

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Đề thi gồm có 07 trang

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 08/04/2022

Họ và tên thí sinh:
Số báo danh:

MÃ ĐỀ THI: 114

ĐỀ BÀI

- Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)dx = 10, \int_3^4 f(x)dx = 4$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x)dx$.
- A. 7 B. 3 C. 4 D. 6
- Câu 2.** Biết $\int f(x)dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?
- A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$
C. $\int_a^b f(x)dx = F(b).F(a)$ D. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$
- Câu 3.** Phương trình $\log_2(3x+1) = 4$ có nghiệm là:
- A. $x = 5$ B. $x = \frac{13}{6}$ C. $x = \frac{7}{3}$ D. $x = 6$
- Câu 4.** Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là:
- A. $x = 3$ B. $x = \frac{5}{2}$ C. $x = 1$ D. $x = \frac{3}{2}$
- Câu 5.** Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là:
- A. $y' = 3^x$ B. $y' = 3^x \cdot \ln 3$ C. $y' = 3^{x-1}$ D. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$
- Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; 2), B(3; -2; 0)$ là
- A. $\vec{u} = (2; 3; -5)$ B. $\vec{u} = (1; 2; -1)$ C. $\vec{u} = (2; 4; -2)$ D. $\vec{u} = (1; -2; -1)$
- Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 36$ có tọa độ tâm I là:
- A. $I(2; 3; -5)$ B. $I\left(1; \frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ C. $I(-2; -3; 5)$ D. $I\left(-1; -\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$
- Câu 8.** Thể tích V của một cái cốc hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm$ và chiều cao bằng $10cm$ là
- A. $V = \frac{500}{3}\pi cm^3$ B. $V = 500\pi cm^3$ C. $V = 250\pi cm^3$ D. $V = \frac{250}{3}\pi cm^3$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° B. 50° C. 60° D. 30°

Câu 10. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$

- A. $\bar{z} = 3 + i$ B. $\bar{z} = 3 - i$ C. $\bar{z} = -3 - i$ D. $\bar{z} = -3 + i$

Câu 11. Cho số phức $z = 2 + i$. Mô đun của số phức $w = \bar{z} + 3z$ bằng

- A. 17 B. 68 C. $\sqrt{17}$ D. $2\sqrt{17}$

Câu 12. Với a, b là hai số dương tùy ý thì $\log(a^3b^2)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $3\log a + \frac{1}{2}\log b$ B. $2\log a + 3\log b$ C. $3\log a + 2\log b$ D. $3\left(\log a + \frac{1}{2}\log b\right)$

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

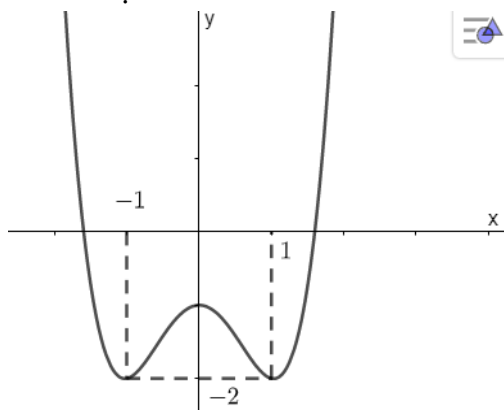
Câu 14. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[-3; 0]$. Tính giá trị biểu thức $P = m - M$.

- A. 64 B. 68 C. -68 D. -64

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; -4; 2), B(2; 1; -3), C(3; 0; -2)$ và $D(2; -5; -1)$. Điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ có tọa độ là:

- A. $G(2; -1; -1)$ B. $G(2; -2; -1)$ C. $G(0; -1; -1)$ D. $G(6; -3; -3)$

Câu 16. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = -2$ B. $x = 0$ C. $x = 1$ D. $x = -1$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 10 = 0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $P(0; 5; 20)$ B. $M(2; -3; 2)$ C. $N(4; -1; 1)$ D. $Q(-2; 3; 18)$

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

- A. 12 B. 3 C. -3 D. -6

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 7x) + 3}$ là:

- A. $(-8; -7) \cup (0; 1)$ B. $[-8; -7) \cup (0; 1]$ C. $[-8; -7) \cup (0; 1)$ D. $[-8; -7] \cup (0; 1]$

Câu 20. Một hình nón có bán kính đáy $r = 4\text{cm}$ và diện tích xung quanh bằng $20\pi\text{cm}^2$. Độ dài đường sinh của hình nón đó bằng

- A. $\frac{15}{4}\text{cm}$ B. 5cm C. 2cm D. $\frac{5}{2}\text{cm}$

Câu 21. Chọn ngẫu nhiên ba số phân biệt bất kì trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được ba số có tích là số lẻ bằng

- A. $\frac{5}{19}$ B. $\frac{17}{19}$ C. $\frac{2}{19}$ D. $\frac{7}{19}$

Câu 22. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 3 B. 1 C. -3 D. 0

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	1	4	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 4)$ B. $(-2; 3)$ C. $(3; +\infty)$ D. $(-\infty; -2)$

Câu 24. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 12x + 3m - 7$ với m là tham số. Số các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A. 4 B. 5 C. 3 D. 6

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $2a\sqrt{3}$ B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $a\sqrt{3}$

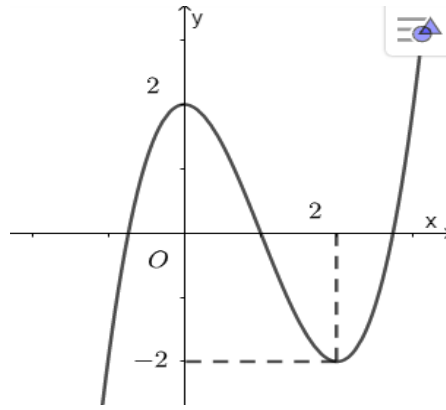
Câu 26. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 3 B. $4i$ C. -3 D. 4

Câu 27. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x - 2$ B. $y = -\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x - 2$
C. $y = \frac{3x+1}{x+1}$ D. $y = x^4 + x^2 + 1$

Câu 28. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$ B. $y = x^3 - 3x^2 - 2$ C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

Câu 29. Cho a là một số thực dương tùy ý. Viết $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa của a với số mũ hữu tỉ.

- A. $a^{\frac{5}{3}}$ B. $a^{\frac{1}{3}}$ C. $a^{\frac{7}{3}}$ D. $a^{\frac{7}{6}}$

Câu 30. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $y = 2$ B. $y = -1$ C. $x = 1$ D. $x = -1$

Câu 31. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin x$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$ B. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$ C. $x^2 + \cos x + C$ D. $x^2 - \cos x + C$

Câu 32. Cho tích phân $\int_0^2 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx$.

- A. $I = 2$ B. $I = 8$ C. $I = 6$ D. $I = 4$

Câu 33. Số cách chọn ngẫu nhiên 2 học sinh từ 7 học sinh là

- A. C_7^2 B. 7^2 C. 2^7 D. A_7^2

Câu 34. Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

- A. $S_{xq} = 2\pi rh$ B. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ C. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi rh$ D. $S_{xq} = \pi rh$

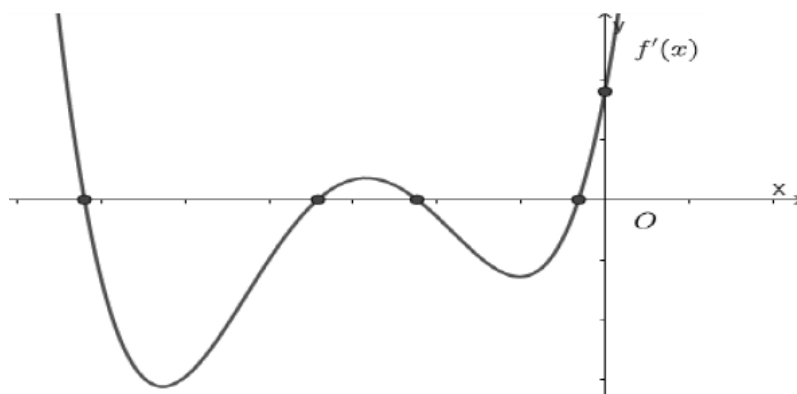
Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây?

