SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**
QUẢNG NGÃI	**LỚP 12 NĂM HỌC 2018-2019**
ĐỀ CHÍNH THỨC	Ngày thi: 18/10/2018 Môn thi: **TOÁN** Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1 ***(5,0 điểm).***

a) Giải phương trình $\dfrac{2\sqrt{3}\sin^2 x-\sqrt{3}\cos x-2\sin x}{(1-2\cos x)\tan x}=\cos x$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\left(2x^2y-7\right)\left(\sqrt{3x-2}-\sqrt{x+3xy}\right)=5\\ \sqrt{x^2(4+y^2)}-1=\sqrt{1+4x^2}-xy\end{cases}$.

Câu 2 ***(3,0 điểm).***

Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng $y=-2x+m$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Gọi $k_1,\ k_2$ lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A và B. Tìm m để biểu thức $P=\left(k_1\right)^{2019}+\left(k_2\right)^{2019}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (*3,0 điểm*).

a) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7\left(n+3\right)$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(2x^2-\dfrac{3}{x^3}\right)^n$, $x\neq 0$.

b) Có hai chiếc hộp chứa bi, mỗi viên bi chỉ mang màu xanh hoặc màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp đúng 1 viên bi. Biết tổng số bi trong hai hộp là 20 và xác suất để lấy được 2 viên bi màu xanh là $\dfrac{55}{84}$. Tính xác suất để lấy được 2 viên bi màu đỏ.

Câu 4 ***(4,0 điểm).***

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $AB=7a$, $BC=7\sqrt{3}a$, E là điểm trên cạnh SC và $EC=2ES$.

a) Tính thể tích khối chóp $E.ABC$.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BE.

Câu 5 (*3,0 điểm*).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ và điểm E thuộc cạnh BC. Đường thẳng qua A và vuông góc với AE cắt CD tại F. Gọi M là trung điểm EF, đường thẳng AM cắt CD tại K. Tìm tọa độ điểm D biết $A\left(-6;6\right)$, $M\left(-4;2\right)$, $K\left(-3;0\right)$ và E có tung độ dương.

Câu 6 (*2,0 điểm*).

Cho các số thực không âm $a,\ b,\ c$ thỏa $c<a,\ c<b$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=(a-b)^2\left[\left(\frac{2a+c}{b^2+c^2}\right)^2+\left(\frac{2b+c}{a^2+c^2}\right)^2-\frac{64}{ab+bc+ca}+\frac{8(a^2+1)}{a(a-b)^2}\right].$$

--------------------------------Hết--------------------------------

Ghi chú: *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

SỞ GD-ĐT QUẢNG NGÃI **ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM**

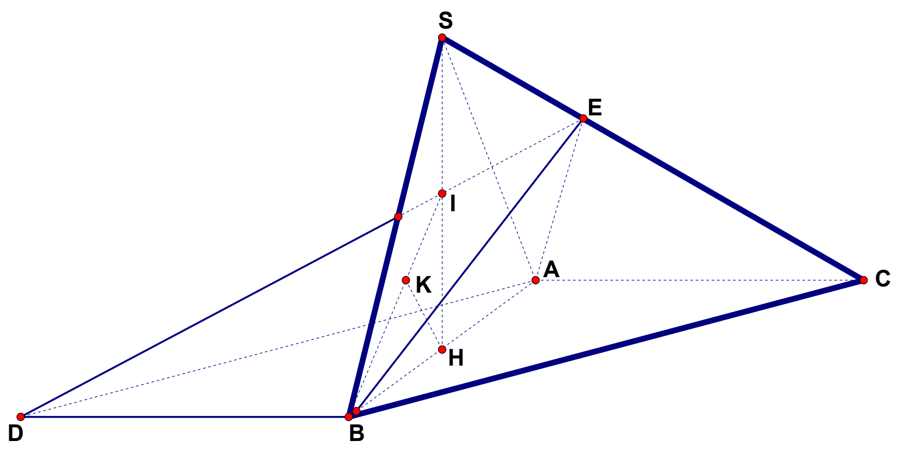
ĐỀ CHÍNH THỨC **THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**

