

PHẦN 8: CHUYÊN ĐỀ ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

CHỦ ĐỀ 8: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Bài 1

Tính thể tích thùng chứa rượu là một hình tròn xoay có 2 đáy là hình tròn bằng nhau và chiều cao bình là 16cm . Đường cong của bình là một cung tròn của đường tròn bán kính là 9 .

Hướng dẫn giải:

Không mất tính tổng quát ta xem tâm của đường tròn là tâm O của gốc tọa độ, khi đó ta có phương trình là $x^2 + y^2 = 81$, khi đó thể tích của bình là hình tròn xoay bị giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 81$ và, $y = 0; x = -8; x = 8$.

$$\text{Vậy thể tích là } V = \pi \int_{-8}^8 \left(\sqrt{81 - x^2} \right)^2 dx = \pi \int_{-8}^8 (81 - x^2) dx = \frac{2864}{3} \pi$$



Bài 2

Một Chi đoàn thanh niên đi dự trại ở một đơn vị bạn, họ dự định dựng một lều trại có dạng parabol (nhìn từ mặt trước, lều trại được căng thẳng từ trước ra sau, mặt sau trại cũng là parabol có kích thước giống như mặt trước) với kích thước: nền trại là một hình chữ nhật có chiều rộng là 3 mét, chiều sâu là 6 mét, đỉnh của parabol cách mặt đất là 3 mét. Hãy tính thể tích phần không gian phía trong trại để cử số lượng người tham dự trại cho phù hợp.

Hướng dẫn giải:

Giả sử nền trại là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$ mét, $BC = 6$ mét, đỉnh của parabol là I . Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho: O là trung điểm của cạnh AB , $A\left(-\frac{3}{2}; 0\right), B\left(\frac{3}{2}; 0\right), I(0; 3)$, phương trình của parabol có dạng: $y = ax^2 + b (a \neq 0)$, Do I, A, B thuộc (P) nên ta có: $y = -\frac{4}{3}x^2 + 3$. Vậy thể tích phần không gian phía trong trại

$$\text{là: } V = 6.2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-\frac{4}{3}x^2 + 3\right) dx = 36 (m^3)$$

Bài 3

Để trang trí cho một phòng trong một tòa nhà, người ta vẽ lên tường một hình như sau: trên mỗi cạnh của hình lục giác đều có cạnh bằng 2 dm một cánh hoa hình parabol, đỉnh của parabol cách cạnh 3 dm và nằm phía ngoài hình lục giác, hai đầu mút của cạnh cũng là hai điểm giới hạn của đường parabol đó. Hãy tính diện tích của hình nói trên (kể cả hình lục giác đều) để mua sơn trang trí cho phù hợp.

Hướng dẫn giải:

Giả sử $ABCDEF$ là hình lục giác đều có cạnh bằng 2 dm, ta tính diện tích một cánh hoa:

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho O là trung điểm của cạnh AB , $A(1; 0), B(-1; 0), I(0; 3)$ và đỉnh I của parabol. Phương trình của parabol có dạng: $y = ax^2 + b (a \neq 0)$, Do I, A, B thuộc (P) nên ta có: $y = -3x^2 + 3$. Do đó: diện tích mỗi cánh hoa là:

$$S_1 = \int_{-1}^1 (-3x^2 + 3) dx = 4 (dm^2)$$

$$\text{Vậy: Diện tích của hình là: } S = 6 \left(\frac{2^2 \sqrt{3}}{4} + 4 \right) = 6\sqrt{3} + 24 \approx 34,39 (dm^2)$$

Bài 4

Tính thể tích hình xuyên tạo thành do quay hình tròn $(C): x^2 + (y-2)^2 \leq 1$ quanh trục Ox .

Hướng dẫn giải:

Hình tròn (C) có tâm $I(0; 2)$, bán kính $R = 1$ là $x^2 + (y-2)^2 = 1$

Ta có: $(y-1)^2 = 1-x^2 \quad (-1 \leq x \leq 1) \Rightarrow \begin{cases} y = 2 + \sqrt{1-x^2} \\ y = 2 - \sqrt{1-x^2} \end{cases}$

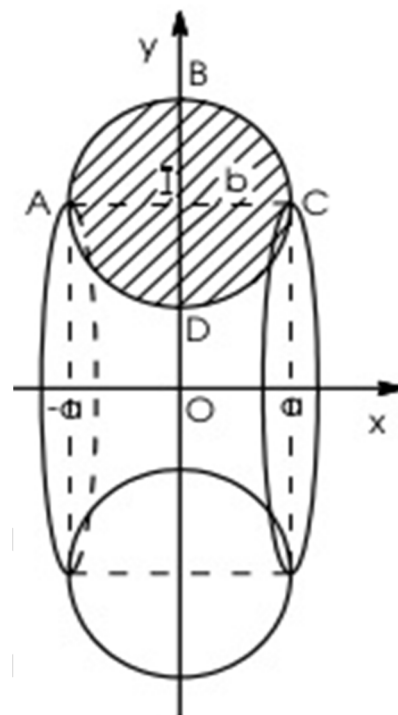
Thế

tích

cần

tính:

$$V = \pi \int_{-1}^1 \left[\left(2 + \sqrt{1-x^2} \right)^2 - \left(2 - \sqrt{1-x^2} \right)^2 \right] dx = 4\pi^2$$

**Bài 5**

Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = \frac{1}{2}(t^4 + 3t^2)$, t được tính bằng giây, s được tính bằng mét. Tìm vận tốc của chuyển động tại $t = 4$ (giây).

- A.** $v = 140 \text{ m/s}$. **B.** $v = 150 \text{ m/s}$. **C.** $v = 200 \text{ m/s}$. **D.** $v = 0 \text{ m/s}$.

THPT NGUYỄN TRƯỜNG TỘ

Hướng dẫn giải:

Ta có vận tốc của chuyển động tại t (giây):

$$v(t) = \left(\frac{t^4}{2} + \frac{3}{2}t^2 \right)' = 2t^3 + 3t \Rightarrow v(4) = 140 \text{ m/s}$$

Chọn đáp án A.

Bài 6

Bạn Minh ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới với vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5 \text{ (m/s)}$. Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là :

- A.** 36 m . **B.** 252 m . **C.** 1134 m **D.** 966 m .

THPT SỐ 3 TUY PHƯỚC

Hướng dẫn giải:

Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là :

$$S = \int_4^{10} (3t^2 + 5) dt = 966m$$

Chọn đáp án D.

Bài 7

Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 160 - 10t$ (m / s). Quãng đường mà vật chuyển động từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm mà vật dừng lại là:

- A. 1028 m. B. 1280 m. C. 1308 m. D. 1380 m.

Hướng dẫn giải:

Gọi t_0 là thời điểm vật dừng lại. Ta có $v(t_0) = 0$. Suy ra $t_0 = 16$.

Vậy $S = \int_0^{16} (160 - 10t) dt = 1280$ (m).

Chọn đáp án A.

Bài 8

Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian được tính bởi công thức $v(t) = 3t + 2$, thời gian tính theo đơn vị giây, quãng đường vật đi được tính theo đơn vị m. Biết tại thời điểm $t = 2s$ thì vật đi được quãng đường là 10m. Hỏi tại thời điểm $t = 30s$ thì vật đi được quãng đường là bao nhiêu?

- A. 1410m. B. 1140m. C. 300m. D. 240m.

CHUYÊN HÀ LONG

Hướng dẫn giải:

Quãng đường tại thời gian t : $S(t) = \int (3t + 2) dt = \frac{3}{2}t^2 + 2t + c$

Mà $S(2) = 10 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow S(t) = \frac{3}{2}t^2 + 2t$

Tại thời điểm $t = 30s$: $S(30) = 1410$

Chọn đáp án A.

Bài 9

Dòng điện xoay chiều chạy trong dây dẫn có tần số góc ω . Điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn trong $\frac{1}{6}$ chu kì dòng điện kể từ lúc dòng điện bằng không là Q_1 . Cường độ dòng điện cực đại là:

A. $6Q_1\omega$.

B. $2Q_1\omega$.

C. $Q_1\omega$.

D. $\frac{1}{2}Q_1\omega$.

THPT LẠC HỒNG

Hướng dẫn giải:

Cường độ dòng điện tại thời điểm t là $i = i_0 \sin \omega t$

$$Q_1 = \int_0^{\frac{T}{6}} i_0 \sin \omega t dt = \frac{i_0}{2\omega} \Rightarrow i_0 = 2Q_1\omega \text{ với } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Chọn đáp án B.