- A. $P(-1; 2)$ B. $N(1; -2)$ C. $M(-1; -2)$ D. $Q(1; 2)$

Câu 36. Thể tích khối lập phương là $27cm^3$. Diện tích toàn phần của hình lập phương tương ứng bằng

- A. $54cm^2$ B. $36cm^2$ C. $16cm^2$ D. $9cm^2$

Câu 37. Cho hàm đa thức $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. biết rằng $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại đúng 4 điểm phân biệt.



Hỏi hàm $g(x) = |f(x^6) - x^3|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 4 B. 2 C. 3 D. 1

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-3; 0; 1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 6 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 12 = 0$

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2(x^3 + 1)^3 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Biết hàm số $f(x)$ liên tục trên

$\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 f(x) dx = ae - \frac{b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$; $\frac{b}{c}$ tối giản ($e = 2,718281828\dots$). Biểu thức $a + b + c + m$ có giá trị bằng

- A. -11 B. 35 C. 13 D. 36

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$ và M là trung điểm của đoạn BC . Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và khoảng cách giữa hai

đường thẳng SB, AM bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{2a^3\sqrt{5}}{9}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ C. $\frac{a^3}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm xác định trên $[0; +\infty)$ và thỏa mãn

$x[f'(x) + x] = (x+1)f(x)$; $f(1) = e+1$. Biết rằng $\int_0^1 f(x) dx = \frac{a}{b}$; trong đó a, b là những số

nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó giá trị của $(2a+b)$ tương ứng bằng

- A. 5 B. 8 C. 4 D. 7

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho với mỗi x có đúng 9 số nguyên y thỏa mãn $(2^{y+1} - x^2)(3^y - x) < 0$?

- A. 67 B. 64 C. 128 D. 53

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn

$2\log_3(x+y+1) = \log_2(x^2 + 2x + 2y^2 + 1)$?

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 4

Câu 44. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(z^2 - 2z + 7)\left[z - 2(\bar{z})^2\right] = 0$?

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 3

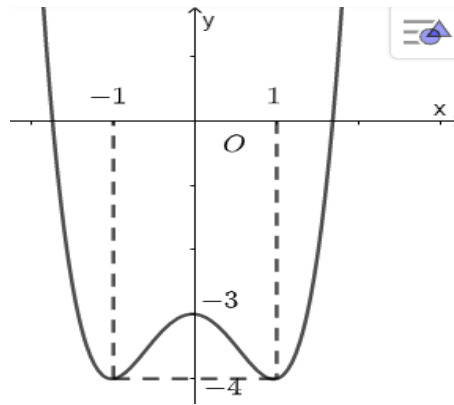
Câu 45. Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z-6)(8-iz)$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 6$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

- A. $5 - \sqrt{21}$ B. $20 - 4\sqrt{21}$ C. $-5 + \sqrt{73}$ D. $20 - 2\sqrt{73}$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 5z - 1 = 0$ có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-1}{5}$ B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-4}{5}$
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-1}$ D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{5}$

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 - 4x + 6}) - 2(x^2 - 4x)\sqrt{x^2 - 4x + 6} - 12\sqrt{x^2 - 4x + 6} + 1$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[1;4]$ bằng

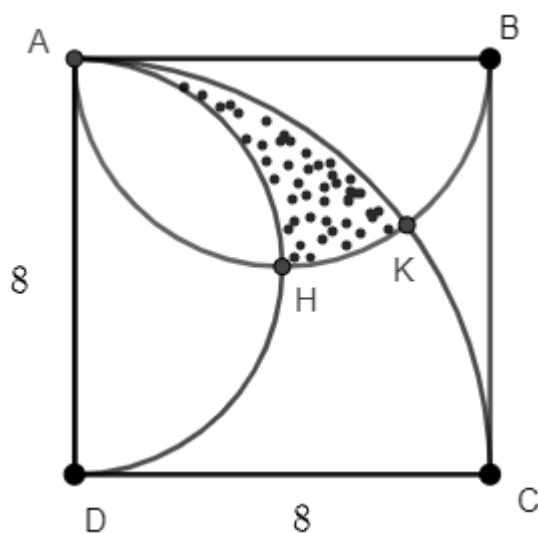
- A. $-12 - 12\sqrt{6}$ B. $12 - 12\sqrt{6}$ C. $12 - 2\sqrt{12}$ D. $-12 - 2\sqrt{6}$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB = 2AC$ và điểm $M(2;0;4)$.

Biết điểm B thuộc đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, điểm C thuộc mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 2 = 0$ và AM là phân giác trong của tam giác ABC kẻ từ $A (M \in BC)$. Phương trình đường thẳng BC là

- A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = 4 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 4 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Câu 49. Một bức tường lớn hình vuông có kích thước $8m \times 8m$ trước đại sảnh của một tòa biệt thự được sơn loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính AD, AB cắt nhau tại H ; đường tròn tâm D , bán kính AD cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K . Biết tam giác “cong” AHK được sơn màu xanh và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá trị 1 triệu đồng và 1,5 triệu đồng. Tính số tiền phải trả để sơn bức tường trên (làm tròn đến hàng ngàn).



A. 70405000 (đồng) B. 86124000 (đồng) C. 60567000 (đồng) D. 67128000 (đồng)

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$;

$$d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}; \quad d_3: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}; \quad d_4: \begin{cases} x=6+t \\ y=a+3t \\ z=b+t \end{cases} \text{ (với tham số } t \text{ và } a, b \in \mathbb{R} \text{)}. \text{ Biết rằng}$$

không có đường thẳng nào cắt đồng thời cả 4 đường thẳng đã cho. Giá trị của biểu thức $2b-a$ bằng

A. 2 B. -3 C. 3 D. -2

_____ **HẾT** _____

Câu 1: Số cách chọn ngẫu nhiên 2 học sinh từ 7 học sinh là

- A. 2^7 . B. A_7^2 . C. C_7^2 . D. 7^2 .

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -6 . B. 12 . C. 3 . D. -3 .

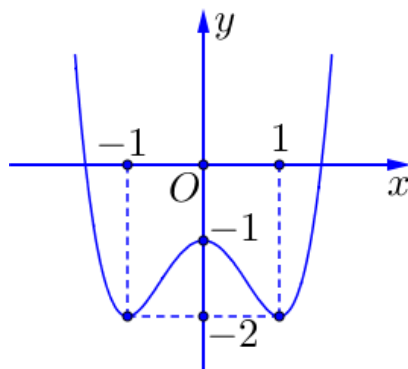
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		1		4	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(1; 4)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = -2$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

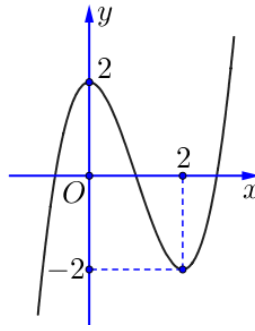
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0 . B. 2 . C. 1 . D. 3 .

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = 2$. D. $x = 1$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 3. C. 1. D. -3.

Câu 9: Với $a; b$ là hai số dương tùy ý thì $\log(a^3b^2)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $3\left(\log a + \frac{1}{2}\log b\right)$. B. $2\log a + 3\log b$. C. $3\log a + \frac{1}{2}\log b$. D. $3\log a + 2\log b$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = 3^x \cdot \ln 3$. B. $y' = 3^{x-1}$. C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $y' = 3^x$.

Câu 11: Cho a là một số thực dương tùy ý. Viết $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa của a với số mũ hữu tỉ.