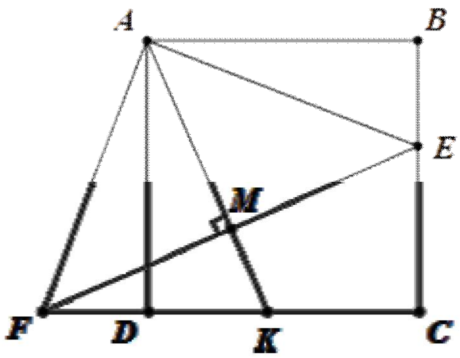
Môn: **TOÁN**-Lớp 12

(Đáp án – Thang điểm gồm 5 trang)

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1 (5,0đ)	**a) (2,0đ). Giải phương trình** $\dfrac{2\sqrt{3}\sin^2 x-\sqrt{3}\cos x-2\sin x}{(1-2\cos x)\tan x}=\cos x$ **.**	
	+)Điều kiện $\begin{cases}\cos x\neq \dfrac{1}{2}\\ \cos x\neq 0\\ \tan x\neq 0\end{cases}$.	0,5
	Với điều kiện trên $Pt \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\sqrt{3}\sin x+\cos x=0 & (1)\\ 2\sin x-\sqrt{3}=0 & (2)\end{array}\right.$	0,5
	+) $(1)\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$	0,5
	+) $(2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$. Kết hợp điều kiện, suy ra nghiệm của phương trình là $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi\\ x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.	0,5
	b) (3,0đ). Giải hệ phương trình $\begin{cases}(2x^2y-7)(\sqrt{3x-2}-\sqrt{x+3xy})=5 & (1)\\ \sqrt{x^2(4+y^2)}-1=\sqrt{1+4x^2}-xy & (2)\end{cases}$.	
	+) ĐK: $\begin{cases}x\geq \dfrac{2}{3}\\ x+3xy\geq 0\end{cases}$.	0,5
	+) Từ $(2)\Rightarrow \sqrt{4+y^2}+y=\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}+\dfrac{1}{x} \quad (2')$	0,5
	Xét hàm số $f(t)=\sqrt{4+t^2}+t, \left(t\in\left[\dfrac{2}{3};+\infty\right)\right)$ ta có $f'(t)=\dfrac{t}{\sqrt{4+t^2}}+1>0, \forall t\geq \dfrac{2}{3}$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\left[\dfrac{2}{3};+\infty\right)$. Do đó $(2')\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{x}$.	0,5
	Thay $y=\dfrac{1}{x}$ vào (1) ta được $(2x-7)(\sqrt{3x-2}-\sqrt{x+3})=5 \quad (3)$	0,5

	$x=\frac{7}{2}$ không là nghiệm nên $(3)\Leftrightarrow g(x)=\sqrt{3x-2}-\sqrt{x+3}=\frac{5}{2x-7}$.	
	Ta có: $(3)\Leftrightarrow g'(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x-2}}-\frac{1}{2\sqrt{x+3}}+\frac{10}{(2x-7)^2}>0,\forall x>\frac{2}{3},x\neq\frac{7}{2}$ Suy ra g(x) đồng biến trên $\left[\frac{2}{3};\frac{7}{2}\right)$ và $\left(\frac{7}{2};+\infty\right)$	0,5
	Mà $g(1)=g(6)=0$ nên (3) có 2 nghiệm là 1 và 6. Vậy nghiệm (x;y) của hệ là $(1;1),(6;\frac{1}{6})$.	0,5
Câu 2 (3,0đ)	**Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (*C*). Chứng minh rằng với mọi *m* đường thẳng $y=-2x+m$ luôn cắt đồ thị (*C*) tại hai điểm phân biệt *A* và *B*. Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (*C*) tại *A* và *B*. Tìm *m* để biểu thức $P=(k_1)^{2019}+(k_2)^{2019}$ đạt giá trị nhỏ nhất.**	
	+) Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x+1}=-2x+m\quad(x\neq-1)$ $\Leftrightarrow 2x^2+(4-m)x+1-m=0\ (1)$	0,5
	Ta có $\Delta=m^2+8>0$, $\forall m$ và $x=-1$ không là nghiệm của pt(1). Vậy đường thẳng $y=-2x+m$ và (C) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi *m*.	0,5
	+) $A(x_1;-2x_1+m)$, $B(x_2;-2x_2+m)$. Trong đó x_1,x_2 là nghiệm phương trình (1). $k_1=\frac{1}{(x_1+1)^2}$, $k_2=\frac{1}{(x_2+1)^2}$	0,5
	+) $k_1.k_2=\frac{1}{(x_1+1)^2}.\frac{1}{(x_2+1)^2}=\frac{1}{(x_1+x_2+x_1.x_2+1)^2}=4$	0,5
	$P=(k_1)^{2019}+(k_2)^{2019}\geq 2\sqrt{(k_1.k_2)^{2019}}=2\sqrt{4^{2019}}=2^{2020}$.	0,5
	Vậy $P_{\min}=2^{2020}$ khi $k_1=k_2\Leftrightarrow\frac{1}{(x_1+1)^2}=\frac{1}{(x_2+1)^2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=x_2\,(loai)\\x_1+x_2=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow m=0$.	0,5
Câu 3 (3,0đ)	**a)Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7(n+3)$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(2x^2-\frac{3}{x^3}\right)^n$, $x\neq0$.**	**2,0đ**
	$C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7(n+3)\Leftrightarrow\frac{(n+3)(n+2)}{2}=7(n+3)$ $\Leftrightarrow n=12$.	0,5
	Với $n=12$, $\left(2x^2-\frac{3}{x^3}\right)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k2^{12-k}(-3)^kx^{24-5k}$	0,5
	Số hạng chứa x^4 ứng với $24-5k=4\Leftrightarrow k=4$.	0,5
	Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 là: $C_{12}^4.2^8.3^4$.	0,5