Bài 10

Giả sử một vật chuyển động có vận tốc thay đổi theo thời gian, $v = f(t)$ ($0 < t < T$). Chứng minh rằng quãng đường L vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ ($0 < a < b < T$) là: $L = F(b) - F(a)$, trong đó F là một nguyên hàm bất kì của f trên khoảng $(0; T)$.

(SGK 12 NC)

Hướng dẫn giải:

Gọi $s = s(t)$ là quãng thời đường đi được của vật cho đến thời điểm t . Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ là $L = s(b) - s(a)$. Mặt khác, ta đã biết $s'(t) = f(t)$, do đó $s = s(t)$ là một nguyên hàm của f . Thành thử, tồn tại một hằng số C sao cho $s(t) = F(t) + C$. Vậy $L = s(b) - s(a) = [F(b) + C] - [F(a) + C] = F(b) - F(a)$.

Bài 11

Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 (m/s) thì người người đạp phanh (còn gọi là “thắng”). Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

(SGK 12 NC)**Hướng dẫn giải:**

Lấy mốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu được đạp phanh. Gọi T là thời điểm ô tô dừng. Ta có $v(T) = 0$ suy ra $20 = 40T \Leftrightarrow T = 0,5$. Như vậy, khoảng thời gian từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn của ô tô là 0,5 giây. Trong khoảng thời gian 0,5 giây đó, ô tô di chuyển được quãng đường là $L = \int_0^{0,5} (20 - 40t) dt = (20t - 20t^2) \Big|_0^{0,5} = 5 \text{ (m)}$.

Bài 12

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2\sin 2t \text{ (m/s)}$. Tính quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = 0 \text{ (s)}$ đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4} \text{ (s)}$.

(SGK 12 NC)**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Quãng đường } S = \int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2\sin 2t) dt = \frac{3\pi}{4} - 1.$$

Bài 13

Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 (m/s) thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

(SGK 12 NC)**Hướng dẫn giải:**

Gọi $v(t)$ là vận tốc của vật. Ta có $v'(t) = a(t) = 3t + t^2$. Suy ra $v(t) = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + C$.

Vì $v(0) = 10$ nên suy ra $C = 10$. Vậy $v(t) = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10$.

Thành thử quãng đường vật đi được là $S = \int_0^{10} \left(\frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10 \right) dt = \frac{4300}{3} \text{ (m)}$.

Bài 14

Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu 25 (m/s) . Gia tốc trọng trường là $9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

- Sau bao lâu thì viên đạn đạt tới độ cao lớn nhất?
- Tính quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho đến khi chạm đất (tính chính xác đến hàng phần trăm).

(SGK 12 NC)

Hướng dẫn giải:

a) Gọi $v(t)$ là vận tốc của viên đạn. Ta có $v'(t) = a(t) = -9,8$.

Suy ra $v(t) = \int -9,8 dt = -9,8t + C$. Vì $v(0) = 25$ nên $C = 25$. Vậy $v(t) = -9,8t + 25$.

b) Gọi T là thời điểm viên đạn đạt độ cao lớn nhất. Tại đó viên đạn có vận tốc bằng 0.

Vậy $v(T) = 0$. Suy ra $T = \frac{25}{9,8} \approx 2,55 \text{ (giây)}$.

Vậy quãng đường viên đạn đi được cho đến khi rơi xuống đất là $2S \approx 31,89 \text{ (m)}$.

Bài 15

Giả sử một vật từ trạng nghỉ khi $t = 0 \text{ (s)}$ chuyển động thẳng với vận tốc $v(t) = t(5 - t) \text{ (m/s)}$. Tìm quãng đường vật đi được cho tới khi nó dừng lại.

(SGK 12 NC)

Hướng dẫn giải:

Vật dừng lại tại thời điểm $t = 5$. Quãng đường vật đi được là

$$S = \int_0^5 t(5-t) dt = \frac{125}{6} \text{ (m)}.$$

Bài 16

Một chất điểm A xuất phát từ vị trí O , chuyển động thẳng nhanh dần đều; 8 giây sau nó đạt đến vận tốc 6 (m/s) . Từ thời điểm đó nó chuyển động thẳng đều. Một chất điểm B xuất phát từ cùng vị trí O nhưng chậm hơn 12 giây so với A và chuyển động thẳng nhanh dần đều. Biết rằng B đuổi kịp A sau 8 giây (kể từ lúc B xuất phát). Tìm vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A .

(SGK 12 NC)

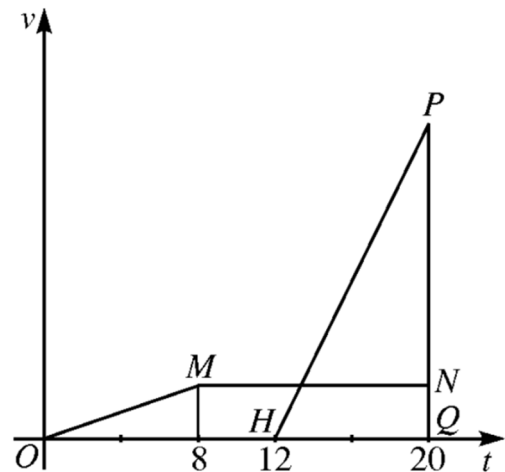
Hướng dẫn giải:

Thời điểm A và B gặp nhau là 20 giây kể từ lúc A xuất phát.

Đồ thị vận tốc của A là đường gấp khúc OMN . Quãng đường A đã đi được là diện tích hình thang $OMNQ$.

Diện tích của nó là $(20 + 12) \frac{6}{2} = 96$, do đó lúc gặp B , A đi được 96 (m) . Đồ thị vận tốc của B là đường thẳng HP .

Vì B xuất phát cùng vị trí với A nên quãng đường B đi được là 96 (m) .



Mặt khác, quãng đường B đã đi được bằng diện tích hình tam giác HPQ với $HQ = 8$ và PQ chính là vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A . Suy ra $96 = \frac{8PQ}{2} = 4PQ$ nên $PQ = 24$. Vậy vận tốc của B tại thời điểm nó đuổi kịp A là 24 (m/s) .

Bài 17

Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t) = \frac{4000}{1+0,5t}$ và lúc đầu đám vi trùng có 250000 con. Hỏi sau 10 ngày số lượng vi trùng là bao nhiêu?

SGK BT 12 NC**Hướng dẫn giải:**

Ta có: $N(t) = \int \frac{4000}{1+0,5t} dt = 8000 \ln(1+0,5t) + 250\,000.$

$$N(10) = 8000 \ln 6 + 250\,000 \approx 264334.$$

Kết quả: $\approx 264334.$

Bài 18

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s) có gia tốc $v'(t) = \frac{3}{t+1}$ (m/s^2). Vận tốc ban đầu của vật là 6 (m/s). Hỏi vận tốc của vật sau 10 giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

SGK BT 12 NC**Hướng dẫn giải:**

Ta có: $v(t) = \int \frac{3}{t+1} dt = 3 \ln(t+1) + c$ mà

$$v(0) = 6 \Rightarrow c = 6 \Rightarrow v(t) = 3 \ln(t+1) + 6$$

$$v(10) = 3 \ln 11 + 6 \approx 13 \text{ (m/s)}.$$

Kết quả: $\approx 13 \text{ (m/s)}.$

Bài 19

Vận tốc của một vật chuyển động là $v(t) = \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi}$ (m/s). Tính quãng đường di chuyển của vật đó trong khoảng thời gian 1,5 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

SGK BT 12 NC**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Quãng đường } S = \int_0^{1,5} \left[\frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi} \right] dt = \frac{3}{4\pi} + \frac{1}{\pi^2} \approx 0,34.$$

Bài 20

Vận tốc của một vật chuyển động là $v(t) = 1,2 + \frac{t^2 + 4}{t + 3}$ (m/s). Tính quãng đường di chuyển của vật đó trong khoảng thời gian 4 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

SGK BT 12 NC**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Quãng đường } S = \int_0^4 \left[1,2 + \frac{t^2 + 4}{t + 3} \right] dt = 0,8 - 13 \ln 3 + 13 \ln 7 \approx 11,81.$$

Bài 21

Một nhà sản xuất máy ghi âm với chi phí là 40 đôla/cái. Ông ước tính rằng nếu máy ghi âm bán được với giá x đôla/cái thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ cái. Biểu diễn lợi nhuận hàng tháng của nhà sản xuất bằng một hàm theo giá bán (gọi hàm lợi nhuận là $f(x)$ và giá bán là x), khi đó hàm cần tìm là

A. $f(x) = -x^2 + 120x$.

B. $f(x) = -x^2 + 120x + 40$.

C. $f(x) = x^2 - 120x + 40$.

D. $f(x) = -x^2 + 160x - 4800$.

Hướng dẫn giải:

Lợi nhuận hàng tháng của nhà sản xuất là

$$f(x) = (120 - x)x - (120 - x)40 = -x^2 + 160x - 4800$$

Chọn đáp án D.