- A. $a^{\frac{7}{6}}$. B. $a^{\frac{7}{3}}$. C. $a^{\frac{5}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{3}}$.

Câu 12: Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 13: Phương trình $\log_2(3x+1) = 4$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{7}{3}$. B. $x = 6$. C. $x = 5$. D. $x = \frac{13}{6}$.

Câu 14: Biết $\int f(x)dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$. B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) \cdot F(a)$.
C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$. D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$.

Câu 15: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin x$ là

- A. $x^2 + \cos x + C$. B. $x^2 - \cos x + C$. C. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$. D. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)dx = 10$, $\int_3^4 f(x)dx = 4$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x)dx$.

- A. 4. B. 7. C. 3. D. 6.

- Câu 29:** Chọn ngẫu nhiên ba số phân biệt bất kì trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được ba số có tích là số lẻ bằng
- A. $\frac{2}{19}$. B. $\frac{17}{19}$. C. $\frac{5}{19}$. D. $\frac{7}{19}$.
- Câu 30:** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 12x + 3m - 7$ với m là tham số. Số các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ là
- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.
- Câu 31:** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x - 2$. B. $y = \frac{3x+1}{x+1}$.
- C. $y = -\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x - 2$. D. $y = x^4 + x^2 + 1$.
- Câu 32:** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[-3; 0]$. Tính giá trị biểu thức $P = m - M$.
- A. -64. B. 64. C. 68. D. -68.
- Câu 33:** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 7x) + 3}$ là
- A. $[-8; -7) \cup (0; 1]$. B. $[-8; -7) \cup (0; 1)$. C. $[-8; -7] \cup (0; 1]$. D. $(-8; -7) \cup (0; 1)$.
- Câu 34:** Cho số phức $z = 2 + i$. Mô đun của số phức $w = \bar{z} + 3z$ bằng
- A. $2\sqrt{17}$. B. $\sqrt{17}$. C. 17. D. 68.
- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng
- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 50° .
- Câu 36:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $a\sqrt{3}$. D. $2a\sqrt{3}$.
- Câu 37:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-3; 0; 1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là
- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z = 0$.
- C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 12 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 6 = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 5z - 1 = 0$ có phương trình là

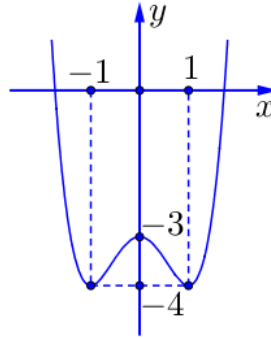
A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-4}{5}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-1}{5}$.

D. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{5}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 - 4x + 6}) - 2(x^2 - 4x)\sqrt{x^2 - 4x + 6} - 12\sqrt{x^2 - 4x + 6} + 1$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng

A. $12 - 2\sqrt{12}$.

B. $-12 - 12\sqrt{6}$.

C. $-12 - 2\sqrt{6}$.

D. $12 - 12\sqrt{6}$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2\log_3(x + y + 1) = \log_2(x^2 + 2x + 2y^2 + 1)$?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2(x^3 + 1)^3 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Biết hàm số $f(x)$ liên

tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 f(x)dx = a.e - \frac{b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$; $\frac{b}{c}$ tối giản ($e = 2,718281828\dots$). Biểu

thức $a + b + c + m$ có giá trị bằng

A. 13.

B. 35.

C. -11.

D. 36.

Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(z^2 - 2z + 7)\left[z - 2\left(\bar{z}\right)^2\right] = 0$?

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$ và M là trung điểm của đoạn BC . Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và khoảng cách giữa hai đường

thẳng SB , AM bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

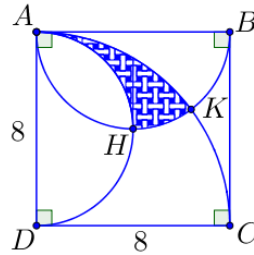
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{5}}{9}$.

Câu 44: Một bức tường lớn hình vuông có kích thước 8m x 8m trước đại sảnh của một toà biệt thự được sơn loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính AD , AB cắt nhau tại H ; đường tròn tâm D , bán kính AD cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K . Biết tam giác “cong” AHK được sơn màu xanh và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá là 1 triệu đồng và 1,5 triệu đồng. Tính số tiền phải trả để sơn bức tường trên (làm tròn đến hàng ngàn).



A. 60567000 (đồng). **B.** 70405000 (đồng). **C.** 67128000 (đồng). **D.** 86124000 (đồng).

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB = 2AC$ và điểm $M(2; 0; 4)$.

Biết điểm B thuộc đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, điểm C thuộc mặt phẳng

$(P): 2x + y - z - 2 = 0$ và AM là phân giác trong của tam giác ABC kẻ từ A ($M \in BC$).

Phương trình đường thẳng BC là

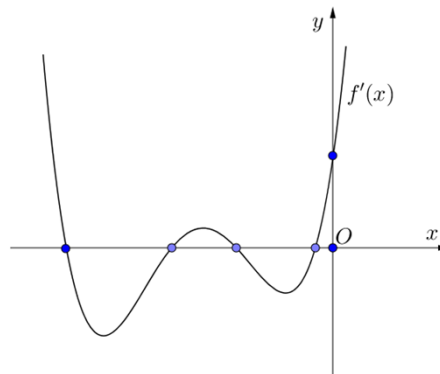
A.
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

Câu 46: Cho hàm đa thức $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Biết rằng $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại đúng 4 điểm phân biệt.

Hỏi hàm số $g(x) = |f(x^6) - x^3|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có đúng 9 số nguyên y thỏa mãn

$$(2^{y+1} - x^2)(3^y - x) < 0?$$

A. 64.

B. 67.

C. 128.

D. 53.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm xác định trên $[0; +\infty)$ và thỏa mãn $x(f'(x) + x) = (x+1)f(x)$; $f(1) = e + 1$. Biết rằng $\int_0^1 f(x)dx = \frac{a}{b}$; trong đó a, b là những số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó giá trị của $(2a + b)$ tương ứng bằng

A. 4 . **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7 .

Câu 49: Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z-6)(8-i\bar{z})$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 6$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

A. $-5 + \sqrt{73}$. **B.** $5 - \sqrt{21}$. **C.** $20 - 2\sqrt{73}$. **D.** $20 - 4\sqrt{21}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 đường thẳng: $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$; $d_3: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$; $d_4: \begin{cases} x = 6+t \\ y = a+3t \\ z = b+t \end{cases}$ (với tham số t và $a, b \in \mathbb{R}$). Biết rằng không có đường thẳng nào cắt đồng thời cả 4 đường thẳng đã cho. Giá trị của biểu thức $2b - a$ bằng

A. -2. **B.** 3 **C.** 2. **D.** -3.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 51: Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7 .

B. A_7^2 .

C. C_7^2 .

D. 7^2 .

Lời giải

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử. Số cách chọn 2 học sinh của 7 học sinh là: C_7^2 .

Câu 52: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -6 .

B. 12 .

C. 3 .

D. -3 .

Lời giải

Ta có: $q = \frac{u_2}{u_1} = -3$

Câu 53: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		4		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 3)$

B. $(3; +\infty)$

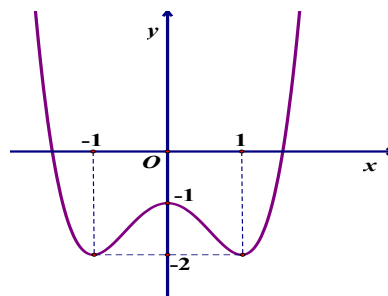
C. $(-\infty; -2)$

D. $(-2; +\infty)$

Lời giải

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.

Câu 54: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 55: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0 .

B. 2 .

C. 1 .

D. 3 .

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các giá trị $-1, 1$ nên hàm số $f(x)$ có 2 cực trị.

