu 60.(THPT Chuyên Tiền Giang 2018) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Lời giải

Câu 61. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z + 1 = 0$. Xác định bán kính R của mặt cầu (S) và viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tại $M(1; 1; 1)$?

A. Bán kính của mặt cầu $R = 5$, phương trình mặt phẳng $(P): 4y - 3z + 1 = 0$.

B. Bán kính của mặt cầu $R = 5$, phương trình mặt phẳng $(P): 4x - 3z + 1 = 0$.

C. Bán kính của mặt cầu $R = 5$, phương trình mặt phẳng $(P): 4y - 3z - 1 = 0$.

D. Bán kính của mặt cầu $R = 3$, phương trình mặt phẳng $(P): 4y + 3y - 7 = 0$

Lời giải

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;4;-3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 4.$

B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 29.$

C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 9.$

D. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 16.$

Lời giải

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-1;2;3)$. Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1.$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4.$

Lời giải

Câu 64. Trong không gian $Oxyz$, cho $I(1;2;3)$. Phương trình mặt cầu (S) tâm I , tiếp xúc với (Oxy) là.

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5.$

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14.$

Lời giải

Câu 65. Cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I , bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$

D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$

Lời giải

Câu 66. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(0;0;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 3.$

B. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 9.$

C. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 3.$

D. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9.$

Lời giải

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-1;2;-3)$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10.$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 100.$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10.$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 100.$

Lời giải

Câu 68. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $A(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Ox . Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{13}.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13.$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{13}.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13.$

Lời giải

Câu 69. Trong bốn phương trình mặt cầu sau, tìm phương trình của mặt cầu tiếp xúc với trục Oz .

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 5.$

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 12.$

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 10.$

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 13.$

Lời giải

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-4;3)$ và tiếp xúc với trục Ox . Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 25.$

B. $(x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 4.$

C. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 4.$

D. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+3)^2 = 25.$

Lời giải

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có bán kính bằng 2, tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) và có tâm nằm trên tia Ox . Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(S): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4.$

B. $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4.$

C. $(S): (x-2)^2 + y^2 + z^2 = 4.$

D. $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4.$

Lời giải

Suy ra mặt cầu $A(1;1;0)$ có tâm $A(1;-1;0)$ và bán kính $R=2$ nên $(S): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4$

Câu 72. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + m = 0$. Tìm m để (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$.

A. $m = -2.$

B. $m = 2.$

C. $m = -3$

D. $m = 3.$

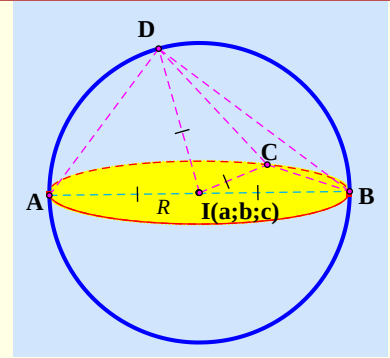
Lời giải

Bài toán 4. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ (đi qua 4 điểm A, B, C, D)

- Giả sử mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (2)$$

- Thế tọa độ của điểm A, B, C, D vào phương trình (2) ta được 4 phương trình.
 ➤ Giải hệ phương trình tìm a, b, c, d rồi viết phương trình mặt cầu.
 ➤ Bán kính $R = IA$
 ➤ Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



Bài tập 8. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) đi qua $C(2; -4; 3)$ và các hình chiếu của C lên ba trục tọa độ.

Lời giải.

Bài tập 9. Lập phương trình mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-2; 2; 2)$ và $D(1; -1; 2)$;

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 73.(THPT Chuyên Lương Thế Vinh 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;1;0)$; $B(1;-1;3)$; $C(3;-2;2)$ và $D(-1;2;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với tất cả bốn mặt phẳng (ABC) , (BCD) , (CDA) , (DAB) .

A. 7.

B. 8.

C. vô số.

D. 6.

Lời giải

Câu 74.(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(2;3;6)$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{1372\pi}{3}$.

B. $\frac{343\pi}{6}$.

C. 49π .

D. $\frac{341\pi}{6}$.

Lời giải

Câu 76.(THPT Chuyên ĐHSP 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua điểm O và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C khác O thỏa mãn $\triangle ABC$ có trọng tâm là điểm $G(2;4;8)$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là

- A. $(1;2;3)$. B. $\left(\frac{4}{3};\frac{8}{3};\frac{16}{3}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. D. $(3;6;12)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 77.(THPT Trần Phú 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $A(2; 4; 6)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm trùng với tâm của mặt cầu (S) và có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt cầu (S) .

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 78. Cho 4 điểm $A(1;-1;0)$, $B(1;3;2)$, $C(4;3;2)$, $D(4;-1;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm A, B, C, D .

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 2y - 2z + 1 = 0$. B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 5x - y + 4z + 4 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 11x + 10y - 26z - 3 = 0$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 5x - 8y + 10z - 5 = 0$.

Lời giải

.....

.....

Câu 79. Cho bốn điểm $A(-1;1;0)$, $B(3;1;2)$, $C(3;4;2)$, $D(-1;4;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm A, B, C, D .

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 5y - 2z + 1 = 0.$

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - x - 5y + 4z + 4 = 0.$

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 10x + 11y - 26z - 3 = 0.$

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 5y + 10z - 5 = 0.$

Lời giải

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu qua bốn điểm $A(4;4;4)$, $B(2;5;3)$, $C(0;0;2)$, $D(1;-1;0)$, có tâm là $I(a;b;c)$. Giá trị $a + 3b - 2c$ bằng

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 4.

Lời giải

Câu 81. Phương trình mặt cầu (S) đi qua các điểm $O, A(4; 0; 0) B(0; -2; 0) C(0; 0; 2)$ là

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 6.$

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 24.$

C. $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 24.$

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6.$

Lời giải

Câu 82. Cho $M(2; 0; 0), N(0; 2; 0), E(0; 0; 2), F(2; 2; 2)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MNEF$.

A. $R = \frac{3}{2}.$

B. $R = 2\sqrt{2}.$

C. $R = 2\sqrt{3}.$

D. $R = \sqrt{3}.$

Lời giải

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; -2; 0), B(-5; -3; 1), C(-2; -3; 4)$. Trong các mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C mặt cầu có diện tích nhỏ nhất có bán kính R bằng

A. $R = \sqrt{6}.$

B. $R = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$

C. $R = 3.$

D. $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$

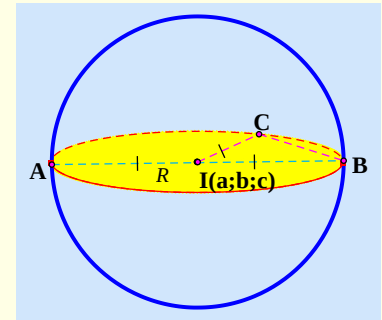
Lời giải

Bài toán 5. Mặt cầu đi qua A, B, C và tâm $I \in (\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$:

- Giả sử mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (2)$$

- Thế tọa độ của điểm A, B, C vào phương trình (2) ta được 3 phương trình.
- $I(a; b; c) \in (\alpha) \Rightarrow Aa + Bb + Cc + D = 0$
- Giải hệ 4 phương trình tìm a, b, c, d
- Bán kính** $R = IA$
- Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



Bài tập 10. Lập phương trình mặt cầu (S) biết mặt cầu (S) có tâm nằm trên $mp(Oxy)$ và đi qua $M(1; 0; 2), N(-2; 1; 1)$, và $P(-1; -1; 1)$.