Bài 22

Một người chạy xe máy chuyển động thẳng theo phương trình $S(t) = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây (s), S tính bằng mét (m). Gia tốc của xe máy lúc $t = 2s$ bằng?

A. 4 m/s^2

B. 6 m/s^2

C. 8 m/s^2

D. 12 m/s^2

Hướng dẫn giải:

Vận tốc tại thời điểm t giây là $v(t) = (S(t))' = 3t^2 - 6t + 4$

Gia tốc tại thời điểm t giây là $a(t) = (v(t))' = 6t - 6$

Suy ra gia tốc tại thời điểm $t = 2s$ giây là $a(2) = 6$

Chọn đáp án B.

Bài 23

Một vật chuyển động với vận tốc ban đầu $5m/s$ và có gia tốc được xác định bởi công thức $a = \frac{2}{t+1} (m/s^2)$. Vận tốc của vật sau 10s đầu tiên là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

A. $10m/s$

B. $9m/s$

C. $11m/s$

D. $12m/s$

Hướng dẫn giải:

Ta có $v(t) = \int \frac{2}{t+1} dt = 2 \ln(t+1) + c$

Mà vận tốc ban đầu $5m/s$ tức là: $v(0) = 5 \Leftrightarrow 2 \ln(0+1) + c = 5 \Leftrightarrow c = 5$.

Nên $v(t) = 2 \ln(t+1) + 5$.

Vận tốc của vật sau 10s đầu tiên là: $v(10) = 2 \ln(11) + 5 \approx 9.8$

Chọn đáp án A.

Bài 24

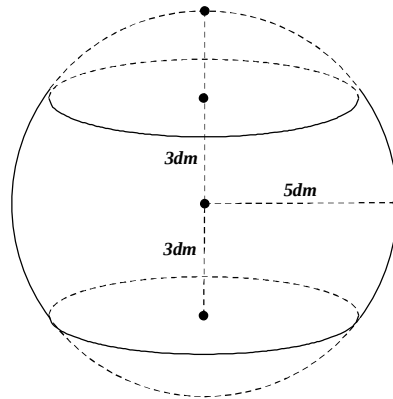
Một khối cầu có bán kính $5dm$, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng vuông góc bán kính và cách tâm $3dm$ để làm một chiếc lu đựng. Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.

A. $132\pi (dm^3)$

B. $41\pi (dm^3)$

C. $\frac{100}{3}\pi (dm^3)$

D. $43\pi (dm^3)$

**Hướng dẫn giải:**

Đặt hệ trục với tâm O , là tâm của mặt cầu; đường thẳng đứng là Ox , đường ngang là Oy ; đường tròn lớn có phương trình $x^2 + y^2 = 25$.

Thể tích là do hình giới hạn bởi Ox , đường cong $y = \sqrt{25 - x^2}, x = 3, x = -3$ quay quanh Ox là: $V = \pi \int_{-3}^3 (25 - x^2) dx = 132\pi$

Chọn đáp án A.

Bài 25

Một vật di chuyển với gia tốc $a(t) = -20(1 + 2t)^{-2} (m^2 / s)$. Khi $t = 0$ thì vận tốc của vật là $30m / s$. Tính quãng đường vật đó di chuyển sau 2 giây (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

A. $S = 106m$.

B. $S = 107m$.

C. $S = 108m$.

D. $S = 109m$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có } v(t) = \int a(t) dt = \frac{10}{1 + 2t} + C.$$

Theo đề ta có $v(0) = 30 \Leftrightarrow C = 20$

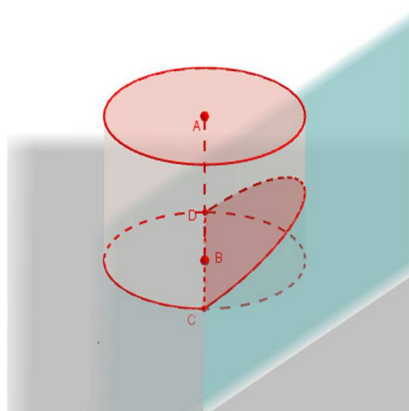
Vậy quãng đường vật đó đi được sau 2 giây là:

$$S = \int_0^2 \left(\frac{10}{2t+1} + 20 \right) dt = 5 \ln 5 + 100 \approx 108m.$$

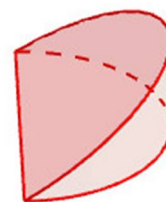
Chọn đáp án C.

Bài 26

Từ một khúc gỗ hình trụ có đường kính $30cm$, người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và nghiêng với đáy một góc 45° để lấy một hình nêm (xem hình minh họa dưới đây)



Hình 1



Hình 2

Kí hiệu V là thể tích của hình nêm (hình 2). Tính V .

A. $V = 2250cm^3$ **B.** $V = \frac{2250}{\pi} \pi cm^3$ **C.** $V = 1250cm^3$ **D.** $V = 1350cm^3$

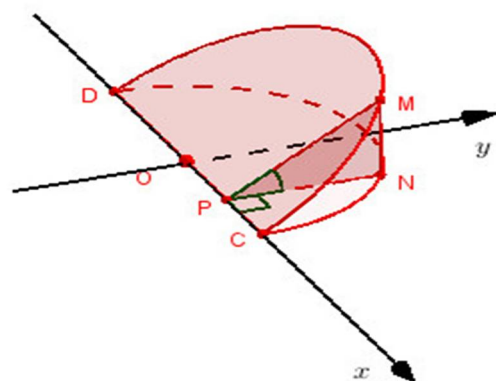
Hướng dẫn giải:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó hình nêm có đáy

là nửa hình tròn có phương trình :
 $y = \sqrt{225 - x^2}, x \in [-15; 15]$

Một mặt phẳng cắt vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x, x \in [-15; 15]$

cắt hình nêm theo thiết diện có diện tích là $S(x)$ (xem hình).



Dễ thấy $NP = y, MN = NP \tan 45^\circ = y = \sqrt{15 - x^2}$

Khi đó $S(x) = \frac{1}{2} MN \cdot NP = \frac{1}{2} (225 - x^2) \Rightarrow S(x) = \frac{1}{2} MN \cdot NP = \frac{1}{2} (225 - x^2)$

Suy ra thể tích hình nêm là: $V = \int_{-15}^{15} S(x) dx = 2250 \text{ cm}^3$

Chọn đáp án A.

Bài 27

Tập đoàn dầu khí Việt Nam PVC dự định đầu tư một khu sản xuất, chế biến dầu thô tại TP.Quảng Ngãi. Giả sử sau t năm đầu tư, dự án đầu tư lần một sẽ phát sinh lợi nhuận với tốc độ $P_1(t) = 50 + t^2$ trăm đôla/năm, tiếp sau đó dự án lần hai sẽ phát sinh lợi nhuận với tốc độ $P_2(t) = 200 + 5t$ trăm đôla/năm. Biết sau thời gian t năm thì tốc độ lợi nhuận của dự án hai bằng một nửa với tốc độ lợi nhuận với dự án một. Tính lợi nhuận vượt thực tế cho khoảng thời gian trên

A. 6676,4 đô

B. 6576,4 đô

C. 5676,4 đô

D. 6679,4 đô

Hướng dẫn giải:

Khoảng thời gian để tốc độ sinh lợi nhuận để dự án hai bằng một nửa dự án lần một khi:

$$P_1(t) = 2P_2(t) \Leftrightarrow 50 + t^2 = 400 + 10t \Leftrightarrow t^2 - 10t - 350 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 + 5\sqrt{15} \\ t = 5 - 5\sqrt{15} \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = 5 + 5\sqrt{15} \text{ năm.}$$

Lợi nhuận vượt trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 5 + 5\sqrt{15}$ sẽ xác định bằng tích phân sau:

$$\begin{aligned} L &= \int_0^{5+5\sqrt{15}} [P_2(t) - P_1(t)] dt = \int_0^{5+5\sqrt{15}} [(400 + 10t) - (50 + t^2)] dt \\ &= \int_0^{5+5\sqrt{15}} (350 + 10t - t^2) dt \\ &= \left(350t + 5t^2 - \frac{1}{3}t^3 \right) \Big|_0^{5+5\sqrt{15}} = 6674.6 \end{aligned}$$

Chọn đáp án A.