Câu 56: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là

A. $x = -1$

B. $y = -1$

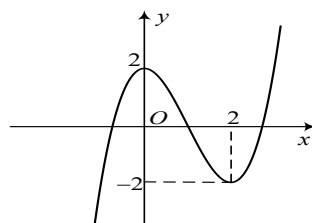
C. $y = 2$

D. $x = 1$

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là nghiệm phương trình $cx+d=0$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là $x = -1$

Câu 57: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$

Lời giải

+ Từ đồ thị ta thấy, đây là đồ thị hàm bậc ba với hệ số $a > 0 \Rightarrow$ loại **A, B**

+ Đồ thị đi qua điểm $A(0;2)$ nên chọn đáp án **C.**

Câu 58: Đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. -3 .

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung: Cho $x=0$ suy ra $y = -3$.

Chọn đáp án **D.**

Câu 59: Với $a; b$ là hai số dương tùy ý thì $\log(a^3b^2)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

A. $3\left(\log a + \frac{1}{2}\log b\right)$.

B. $2\log a + 3\log b$.

C. $3\log a + \frac{1}{2}\log b$.

D. $3\log a + 2\log b$.

Lời giải

Áp dụng công thức lôgarit của tích và tính chất lôgarit ta phân tích được:

$$\log(a^3b^2) = \log a^3 + \log b^2 = 3\log a + 2\log b$$

Câu 60: Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $y' = 3^x \cdot \ln 3$.

B. $y' = 3 \cdot 3^{x-1}$.

C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$.

D. $y' = x \cdot 3^{x-1}$.

Lời giải

Ta có $y = a^x \Rightarrow y' = a^x \cdot \ln a$ nên $y = 3^x$ có $y' = 3^x \cdot \ln 3$

Câu 61: Cho a là một số thực dương tùy ý. Viết $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

A. $a^{\frac{7}{6}}$.

B. $a^{\frac{7}{3}}$.

C. $a^{\frac{5}{3}}$.

D. $a^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Ta có $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 62: Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Ta có $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$

Câu 63: Phương trình $\log_2(3x+1) = 4$ có nghiệm là

A. $x = \frac{7}{3}$.

B. $x = 6$.

C. $x = 5$.

D. $x = \frac{13}{6}$.

Lời giải

Ta có: Điều kiện: $x > \frac{-1}{3}$.

Với điều kiện trên, phương trình: $\log_2(3x+1) = 4 \Leftrightarrow 3x+1 = 2^4 \Leftrightarrow 3x = 15 \Leftrightarrow x = 5$ (Thỏa mãn)

Chọn đáp án **C.**

Câu 64: Biết $\int f(x)dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x)dx = F(b) \cdot F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$.

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa tích phân ta có đáp án là **A**

Câu 65: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin x$ là

A. $x^2 + \cos x + C$.

B. $x^2 - \cos x + C$.

C. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$.

D. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$.

Lời giải

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản:

$$\int f(x)dx = \int (x + \sin x)dx = \int xdx + \int \sin xdx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$$

Câu 66: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)dx = 10$, $\int_3^4 f(x)dx = 4$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x)dx$

A. 4.

B. 7.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Áp dụng tính chất tích phân, ta có

$$\int_0^4 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx \Leftrightarrow 10 = \int_0^3 f(x)dx + 4$$

$$\Rightarrow \int_0^3 f(x)dx = 10 - 4 = 6$$

Câu 67: Cho tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx$.

A. $J = 6$.

B. $J = 2$.

C. $J = 8$.

D. $J = 4$.

Lời giải

Áp dụng tính chất tích phân, ta có $J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx = 3 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 2 dx = 3 \cdot 2 - 4 = 2$

Câu 68: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(1; 2)$

B. $P(-1; 2)$

C. $N(1; -2)$

D. $M(-1; -2)$

Lời giải

Điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$ là điểm $P(-1; 2)$

Câu 69: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. -3

B. 3

C. 4

D. $4i$

Lời giải

Ta có $z_1 + z_2 = 3 + 4i$ nên phần ảo là 4

Câu 70: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$

A. $\bar{z} = 3 + i$

B. $\bar{z} = -3 + i$

C. $\bar{z} = 3 - i$

D. $\bar{z} = -3 - i$

Lời giải

Ta có $z = i(3i + 1) = -3 + i$ nên số phức liên hợp của z là $\bar{z} = -3 - i$

Câu 71: Một hình nón có diện tích xung quanh và diện tích toàn phần lần lượt là 6π , 10π (đvdt). Thể tích hình nón đó bằng

A. $\frac{4\sqrt{5}}{3}\pi$ (đvtt).

B. 16π (đvtt).

C. $\frac{4}{3}\pi$ (đvtt).

D. π (đvtt).

Ta có $\begin{cases} S_{xq} = \pi rl \\ S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \pi rl = 6\pi \\ \pi rl + \pi r^2 = 10\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 2 \\ l = 3 \end{cases}$ suy ra chiều cao của khối nón là

$$h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5} \text{ suy ra } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4\sqrt{5}}{3}\pi \text{ (đvtt)}$$

Câu 72: Thể tích của khối lập phương là 27 cm^3 . Diện tích toàn phần của hình lập phương tương ứng là

A. 54 cm^2 .

B. 36 cm^2 .

C. 9 cm^2 .

D. 16 cm^2 .

Gọi cạnh của hình lập phương là $a(\text{cm})$.

Ta có $V = a^3 \Leftrightarrow a^3 = 27 \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow S_{tp} = 6a^2 = 54 \text{ cm}^2$

Câu 73: Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $S_{xq} = 2\pi rh$.

B. $S_{xq} = \pi rh$.

C. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi rh$.

D. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Ta có diện tích xung quanh của trụ là $S_{xq} = 2\pi rh$

Câu 74: Một hình nón có bán kính đáy $r = 4 \text{ cm}$ và diện tích xung quanh bằng $20\pi \text{ cm}^2$. Độ dài đường sinh của hình nón đó bằng

A. 5 cm .

B. $\frac{5}{2} \text{ cm}$.

C. $\frac{15}{4} \text{ cm}$.

D. 2 cm .

Ta có $S_{xq} = \pi r l = 20\pi$ và $r=4$ suy ra $l = 5$ cm.

Câu 75: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$, biết $A(1;-4;2)$, $B(2;1;-3)$, $C(3;0;-2)$ và $D(2;-5;-1)$. Trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ có tọa độ là

- A.** $G(2;-2;-1)$. **B.** $G(0;-1;-1)$. **C.** $G(6;-3;-3)$. **D.** $G(2;-1;-1)$.

Ta có tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ là

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = -2 \\ z_G = -1 \end{cases} \Rightarrow G(2;-2;-1)$$

Câu 76: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 36$ có tọa độ tâm I là

- A.** $I(-2;-3;5)$. **B.** $I(2;3;-5)$. **C.** $I\left(-1;-\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $I\left(1;\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$.

Ta có tọa độ tâm của mặt cầu (S) là $I(-2;-3;5)$

Câu 77: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-10=0$. Điểm nào sau đây **không** thuộc mặt phẳng (α) ?

- A.** $N(4;-1;1)$. **B.** $M(2;-3;2)$. **C.** $P(0;5;20)$. **D.** $Q(-2;3;18)$.

Điểm không thuộc mặt phẳng (α) là $N(4;-1;1)$.

Câu 78: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;1)$ và $B(3;2;-3)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A.** $I(2;0;-1)$. **B.** $I(4;0;-2)$. **C.** $I(1;2;-2)$. **D.** $I(2;4;-4)$.

$$\text{Trung điểm của đoạn } AB \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 0 \\ z_I = -1 \end{cases} \Rightarrow I(2;0;-1)$$

Câu 79: Chọn ngẫu nhiên ba số bất kì trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được ba số có tích là số lẻ bằng

- A.** $\frac{2}{19}$. **B.** $\frac{17}{19}$. **C.** $\frac{5}{19}$. **D.** $\frac{7}{19}$.