Lời giải.

Bài tập 11. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc $mp(P): x + y + z - 2 = 0$ và đi qua ba điểm $A(2; 0; 1), B(1; 0; 0), C(1; 1; 1)$;

Lời giải.

Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 84.(Tạp Chí Toán Học Tuổi Trẻ 2020) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $l = 2\sqrt{13}$.

B. $l = 2\sqrt{41}$.

C. $l = 2\sqrt{26}$.

D. $l = 2\sqrt{11}$.

Lời giải

Câu 85.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$; $B(4;2;3)$; $C(4;5;3)$. Diện tích mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là

A. 9π .

B. 36π .

C. 18π .

D. 72π .

Lời giải

Câu 86.(THPT Chuyên Thái Nguyên 2018) Trong hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc mp (Oxy) đi qua ba điểm $A(-1; 3; 3)$, $B(2; -1; 0)$ và $C(-1; 1; 1)$. Mặt cầu (S) có bán kính R bằng bao nhiêu?

A. $R = 4$.

B. $R = \sqrt{26}$.

C. $R = 5$.

D. $R = \sqrt{21}$.

Lời giải

Bài toán 6. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc đường thẳng d

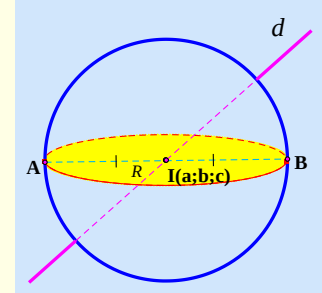
➤ Tâm $I \in \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t, \quad t \in \mathbb{R} \Rightarrow I(x_0 + a_1 t, y_0 + a_2 t, z_0 + a_3 t) \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$

➤ Ta có $A, B \in (S) \Leftrightarrow IA = IB = R \Leftrightarrow IA^2 = IB^2$.

➤ Giải phương trình tìm ra $t \Rightarrow$ tọa độ I , tính được R .

➤ Bán kính $R = IA$

➤ Phương trình $S(I; R): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$



Bài tập 12. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2020) Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng $d: \frac{x-2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z - 2 = 0$ và (Q): $x + 2y - 2z + 4 = 0$;

Lời giải.

Bài tập 13. Lập phương trình mặt cầu $S(I, R)$

a). Mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-2}$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha_1): 3x + 2y + z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha_2): 2x + 3y + z = 0$

b). Mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{2}$, đi qua $M(1; 1; 4)$ và tiếp xúc với $d': \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-4}$.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 14. Lập phương trình mặt cầu (S) biết

a). Có tâm $I(6;3;-4)$ và tiếp xúc với Oy

b). Có tâm nằm trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x - 2z - 8 = 0$ và $(Q): 2x - z + 5 = 0$.

Lời giải.

[illegible]

Bài tập 15. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ đồng thời tiếp xúc với 2 mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 13 = 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 87.(THPT Bình Xuyên 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Phương trình mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc đường thẳng d :

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 16$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 88.(THPT Lục Ngạn 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(3;-1;2)$, $B(1;1;-2)$ và có tâm thuộc trục Oz là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 11$.

C. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 11$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Bài toán 7. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B phân biệt.

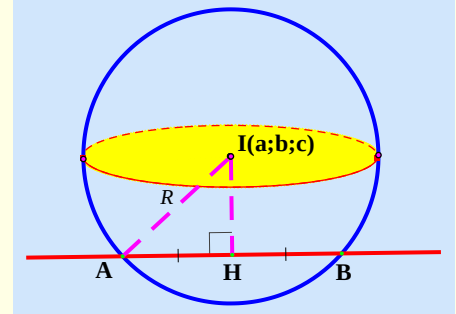
- ✦ Tính độ dài IH chính là khoảng cách từ tâm I đến đường

thẳng d $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t, \quad t \in \mathbb{R} \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$

- ✦ Tính chất đường kính dây cung $\Leftrightarrow HA = HB = \frac{AB}{2}$.

- ✦ Áp dụng định lý Py ta go tính $R = \sqrt{IH^2 + HA^2}$

- ✦ Phương trình $S(I; R): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$



Bài tập 16. Lập phương trình mặt cầu $S(I, R)$ có tâm $I(1; 3; 5)$ và cắt $\Delta': \frac{x-2}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 12$

Lời giải.

Bài tập 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) với $(\alpha): 2x - 2y - z + 1 = 0$, $(\beta): x + 2y - 2z - 4 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$. Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 8$.

Lời giải.

Bài tập 18. Tìm tham số thực m để đường thẳng $(d): x = 2(y - 1) = z + 1$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ tại 2 điểm phân biệt M, N sao cho độ dài dây cung $MN = 8$

Lời giải.

Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 3. Vận dụng

Câu 89.(THPT Chuyên ĐHSPT 2018) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Gọi (S) là mặt cầu chứa A có tâm I thuộc tia Ox và bán kính bằng 7. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x + 5)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

B. $(x + 7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

C. $(x - 3)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

D. $(x - 7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

Lời giải

Câu 90. (THPT Trần Phú 2018) Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) , đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = 3$.

B. $R = 9$.

C. $R = 1$.

D. $R = 5$.

Lời giải

[illegible]

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{40}{3}$.

[illegible]

D. $S = 4$.

Tel: 0935.660.880

Câu 93.(THPT Hậu Lộc 2018)

Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ và đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 4 = 0$ và $(\beta): 2x - 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $AB = 8$ khi:

A. $m = 12$.

B. $m = -12$.

C. $m = -10$.

D. $m = 5$.

Lời giải

Câu 94. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-4}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12 là

A. $(x+3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 25$.

B. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 5$.

D. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25$.

Lời giải

Câu 95. (Sở GD&ĐT Phú Thọ 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;5;3)$ cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ tại hai điểm phân biệt A, B với chu vi tam giác IAB bằng $14 + 2\sqrt{31}$ có phương trình

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 49.$ B. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 196.$
 C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 31.$ D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 124.$

Lời giải

Câu 95. (Sở GD&ĐT Gia Lai 2018)
 Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ chứa đường thẳng AB và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $M = 2a + b - c$.