Bài 28

Trong giờ thực hành môn Vật Lí. Một nhóm sinh viên đã nghiên cứu về sự chuyển động của các hạt. Trong quá trình thực hành thì nhóm sinh viên này đã phát hiện một hạt proton di chuyển trong điện trường với biểu thức gia tốc (theo cm / s^2) là: $a = -20(1 + 2t)^{-2}$. Với t của ta được tính bằng giây. Nhóm sinh viên đã tìm hàm vận tốc v theo t , biết rằng khi $t = 0$ thì $v = 30m / s^2$. Hỏi biểu thức đúng là?

A. $v = \left(\frac{10}{1 + 2t} + 25 \right) cm / s^2$

B. $v = \left(\frac{10}{1 + t} + 20 \right) cm / s^2$

C. $v = \left(\frac{10}{1 + 2t} + 10 \right) cm / s^2$

D. $v = \left(\frac{10}{1 + 2t} + 20 \right) cm / s^2$

Hướng dẫn giải:

Trước hết để giải bài toán này ta cũng chú ý. Biểu thức vận tốc v theo thời gian t có gia tốc a là: $v = \int a dt$

Áp dụng công thức trên, ta có:

$$v = \int a dt = \int \frac{-20}{(1 + 2t)^2} dt$$

Đến đây ta đặt:

$$u = 1 + 2t \Rightarrow du = 2dt \Rightarrow dt = \frac{du}{2}.$$

$$v = \int \frac{-10}{u^2} du = \int -10u^{-2} du = \frac{10}{u} + K = \frac{10}{1 + 2t} + K.$$

Với $t = 0, v = 30 \Rightarrow K = 20$.

Vậy biểu thức vận tốc theo thời gian là: $v = \left(\frac{10}{1 + 2t} + 20 \right) cm / s^2$.

Chọn đáp án D.

Nhận xét: dựa trên nội dung công thức trên ta có thể tính toán, trả lời các câu hỏi trong Vật Lí ứng dụng và trong đời sống. Ta theo dõi các ví dụ tiếp theo.

Bài 29

Người ta tổ chức thực hành nghiên cứu thí nghiệm bằng cách như sau. Họ tiến hành quan sát một tia lửa điện bắn từ mặt đất bắn lên với vận tốc $15m/s$. Hỏi biểu thức vận tốc của tia lửa điện là?

A. $v = -9.8t + 15$

B. $v = -9.8t + 13$

C. $v = 9.8t + 15$

D. $v = -9.8t - 13$

Hướng dẫn giải:

Tia lửa chịu sự tác động của trọng lực hướng xuống nên ta có gia tốc $a = -9,8(m/s^2)$.

Ta có biểu thức vận tốc v theo thời gian t có gia tốc a là:

$$v = \int a dt = \int -9,8 dt = -9,8t + C.$$

Ở đây, với: $t = 0, v = 15m/s \Rightarrow C = 15$

Vậy ta được biểu thức vận tốc có dạng: $v = -9,8t + 15$.

Đến đây, ta nghĩ đến việc nếu lấy tích phân của vận tốc v lần nữa thì sẽ cho ta kết quả gì? Do đó, ta xét bài toán ứng dụng tiếp theo dưới đây.

Chọn đáp án A.

Bài 30

Người ta tổ chức thực hành nghiên cứu thí nghiệm bằng cách như sau. Họ tiến hành quan sát một tia lửa điện bắn từ mặt đất bắn lên với vận tốc $15m/s$. Hỏi sau 2,5 giây thì tia lửa điện đấy có chiều cao là bao nhiêu?

A. $6.235(m)$

B. $5.635(m)$

C. $4.235(m)$

D. $6.875(m)$

Hướng dẫn giải:

Tia lửa chịu sự tác động của trọng lực hướng xuống nên ta có gia tốc $a = -9,8(m/s^2)$.

Ta có biểu thức vận tốc v theo thời gian t có gia tốc a là:

$$v = \int a dt = \int -9,8 dt = -9,8t + C.$$

Ở đây, với $t = 0, v = 15m / s \Rightarrow C = 15$

Vậy ta được biểu thức vận tốc có dạng:

$$v = -9,8t + 15.$$

Lấy tích phân biểu thức vận tốc, ta sẽ có được biểu thức quãng đường:

$$s = \int v dt = \int (-9,8t + 15) dt = -4,9t^2 + 15t + K$$

Theo đề bài, ta được khi $t = 0 \Rightarrow s = 0 \Rightarrow K = 0$.

Vậy biểu thức tọa độ của quãng đường là: $s = -4,9t^2 + 15t$.

Khi $t = 2,5(s)$, ta sẽ được $s = 6,875(m)$.

Chọn đáp án D.

Bài 31

Một vật chuyển động có phương trình $v = 5 + at (m / s)$. Hỏi sau thời gian 5 giây thì vật chuyển động quãng đường là?

- A. $147,5(m)$ B. $157,5(m)$ C. $137,5(m)$ D. $127,5(m)$

Hướng dẫn giải:

Muốn tìm quãng đường, ta lấy tích phân hàm vận tốc, ta được:

$$s = \int v dt = \int (v_0 + at) dt = \int (5 + at) dt.$$

Do đó, quãng đường có biểu thức là:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 + C. (1)$$

Khi $t = 0 \Rightarrow s = 0 \Rightarrow C = 0$.

Theo đề bài: $t = 5(s), a = 9,8(m / s^2)$. Thay vào phương trình của (1) ta được:

$$s = 5.5 + \frac{1}{2} 9,8.5^2 = 147.5(m)$$

Chọn đáp án A.

Bài 32

Một ô tô đang chạy với vận tốc 8m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + 8 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0.2m .**B.** 2m .**C.** 6m .**D.** 8m .**Hướng dẫn giải:**

Ô tô còn đi thêm được 2 giây.

Quãng đường cần tìm là: $s = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^2 (-4t + 8) dt = \left(-\frac{4t^2}{2} + 8t\right) \Big|_0^2 = 8\text{(m)}$

Chọn đáp án D.

Bài 33

Tính thể tích vật thể tạo được khi lấy giao vuông góc hai ống nước hình trụ có cùng bán kính đáy bằng a .

A. $V = \frac{16a^3}{3}$

B. $V = \frac{2a^3}{3}$

C. $V = \frac{4a^3}{3}$

D. $V = a^3$

Hướng dẫn giải:

Ta thừa nhận công thức: $V = \int_a^b S(x) dx$ (*)

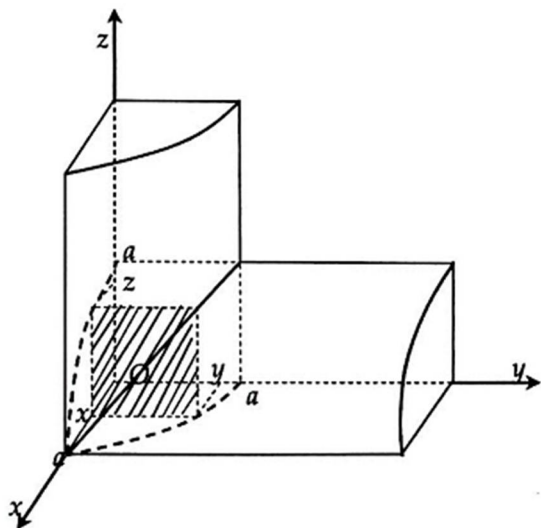
Trong đó $S(x)$ là diện tích của thiết diện của vật thể V . Thiết diện này vuông góc với trục Ox

tại $x \in [a; b]$ với a, b là các cận ứng với hai mặt phẳng song song và vuông góc với trục Ox ,

giới hạn vật thể V .

Việc nắm giữ vững công thức (*) giúp quý độc giả có thể tính được thể tích của vật thể mà đề bài đã yêu cầu, cụ thể như sau:

Ta sẽ gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào vật thể này, tức là ta sẽ đi tính thể tích vật thể V giới hạn bởi hai mặt trụ: $x^2 + y^2 = a^2, x^2 + z^2 = a^2$ ($a > 0$).