Số phần tử của không gian mẫu là C_{20}^3

Số kết quả có lợi cho biến cố cần tính xác suất là C_{10}^3 suy ra $P = \frac{C_{10}^3}{C_{20}^3} = \frac{2}{19}$

Câu 80: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 12x + 3m - 7$. Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

- A.** 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Yêu cầu bài $\Leftrightarrow y' = 3x^2 - 6mx + 12 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \leq 0$
 $\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2, m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Câu 81: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x - 2$. **B.** $y = \frac{3x+1}{x+1}$.

C. $y = -\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x - 2$.

D. $y = x^4 + x^2 + 1$.

Giải

Đáp án A

$$y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x - 2 \Rightarrow y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Vậy hàm số $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 82: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[-3; 0]$. Tính giá trị biểu thức $P = m - M$.

A. -64 .

B. 64 .

C. 68 .

D. -68 .

Giải

Đáp án A

$$f'(x) = 4x^3 - 4x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 0 \end{cases}, x = -1 \in (-3; 0)$$

Ta có: $f(-3) = 66, f(-1) = 2, f(0) = 3$

Khi đó $m = 2, M = 66 \Rightarrow P = m - M = -64$

Câu 83: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 7x) + 3}$ là

A. $[-8; -7) \cup (0; 1]$.

B. $[-8; -7) \cup (0; 1)$.

C. $[-8; -7] \cup (0; 1]$.

D. $(-8; -7) \cup (0; 1)$.

Giải

Đáp án A

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x^2 + 7x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 7x) + 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -7 \\ x > 0 \\ x^2 + 7x - 8 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -7 \\ x > 0 \\ -8 \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8 \leq x < -7 \\ 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

Câu 84: Cho số phức $z = 2 + i$. Phần ảo của số phức $w = \bar{z} + 3z$ là

A. 2 .

B. $2i$.

C. 8 .

D. -2 .

Giải

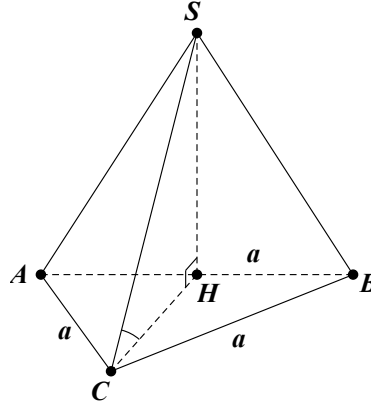
Đáp án A

$$w = \bar{z} + 3z = 2 - i + 6 + 3i = 8 + 2i$$

- Câu 85:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng
- A.** 30° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 50° .

Giải

Đáp án A



Gọi H là trung điểm của AB . Khi đó $SH \perp (ABC) \Rightarrow$ Góc giữa SC và (ABC) là góc $\widehat{SCH}$

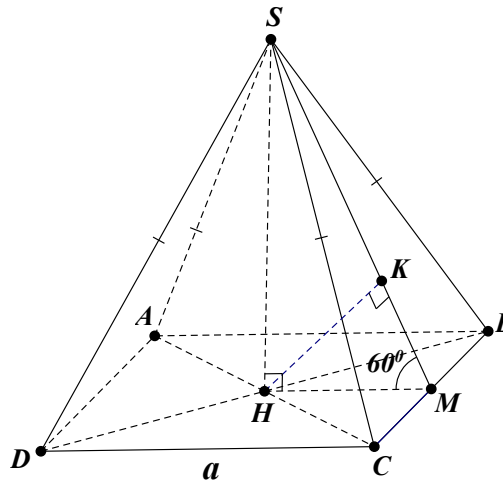
Ta có: $SH = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$, $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{CH} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCH} = 30^\circ$

- Câu 86:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và đáy bằng 60° . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Giải

Đáp án A



Gọi M là trung điểm của BC , H là tâm hình vuông $ABCD$, hạ $HK \perp SM$. Khi đó:

$SH \perp (ABCD)$ và góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMH} = 60^\circ$

Ta có: $d(H, (SBC)) = HK = HM \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Mặt khác, ta có: $d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 87: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(-3;0;1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 12 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 6 = 0$.

Giải

Chọn A

Gọi I là tâm mặt cầu đã cho. Khi đó I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Suy ra $I(-1;1;2)$.

Bán kính mặt cầu đã cho là $R = IA = \sqrt{(1+1)^2 + (2-1)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{6}$.

Phương trình mặt cầu đã cho là: $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6$ hay

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z = 0$$

Câu 88: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 5z - 1 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-4}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-1}{5}$. **D.** $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{5}$.

Giải

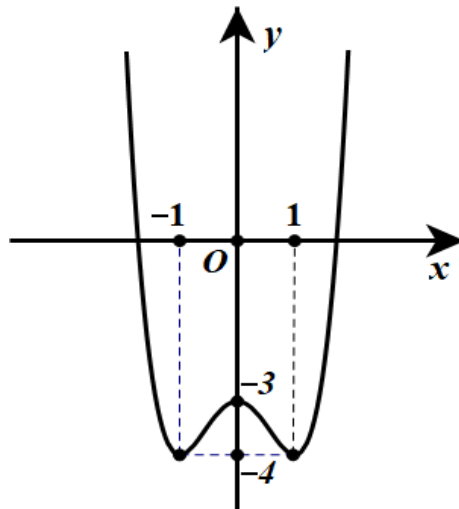
Chọn A

Chọn VTCP của đường thẳng đã cho là VTPT của mặt phẳng (P)

$$\vec{u} = \vec{n}_P = (1; -2; 5)$$

Đường thẳng đã cho đi qua điểm $A(2;3;-1)$ nên có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-4}{5}$

Câu 89: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 - 4x + 6}) - 2(x^2 - 4x)\sqrt{x^2 - 4x + 6} - 12\sqrt{x^2 - 4x + 6} + 1$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng

A. $12 - 2\sqrt{4}$.

B. $-12 - 12\sqrt{6}$.

C. $-12 - 2\sqrt{4}$.

D. $12 - 12\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị suy ra $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 4x + 6}$, $x \in [1; 4] \Rightarrow t \in [\sqrt{2}; \sqrt{6}]$.

Ta có: $g(x) = f(\sqrt{x^2 - 4x + 6}) - 2(x^2 - 4x + 6)\sqrt{x^2 - 4x + 6} + 1$

Suy ra hàm số đã cho trở thành

$$h(t) = f(t) - 2t^3 + 1 \Rightarrow h'(t) = f'(t) - 6t^2$$

$$h(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) - 6t^2 = 0 \Leftrightarrow 4t^3 - 6t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \notin (\sqrt{2}; \sqrt{6}) \\ t = -\frac{1}{2} \notin (\sqrt{2}; \sqrt{6}) \\ t = 2 \in (\sqrt{2}; \sqrt{6}) \end{cases}$$

Ta có:

$$h(\sqrt{2}) = f(\sqrt{2}) - 2(\sqrt{2})^3 + 1 = -2 - 4\sqrt{2};$$

$$h(2) = f(2) - 2(2)^3 + 1 = -10$$

$$h(\sqrt{6}) = f(\sqrt{6}) - 2(\sqrt{6})^3 + 1 = 22 - 12\sqrt{6}$$

Suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(t)$ trên đoạn $[\sqrt{2}; \sqrt{6}]$ lần lượt là $22 - 12\sqrt{6}$ và -10 .

Vậy tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $g(x)$ trên $[1; 4]$ là tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $h(t)$ trên $[\sqrt{2}; \sqrt{6}]$ và bằng $12 - 12\sqrt{6}$.

