

ĐỀ THAM KHẢO

(Đề thi gồm 22 câu; 05 trang)

**KỲ THI
CHỌN HỌC SINH GIỎI THÀNH PHỐ LỚP 12 BẢNG B
NĂM HỌC 2024 - 2025**

ĐỀ THI MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

PHẦN I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$, phương trình $\cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = \sin x$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

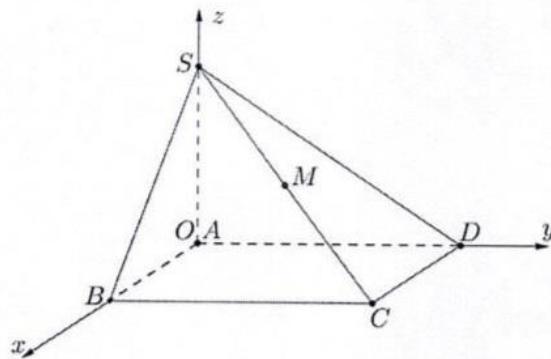
Câu 2: Với x là số nguyên dương, ba số $2x, 3x+3, 5x+5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là

- A. $-\frac{250}{3}$. B. $\frac{250}{3}$. C. 250. D. -250.

Câu 3: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(A'MN) \parallel (ACC')$. B. $(A'BN) \parallel (AC'M)$. C. $C'M \parallel (A'B'B)$. D. $BN \parallel (ACC'A')$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Giả sử $SA = 4, AB = 2$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ với gốc O trùng với đỉnh A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng các tia AB, AD, AS . Gọi M là trung điểm SC (*tham khảo hình dưới*). Giá trị $\cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{DM})$ bằng



- A. $-\frac{\sqrt{30}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{30}}{10}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $-\frac{3}{8}$.

Câu 5: Thời gian (phút) di chuyển đến trường của nhóm học sinh trường THPT X được tổng hợp dưới bảng sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số học sinh	6	14	25	37	13	9	21

Tứ phân vị thứ nhất của số liệu ở bảng trên số ghép nhóm trên bảng

- A. 25, 25. B. 28, 14. C. 33, 5. D. 27, 25.

Câu 6: Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, một toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

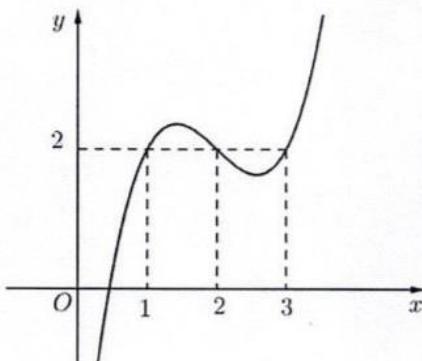
A. $\frac{5}{16}$.

B. $\frac{7}{16}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{3}{16}$.

Câu 7: Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $g(x) = 2f(x) - 4x + 7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; 2)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(2; 3)$.

D. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-9} + (x^2 - 9).5^{x+1} < 1$ là khoảng $(a; b)$. Tính $b - a$

A. 6.

B. 3.

C. 8.

D. 4.

Câu 9: Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x - y = 0$. Đường tròn (C) có bán kính $R = \sqrt{10}$, cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 4\sqrt{2}$. Các tiếp tuyến của (C) tại hai điểm A, B cắt nhau tại một điểm thuộc tia Oy . Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến tâm đường tròn (C) bằng
A. $\sqrt{41}$. B. 5. C. $\sqrt{45}$. D. $\sqrt{34}$.

Câu 10: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết tam giác ABC vuông tại A , $AB = 3AC$. Trên cạnh CC' lấy điểm E sao cho $2EC' = 3EC$. Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BE)$ bằng 6 cm. Gọi $d = (A'BE) \cap (ABC)$, số đo của góc nhị diện $[A', d, A]$ bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu cm^3 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 3264.

B. 9792.

C. 294.

D. 816.

Câu 11: Một đoàn tình nguyện đến một trường tiểu học miền núi để trao tặng 20 suất quà cho 10 em học sinh nghèo học giỏi. Trong 20 suất quà đó gồm 7 chiếc áo mùa đông, 9 thùng sữa tươi và 4 chiếc cặp sách. Tất cả các suất quà đều có giá trị tương đương nhau. Biết rằng mỗi em nhận hai suất quà khác loại (ví dụ một chiếc áo và một thùng sữa tươi). Trong số các em được nhận quà có hai em An và Bình. Xác suất để hai em An và Bình nhận được suất quà giống nhau bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{1}{15}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Câu 12: Có hai học sinh lớp A , ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B . Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

A. 80640.

B. 108864.

C. 145152.

D. 217728.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chỉ chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hằng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Gọi x, y ($x, y \in \mathbb{D}$) lần lượt là số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày.

a) Hệ bất phương trình mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là:

$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là một ngũ giác.