Hình vẽ trên mô tả một phần tám thứ nhất của vật thể này, với mỗi $x \in [0; a]$, thiết diện của vật thể (vuông góc với trục Ox) tại x là một hình vuông có cạnh $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ (chính là phần gạch chéo trong hình vẽ). Do đó diện tích thiết diện sẽ là:

$$S(x) = \sqrt{a^2 - x^2} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} = a^2 - x^2 \quad x \in [0; a].$$

Khi đó áp dụng công thức (*) thì thể tích vật thể cần tìm sẽ bằng:

$$V = 8 \int_0^a S(x) dx = 8 \int_0^a (a^2 - x^2) dx = 8 \left(a^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^a = \frac{16a^3}{3}$$

Chọn đáp án A.

Bài 34

Một vật chuyển động thẳng biến đổi đều với phương trình vận tốc là $v = 5 + 2t$ (m / s). Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm $t_0 = 0$ (s) đến thời điểm $t = 5$ (s) là:

A. 50(m).

B. 100(m).

C. 40(m).

D. 10(m).

Hướng dẫn giải:

Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm $t_0 = 0$ (s) đến thời điểm $t = 5$ (s) là:

$$\text{Quãng đường cần tìm là: } s = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (2t + 5) dt = (t^2 + 5t) \Big|_0^5 = 50(m)$$

Chọn đáp án A.

Bài 35

Vận tốc của một vật chuyển động là $v(t) = \frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi} (m/s)$. Tính quãng đường di chuyển của vật đó trong thời gian 1,5 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

A. 0,43(m).**B. 0,53(m).****C. 3,14(m).****D. 0,34(m).****Hướng dẫn giải:**

Vật đi được 1,5 giây.

Quãng đường cần tìm là :

$$s = \int_0^{1,5} v(t) dt = \int_0^{1,5} \left(\frac{1}{2\pi} + \frac{\sin(\pi t)}{\pi} \right) dt = \left(\frac{t}{2\pi} - \frac{1}{\pi} \cos \pi t \right) \Big|_0^{1,5} = \frac{3}{4\pi} + \frac{1}{\pi^2} \approx 0,34 (m)$$

Chọn đáp án D.

Bài 36

Gọi $h(t)$ (cm) là mức nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t) = \frac{1}{5} \sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. tìm mức nước ở bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

A. 2,66(m).**B. 0,55(cm).****C. 3,14(cm).****D. 2,66(cm).****Hướng dẫn giải:**

Thời gian bơm nước được 6 giây.

Mức nước cần tìm là :

$$h(t) = \int_0^6 h'(t) dt = \int_0^6 \frac{1}{5} \sqrt[3]{t+8} dt = \frac{3}{20} (t+8)^{\frac{4}{3}} \Big|_0^6 = \frac{3}{20} 14^{\frac{4}{3}} - \frac{12}{5} \approx 2,66 (cm)$$

Chọn đáp án D.

Bài 37

Đường thẳng $(\Delta): x - y + \sqrt{2} = 0$ chia hình tròn có tâm $I(3;3)$, bán kính $R = 2$ thành hai phần. Tính diện tích S phần chứa tâm I .

A. $S = \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{3}$

B. $S = \frac{8\pi - 3\sqrt{3}}{3}$

C. $S = \frac{8\pi + 2\sqrt{3}}{3}$

D. $S = \frac{8\pi - 2\sqrt{3}}{3}$

CHUYÊN BẮC NINH**Hướng dẫn giải:**

Phương trình đường tròn tâm $I(3;3)$ bán kính $R = 2$ là $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 4$

Phương trình hoành độ giao điểm ta được:
$$\begin{cases} (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 4 \\ x - y + \sqrt{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X^2 + Y^2 = 4 \\ X - Y + \sqrt{2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \\ X_2 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$S = \int_{X_1}^{X_2} (X + \sqrt{2} + \sqrt{4 - X^2}) dX + 2 \int_{X_2}^2 \sqrt{4 - X^2} dX = \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{3}$$

Chọn đáp án A.

Bài 38

Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính $2\sqrt{2}$ thành 2 phần, Tỷ số diện tích của chúng thuộc khoảng nào:

A. $(0,5; 0,6)$

B. $(0,7; 0,8)$

C. $(0,4; 0,5)$

D. $(0,6; 0,7)$

THPT THUẬN THÀNH 3**Hướng dẫn giải:**

Phương trình hoành độ giao điểm ta được:
$$\begin{cases} y = \frac{x^2}{2} \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow x = \pm 2$$

$$S_1 = 2 \int_0^2 \left(\sqrt{8-x^2} - \frac{x^2}{2} \right) dx = 2\pi + \frac{4}{3}; S_2 = S_{\text{hình tròn}} - S_1 = 6\pi - \frac{4}{3}$$

Suy ra $\frac{S_1}{S_2} \approx 0,435$

Chọn đáp án C.

Bài 39

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hàm số $y = x^2\sqrt{x^2+1}$, trục Ox và đường thẳng $x = 1$ bằng $\frac{a\sqrt{b} - \ln(1+\sqrt{b})}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Khi đó giá trị của $a + b + c$ là

A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

Hướng dẫn giải:

Ta có

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 x^2 \sqrt{x^2+1} dx = \int_0^1 (x^3 + x) d(\sqrt{x^2+1}) = (x^3 + x) \sqrt{x^2+1} \Big|_0^1 - \int_0^1 \sqrt{x^2+1} (3x^2 + 1) dx \\ &= 2\sqrt{2} - 3S - \int_0^1 \sqrt{x^2+1} dx. \end{aligned}$$

Tiếp tục sử dụng công thức tích phân từng phần để tính $T = \int_0^1 \sqrt{x^2+1} dx$ được

$$a = 3, b = 2, c = 8.$$

Chọn đáp án C.

Bài 40

Trong Giải tích, với hàm số $y = f(x)$ liên tục trên miền $D = [a, b]$ có đồ thị là một đường cong C thì độ dài của L được xác định bằng công thức:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

Với thông tin đó, độ dài của đường cong C cho bởi $y = \frac{x^2}{8} - \ln x$ trên $[1; 2]$ là

A. $\frac{3}{8} - \ln 2$

B. $\frac{31}{24} - \ln 4$

C. $\frac{3}{8} + \ln 2$

D. $\frac{55}{48}$

Hướng dẫn giải:

Ta có $f'(x) = \frac{x}{4} - \frac{1}{x}$ nên áp dụng công thức đã cho sẽ được

$$\sqrt{1 + (f'(x))^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{x}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{x}{4} + \frac{1}{x}\right)^2} = \frac{x}{4} + \frac{1}{x} \text{ với } x \in [1; 2].$$

$$\text{Do đó } L = \int_1^2 \left(\frac{x}{4} + \frac{1}{x}\right) dx = \left(\frac{x^2}{8} + \ln x\right) \Big|_1^2 = \frac{3}{8} + \ln 2.$$

Chọn đáp án C.

Bài 41

Một xe chở hàng chạy với vận tốc 25 m/s thì tài xế đạp phanh; từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 25$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. $\frac{625}{4} m$

B. $\frac{625}{2} m$

C. $2m$

D. $\frac{25}{2} m$

Hướng dẫn giải:

Xe chở hàng còn đi thêm được $\frac{25}{2}$ giây

$$\text{Quãng đường cần tìm là: } s = \int_0^{\frac{25}{2}} (-2t + 25) dt = \frac{625}{4}$$

Chọn đáp án B.

Bài 42

Một ô tô đang chạy với tốc độ 36km/h thì hãm phanh, chuyển động chậm dần đều với phương trình vận tốc $v = 10 - 0,5t$ (m/s). Hỏi ô tô chuyển động được quãng đường bao nhiêu thì dừng lại?

A. 100m

B. 200m

C. 300m

D. 400m

Hướng dẫn giải:

Ta có: $v_0 = 36\text{km/h} = 10\text{m/s}$ ứng với $t_0 = 0$

$v_1 = 10 - 0,5t_1 = 0$ nên $t_1 = 20$

Do đó: quãng đường $s = \int_0^{20} (10 - 0,5t) dt = 100(m)$.

Chọn đáp án A.

Bài 43

Vi khuẩn HP (*Helicobacter pylori*) gây đau dạ dày tại ngày thứ m với số lượng là $F(m)$, biết nếu phát hiện sớm khi số lượng vi khuẩn không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa. Biết $F'(m) = \frac{1000}{2t+1}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày (lấy xấp xỉ hàng thập phân thứ hai) và bệnh nhân có cứu chữa được không ?