	b)Có 2 hộp đựng bi, mỗi viên bi chỉ mang màu xanh hoặc màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp đúng 1 viên bi. Biết tổng số bi trong 2 hộp là 20 và xác suất để lấy được 2 viên bi xanh là $\frac{55}{84}$. Tính xác suất để lấy được 2 viên bi đỏ	0,5
	+) Giả sử hộp thứ nhất có x viên bi , trong đó có a bi xanh, hộp thứ hai có y viên bi trong đó có b bi xanh (điều kiện: x, y, a, b nguyên dương, $x \ge y,\ x \ge a,\ y \ge b$). Từ giả thiết ta có : $\begin{cases} x+y=20 & (1) \\ \dfrac{ab}{xy}=\dfrac{55}{84} & (2) \end{cases}$	0,25
	+)Từ (2) $\Rightarrow 55xy = 84ab \Rightarrow xy \vdots 84$, mặt khác : $xy \le \frac{1}{4}(x+y)^2 = 100 \Rightarrow xy = 84$ (3)	0,25
	Từ (1) và (3) suy ra $\begin{cases} x=14 \\ y=6 \end{cases}$. +)Từ (2) và (3) suy ra $ab=55$, mà $a \le x = 14, b \le y = 6 \Rightarrow a = 11, b = 5$.	0,25
	Vậy xác suất để lấy được 2 bi đỏ là $P = \frac{x-a}{x}.\frac{y-b}{y} = \frac{1}{28}$.	0,25
Câu 4 (4,0đ)	**a) (2,0đ). Tính thể tích khối chóp $E.ABC$.**	
	 Gọi H là trung điểm AB, vì ΔABC đều và $(SAB) \perp (ABC)$ suy ra $SH \perp (ABC)$	0,5
	Ta có : $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 7\sqrt{2}a$. +) $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AB.AC.SH = \frac{343\sqrt{6}}{12}a^3$.	0,5
	+) $\frac{V_{S.ABE}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA.SB.SE}{SA.SB.SC} = \frac{1}{3}$.	0,5
	$\Rightarrow V_{E.ABC} = \frac{2}{3}V_{S.ABC} = \frac{343\sqrt{6}}{18}a^3$	0,5
	b) **(2,0đ) +) Tính khoảng cách giữa AC và BE.**	

	Lấy điểm D sao cho $ACBD$ là hình bình hành Vì $BD // AC$ nên $d(AC, BE) = d(AC,(BDE)) = \text{d}(A,(BDE)) = 2\,\text{d}(H,(BDE))$.	0,5
	+) Gọi $I = SH \cap DE$, $(BDE) \perp (SAB)$ theo giao tuyến BI. Kẻ $HK \perp BI, (K \in BI) \Rightarrow HK \perp (BDE) \Rightarrow \text{d}(H,(BDE)) = HK$.	0,5
	$\Rightarrow HI = \frac{1}{2}SH = \frac{7\sqrt{3}}{4}a$.	0,5
	Trong tam giác BHI vuông tại H có $HK \perp BI$, suy ra $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HB^2} + \frac{1}{HI^2} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{21}}{2}a$. Vậy $d(AC, BE) = \sqrt{21}a$.	0,5
Câu 5 (3,0đ)	**Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ và điểm E thuộc cạnh BC. Đường thẳng qua A và vuông góc với AE cắt CD tại F. Gọi M là trung điểm EF, đường thẳng AM cắt CD tại K. Tìm tọa độ điểm D biết $A(-6;6)$, $M(-4;2)$, $K(-3;0)$ và E có tung độ dương.**	
		