A. $M = 2.$ B. $M = 3.$ C. $M = 1.$ D. $M = 4.$

Lời giải

Câu 96. (THPT Chuyên Lam Sơn 2018)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ tâm I và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 24 = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P) . Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M .

A. $M(-1; 0; 4)$.

B. $M(0; 1; 2)$.

C. $M(3; 4; 2)$.

D. $M(4; 1; 2)$.

Lời giải

Câu 97. (Đề Minh Họa 2019)

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2; 1; 3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Biết Δ có một vec-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2018; y_0; z_0)$. Tính $T = z_0 - y_0$.

A. $T = 0$.

B. $T = -2018$.

C. $T = 2018$.

D. $T = 1009$.

Lời giải

Câu 98.(Phát triển đề minh hoạ 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

A. $S = \sqrt{7}$.

B. $S = 4$.

C. $S = 2\sqrt{7}$.

D. $S = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 99. (THPT Chuyên Lào Cai 2020)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm

m để $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt

A. $m \leq \frac{31}{2}$.

B. $m < \frac{31}{2}$.

C. $m > \frac{31}{2}$.

D. $m \geq \frac{31}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 100.(TH&TT) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và $x + y - 2z + 8 = 0$, điểm $A(2; -1; 3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN

A. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-5}{2}$.

B. $\frac{x-2}{6} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-5}{6} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-5}{2}$.

D. $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}$.

Lời giải

Câu 101. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , thuộc (P) cắt (S) tại 2 điểm A, B sao cho AB có độ dài nhỏ nhất. Biết Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$. Tính giá trị $T = a - b$

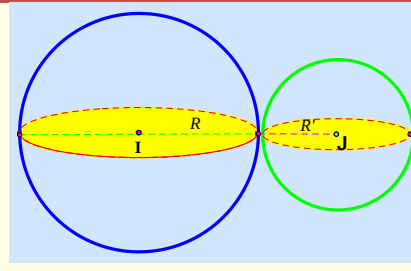
A. $T = -2$. B. $T = 1$. C. $T = -1$. D. $T = 0$.

Lời giải

Bài toán 8. Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt cầu (T) cho trước:

1. Phương pháp

- ✦ Xác định tâm J và bán kính R' của mặt cầu (T)
- ✦ Sử dụng điều kiện tiếp xúc của hai mặt cầu để tính bán kính R của mặt cầu (S) .
- ✦ (Xét hai trường hợp tiếp xúc trong và tiếp xúc ngoài)
- ✦ Bán kính $R = IA$
- ✦ Phương trình $S(I;R) : (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$



2. Bài tập minh họa

Bài tập 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_1) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 12y + 12z + 72 = 0$ và mặt cầu $(S_2) : x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường nối tâm của hai mặt cầu (S_1) và (S_2) , tiếp xúc với hai mặt cầu đó và có bán kính lớn nhất.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 102.(THPT Thanh Chương 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;-1;4)$ và mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$. Phương trình của mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc ngoài với mặt cầu (S_1) là

- A. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 4$.
 B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 16$.
 C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 4$.
 D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 2$.

Lời giải

Câu 103.(Sở GD&ĐT Thanh Hóa 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các mặt cầu (S_1) , (S_2) , (S_3) có bán kính $r=1$ và lần lượt có tâm là các điểm $A(0;3;-1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(4;-1;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất là

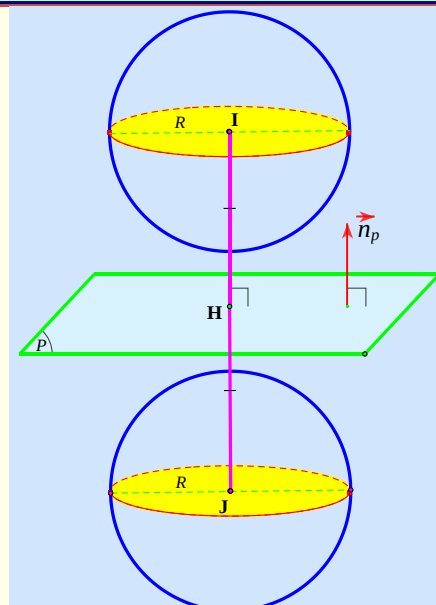
- A. $R = 2\sqrt{2} - 1$.
 B. $R = \sqrt{10}$.
 C. $R = 2\sqrt{2}$.
 D. $R = \sqrt{10} - 1$.

Lời giải

Bài toán 9. Mặt cầu (S') đối xứng Mặt cầu (S) qua mặt phẳng (P)

1. Phương pháp

- Tìm điểm I' đối xứng với tâm I qua mp (P)
(xem cách làm ở phần mặt phẳng)
- Viết phương trình mặt cầu (S') tâm I' có bán kính $R' = R$.
- Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 104. Cho (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với (S) qua gốc tọa độ là

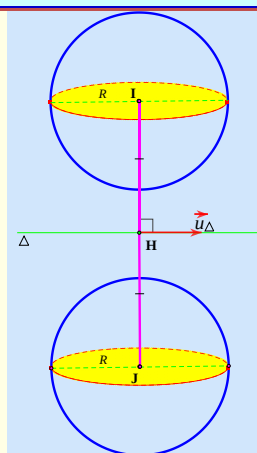
- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
 B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$.
 D. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Lời giải

Bài toán 10. Mặt cầu (S') đối xứng mặt cầu (S) qua đường thẳng d

1. Phương pháp

- Tìm điểm I' đối xứng với tâm I qua đường thẳng d
(xem cách làm ở phần đường thẳng)
- Viết phương trình mặt cầu (S') tâm I' có bán kính $R' = R$.
- Phương trình $S(I; R): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$



2. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 1,2. Nhận biết-Thông hiểu

Câu 105. Mặt cầu đối xứng với mặt cầu (S): $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$ qua trục Ox có phương trình là

- A. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$.
 B. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
 C. $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 1)^2 = 9$.
 D. $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

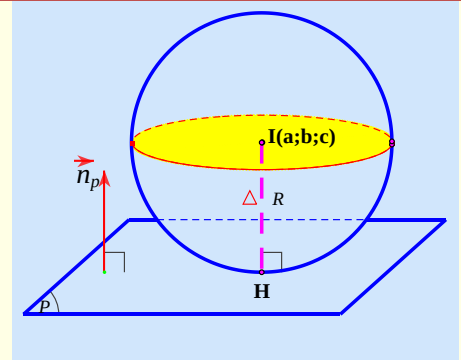
Lời giải

Bài toán 11. Tìm tiếp điểm H là hình chiếu của tâm I trên mặt phẳng (α) :

1. Phương pháp

- Viết phương trình đường thẳng d qua I và vuông góc mp (α) : ta có $\vec{u}_d = \vec{n}_\alpha$.
- Tọa độ H là giao điểm của d và (α) .
- Bán kính $R = IA$
- Phương trình

$$S(I; R): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$



2. Bài tập minh họa

Bài tập 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm m để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) . Với m vừa tìm được hãy xác định tọa độ tiếp điểm.