A. 5433,99 và không cứu được

B. 1499,45 và cứu được

C. 283,01 và cứu được

D. 3716,99 và cứu được

Hướng dẫn giải:

Vi khuẩn HP gây đau dạ dày tại ngày thứ m với số lượng là

$$F(m) = \int \frac{1000}{2t+1} dt = 500 \ln|2t+1|$$

Suy ra số vi khuẩn trong dạ dày bệnh nhân sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh là

$$F(15) = 500 \ln 31 + 2000 = 3716,99 < 4000$$

Chọn đáp án D

Bài 45

Một ô tô xuất phát với vận tốc $v_1(t) = 2t - 10 (m/s)$ sau khi đi được một khoảng thời gian t_1 thì bất ngờ gặp chướng ngại vật nên tài xế phanh gấp với vận tốc $v_2(t) = 20 - 4t (m/s)$ và đi thêm một khoảng thời gian t_2 nữa thì dừng lại. Biết tổng thời gian từ lúc xuất phát đến lúc dừng lại là $4s$. Hỏi xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét.

A. 57m

B. 64m

C. 50m

D. 47m

Hướng dẫn giải:

Đến lúc phanh vận tốc của xe là: $2t_1 + 10$ đó cũng là vận tốc khởi điểm cho quãng đường đạp phanh; sau khi đi thêm t_2 thì vận tốc là 0 nên $2t_1 + 10 = 20 - 4t_2 \Leftrightarrow t_1 + 2t_2 = 5$

Lại có $t_1 + t_2 = 4$ lập hệ được $\begin{cases} t_1 = 3s \\ t_2 = 1s \end{cases}$

Tổng quãng đường đi được là: $S = \int_0^2 (2t + 10) dt + \int_0^1 (20 - 4t) dt = 57m$

Chọn đáp án A.

Bài 46

Một ô tô chạy với vận tốc $20m/s$ thì người lái xe đạp phanh còn được gọi là “thắng”. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20 (m/s)$ Trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn là bao nhiêu?

A. 2m

B. 3m

C. 4m

D. 5m

Hướng dẫn giải:

Lấy mốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu phanh ($t = 0$)

Gọi T là thời điểm ô tô dừng lại. Khi đó vận tốc lúc dừng là $v(T) = 0$

Vậy thời gian từ lúc đạp phanh đến lúc dừng là $v(T) = 0 \Leftrightarrow -40T + 20 = 0 \Leftrightarrow T = \frac{1}{2}$

Gọi $s(t)$ là quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian T .

Ta có $v(T) = s'(t)$ suy ra $s(t)$ là nguyên hàm của $v(T)$

Vậy trong $\frac{1}{2}s$ ô tô đi được quãng đường là: $\int_0^{\frac{1}{2}} (-40t + 20) dt = 5m$

Chọn đáp án D.

Bài 47

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) (m/s)$ có gia tốc $a(t) = 3t^2 + t (m/s^2)$. Vận tốc ban đầu của vật là $2 (m/s)$. Hỏi vận tốc của vật sau $2s$.

A. $10m/s$

B. $12m/s$

C. $16m/s$

D. $8m/s$

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có } v(t) = \int a(t) dt = \int (3t^2 + t) dt = t^3 + \frac{t^2}{2} + C$$

Vận tốc ban đầu của vật là $2m/s \Rightarrow v(0) = 2 \Rightarrow C = 2$.

Vậy vận tốc của vật sau $2s$ là: $v(2) = 12$

Chọn đáp án B.

Bài 48

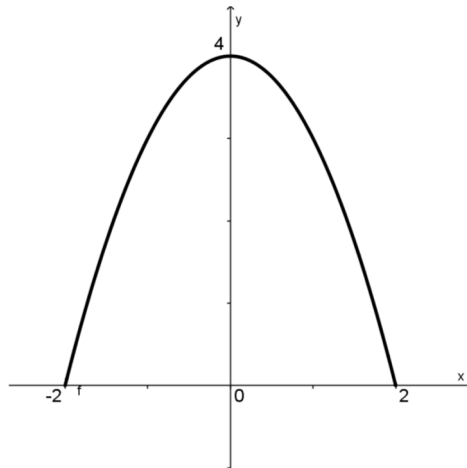
Có một người cần làm một cái cửa cổng cổ xưa, có hình dạng một parabol bậc hai như hình vẽ. Giả sử đặt cánh cổng vào một hệ trục tọa độ như hình vẽ (mặt đất là trục Ox). Hãy tính diện tích của cánh cửa cổng.

A. $\frac{16}{3}$

B. $\frac{32}{3}$

C. 16

D. $\frac{28}{3}$



Hướng dẫn giải:

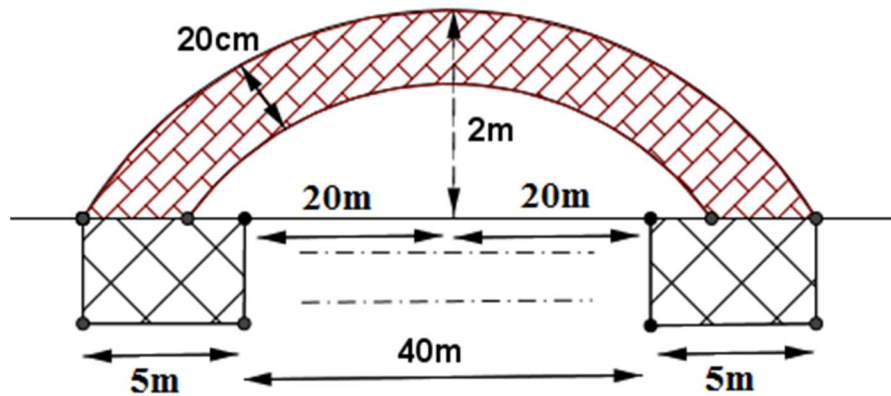
Dựa vào đồ thị, ta xây dựng được công thức của hàm số là $y = 4 - x^2$.

$$\text{Diện tích là: } S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \frac{32}{3}.$$

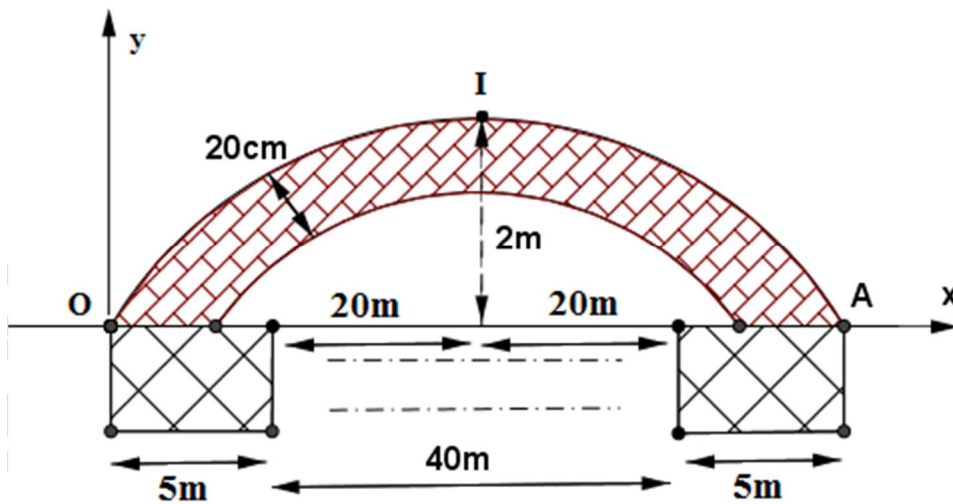
Chọn đáp án B.