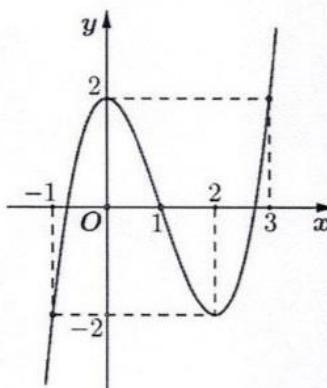
c) Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm Y giá 25000 đồng khi đó bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y trong một ngày để chi phí mua là ít nhất.

d) Điểm $(10; 8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B .

Câu 2: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $m \cdot 3^{x^2-3x+2} + 3^{4-x^2} = 3^{6-3x} + m$ (với m là tham số).

- a) Khi $m = 0$ thì tập S có một phần tử.
- b) Có vô số giá trị nguyên dương của m để tập S khác tập rỗng.
- c) Tập S có không quá 3 tập hợp con.
- d) Có ít hơn ba giá trị của m để tập S có đúng 3 phần tử.

Câu 3: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = f(2) = \frac{1}{2}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1; 3]$ tại $x = 2$.

c) Phương trình $f'(\sin x) = 0$ có 10 nghiệm thuộc đoạn $[0; 10\pi]$

d) Hàm số $g(x) = \left| 18f\left(1 - \frac{x}{3}\right) - x^2 \right|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 3, $SA = SB = SD = \sqrt{6}$ và tam giác ABD đều. Gọi H là trọng tâm tam giác ABD . Giả sử (P) là mặt phẳng thay đổi, luôn đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (SCD) . Gọi α là góc giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (P) .

a) $SH \perp (ABCD)$.

b) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{3}{2}$.

c) Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{6}}{4}$.

d) Giá trị lớn nhất của $\sin \alpha$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

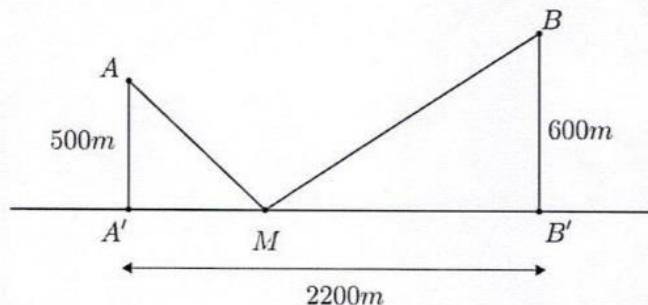
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC , SAB là các tam giác đều và mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy. Gọi α là góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos^2 \alpha$.

Câu 2: Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học của 8 trường THPT, người ta có bảng ghép nhóm như sau:

Nhóm	[36; 38)	[38; 40)	[40; 42)	[42; 44)	[44; 46)
Tần số	9	15	25	30	21

Tính trung vị của mẫu số liệu (làm tròn đến hàng phần chục).

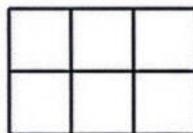
Câu 3: Cả hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Cầm, khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500m$, $BB' = 600m$ và người ta đo được $A'B' = 2200m$ (Hình vẽ). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Cầm cho người dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó có dạng $a\sqrt{b}$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính $a - 20b$.



Câu 4: Với mức tiêu thụ thức ăn của một trang trại A không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ sẽ đủ cho 100 ngày. Nhưng thực tế, mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm 4% mỗi ngày (ngày sau tăng 4% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn dự trữ đó chỉ đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -1; 0)$ và hai điểm $A(-4; 7; 3)$, $B(4; 4; 5)$. Giả sử M, N là hai điểm thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho \overrightarrow{MN} luôn cùng hướng với \vec{a} và $MN = 5\sqrt{2}$. Xác định giá trị lớn nhất của biểu thức $T = (AM - BN)^2$.

Câu 6: Bé An có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Biết x là số cách bé An tô màu, tính $x - 10000$.



--- Hết ---

(Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không cần giải thích gì thêm)

Họ tên thí sinh..... Số báo danh.....
Cán bộ coi thi số 1..... Cán bộ coi thi số 2.....