Lời giải.

Bài tập 21. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(0; 3; 2)$, $B(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) qua A và tiếp xúc với mp (P) tại điểm B .

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Mức độ 4. Vận dụng và Vận dụng cao

Câu 106.(THPT Chuyên Hùng Vương 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 6 = 0$ và mặt phẳng $(P'): -x - y + 2z + 2 = 0$. Xác định tập hợp tâm các mặt cầu tiếp xúc với (P) và tiếp xúc với (P') .

- A.** Tập hợp là hai mặt phẳng có phương trình $x + y - 2z \pm 8 = 0$.
B. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $(P): x + y - 2z + 8 = 0$.
C. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $x + y - 2z - 8 = 0$.
D. Tập hợp là mặt phẳng có phương trình $x + y - 2z - 4 = 0$.

Lời giải

Câu 107. (Toán Học Tuổi Trẻ)

A. $\{-6; -12; -14; 75\}$. **B.** $\{6; 10; 20; 7\}$. **C.** $\{-10; 4; 2; 47\}$. **D.** $\{3; 5; 6; 29\}$.

[illegible]

A. $x + y + 1 = 0$. **B.** $x + 1 = 0$. **C.** $x + y - 2 = 0$. **D.** $x - 1 = 0$.

A. $(P): 5x + y - 6z + 62 = 0$. **B.** $(P): 5x + y - 6z - 62 = 0$.
C. $(P): 5x - y - 6z - 62 = 0$. **D.** $(P): 5x + y + 6z + 62 = 0$.

Câu 110. (THPT Chuyên Vinh 2020)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$ tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 5 = 0$, $(Q): 2x - y + z - 5 = 0$ lần lượt tại các điểm A, B . Độ dài đoạn AB là

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 111. (THPT Hồng Lĩnh 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;0;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$. Số mặt phẳng chứa hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

- A. 1 mặt phẳng. B. 2 mặt phẳng. C. 0 mặt phẳng. D. Vô số mặt phẳng.

Lời giải

Câu 112. (THPT Chuyên Nguyễn Du 2020)

Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P): 2x + 4y - z - 7 = 0$, $(Q): 4x + 5y + z - 14 = 0$, $(R): x + 2y - 2z - 2 = 0$ và $(S): x + 2y - 2z + 4 = 0$.

Biết mặt cầu $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = D$ có tâm nằm trên (P) và (Q) , cùng tiếp xúc với (R) và (S) . Giá trị $a+b+c$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Lời giải

Câu 113.(THPT Ngô Sỹ Liên 2019)

Cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 6$ và $(S_2): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 6$. Biết rằng mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 6 = 0 (a > 0)$ vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 2y + z - 1 = 0$ đồng thời tiếp xúc với cả hai mặt cầu đã cho. Tích abc bằng

A. -2 .

B. 2 .

C. 0 .

D. 1 .

Lời giải

Câu 114. (THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$, mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 11 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với (α) , (P) song song với giá của vectơ $\vec{v} = (1; 6; 2)$ và (P) tiếp xúc với (S) . Lập phương trình mặt phẳng (P) .

A. $2x - y + 2z - 2 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$.

B. $x - 2y + 2z + 3 = 0$ và $x - 2y + z - 21 = 0$.

C. $2x - y + 2z + 3 = 0$ và $2x - y + 2z - 21 = 0$.

D. $2x - y + 2z + 5 = 0$ và $2x - y + 2z - 2 = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 115. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

A. 14. B. $\frac{1}{7}$. C. 7. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 116. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi M, N là tiếp điểm. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. C. $\sqrt{6}$. D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 117.(THPT Sơn Tây Hà Nội 2019) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A và B . Gọi $H(a; b; c)$ là trung điểm AB . Giá trị $a+b+c$

A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Câu 118. (THPT Chuyên Lam Sơn 2020) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (β) thỏa mãn đồng thời các điều kiện: tiếp xúc với (S) ; song song với (α) và cắt trục Oz ở điểm có cao độ dương.

A. $4x + 3y - 12z - 78 = 0$. B. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.
C. $4x + 3y - 12z + 78 = 0$. D. $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.

Lời giải

Câu 119.(Đề Chính Thức 2018)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$ và điểm $A(-1; -1; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

- A. $3x + 4y - 2 = 0$. B. $3x + 4y + 2 = 0$. C. $6x + 8y + 11 = 0$. D. $6x + 8y - 11 = 0$.

Lời giải

Câu 120. (Đề thi THQG 2018)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2; 3; 4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M thuộc mặt phẳng có phương trình là?

- A. $x + y + z - 7 = 0$. B. $2x + 2y + 2z - 15 = 0$. C. $x + y + z + 7 = 0$. D. $2x + 2y + 2z + 15 = 0$.

Lời giải

1. Phương pháp

-

2. Bài tập minh họa

b). Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(3;5;-2)$ và (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

[illegible]

Lời giải.

Lời giải.

- c). Mặt cầu cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-2}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB vuông (I là tâm mặt cầu).

Lời giải.

[illegible]
$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 6z + 17 = 0$$

- a). Xác định tâm và bán kính của đường tròn (C) .
- b). Viết phương trình mặt cầu (S') chứa đường tròn (C) và có tâm nằm trên mặt phẳng $(P): x + y + z + 3 = 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Bài tập 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$.

- Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.
- Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

Lời giải.

- Bài tập 28.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1; 2; -2)$ và $mp(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$
- Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I sao cho giao của (S) với $mp(P)$ là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π .
 - Chứng minh rằng mặt cầu (S) ở câu a tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 2x - 2 = y + 3 = z$,
 - Lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng Δ và tiếp xúc với (S) .

Lời giải.

- Bài tập 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -1; 2)$, $B(1; 3; 2)$, $C(4; 3; 2)$, $D(4; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Gọi A' là hình chiếu của A lên Oxy . Gọi (S) là mặt cầu đi qua 4 điểm A', B, C, D . Xác định tọa độ tâm và bán kính đường tròn là giao của (P) và (S) .

Lời giải.

 **Bài tập 30.** Cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$ và $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$

- a). Tìm tâm và bán kính R mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính R .

- b).** Gọi r là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{4} < r \leq \frac{\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}+1)}$.

Lời giải.

3. Câu hỏi trắc nghiệm

Câu 121. Gọi (S) là mặt cầu có tâm $I(-1; 2; 1)$ và cắt mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2 = 0$ theo một đường tròn có bán kính $r = 4$. Viết phương trình của (S) .