Bài 49

Thành phố định xây cây cầu bắc ngang con sông dài $500m$, biết rằng người ta định xây cầu có 10 nhịp cầu hình dạng parabol, mỗi nhịp cách nhau $40m$, biết hai bên đầu cầu và giữa mỗi nhịp nối người ta xây một chân trụ rộng $5m$. Bề dày nhịp cầu không đổi là $20cm$. Biết một nhịp cầu như hình vẽ. Hỏi lượng bê tông để xây các nhịp cầu là bao nhiêu (bỏ qua diện tích cốt sắt trong mỗi nhịp cầu)

A. $20m^3$ B. $50m^3$ C. $40m^3$ D. $100m^3$ **Hướng dẫn giải:**

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với gốc $O(0;0)$ là chân cầu (điểm tiếp xúc Parabol trên), đỉnh $I(25; 2)$, điểm $A(50;0)$ (điểm tiếp xúc Parabol trên với chân đế)



Gọi Parabol trên có phương trình: $(P_1): y_1 = ax^2 + bx + c = ax^2 + bx$ ($O \in (P_1)$)

$\Rightarrow y_2 = ax^2 + bx - \frac{20}{100} = ax^2 + bx - \frac{1}{5}$ là phương trình parabol dưới

Ta có $I, A \in (P_1) \Rightarrow (P_1): y_1 = -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x \Rightarrow y_2 = -\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x - \frac{1}{5}$

Khi đó diện tích mỗi nhịp cầu là $S = S_1$ với S_1 là phần giới hạn bởi $y_1; y_2$ trong khoảng $(0; 25)$.

$$S = 2 \left(\int_0^{0,2} \left(-\frac{2}{625}x^2 + \frac{4}{25}x \right) dx + \int_{0,2}^{15} \frac{1}{5} dx \right) \approx 0,9m^2$$

Vì bề dày nhịp cầu không đổi nên coi thể tích là tích diện tích và bề dày
 $V = S.0,2 \approx 1,98 m^3 \Rightarrow$ số lượng bê tông cần cho mỗi nhịp cầu $\approx 2m^3$

Vậy mười nhịp cầu hai bên cần $\approx 40m^3$ bê tông.

Chọn đáp án C

Bài 50

Giả sử một vật từ trạng thái nghỉ khi $t=0(s)$ chuyển động thẳng với vận tốc $v(t) = 3t(4-t) (m/s)$. Tìm quãng đường vật đi được cho tới khi nó dừng lại.

A. 30m .

B. 34m .

C. 32m .

D. 28m .

CHUYÊN BẮC NINH

Hướng dẫn giải:

Thời điểm vật dừng lại khi đó ta có vận tốc: $v(t) = 0 \Leftrightarrow 3t(4-t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$

Chúng ta nhận giá trị $t = 4$. Vậy vật chuyển động sau 4s thì dừng.

Quãng đường vật đi trong 4s là: $S = \int_0^4 3t(4-t)dt = 32$

Chọn đáp án C.

Bài 51

Bạn Minh ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới với vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5(m/s)$. Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là

A. 36m

B. 252m

C. 1134m

D. 966m

THPT HÀM LONG

Hướng dẫn giải:

Quãng đường máy bay bay từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là: $S = \int_4^{10} (3t^2 + 5)dt = 966$

Chọn đáp án D.

Bài 52

Một vật chuyển động với vận tốc ban đầu $5m/s$ và có gia tốc được xác định bởi công thức $a = \frac{2}{t+1} (m/s^2)$. Vận tốc của vật sau 10s đầu tiên là (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

A. 10m/s

B. 9m/s

C. 11m/s

D. 12m/s

THPT HÀN THUYỀN

Hướng dẫn giải:

Ta có $v(t) = \int \frac{2}{t+1} dt = 2 \ln(t+1) + c$

Mà vận tốc ban đầu 5m/s tức là: $v(0) = 5 \Leftrightarrow 2 \ln(0+1) + c = 5 \Leftrightarrow c = 5$.

Nên $v(t) = 2 \ln(t+1) + 5$.

Vận tốc của vật sau 10s đầu tiên là: $v(10) = 2 \ln(11) + 5 \approx 9.8$

Chọn đáp án A.

Bài 53

Một vật xuất phát từ A chuyển động thẳng và nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 1 + 2t$ (m/s). Tính vận tốc tại thời điểm mà vật đó cách A 20m? (Giả thiết thời điểm vật xuất phát từ A tương ứng với $t = 0$)

A. 6m/s

B. 7m/s

C. 8m/s

D. 9m/s

Hướng dẫn giải:

Ta có $S(t) = \int (1 + 2t) dt = t + t^2 + c$

Vật xuất phát từ A tương ứng với thời gian $t = 0$ nên $S(0) = 0 \Leftrightarrow 0 + 0^2 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$

Suy ra: $S(t) = t + t^2$

Vật cách A 20m ta có: $t^2 + t = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -5 \end{cases}$. Nhận $t = 4$.

Vậy sau 4s thì vật cách A 20m và vận tốc tại thời điểm đó là: $v(4) = 9$

Chọn đáp án D.

Bài 54

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1 - 2\sin 2t$ (m/s). Tính quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \frac{3\pi}{4}$ (s).

A. $\frac{3\pi}{4} - 1$ (m)

B. $\frac{3\pi}{4} + 1$ (m)

C. 3

D. 1

THPT NGUYỄN VĂN CỪ

Hướng dẫn giải:

Quãng đường cần tìm là: $\int_0^{\frac{3\pi}{4}} (1 - 2 \sin 2t) dt = \frac{3\pi}{4} - 1$

Chọn đáp án A.

Bài 55

Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $a(m/s)$ thì người đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + a(m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn ô tô di chuyển được $40m$ thì vận tốc ban đầu a bằng bao nhiêu?

A. $a = 40$

B. $a = 80$

C. $a = 20$

D. $a = 25$

THPT THUẬN THÀNH SỐ 2

Hướng dẫn giải:

Thời điểm vật dừng lại khi vận tốc bằng 0: $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + a = 0 \Leftrightarrow t = \frac{a}{5}$

Ô tô di chuyển được 40 mét: $\int_0^{\frac{a}{5}} (-5t + a) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + at \right) \Big|_0^{\frac{a}{5}} = -\frac{a^2}{10} + \frac{a^2}{5} = \frac{a^2}{10} = 40$

Chọn đáp án C.

Bài 56

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s) có gia tốc $a(t) = \frac{3}{t+1}$ (m/s²). Vận tốc ban đầu của vật là $6(m/s)$ Hỏi vận tốc của vật sau 10 giây là bao nhiêu?

A. $3\ln 11 + 6$.

B. $2\ln 11 + 6$.

C. $3\ln 11 - 6$.

D. $3\ln 6 + 6$.

THPT LÝ THƯỜNG KIỆT

Hướng dẫn giải:

Ta có hàm vận tốc là nguyên hàm của gia tốc: $v(t) = \int \frac{3}{t+1} dt = 3\ln|t+1| + C$.

Điều kiện vận tốc ban đầu 6 (m/s): $v(0) = 6 \Leftrightarrow 3\ln|0+1| + C = 6 \Leftrightarrow C = 6$

Vậy hàm vận tốc là: $v(t) = 3\ln|t+1| + 6$

Vận tốc của vật sau 10 giây là: $v(10) = 3\ln 11 + 6$

Chọn đáp án A.

Bài 57

Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là 25 m/s , gia tốc trọng trường là $9,8\text{ m/s}^2$. Quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn cho đến khi chạm đất gần bằng kết quả nào nhất trong các kết quả sau:

A. 30.78 m **B.** 31.89 m **C.** 32.43 m **D.** 33.88 m **Hướng dẫn giải:**

Ta có hàm vận tốc thay đổi theo quy luật sau: $v(t) = -9.8t + 25$

Độ cao cực đại của viên đạn đạt được là: $S = \int_0^{\frac{125}{49}} (-9.8t + 25) dt = 31.89$

Quãng đường viên đạn đi được từ lúc bắn cho đến khi chạm đất là: $2S = 62.78$

Chọn đáp án B.

Bài 58

Một ca nô đang chạy trên hồ Tây với vận tốc 20 m/s thì hết xăng; từ thời điểm đó, ca nô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc ca nô dừng hẳn đi được bao nhiêu mét?

A. 10 m **B.** 20 m **C.** 30 m **D.** 40 m **Hướng dẫn giải:**

Khi ca nô dừng thì $v(t) = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4$

Khi đó quãng đường đi được từ khi hết xăng là

$$\text{Ta có } s = \int_0^4 (-5t + 20) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 20t \right) \Big|_0^4 = 40\text{ m}.$$

Chọn đáp án D.

Bài 59

Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường s (mét) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $s = 6t^2 - t^3$. Thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

A. $t = 6\text{ s}$ **B.** $t = 4\text{ s}$ **C.** $t = 2\text{ s}$ **D.** $t = 6\text{ s}$ **Hướng dẫn giải:**

Ta có $v(t) = s'(t) = 12t - 3t^2$ và $v'(t) = 12 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Lập bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(0 + \infty)$. Từ đó ta có khi $t = 2s$ thì đoàn tàu đạt vận tốc lớn nhất.

Chọn đáp án C.