Câu 90: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2\log_3(x+y+1) = \log_2(x^2 + 2x + 2y^2 + 1)$?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Đặt $X = x + 1$. Khi đó, ta có $2\log_3(X+y) = \log_2(X^2 + 2y^2) \Leftrightarrow \log_3(X+y) = \log_4(X^2 + 2y^2)$

$$\text{Đặt } \log_3(X+y) = \log_4(X^2 + 2y^2) = t \Rightarrow \begin{cases} X+y = 3^t \\ X^2 + 2y^2 = 4^t \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4^t = X^2 + \frac{y^2}{1} \geq \frac{(X+y)^2}{1+1} = \frac{3^{2t}}{2} = \frac{2}{3} \cdot 9^t \Rightarrow 3 \cdot 4^t \geq 2 \cdot 9^t \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^t \geq \frac{2}{3} \Rightarrow t \leq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 0 < X+y \leq \sqrt{3} \\ 0 < X^2 + 2y^2 \leq 2 \end{cases}$$

Ta có: $X^2 + 2y^2 \leq 2 \Rightarrow 0 \leq X^2 \leq 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq X \leq \sqrt{2} \Rightarrow X \in \{-1; 0; 1\}$ do X nguyên.

+ Với $X = 0$, ta có

$$\begin{cases} y = 3^t \\ 2y^2 = 4^t \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 9^t = 4^t \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^t = 2 \Leftrightarrow t = \log_{\frac{4}{9}} 2 \Rightarrow y = 3^{\log_{\frac{4}{9}} 2}.$$

$$+ \text{ Với } X=1, \text{ ta có } \begin{cases} y=3^t-1 \\ 2y^2=4^t-1 \end{cases} \Rightarrow 2.(3^t-1)^2=4^t-1. (*)$$

Ta thấy $t=0$ là nghiệm của $(*) \Rightarrow$ Phương trình đã cho có nghiệm $y=0$.

$$+ \text{ Với } X=-1, \text{ ta có } \begin{cases} y=3^t+1 \\ 2y^2=4^t-1 \end{cases}$$

$$\text{Vì } y=3^t+1 \Rightarrow y>1$$

Mặt khác, ta có:

$$X^2+2y^2 \leq 2 \Rightarrow 0 \leq 2y^2 \leq 2 \Rightarrow 2y^2 \leq 2 \Rightarrow y^2 \leq 1 \Rightarrow |y| \leq 1$$

Do vậy $y>1$ là không thỏa mãn nên $X=-1$ không thỏa mãn

Vậy $X \in \{0;1\}$ hay $x \in \{-1;0\}$ thì tồn tại số thực y thỏa mãn

$$2 \log_3(x+y+1) = \log_2(x^2+2x+2y^2+1).$$

Câu 91: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^x + m & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2(x^3+1)^3 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ (với m là tham số). Biết hàm số $f(x)$ liên

tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 f(x) dx = a.e - \frac{b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$; $\frac{b}{c}$ tối giản ($e = 2,718281828$). Biểu thức

$a+b+c+m$ bằng

A. 13.

B. 35.

C. -11.

D. 36.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Ta có với $\forall x > 0$ khi đó $f(x) = e^x + m$ hoặc $\forall x < 0$ khi đó $f(x) = x^2(x^3+1)^3$ nên hàm số $y = f(x)$ đã liên tục trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ với mọi giá trị của tham số m .

Xét tại $x=0$, ta được:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x + m) = 1 + m; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x^2(x^3+1)^3] = 0 \text{ và } f(0) = 1 + m.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi liên tục tại $x=0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$

$$\Leftrightarrow 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -1.$$

Khi đó $\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx = I + J$ trong đó:

$$I = \int_{-1}^0 x^2(x^3+1)^3 dx = \frac{1}{3} \int_{-1}^0 (x^3+1)^3 d(x^3+1) = \frac{(x^3+1)^4}{12} \Big|_{-1}^0 = \frac{1}{12}.$$

$$J = \int_0^1 (e^x - 1) dx = (e^x - x) \Big|_0^1 = e - 2.$$

$$\text{Từ đó ta được } \int_{-1}^1 f(x) dx = e - 2 + \frac{1}{12} = 1.e - \frac{23}{12}.$$

Từ đó ta tìm được $a=1$; $b=23$; $c=12$; $m=-1$ nên $a+b+c+m=1+23+12+(-1)=35$.

Câu 92: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(z^2 - 2z + 7)(z - 2\bar{z}^2) = 0$?

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có } (z^2 - 2z + 7)(z - 2\bar{z}^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 - 2z + 7 = 0 & (1) \\ z - 2\bar{z}^2 = 0 & (2) \end{cases}.$$

Ta thấy (1) có hai nghiệm $z = 1 \pm \sqrt{6}i$.

Xét phương trình (2). Giả sử số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = a - bi$

Theo đề bài, $a + bi - 2(a - bi)^2 = 0 \Leftrightarrow a - 2a^2 + 2b^2 + (b + 4ab)i = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 2a^2 + 2b^2 = 0 & (3) \\ b + 4ab = 0 & (4) \end{cases}.$$

$$\text{Xét phương trình (4)} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ a = -\frac{1}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Khi } b = 0 \text{ thế vào (3) ta được } a - 2a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Khi } a = -\frac{1}{4} \text{ thế vào (3) ta được } 2b^2 - \frac{3}{8} = 0 \Leftrightarrow b = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy có 6 số phức thỏa mãn.

Câu 93: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 2a$ và M là trung điểm của đoạn BC . Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và khoảng cách giữa hai đường

thẳng SB , AM bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

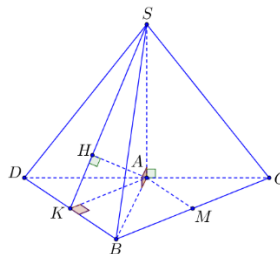
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{5}}{9}$.

Lời giải



Gọi D là điểm đối xứng của điểm C qua điểm A suy ra $AM \parallel BD$ và $AM \parallel (SBD)$. Do đó $d(AM, SB) = d(AM, (SBD)) = d(A, (SBD))$.

Gọi K , H lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A , H lên BD và SK , từ đó chứng minh được $AH = d(A, (SBD)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Từ giả thiết và cách dựng ta được $AB = \frac{1}{2}CD \Rightarrow \triangle DBC$ vuông tại $B \Rightarrow AK \parallel BC$ và ta được $AK = a$.

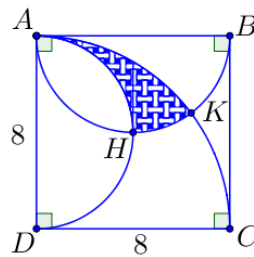
Từ hệ thức lượng cho tam giác vuông SAK có đường cao AH ta được

$$\frac{1}{SA^2} = \frac{1}{SH^2} - \frac{1}{AK^2} = \frac{3}{2a^2} - \frac{1}{a^2} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{BC}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2a}{\sqrt{2}}\right)^2 = a^2.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 94: Một bức tường lớn kích thước $8m \times 8m$ trước đại sảnh của một toà biệt thự được sơn loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính AD , AB cắt nhau tại H ; đường tròn tâm D , bán kính AD , cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K . Biết tam giác “cong” AHK được sơn màu xanh và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá là 1 triệu đồng và 1,5 triệu đồng. Tính số tiền phải trả (làm tròn đến hàng ngàn).