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 13.$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 16.$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 25.$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

Lời giải

Câu 122. Đường tròn giao tuyến của mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ khi cắt bởi mặt phẳng (Oxy) có chu vi bằng

A. $8\pi.$

B. $4\pi.$

C. $2\pi.$

D. $10\pi.$

Lời giải

Câu 123. (THPT Gia Bình I Bắc Ninh 2018)

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng (Oxy) cắt mặt cầu (S) theo một thiết diện là đường tròn (C) . Diện tích của đường tròn (C) là

A. 8π

B. 12π

C. 16π

D. 4π

Lời giải

Câu 124. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r = 4$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16.$

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9.$

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25.$

Lời giải

Câu 125.(THPT Đức Thọ 2018)

Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r = 4$. Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$.
 B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.
 C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.
 D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Lời giải

Câu 126.(THPT Trần Quốc Tuấn 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;4)$ biết mặt cầu (S) cắt mặt phẳng tọa độ (Oxz) theo một hình tròn giao tuyến có diện tích bằng 16π .

- A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 25$.
 B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 5$.
 C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 16$.
 D. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 9$.

Lời giải

Câu 127.(THPT Can Lộc 2018) Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - mz + 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây luôn đúng với mọi số thực m ?

- A. (S) luôn tiếp xúc với trục Oy .
 B. (S) luôn tiếp xúc với trục Ox .
 C. (S) luôn đi qua gốc tọa độ O .
 D. (S) luôn tiếp xúc với trục Oz .

Lời giải

Câu 128.(Sở GD&ĐT Hà Nội 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
 B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.
 D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Câu 129.(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 10 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu (S) , biết rằng (S) có tâm I và nó cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π .

- A. $r = 5$. B. $r = \sqrt{34}$. C. $r = \sqrt{5}$. D. $r = 34$.

Lời giải

Câu 130.(THPT Trần Nhân Tông 2018) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 2π . Viết phương trình mặt cầu (S) .

- A. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 3$. B. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 1$.
C. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$. D. $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 2$

Lời giải.

Câu 131.(THPT Phan Đình Phùng 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và có thể tích bằng $\frac{256\pi}{3}$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 16$. B. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 4$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 4$.

Lời giải

Câu 132.(Sở GD&ĐT Hà Nội 2018) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Câu 133.(Phát triển đề minh họa 2019) Trên hệ toạ độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y + z = 2$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. Gọi điểm $M(a;b;c)$ thuộc giao tuyến giữa (P) và (S) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\min c \in (-1;1)$.

B. $\min b \in [1;2]$.

C. $\max a = \min b$.

D. $\max c \in [\sqrt{2};2]$.

Lời giải

Câu 134. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$ bán kính $R=3$ và hai điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$. $(X): x + by + cz + d = 0$ là mặt phẳng qua MN và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r lớn nhất. Tính $T = b + c + d$.

A. -1 .

B. 4 .

C. 2 .

D. 3 .

Lời giải

Câu 135. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn bán kính bằng 2 là
A. $(Q): 2y - z = 0$. **B.** $(Q): 2x - z = 0$. **C.** $(Q): y - 2z = 0$. **D.** $(Q): 2y + z = 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 136.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .
A. $m = -4$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = -1$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 137.(Sở GD & ĐT Hà Nam 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 10 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π . Hỏi (Q) đi qua điểm nào trong số các điểm sau?
A. $M(6; 0; 1)$. **B.** $N(-3; 1; 4)$. **C.** $J(-2; -1; 5)$. **D.** $K(4; -1; -2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 138.(Sở GD&ĐT Nam Định 2019) Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
 B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
 C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.
 D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Câu 139.(THPT Thuận Thành 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$.
 B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$.
 C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$.
 D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$.

Lời giải

Câu 140.(THPT Trần Đại Nghĩa 2020) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 6π có phương trình là

- A. $(Q): 2x + 2y - z + 17 = 0$.
 B. $(Q): 2x + 2y - z + 7 = 0$.
 C. $(Q): 2x + 2y - z - 19 = 0$.
 D. $(Q): 2x + 2y - z - 17 = 0$.

Lời giải

Câu 141.(THPT Toàn Thắng 2020)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $m = -3$.

B. $m = -4$.

C. $m = -1$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Câu 142.(Tạp Chí Toán Học 2020)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$ hoặc $m = -21$.

C. $m = 1$ hoặc $m = 21$.

D. $m = -9$ hoặc $m = 31$.

Lời giải

Câu 143.(Tạp Chí Toán Học 2020)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x + my + z - 3m - 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có đường kính bằng 2.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$ hoặc $m = -2$.

C. $m = 1$ hoặc $m = 2$.

D. $m = -1$

[illegible]

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P : x + 2y - 2z + 1 = 0$; hai điểm $A(1; 0; 0)$, $B(-1; 2; 0)$ và mặt cầu $S : x^2 + y^2 + z^2 = 25$. Viết phương trình mặt phẳng α vuông góc với mặt phẳng P , song song với đường thẳng AB , đồng thời cắt mặt cầu S theo đường tròn có bán kính bằng $r = 2\sqrt{2}$.

- [illegible]

Câu 145.(THPT Chuyên Lê Hồng Phong 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5.

A. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25.$

B. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 16.$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 34.$

D. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 34.$

Lời giải.

Câu 146.(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 4z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 10z + 4 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. $r = \sqrt{2}.$

B. $r = \sqrt{3}.$

C. $\sqrt{7}.$

D. $r = \sqrt{5}.$

Lời giải

Câu 147.(THPT Lê Xoay 2020)

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + \sqrt{2}y - z + 3 = 0$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 5$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là

A. $\frac{11\pi}{4}.$

B. $\frac{9\pi}{4}.$

C. $\frac{15\pi}{4}.$

D. $\frac{7\pi}{4}.$

Lời giải

Câu 148.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - m = 0$. Tìm tất cả m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m = -4$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 7$.

Lời giải

Câu 149.(THPT Lê Hồng Phong 2020)

Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$. Mặt phẳng (P) cắt khối cầu (S) theo thiết diện là một hình tròn. Tính diện tích của hình tròn đó.

A. 5π .

B. 25π .

C. $2\sqrt{5}\pi$.

D. 10π .

Lời giải

Câu 150.(THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2018)

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - m = 0$. Tìm tất cả m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m = -4$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 7$.

Lời giải

Câu 151.(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$, mặt phẳng $(P):x+y-z-3=0$. Mặt cầu (S) có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) , đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho chu vi tam giác OIA bằng $6+\sqrt{2}$. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$ **và** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$.

B. $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 9$ **và** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ **và** $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$ **và** $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Lời giải

Câu 152. (THPT Hậu Lộc 2 2018)

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 16 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính là:

A. $r = \sqrt{6}$.

B. $r = 2\sqrt{2}$.

C. $r = 4$.

D. $r = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Câu 153. (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + m = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

[illegible]

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

[illegible]

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

.....

.....

Câu 156.(THPT Kinh Môn 2018) Trong không gian $Oxyz$ cho các mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r . Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu.