	Ta có $\Delta ABE = \Delta ADF$ vì $AB = AD$ và $\widehat{BAE} = \widehat{DAF}$ (cùng phụ với $\widehat{DAE}$). Suy ra ΔAEF vuông cân và $\Rightarrow AM \perp EF$ và $ME = MA = MF$.	0,5
	Đường thẳng EF đi qua M và vuông góc với MA nên có phương trình $x - 2y + 8 = 0$.	0,5
	+) Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác AFE: $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 20$ +) Tọa độ điểm E, F thỏa hệ $\begin{cases}(x+4)^2 + (y-2)^2 = 20 \\ x + 2y - 8 = 0\end{cases}$	0,5
	Giải hệ ta được tọa độ $E(0;4)$, $F(-8;0)$, ($y_E > 0$).	0,5
	Với $E(0;4)$, $F(-8;0)$ Đường thẳng CD qua $F(-8;0)$ và $K(-3;0)$ nên có phương trình $y = 0$.	0,5
	Đường thẳng AD qua $A(-6;6)$ và vuông góc với FK nên có phương trình $x + 6 = 0$. $D = CD \cap AD \Rightarrow D(-6,0)$.	0,5

Câu 6 (2,0đ)	**Cho các số thực không âm** a, b, c **thỏa** $c<a, c<b$ **. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức** $$P=(a-b)^2\left[\left(\frac{2a+c}{b^2+c^2}\right)^2+\left(\frac{2b+c}{a^2+c^2}\right)^2-\frac{64}{ab+bc+ca}+\frac{8(a^2+1)}{a(a-b)^2}\right].$$	
	+)Ta có $\frac{1}{(a^2+c^2)^2}\ge\frac{1}{(a+\frac{c}{2})^4};\frac{1}{(\mathrm{b}^2+c^2)^2}\ge\frac{1}{(\mathrm{b}+\frac{c}{2})^4}$, $\frac{-1}{ab+bc+ca}\ge\frac{-1}{(a+\frac{c}{a}).(b+\frac{c}{a})}$	0,5
	+) Suy ra: $P\ge(a-b)^2\left[\frac{4(a+\frac{c}{2})^2}{(b+\frac{c}{2})^4}+\frac{4(b+\frac{c}{2})^2}{(a+\frac{c}{2})^4}-\frac{64}{(a+\frac{c}{2})(b+\frac{c}{2})}\right]+8(a+\frac{1}{a})$	0,25
	+) Đặt $a+\frac{c}{2}=x,\ \mathrm{b}+\frac{c}{2}=y,(x>0,\mathrm{y}>0).$ Ta có $P\ge(x-y)^2\left[4\frac{x^2}{y^4}+4\frac{y^2}{x^4}-\frac{64}{xy}\right]+16\quad\frac{1}{(a^2+c^2)^2}\ge\frac{1}{(a+\frac{c}{2})^4}$ Hay $P\ge4\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right)\left[\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^3-3\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)-16\right]+16$.	0,25
	+)Đặt $t=\frac{x}{y}+\frac{y}{x},(\mathrm{t}\ge2)$. Xét hàm số $f(t)=4(t-2)(t^3-3t-16)$, Ta có: $f'(t)=4(4t^3-6t^2-6t-10)$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{5}{2}$. Lập bảng biến thiên, suy ra $f(t)\ge-\frac{63}{4}$.	0,5
	Suy ra $P\ge-\frac{1}{4}$ và $P=-\frac{1}{4}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\\c=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a=1\\b=\frac{1}{2}\\c=0\end{cases}$ Vậy $P_{\min}=-\frac{1}{4}$.	0,5

Chú ý:

1. Mọi lời giải đúng, khác với hướng dẫn chấm, đều cho điểm tối đa theo từng câu và từng phần tương ứng.

2. Tổ chấm thảo luận để thống nhất các tình huống làm bài có thể xảy ra của học sinh.