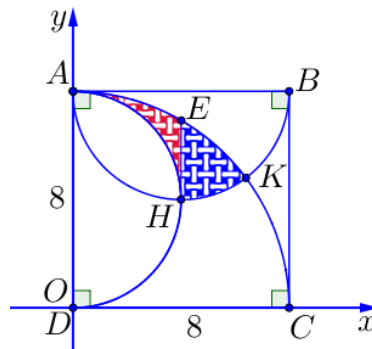


A. 60,567,000 (đồng). B. 70,405,000 (đồng).

C. 67,128,000 (đồng). D. 86,124,000 (đồng).

Lời giải

Chọn hệ toạ độ Oxy như hình vẽ sau



Để thấy cung AB có phương trình $y = f(x) = 8 - \sqrt{16 - (x-4)^2}$; cung AH có phương trình $y = g(x) = 4 + \sqrt{16 - x^2}$ và cung AC có phương trình $y = h(x) = \sqrt{64 - x^2}$. Để tìm được toạ độ các điểm $H(4; 4)$ và $K\left(6, 4; \frac{24}{5}\right)$.

Diện tích tam giác AHK là

$$S = S_{AHE} + S_{HEK} = \int_0^4 \left(\sqrt{64 - x^2} - 4 - \sqrt{16 - x^2} \right) dx + \int_4^{6,4} \left(\sqrt{64 - x^2} - 8 + \sqrt{16 - (x-4)^2} \right) dx$$

$$\approx 6,255085231.$$

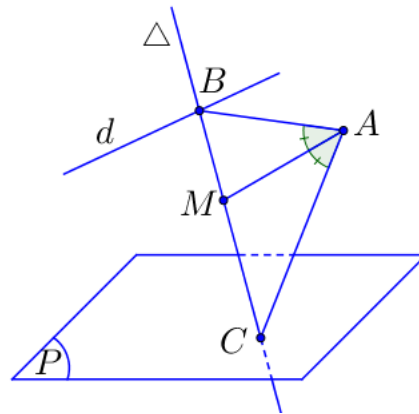
$$\text{Số tiền cần trả là } S \cdot 1,5 + (8^2 - S) \cdot 1 = 67,12754262.$$

Vậy số tiền cần trả là 67,128,000 (đồng).

Câu 95: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB=2AC$ với điểm $M(2;0;4)$. Biết điểm B thuộc đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, điểm C thuộc mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 2 = 0$ và AM là phân giác trong của tam giác ABC kẻ từ A ($M \in BC$). Phương trình đường thẳng BC là

- A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 4 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = 4 + t \end{cases}$ **D. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$**

Lời giải



Từ giả thiết ta có: $B \in d \Rightarrow B(t; t; t)$. Vì AM là phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ và $AB=2AC \Rightarrow \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC} = 2 \Rightarrow \overrightarrow{MB} = -2\overrightarrow{MC}$ (1).

Ta được $\overrightarrow{MB} = (t-2; t; t-4)$ và $\overrightarrow{MC} = (x_C-2; y_C; z_C-4)$ thế vào (1) và rút gọn ta được :

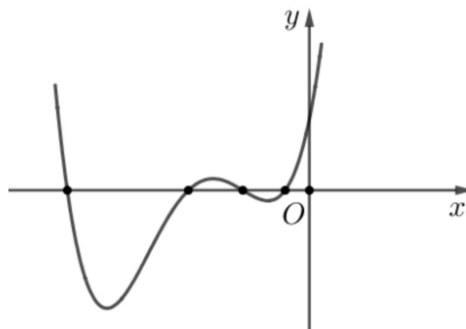
$$\begin{cases} x_C = 3 - 0,5t \\ y_C = -0,5t \\ z_C = 6 - 0,5t \end{cases} \text{ hay } C(3 - 0,5t; -0,5t; 6 - 0,5t).$$

Do C là điểm thuộc (P) nên $2(3 - 0,5t) + (-0,5t) - (6 - 0,5t) - 2 = 0 \Leftrightarrow -t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.
Suy ra $B(-2; -2; -2)$.

Đường thẳng BC đi qua điểm $B(-2; -2; -2)$ và nhận vector $\overrightarrow{BM} = (4; 2; 6)$ hay vector

$$\vec{u} = (2; 1; 3) \text{ là một vector chỉ phương nên có phương trình là } \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$$

Câu 96: Cho hàm đa thức $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Biết rằng $f(0) = 0$. Hỏi hàm số $g(x) = |f(x^6) - x^3|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

$$h(x) = f(x^6) - x^3 \Rightarrow h'(x) = 6x^5 f'(x^6) - 3x^2 = 3x^2 (2x^3 f'(x^6) - 1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ 2x^3 f'(x^6) - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Đặt: } u(x) = 2x^3 f'(x^6) - 1 \Rightarrow u'(x) = 6x^2 f'(x^6) + 12x^8 f''(x^6) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

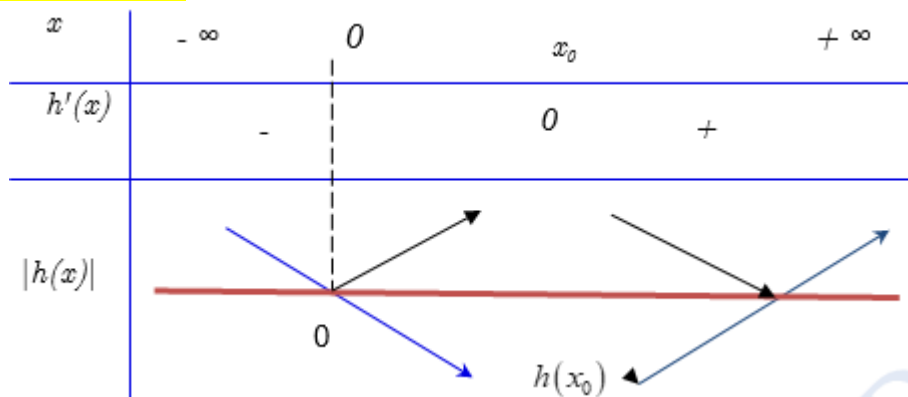
$$(\text{Từ đồ thị ta có } x^6 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} f'(x^6) > 0 \\ f''(x^6) > 0 \end{cases} \text{ do đó } \begin{cases} 6x^2 f'(x^6) \geq 0 \\ 12x^8 f''(x^6) \geq 0 \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R})$$

Nên $u(x) = 2x^3 f'(x^6) - 1$ đồng biến và liên tục trên $\mathbb{R}$ (do $f(x)$ là hàm đa thức $\Rightarrow u(x)$ là hàm

đa thức) và $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} u(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = +\infty \end{cases}$ suy ra phương trình $u(x) = 2x^3 f'(x^6) - 1 = 0$ có nghiệm duy nhất.

Giả sử $2x^3 f'(x^6) - 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 f'(x^6) = \frac{1}{2}$ có nghiệm là x_0 (do $f'(x_0^6) > 0$) $\Rightarrow x_0^3 > 0 \Rightarrow x_0 > 0$.

Ta có bảng biến thiên sau:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 1 điểm cực đại.

Câu 97: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có đúng 9 số nguyên y thỏa mãn

$$(2^{y+1} - x^2)(3^y - x) < 0?$$

A. 64.

B. 67.

C. 128.

D. 53.

Lời giải

$$\text{TH1: } \begin{cases} 2^{y+1} - x^2 > 0 \\ 3^y - x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \log_2 x^2 - 1 < y < \log_3 x \quad (1).$$

$$\text{Điều kiện cần } \log_2 x^2 - 1 < \log_3 x \Leftrightarrow 2 \log_2 x - 1 < \log_3 x \Leftrightarrow x < 1,65$$

$$\text{Vì } x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x = 1.$$

Thử lại $x = 1$ loại.

$$\text{TH2: } \begin{cases} 2^{y+1} - x^2 < 0 \\ 3^y - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \log_3 x < y < \log_2 x^2 - 1 \quad (2)$$

Để có đúng 9 số nguyên y ta phải có $y - 1 \leq \log_3 x < y < y + 1 < \dots < y + 8 < \log_2 x^2 - 1 \leq y + 9$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{y-1} \leq x < 3^y \\ 2^{\frac{y+9}{2}} < x \leq 2^{\frac{y+10}{2}} \end{cases}$$

$$\text{Hệ trên vô nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{\frac{y+10}{2}} < 3^{y-1} \\ 3^y \leq 2^{\frac{y+9}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 6,06... \\ y \leq 4,14... \end{cases}$$

$$\text{Từ đó, } y \text{ nguyên ta được hệ có nghiệm khi } \begin{cases} y = 5 \\ y = 6 \end{cases}$$

Do đó ta chỉ có hai trường hợp sau thỏa mãn bài toán

+ $y \in \{5; 6; \dots; 13\}$ nghĩa là $4 \leq \log_3 x < 5; 6; \dots; 13 < \log_2 x^2 - 1 \leq 14$, ta được $x \in \{129; \dots; 181\}$ có 53 số nguyên.