A. $r = \sqrt{3}$.

B. $r = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

C. $r = \sqrt{2}$.

D. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Câu 157.(Tạp Chí Toán Học 2020) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 15$. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 6π đi qua điểm nào sau đây?

A. $A(0; -1; -5)$

B. $B(1; -2; 0)$

C. $C(2; -2; 1)$

D. $D(-2; 2; -1)$

Lời giải

Bài toán 13. Tập hợp điểm và bài toán tiếp tuyến

1. Bài tập minh họa

Bài tập 31. Cho các điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(5; -2; 7)$, $C(1; 8; -1)$. Tìm tập hợp các điểm M trong không gian thỏa mãn

a). $MA^2 + MB^2 = MC^2$

b). $\left| \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} \right| = \left| \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} \right|$

Lời giải.

Bài tập 32. Trong không gian với hệ toạ độ Đề-các vuông góc Oxyz cho hai mặt phẳng song song có các phương trình tương ứng là: $(P_1): 2x - y + 2z - 1 = 0$; $(P_2): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và điểm $A(-1; 1; 1)$ nằm trong khoảng giữa hai mặt phẳng đó. Gọi (S) là mặt cầu bất kỳ qua A và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$.

a). Chứng tỏ rằng bán kính của hình cầu (S) là một hằng số và tính bán kính đó.

b). Gọi I là tâm của hình cầu (S) . Chứng tỏ rằng I thuộc một đường tròn cố định.

Xác định toạ độ của tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

[illegible]

Lời giải

[illegible]

A. $R = 2$. **B.** $R = \sqrt{3}$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = \sqrt{2}$.

Câu 159. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 9$. Từ điểm $A(4;0;1)$ nằm ngoài mặt cầu, kẻ một tiếp tuyến bất kỳ đến (S) với tiếp điểm M . Tập hợp M là đường tròn có bán kính bằng:

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 160. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;1), B(2;-1;0), C(0;-3;-1)$. Tìm tập hợp các điểm M thỏa mãn $AM^2 - BM^2 = CM^2$.

A. Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 8y + 4z + 13 = 0$.

B. Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 8z + 13 = 0$.

C. Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 8y - 4z - 13 = 0$.

D. Mặt phẳng $2x - 8y - 4z - 13 = 0$.

Lời giải

Câu 161. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai điểm M, B thỏa mãn $4\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Giả sử điểm M thay đổi trên mặt cầu $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Khi đó điểm B thay đổi trên một mặt cầu có phương trình là:

A. $(S_1): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$.

B. $(S_2): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 8$.

C. $(S_3): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-6)^2 = 4$.

D. $(S_4): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-6)^2 = 8$.

Lời giải

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + \sqrt{2})^2 = 3$. Có bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 12.

B. 8.

C. 16.

D. 4.

Lời giải

Câu 163. Bán kính mặt cầu tâm $I(1; 3; 5)$ tiếp xúc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$ là:

A. $\sqrt{14}$.

B. 7.

C. 14.

D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 164.(Chuyên Phan Bội Châu 2019) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu S : $x^2 + 3^2 + y^2 + z^2 - 2^2 = m^2 + 4$. Tập các giá trị của m để mặt cầu S tiếp xúc với mặt phẳng Oyz là:

A. $\sqrt{5}$. B. $\pm\sqrt{5}$. C. 0 . D. $\emptyset$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 165.(Chuyên KHTN 2019) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-3)$, $B(0;-2;3)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$. Xét điểm M thay đổi thuộc mặt cầu (S) , giá trị lớn nhất của $MA^2 + 2MB^2$ bằng

A. 102. B. 78. C. 84. D. 52.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 166.(THPT Gia Bình 2018) Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$ và các điểm $A(3;0;0)$, $B(4;2;1)$. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc mặt cầu (S) . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 2MB$?

A. $2\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $6\sqrt{2}$.

[illegible]

A. $x - y - z = 0$. **B.** $x - y + z = 0$. **C.** $x - y - 2z = 0$. **D.** $x - y + 2z = 0$.

[illegible]

A. $OA = \sqrt{11}$. B. $OA = 5$. C. $OA = 3$. D. $OA = \sqrt{6}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 169. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(\alpha_1): 2x - y + 2z - 1 = 0$, $(\alpha_2): 2x - y + 2z + 5 = 0$ và một điểm $A(-1; 1; 1)$ nằm trong khoảng giữa của hai mặt phẳng đó. Gọi (S) là mặt cầu đi qua A và tiếp xúc với $(\alpha_1), (\alpha_2)$. Biết rằng khi (S) thay đổi thì tâm I của nó nằm trên một đường tròn cố định (ω) . Tính diện tích hình tròn giới hạn bởi (ω) .

A. $\frac{2}{3}\pi$.

B. $\frac{4}{9}\pi$.

C. $\frac{8}{9}\pi$.

D. $\frac{16}{9}\pi$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 170.(THPT Bình Minh 2018) Cho mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(3; 2; 2)$ bán kính $R_1 = 2$, mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(1; 0; 1)$ bán kính $R_2 = 1$. Phương trình mặt phẳng (P) đồng thời tiếp xúc với (S_1) và (S_2) và cắt đoạn I_1I_2 có dạng $2x + by + cz + d = 0$. Tính $T = b + c + d$.

A. -5 .

B. -1 .

C. -3 .

D. 2 .

Lời giải

.....

[illegible]

D. $\sqrt{15}$.

[illegible]

SBÀI 5.

ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ

A. LÝ THUYẾT

I. PHƯƠNG PHÁP CHUNG.

Bước 1: Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$.

- ✦ Xác định ba đường thẳng đồng quy và đôi một cắt nhau trên cơ sở có sẵn của hình (như tam diện vuông, hình hộp chữ nhật, hình chóp tứ giác đều ...),
- ✦ Hoặc dựa trên các mặt phẳng vuông góc dựng thêm đường phụ.

Bước 2: Tọa độ hóa các điểm của hình không gian.

- ✦ Tính tọa độ điểm liên quan trực tiếp đến giả thiết và kết luận của bài toán.
- ✦ Cơ sở tính toán chủ yếu dựa vào quan hệ song song, vuông góc cùng các dữ liệu của bài toán.

Bước 3: Chuyển giả thiết qua hình học giải tích.

- ✦ Lập các phương trình đường, mặt liên quan.
- ✦ Xác định tọa độ các điểm, véc tơ cần thiết cho kết luận.

Bước 4: Giải quyết bài toán.

- ✦ Sử dụng các kiến thức hình học giải tích để giải quyết yêu cầu của bài toán hình không gian.
- ✦ Chú ý các công thức về góc, khoảng cách, diện tích và thể tích ...