Bài 60

Một ô tô đang đi với vận tốc lớn hơn 72km/h , phía trước là đoạn đường chỉ cho phép chạy với tốc độ tối đa là 72km/h , vì thế người lái xe đạp phanh để ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 30 - 2t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Từ lúc bắt đầu đạp phanh đến lúc đạt tốc độ 72km/h ô tô đã di chuyển quãng đường dài

A. 100m

B. 125m

C. 150m

D. 175m

Hướng dẫn giải:

Theo đề: $v = 72\text{km/h} = 20\text{m/s}$,

Ta có: $30 - 2t = 20 \Leftrightarrow t = 5 \Rightarrow S = \int_0^5 (30 - 2t)dt = 125$

Chọn đáp án B.

Bài 61

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1,5 + \frac{t^2 + 4}{t + 4}$ (m/s). Gọi S là quãng đường vật đó đi được trong 4s đầu. Khi đó ta có

A. $s = 2 - 20\ln 2$

B. $s = 2 + 20\ln 2$

C. $s = -2 + 20\ln 4$

D. $s = -2 + 20\ln 2$

Hướng dẫn giải:

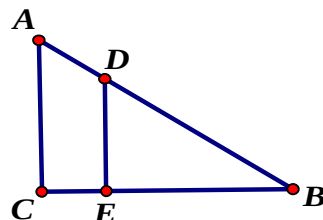
Gọi S (tính bằng m) là quãng đường vật đó đi được trong 4 giây đầu

$$S = \int_0^4 \left(1,5 + \frac{t^2 + 4}{t + 4} \right) dt = \left(1,5t + \frac{t^2}{2} - 4t + 20 \ln |t + 4| \right) \Big|_0^4 = 20 \ln 2 - 2$$

Chọn đáp án D.

Bài 62

Chiều dài ngắn nhất của cái thang AB để nó có thể dựa vào tường AC và mặt đất BC , ngang qua cột đỡ DE cao $4m$, song song và cách tường một khoảng $CE = 0,5m$ là:



A. Xấp xỉ $5,602m$

B. Xấp xỉ $6,5902m$

C. Xấp xỉ $5,4902m$

D. Xấp xỉ $5,5902m$

THPT NGUYỄN ĐĂNG ĐẠO

Hướng dẫn giải:

Gọi độ dài cạnh EB là x khi đó ta có

$$\frac{AB}{DB} = \frac{CB}{EB} \Leftrightarrow AB = \left(1 + \frac{0,5}{x}\right) \sqrt{x^2 + 16}.$$

Xét hàm số $f(x) = \left(1 + \frac{0,5}{x}\right) \sqrt{x^2 + 16}$ ta có $f'(x) = \frac{x^3 - 8}{x^2 \sqrt{x^2 + 16}}$

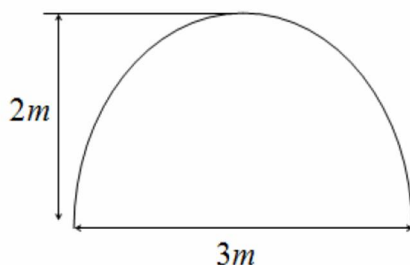
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ ta thấy hàm số đạt giá

trị nhỏ nhất bằng $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ khi $x = 2$.

Vậy chọn đáp án D

Bài 63

Ông X muốn xây một cổng hình Parabol có chiều dài chân đáy của cổng là $3m$ và chiều cao của cổng là $2m$ như hình vẽ ở dưới đây. Ông X muốn tính diện tích của cổng để đặt cửa gỗ cho vừa kích thước. Diện tích của cổng là.

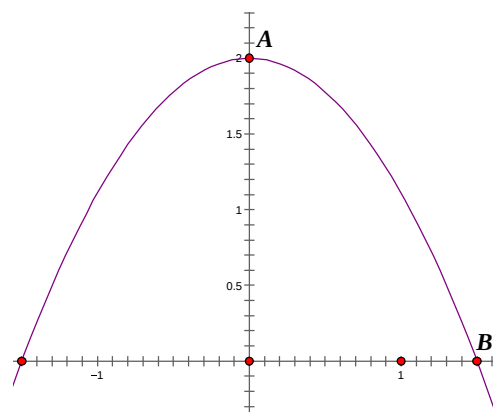
A. $3,5m^2$.**B.** $4m^2$.**C.** $5,5m^2$.**D.** $6m^2$.**THPT QUẾ VÕ SỐ 3****Hướng dẫn giải:**

Giả sử parabol có phương trình $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Đi qua $A(0;2), B\left(\frac{3}{2};0\right)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} c = 2 \\ b = 0 \\ \frac{9}{4}a + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ b = 0 \\ a = -\frac{8}{9} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{8}{9}x^2 + 2$$

$$S = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left| -\frac{8}{9}x^2 + 2 \right| dx = 4m^2$$



Chọn đáp án B.

Bài 64

Cổng trường ĐHBK Hà nội có hình dạng Parabol, chiều rộng $8m$, chiều cao $12,5m$. Diện tích của cổng là:

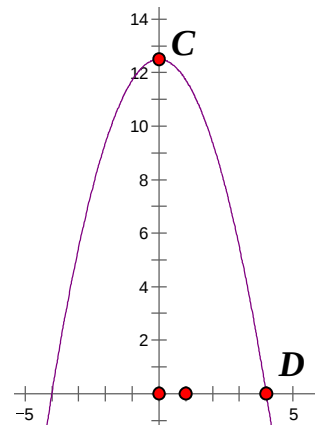
A. $100m^2$ **B.** $200m^2$ **C.** $\frac{100}{2}m^2$.**D.** $\frac{200}{2}m^2$ **Hướng dẫn giải:**

Giả sử parabol có phương trình $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Đi qua $C\left(0; \frac{25}{2}\right), D(4;0)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} c = \frac{25}{2} \\ b = 0 \\ 16a + \frac{25}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ b = 0 \\ a = -\frac{25}{32} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{25}{32}x^2 + \frac{25}{2}$$

$$S = 2 \int_0^4 \left| -\frac{25}{32}x^2 + \frac{25}{2} \right| dx = \frac{200}{3} m^2$$



Chọn đáp án D.

Bài 65

Người ta bơm nước vào một bồn chứa, lúc đầu bồn không chứa nước, mức nước ở bồn chứa sau khi bơm phụ thuộc vào thời gian bơm nước theo một hàm số $h = h(t)$ trong đó h tính bằng cm, t tính bằng giây. Biết rằng $h'(t) = \sqrt[3]{2t+1}$ và . Mức nước ở bồn sau khi bơm được 13s là

A. $\frac{243}{4}$ cm

B. $\frac{243}{8}$ cm

C. 30 cm

D. 60 cm

Hướng dẫn giải:

Ta có $h(t) = \int \sqrt[3]{2t+1} dt = \frac{3}{8}(2t+1)\sqrt[3]{2t+1} + C$

Lúc đầu ($t = 0$) bể không có nước ($h(0) = 0$) $\Rightarrow C = -\frac{3}{8}$

$$\Rightarrow h(t) = \frac{3}{8}(2t+1)\sqrt[3]{2t+1} - \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow h(13) = 30.$$

Chọn đáp án C.

Bài 66

Gọi $h(t)$ (cm) là mức nước ở bồn chứa sau khi bơm nước được t giây. Biết rằng $h'(t) = \frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8}$ và lúc đầu bồn không có nước. Mức nước của bồn sau khi bơm nước được 6 giây (làm tròn kết quả đến hàng trăm) là:

A. 2,66.

B. 5,34.

C. 3,42.

D. 7,12.

Hướng dẫn giải:

Giả thiết suy ra: $h(t) = \int \frac{1}{5}\sqrt[3]{t+8} dt = \frac{3}{20}(t+8)^{\frac{4}{3}} - \frac{12}{5}$ Nên $h(6) \approx 2,66$

Chọn đáp án A.

Bài 67

Tại thành phố Hà Tĩnh nhiệt độ (theo $^{\circ}F$) sau t giờ, tính từ $8h \rightarrow 20h$ được cho bởi công thức $f(t) = 50 + 14 \sin \frac{\pi t}{12}$. Nhiệt độ trung bình trong khoảng thời gian trên là:

A. $50 - \frac{\pi}{14}$

B. $50 - \frac{14}{\pi}$

C. $50 + \frac{14}{\pi}$

D. $50 + \frac{\pi}{14}$

Hướng dẫn giải:

Nhiệt độ TB được tính theo công thức sau: $\frac{1}{20-8} \int_8^{20} (50 + 14 \sin \frac{\pi t}{12}) dt = 50 - \frac{14}{\pi}$

Chọn đáp án B.