+ $y \in \{6; 7; \dots; 14\}$ nghĩa là $5 \leq \log_3 x < 6; 7; \dots; 14 < \log_2 x^2 - 1 \leq 15$, ta được $x \in \{243; \dots; 256\}$ có 14 số nguyên.

Vậy có $53 + 14 = 67$ số nguyên.

Câu 98: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm xác định trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn

$$x(f'(x) + x) = (x+1)f(x); f(1) = e+1. \text{ Biết rằng } \int_0^1 f(x)dx = \frac{a}{b}; \text{ trong đó } a, b \text{ là những số}$$

nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó giá trị của $(2a+b)$ tương ứng bằng:

A. 4.

B. 5.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

$$\text{Ta có: } x(f'(x) + x) = (x+1)f(x) \Leftrightarrow xf'(x) - xf(x) - f(x) = -x^2$$

$$\text{Với } x=0 \text{ ta có: } f(0) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Với } x \neq 0$$

$$\text{Chia cả hai vế cho } x^2: \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} - \frac{f(x)}{x} = -1 \Leftrightarrow \left[\frac{f(x)}{x} \right]' - \frac{f(x)}{x} = -1$$

$$\text{Nhân hai vế với } e^{-x}: e^{-x} \left[\frac{f(x)}{x} \right]' - e^{-x} \frac{f(x)}{x} = -e^{-x} \Leftrightarrow \left[\frac{f(x)}{x} \cdot e^{-x} \right]' = -e^{-x}$$

$$\text{Lấy nguyên hàm hai vế: } \frac{f(x)}{x} \cdot e^{-x} = e^{-x} + C$$

$$\text{Do } f(1) = e+1 \text{ nên: } \frac{f(1)}{1} \cdot e^{-1} = e^{-1} + C \Leftrightarrow C = 1$$

$$\text{Vậy } \frac{f(x)}{x} \cdot e^{-x} = e^{-x} + 1 \Leftrightarrow f(x) = x(1 + e^x) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } f(x) = x(1 + e^x) \text{ thỏa mãn yêu cầu đề bài}$$

$$\text{Khi đó: } \int_0^1 x(1 + e^x) dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + \int_0^1 xe^x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 + (xe^x - e^x) \Big|_0^1 = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Kết luận } (2a+b) = 2 \cdot 3 + 2 = 8.$$

Câu 99: Giả sử $z_1; z_2$ là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z-6)(8-i\bar{z})$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 6$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

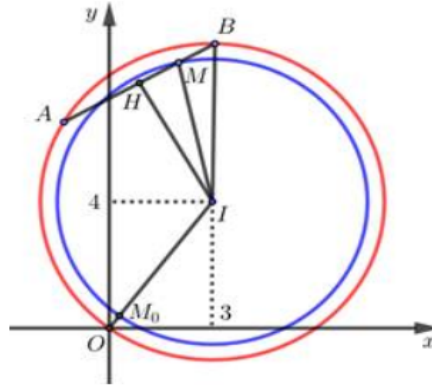
A. $-5+\sqrt{73}$.

B. $5-\sqrt{21}$.

C. $20-2\sqrt{73}$.

D. $20-4\sqrt{21}$.

Lời giải



Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Gọi $A; B$ lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1; z_2$.

Ta có: $|z_1 - z_2| = 6 \Rightarrow AB = 6$.

$$\begin{aligned} \text{Và } (z-6)(8-i\bar{z}) &= (x+yi-6)(8-xi-y) = [(x-6)+yi][(8-y)-xi] \\ &= [(x-6)(8-y)+xy] + [(8-y)y-(x-6)x]i = 8x+6y-48-(x^2+y^2-6x-8y)i. \end{aligned}$$

Theo giả thiết $(z-6)(8-i\bar{z})$ là số thực nên $x^2+y^2-6x-8y=0$

Do đó $A; B \in (C): x^2+y^2-6x-8y=0$ là đường tròn tâm $I(3; 4)$, bán kính $R=5$.

Xét điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{MO}+3\overrightarrow{OB}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}=4\overrightarrow{OM}$.

Gọi H là trung điểm AB , khi đó: $HI^2 = R^2 - HB^2 = 16$,

$$IM = \sqrt{HI^2 + HM^2} = \sqrt{4^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{73}}{2}.$$

Suy ra: Điểm M thuộc đường tròn (C_1) tâm $I(3; 4)$, bán kính $R_1 = \frac{\sqrt{73}}{2}$.

Ta có: $|z_1 + 3z_2| = |\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}| = |4\overrightarrow{OM}| = 4OM$

$$\Rightarrow |z_1 + 3z_2|_{\min} \Leftrightarrow 4OM_{\min} = 4|OI - R_1| = 4\left(5 - \frac{\sqrt{73}}{2}\right) = 20 - 2\sqrt{73}.$$

Vậy $|z_1 + 3z_2|_{\min} = 20 - 2\sqrt{73}$.

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$, biết rằng không có đường thẳng nào cắt đồng thời cả 4 đường thẳng

$$d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{1}; \quad d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}; \quad d_3: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}; \quad d_4: \begin{cases} x=6+t \\ y=a+3t \\ z=b+t \end{cases}. \text{ Giá trị của}$$

$2b-a$ bằng

A. -2

B. 3

C. 2 .

D. -3 .

Lời giải

Đường thẳng d_1 có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-1; 1; 1)$ và đi qua điểm $A(3; -3; 0)$.

Đường thẳng d_3 có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_3 = (1; -1; -1)$ và đi qua điểm $B(0; -2; -1)$.

$$\overrightarrow{BA} = (3; -1; 1).$$

Vì $\vec{u}_1, \vec{u}_3$ cùng phương và $\vec{u}_1$ không cùng phương $\overrightarrow{BA}$ nên $d_1 // d_3$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1, d_3 .

Khi đó (α) nhận $\vec{n}_\alpha = [\vec{BA}, \vec{u}_1] = -2(1; 2; -1)$ làm vec-tơ pháp tuyến và (α) đi qua $B(0; -2; -1)$ nên nó có phương trình là:

$$1(x - 0) + 2(y + 2) - (z + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - z + 3 = 0.$$

Dễ thấy $(\alpha): x + 2y - z + 3 = 0$ cắt $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ tại điểm $M(0; -1; 1)$.

d_4 có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}_4 = (1; 3; 1)$. Do $\vec{n}_\alpha \cdot \vec{u}_4 \neq 0$ nên α, d_4 cắt nhau. Gọi tọa độ giao điểm tương ứng của chúng là $N(6+t; a+3t; b+t)$.

$$\vec{MN} = (6+t; a+1+3t; b-1+t).$$

Vì không có đường thẳng nào cắt đồng thời cả 4 đường thẳng đã cho nên suy ra $\vec{MN}$ cùng phương với $\vec{u}_1 = (-1; 1; 1)$.

$$\Leftrightarrow \frac{6+t}{-1} = \frac{a+1+3t}{1} = \frac{b-1+t}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} a+1+3t = -6-t \\ b-1+t = -6-t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4t = 7+a \\ 4t = -10-2b \end{cases} \Rightarrow 2b-a = -3.$$