II. MỘT SỐ CÁCH CHỌN HỆ TỌA ĐỘ CÁC HÌNH KHÔNG GIAN

Hình hộp lập phương – Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$

1. Phương pháp.

① Với hình lập phương

Chọn hệ trục tọa độ sao cho :

$$A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a;0), D(0;a;0)$$

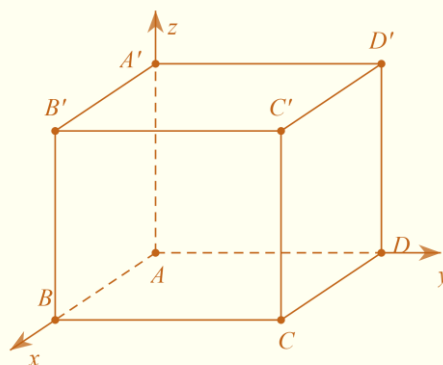
$$A'(0;0;a), B'(a;0;a), C'(a;a;a), D'(0;a;a)$$

② Với hình hộp chữ nhật.

Chọn hệ trục tọa độ sao cho :

$$A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;b;0), D(0;b;0)$$

$$A'(0;0;c); B'(a;0;c); C'(a;b;c); D'(0;b;c)$$



Chú ý: Tam diện vuông là một nửa của hình hộp chữ nhật nên ta chọn hệ trục tọa độ tương tự như hình hộp chữ nhật.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Chứng minh hai đường chéo $B'D'$ và $A'B$ của hai mặt bên là hai đường thẳng chéo nhau. Tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $B'D'$ và $A'B$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A \equiv O, B \in Ox, D \in Oy, A' \in Oz$ và $AB = 1, AD = 2, AA' = 3$.

- 1). Tìm tọa độ các đỉnh của hình hộp;
 - 2). Tìm điểm E trên đường thẳng DD' sao cho $B'E \perp A'C$
 - 3). Tìm điểm M thuộc $A'C$, N thuộc BD sao cho $MN \perp BD, MN \perp A'C$.
- Từ đó tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $A'C$ và BD

Lời giải.

Lời giải

[illegible]

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sqrt{3}$.

[illegible]

Câu 2.(THPT Chuyên Lê Quý Đôn 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi K là trung điểm DD' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$.

A. $\frac{4a}{3}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Câu 3.(THPT Thăng Long 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, C'D'$ và DD' . Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{24}$.

Lời giải

Câu 4. (THPT Chuyên Hạ Long 2018) Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AH và BD bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

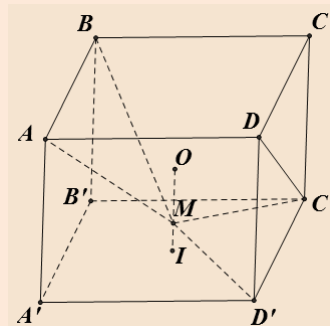
B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Câu 5. (Đề BGD Chính Thức 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

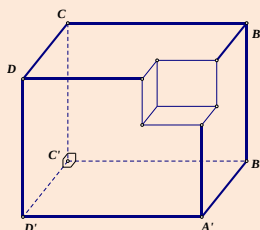
B. $\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.

D. $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.

Lời giải

Câu 6.(THPT Chuyên Quốc Học 2018) Một khối đa diện H được tạo thành bằng cách từ một khối lập phương cạnh bằng 3, ta bỏ đi khối lập phương cạnh bằng 1 ở một “góc” của nó như hình vẽ.



Gọi S là khối cầu có thể tích lớn nhất chứa trong H và tiếp xúc với các mặt phẳng $(A'B'C'D')$, $(BCC'B')$ và $(DCC'D')$. Tính bán kính của S .

A. $\frac{2+\sqrt{3}}{3}$.

B. $3-\sqrt{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Câu 7.(THPT Hồng Bàng 2018) Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $AB = a$, cạnh bên $AA' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CA' bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{24}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Câu 8.(THPT Chuyên Thái Bình 2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, góc $BAC = 120^\circ$, $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC' . Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . B. 30° . C. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Câu 9.(THPT Bắc Ninh 2020) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $AA' = h$ ($a, h > 0$). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB' và BC' theo a, h .

- A. $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + 5h^2}}$. B. $\frac{ah}{\sqrt{5a^2 + h^2}}$. C. $\frac{ah}{\sqrt{2a^2 + h^2}}$. D. $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}$.

Lời giải

Câu 10. (Tạp Chí Toán Học 2020) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại C , $AB = 2a$, $AA' = a$, góc giữa BC' và $(ABB'A')$ bằng 60° . Gọi N là trung điểm AA' và M là trung điểm BB' . Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(BC'N)$.

A. $\frac{2a\sqrt{74}}{37}$.

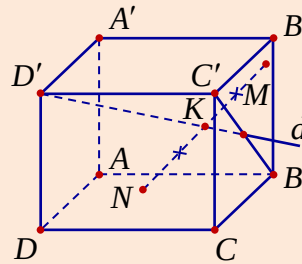
B. $\frac{a\sqrt{74}}{37}$.

C. $\frac{2a\sqrt{37}}{37}$.

D. $\frac{a\sqrt{37}}{37}$.

Lời giải

Câu 11. (THPT Chuyên Lam Sơn 2018) Cho hình lập phương $a=1$ có cạnh bằng $a=1$. Một đường thẳng d đi qua đỉnh D' và tâm I của mặt bên $BCC'B'$. Hai điểm M, N thay đổi lần lượt thuộc các mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(ABCD)$ sao cho trung điểm K của MN thuộc đường thẳng d (tham khảo hình vẽ). Giá trị bé nhất của độ dài đoạn thẳng MN là



A. $a=1$.

B. $a=1$.

C. $a=1$.

D. $a=1$.

Lời giải

Câu 12. (THPT Chuyên Hà Tĩnh 2018) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB' . Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN) .

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$.

D. $\frac{4\sqrt{2}}{13}$.

Lời giải

Với hình hộp đứng có đáy là hình thoi $ABCD.A'B'C'D'$

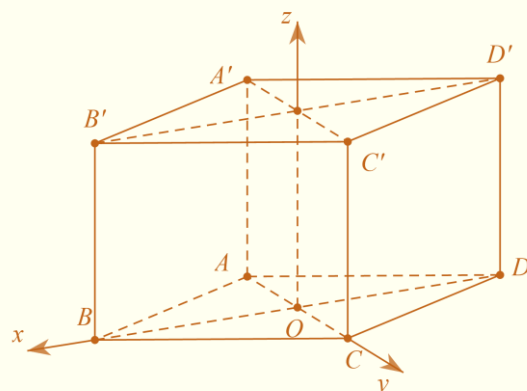
1. Phương pháp.

Chọn hệ trục tọa độ sao cho :

- Gốc tọa độ trùng với giao điểm O của hai đường chéo của hình thoi $ABCD$.
- Trục Oz đi qua 2 tâm của 2 đáy.
- Nếu $AC = a, BD = b, AA' = c$ thì

$$A\left(0; -\frac{a}{2}; 0\right), B\left(\frac{b}{2}; 0; 0\right), C\left(0; \frac{a}{2}; 0\right), D\left(-\frac{b}{2}; 0; 0\right),$$

$$A'\left(0; -\frac{a}{2}; c\right), B'\left(\frac{b}{2}; 0; c\right), C'\left(0; \frac{a}{2}; c\right), D'\left(-\frac{b}{2}; 0; c\right).$$



Chú ý: Với lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại B thì ta chọn hệ trục tọa độ tương tự như trên với gốc tọa độ là trung điểm AC , $B \in Ox, C \in Oy$ còn trục Oz đi qua trung điểm hai cạnh $AC, A'C'$.

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 4. (THPT Kinh Môn 2019) Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác ABD đều. Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và $C'D'$, biết rằng $MN \perp B'D$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó giá trị $\cos \alpha$ bằng

A. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

D. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$.

Lời giải

2). Tính tỷ số thể tích của hai khối đa diện được tạo thành khi cắt khối chóp $C.AOBD$ bởi mặt phẳng (α) . Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (α)

Tel: 0935.660.880

Lời giải.

- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

Lời giải

D. $V = \frac{1}{36}a^3$.

[illegible]

D. $\frac{2}{3}$.

[illegible]

Câu 17.(THPT Chuyên Lào Cai 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , biết $SO = a$ và SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M, N là trung điểm của SA, BC . Gọi α là góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) . Tính $\cos \alpha$.

A. $\frac{2}{\sqrt{7}}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Câu 18.(THPT Chuyên Hạ Long 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD . Góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 120° .

D. 60° .

Lời giải

[illegible]

Câu 19.(THPT Chuyên Tiền Giang 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SB , CD . Tính cosin của góc giữa MN và (SAC) .

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B. $\frac{\sqrt{55}}{10}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$ D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Lời giải

[illegible]

Câu 20. (Sở GD&ĐT Bắc Giang 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin \alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) .

- A.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

[illegible]

Câu 21. (THPT Trần Phú 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan \alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

[illegible]

Câu 22.(THPT Nguyễn Khuyến 2020) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD . Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Câu 23.(THPT Số 1 Tư Nghĩa 2019) Cho tứ diện $SABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = AB = 3cm$, $BC = 5cm$ và diện tích tam giác SAC bằng $6cm^2$. Một mặt phẳng (α) thay đổi qua trọng tâm G của tứ diện cắt các cạnh SA, AB, AC lần lượt tại M, N, P . Tính giá trị nhỏ nhất

T_m của biểu thức $T = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AP^2}$.

A. $T_m = \frac{8}{17}$.

B. $T_m = \frac{41}{144}$.

C. $T_m = \frac{1}{10}$.

D. $T_m = \frac{1}{34}$.

[illegible]

Hình chóp đều

1. Phương pháp.

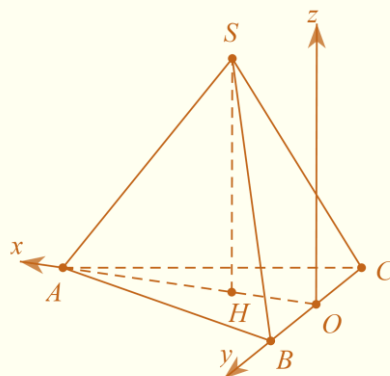
① Hình chóp tam giác đều $S.ABC$, $AB = a$, $SH = h$,

Ta chon

- ✦ Hệ tọa độ sao cho O là trung điểm BC .
- ✦ Và $A \in Ox, B \in Oy$. Khi đó

$$A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};0;0\right), B\left(0;\frac{a}{2};0\right),$$

$$C\left(0;-\frac{a}{2};0\right), S\left(\frac{a\sqrt{3}}{6};0;h\right)$$



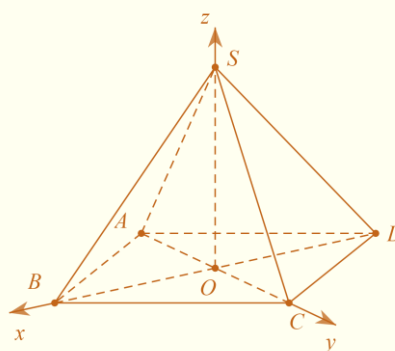
② Hình chóp từ giác đều $S.ABCD$, $AB = a$, $SH = h$

Ta chọn hệ tọa độ sao cho

- ✦ O là tâm đáy $B \in Ox, C \in Oy, S \in Oz$.

- ✨ Khi đó $A\left(0; -\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right), B\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right)$,

$$C\left(0; \frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right) D\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right), S(0; 0; h).$$



Chú ý: Ngoài cách chọn hệ trục như trên ta có thể chọn hệ trục bằng cách khác.

Chẳng hạn với hình chóp tam giác đều ta có thể chọn $H \equiv O$.

Trục Oy đi qua H và song song với BC .

2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 8.(THPT Lương Thế Vinh 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin \alpha$ với α là góc tạo bởi đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) .

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

$$\text{B. } \sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}.$$

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

[illegible]

Câu 24. (THPT Chuyên Sơn La 2019) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC , biết $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\sqrt{3}$.

[illegible]

Hình chóp $S.ABC$ có $(SAB) \perp (ABC)$

1. Phương pháp.

- ① Đường cao $SH = h$ của $\triangle SAB$ là đường cao của hình chóp.
- ② Nếu tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = b$ ta

chọn hệ trục sao cho

- ✦ Gốc tọa độ $A \equiv O, B \in Oy, C \in Ox, Oz // SH$.

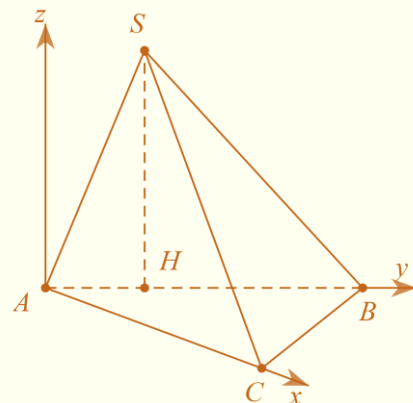
- ✦ Khi đó $A(0;0;0), B(0;a;0), C(b;0;0), AH = c$.

$$\Rightarrow H(0; c; 0), S(0; c; h)$$

③ Chú ý:

- 👉 Nếu vuông tại B ta chọn $B \equiv O$, vuông tại C chọn $C \equiv O$.

- ✦ Nếu tam giác ASB cân tại S , $\triangle ABC$ cân tại C thì ta chọn
 $H \equiv O, C \in Ox, B \in Oy, S \in Oz$



2. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 2a$; hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M là trung điểm của AB ; mặt phẳng SM và song song với BC , cắt AC tại N . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° .

- 1). Tính thể tích khối chóp $S.BCNM$.

- 2). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN theo a

Đề thi ĐH khối A – 2011

Lời giải.

[illegible]

Lời giải.

[illegible]